13강

인공지능

인공 신경망(2)

컴퓨터과학과 이병래 교수

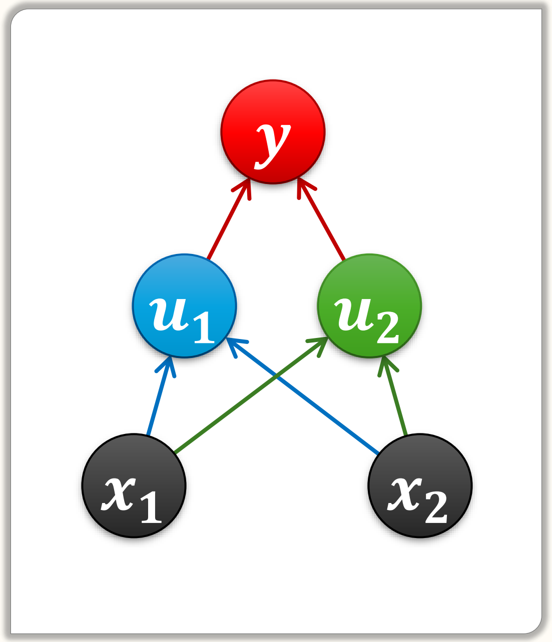
학습목차

01

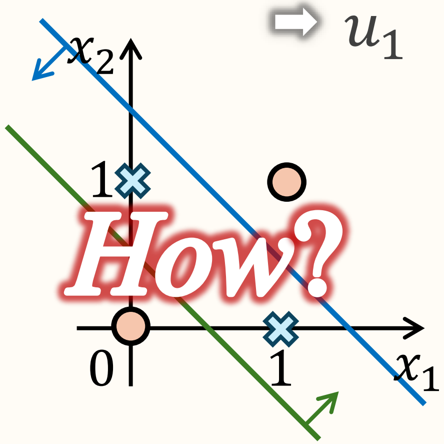
오차역전파

1. 비선형 결정경계와 다층 퍼셉트론

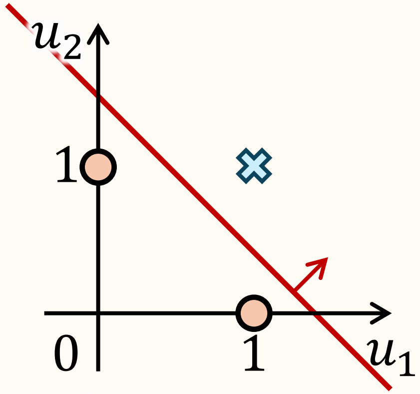
다층 피드포워드 신경망 구조의 활용



$D_1(x_1, x_2) = -x_1 - x_2 + 1.5$ ⇨ u_1



$D_2(x_1, x_2) = x_1 + x_2 - 0.5$ ⇨ u_2



$\boldsymbol{D(u_1, u_2) = u_1 + u_2 - 1.5}$

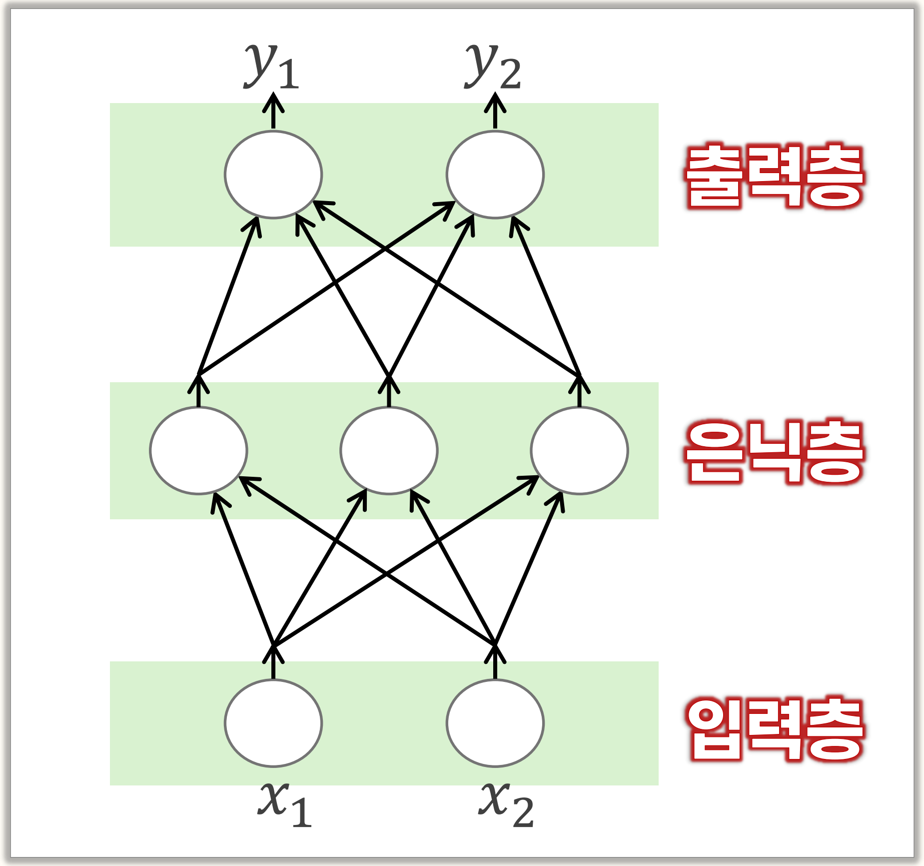
레이블이 제공되지 않는 중간 층의 학습 방법이 필요

1. 비선형 결정경계와 다층 퍼셉트론

다층 피드포워드 신경망 구조의 활용

- 여러 단계의 층을 두어 선형 분리가 불가능한 문제에 대한 해결책을 모색하고자 하는 구조
- 입력층과 출력층 사이에 은닉층 존재
- 은닉층의 학습을 위해 제공해야 할 은닉층 출력값을 직접 제공할 수 없어 퍼셉트론 학습을 적용할 수 없음

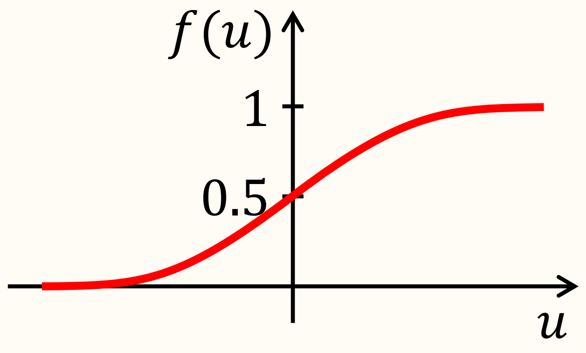
⇨ 1974년 Paul Werbos, 1986년 Rumelhart 등에 의해 다층 퍼셉트론 구조의 학습 방법이 개발됨



2. 오차 역전파의 개념

오차역전파(Backpropagation: BP) 모델

- 은닉층을 포함하는 다층 퍼셉트론을 학습시킬 수 있는 모델
- 지도학습: 입력벡터 x와 레이블 y로 구성된 학습표본을 사용함
- 활성함수: 시그모이드(sigmoid) 함수와 같이 미분 가능한 함수를 사용함



$$f(u) = \frac{1}{1+e^{-u}}$$

$$\frac{df(u)}{du} = f(u)\big(1 - f(u)\big)$$

- 경사하강법에 따라 연결 가중치를 훈련함

3. 오차 역전파 학습

손실함수의 정의

- 럼멜하트: 오차제곱의 합을 손실함수로 사용함

$$C(\hat{\mathbf{y}}, \mathbf{y}) = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}(\hat{y}_k - y_k)^2$$

경사하강법을 이용한 훈련

- $C(\hat{\mathbf{y}}, \mathbf{y})$가 최소인 $\mathbf{w}$를 찾는 최적화를 수행함

$$\Delta\mathbf{w} = -\eta\frac{\partial C(\hat{\mathbf{y}}, \mathbf{y})}{\partial \mathbf{w}}$$

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \Delta\mathbf{w}$$

3. 오차 역전파 학습

체인 룰의 활용

- 체인 룰(chain rule, 연쇄 법칙): 합성함수의 미분을 구하는 공식

$$y = f\big(g(x)\big) \Rightarrow y = f(u),\quad u = g(x),$$

$$\frac{dy}{dx} = ? \xrightarrow{\text{체인 룰}} \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}\frac{du}{dx}$$

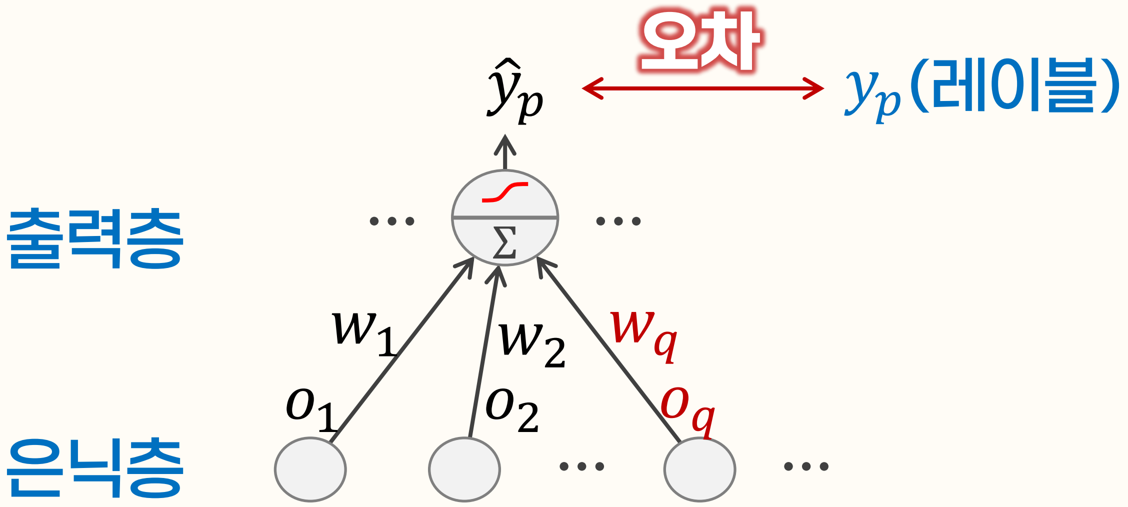
예 $y = (3x^2 + x - 2)^2 \Rightarrow y = u^2, \quad u = 3x^2 + x - 2$

$$\frac{dy}{dx} = ? \xrightarrow{\text{체인 룰}} \frac{dy}{du} = 2u, \quad \frac{du}{dx} = 6x + 1$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2(3x^2 + x - 2)(6x + 1)$$

3. 오차 역전파 학습

■ 출력층 뉴런에 연결되는 연결 가중치의 훈련



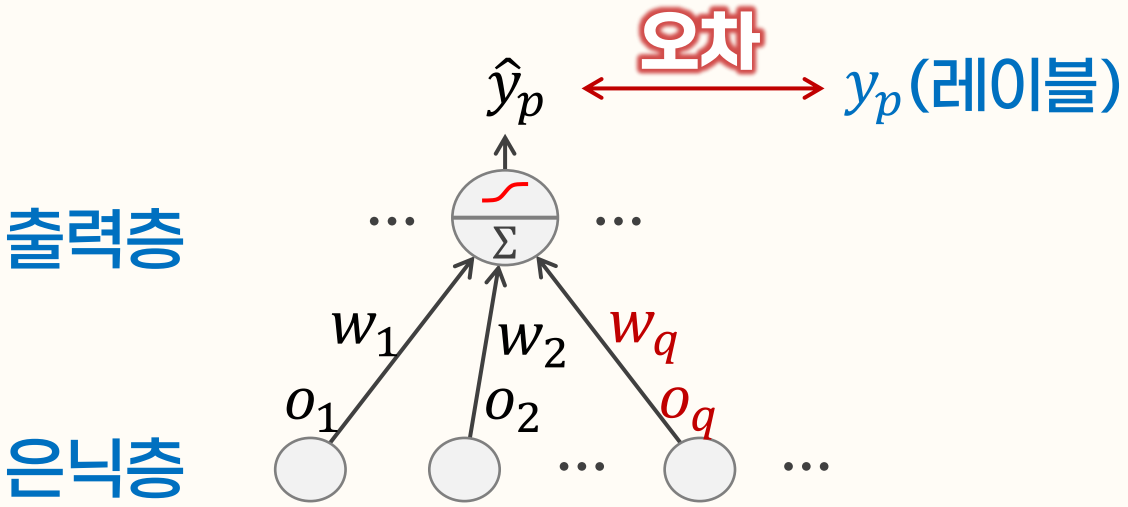
$$\hat{y}_p = f(u_p), \quad u_p = w_1 o_1 + w_2 o_2 + \cdots + w_q o_q + \cdots + b$$

여기서 f: 시그모이드 활성함수

b: 바이어스

3. 오차 역전파 학습

출력층 뉴런에 연결되는 연결 가중치의 훈련



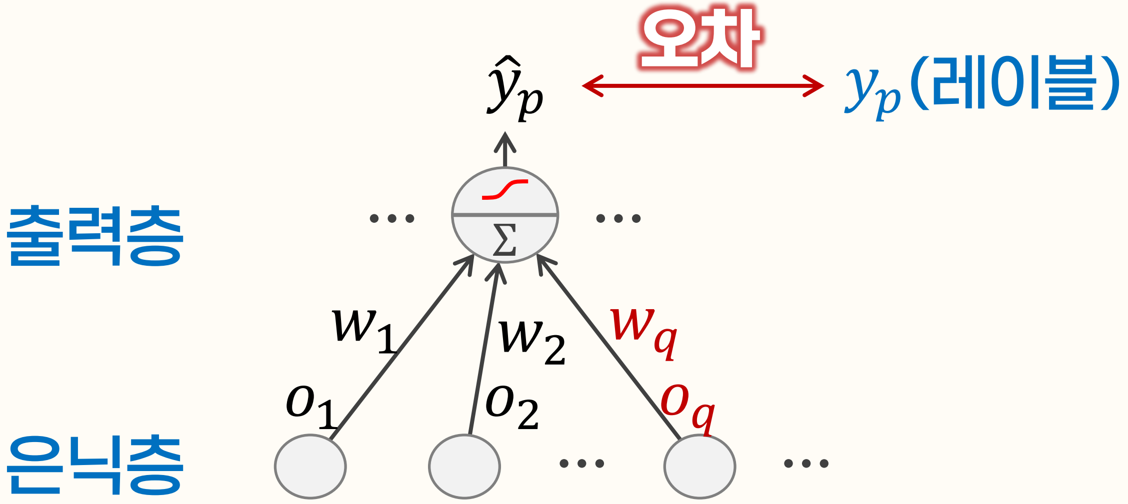
$$\hat{y}_p = f(u_p), \quad u_p = w_1 o_1 + w_2 o_2 + \cdots + w_q o_q + \cdots + b$$

$$C(\hat{\mathbf{y}}, \mathbf{y}) = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}(\hat{y}_k - y_k)^2 \Rightarrow \frac{\partial C}{\partial w_q} = \frac{\partial C}{\partial \hat{y}_p}\frac{\partial \hat{y}_p}{\partial u_p}\frac{\partial u_p}{\partial w_q}$$

$$= \underbrace{\boxed{(\hat{y}_p - y_k)\hat{y}_p(1 - \hat{y}_p)}}_{\delta_p} o_q$$

3. 오차 역전파 학습

❏ 출력층 뉴런에 연결되는 연결 가중치의 훈련



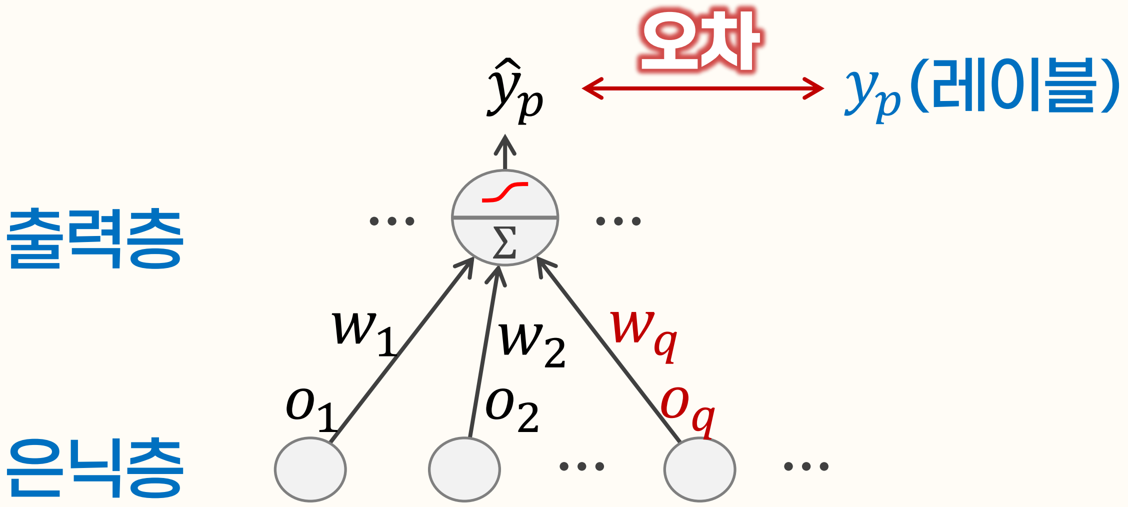
$$\hat{y}_p = f(u_p), \quad u_p = w_1 o_1 + w_2 o_2 + \cdots + w_q o_q + \cdots + b$$

$$C(\hat{\mathbf{y}}, \mathbf{y}) = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}(\hat{y}_k - y_k)^2 \Rightarrow \frac{\partial C}{\partial w_q} = \delta_p o_q,$$

$$\delta_p = (\hat{y}_p - y_k)\hat{y}_p(1 - \hat{y}_p)$$

3. 오차 역전파 학습

- 출력층 뉴런에 연결되는 연결 가중치의 훈련

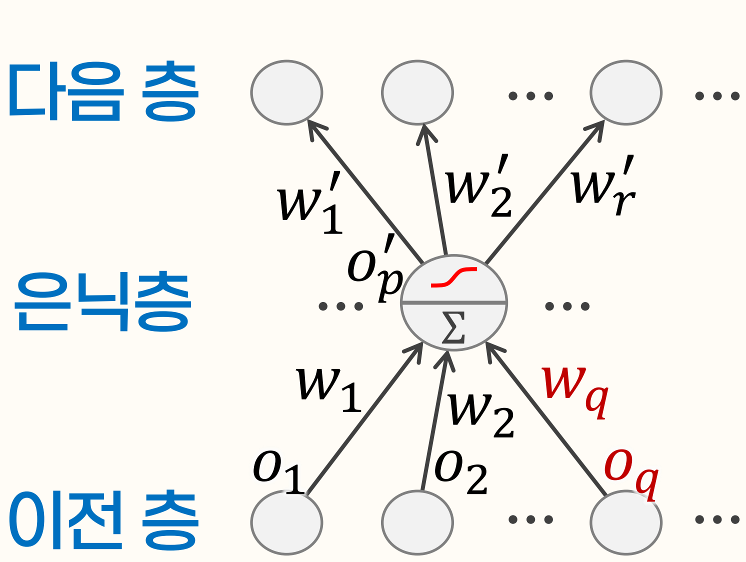


$$\Delta w_q = -\eta \delta_p o_q$$

$$w_q(n+1) = w_q(n) + \Delta w_q$$

3. 오차 역전파 학습

은닉층 뉴런에 연결되는 연결 가중치의 훈련



$$\frac{\partial C(\hat{\mathbf{y}},\mathbf{y})}{\partial w_q} = \frac{\partial C(\hat{\mathbf{y}},\mathbf{y})}{\partial o_p'} \frac{\partial o_p'}{\partial w_q}$$

$$\frac{\partial C(\hat{\mathbf{y}},\mathbf{y})}{\partial o_p'} = \sum_k \delta_k' w_k'$$

$$\frac{\partial o_p'}{\partial w_q} = o_p'(1-o_p')o_q$$

$$\frac{\partial C(\hat{\mathbf{y}},\mathbf{y})}{\partial w_q} = \overbrace{\left(\sum_k \delta_k' w_k'\right) o_p'(1-o_p')}^{\delta_p} o_q$$

$$\Delta w_q = -\eta \delta_p o_q$$

$$w_q(n+1) = w_q(n) + \Delta w_q$$

3. 오차 역전파 학습

모멘텀(momentum)

- 경사하강법 적용 과정에서 최적 해에 더 잘 접근하게 하기 위해 사용하는 항
- 이전 단계의 Δw를 적절한 비율로 반영함

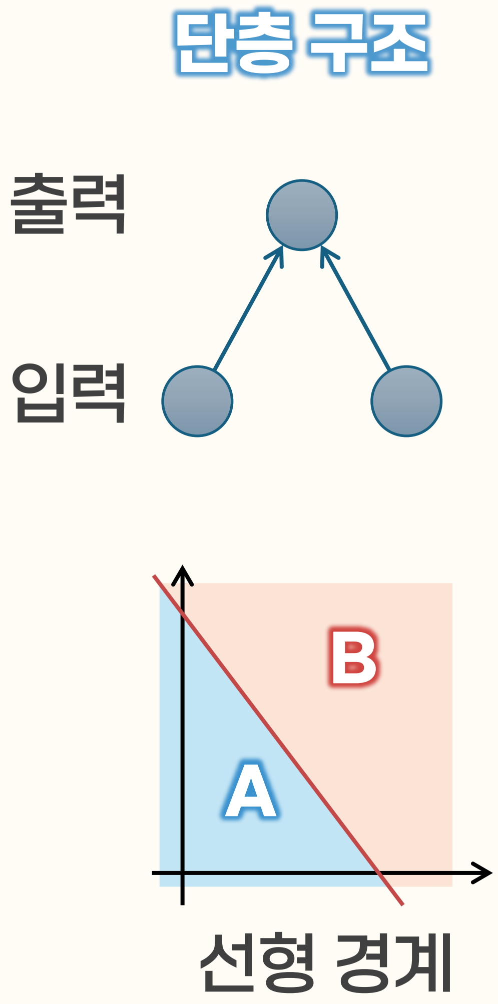
$$\Delta w(n) = -\eta\delta o + \alpha\Delta w(n-1),$$

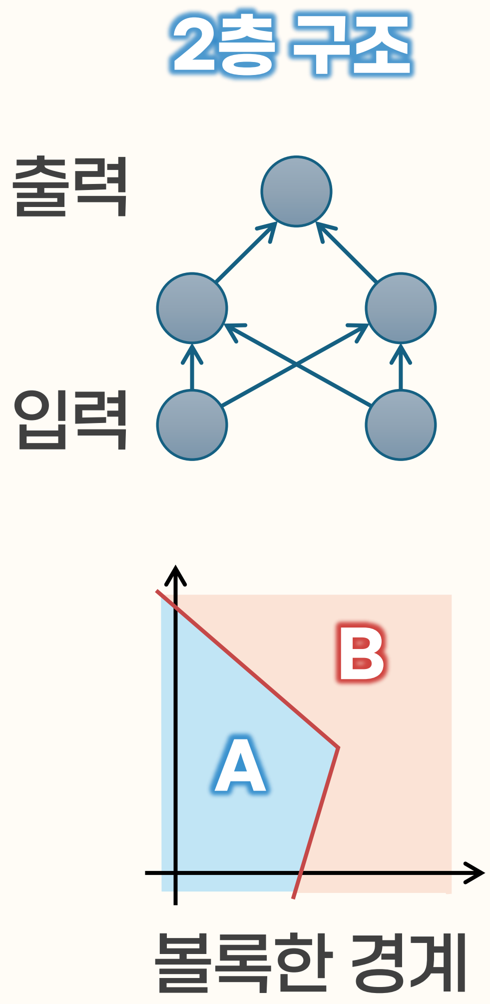
※ α: 모멘텀(0.5~1.0)

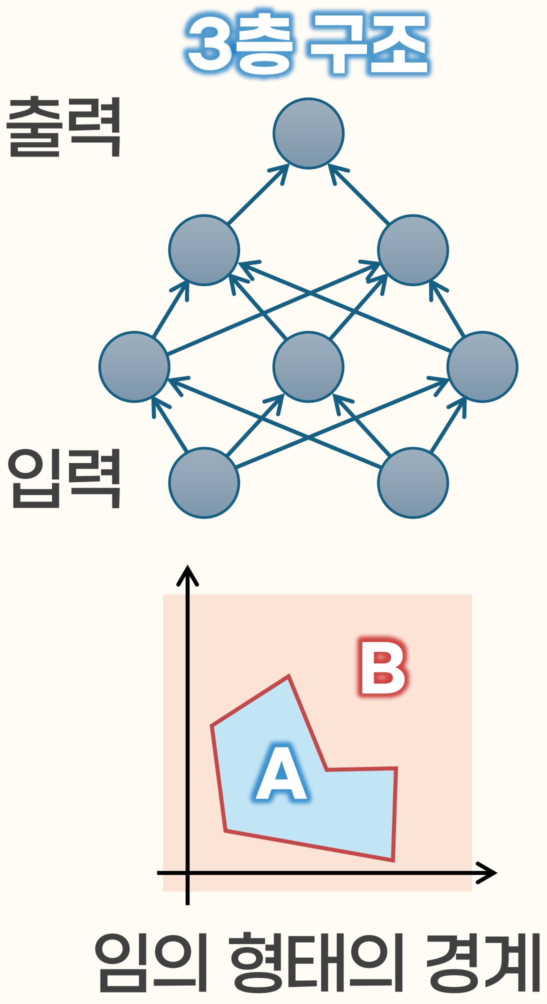
훈련이 더 빠르게 진행될 수 있게 하며, 지역최소치나 고원문제를 개선하는 데 도움이 됨

4. 다층 퍼셉트론의 결정경계

- 층 수에 따라 학습할 수 있는 결정경계의 형태







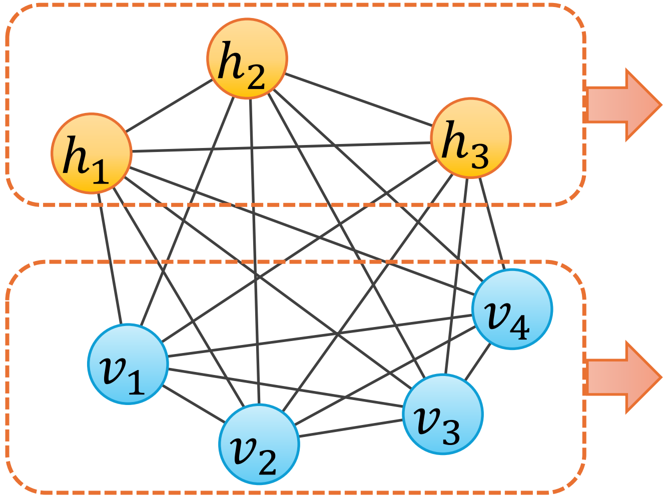
02

제한 볼츠만 머신

1. 제한 볼츠만 머신의 개념

볼츠만 머신(Boltzmann machine)

- 완전연결 방식의 순환 신경망(recurrent neural network)
- 가시 유닛(visible units)과 은닉 유닛(hidden units)으로 구분된 2층 구조
- 모든 유닛(노드)들이 완전연결을 형성함



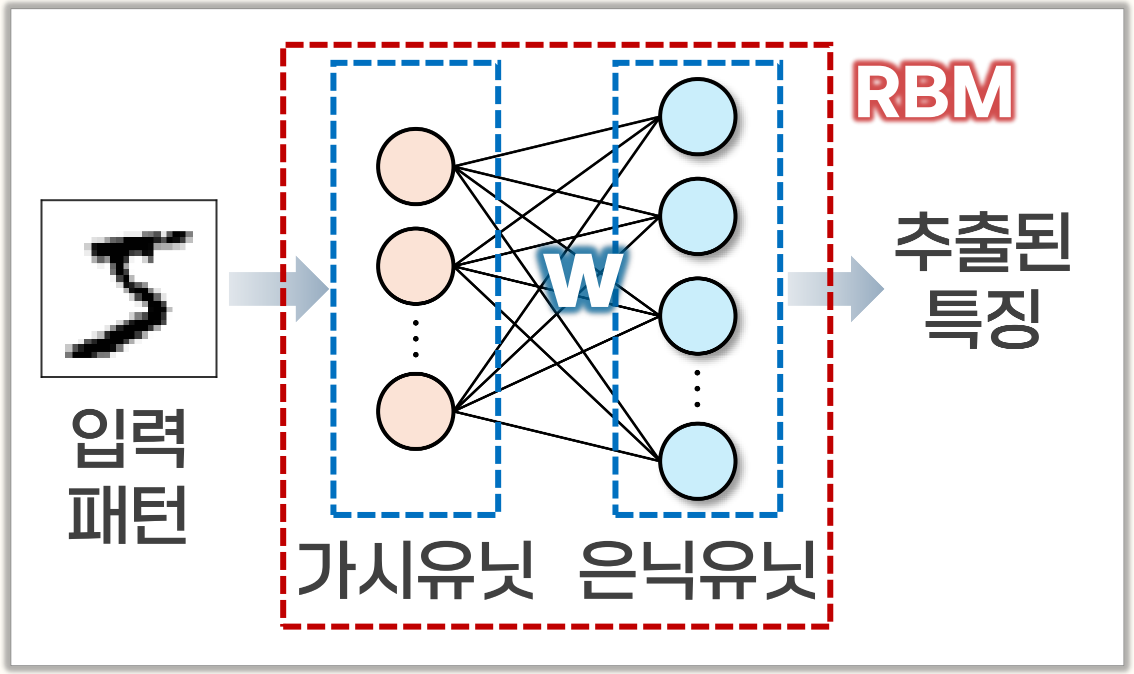
은닉 유닛: 가시유닛의 특징, 상관관계 등을 표현

가시 유닛: 외부 환경으로부터 정보 입력

1. 제한 볼츠만 머신의 개념

- 제한 볼츠만 머신(Restricted Boltzmann machine: RBM)
  - 볼츠만 머신에서 층간연결만 존재하도록 제한함
  - 비지도학습 방식을 사용함
  - 학습된 RBM은 입력에 따라 각 은닉 유닛의 값이 '1'이 될 조건확률을 결정함
    - 입력된 데이터에 대한 새로운 표현(입력 패턴의 특징)

⇨ RBM의 학습은 학습표본 집합으로부터 **자동으로 특징 추출기를 구성**하는 것으로 볼 수 있음



1. 제한 볼츠만 머신의 개념

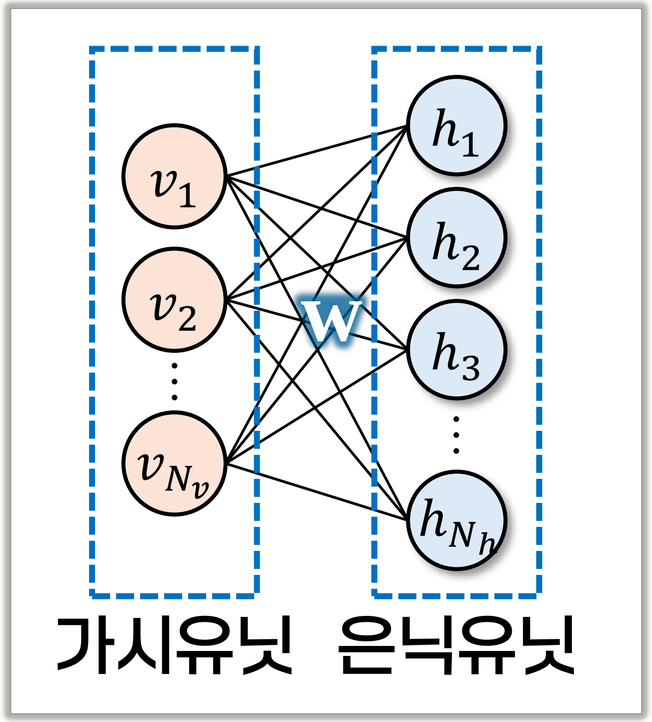
은닉 유닛 및 가시 유닛의 동작

- 2진 값들로 구성된 어떠한 학습표본 벡터가 가시 유닛 v에 입력되었을 때, 각각의 은닉 유닛 h_j가 '1'이 될 조건확률

$$p(h_j = 1|\mathbf{v}) = \sigma\left(b_j + \sum_i v_i w_{ij}\right)$$

여기에서 $\sigma(x) = 1/(1 + e^{-x})$

b_j : h_j에 대한 바이어스



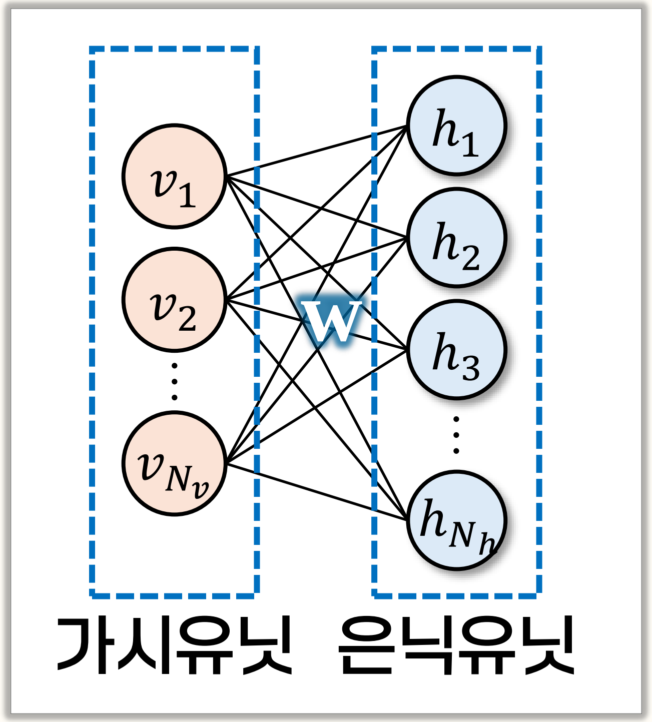
1. 제한 볼츠만 머신의 개념

◪ 은닉 유닛 및 가시 유닛의 동작

- 은닉 유닛 벡터가 주어졌을 때, 가시 유닛 v_j가 '1'이 될 조건확률

$$p(v_i = 1|\mathbf{h}) = \sigma\left(a_i + \sum_j h_j w_{ij}\right)$$

여기에서 a_i : v_i에 대한 바이어스



2. 제한 볼츠만 머신의 학습

깁스 샘플링에 의한 유닛의 값 결정

- 깁스 샘플링(Gibbs sampling): 2개 이상의 확률 변수의 결합 확률 분포로부터 일련의 표본을 생성하는 확률적 알고리즘

① 깁스 샘플링으로 $p(h_j = 1|\mathbf{v})$의 확률을 바탕으로 가시 유닛의 값에 따른 은닉 유닛의 2진 값을 결정하는 방법

$$h_j = \begin{cases} 1, & \text{if } \operatorname{random}(0,1) < p(h_j = 1|\mathbf{v}) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

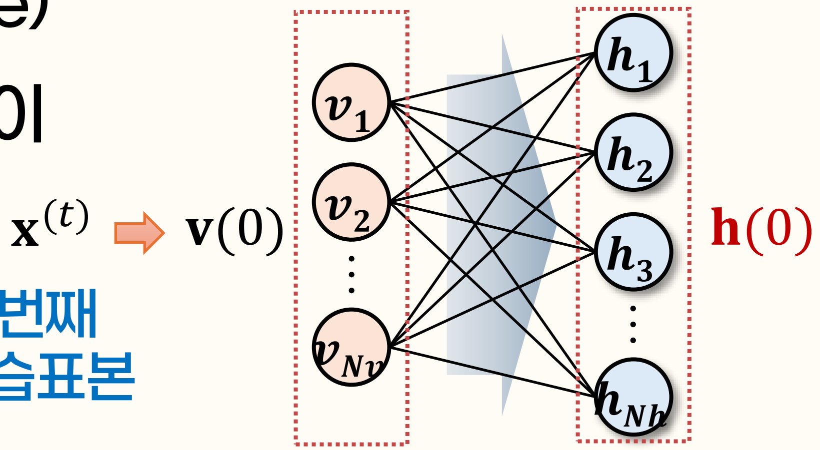
② 깁스 샘플링으로 $p(v_i = 1|\mathbf{h})$의 확률을 바탕으로 은닉 유닛의 값에 따른 가시 유닛의 2진 값을 결정하는 방법

$$v_j = \begin{cases} 1, & \text{if } \operatorname{random}(0,1) < p(v_j = 1|\mathbf{h}) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

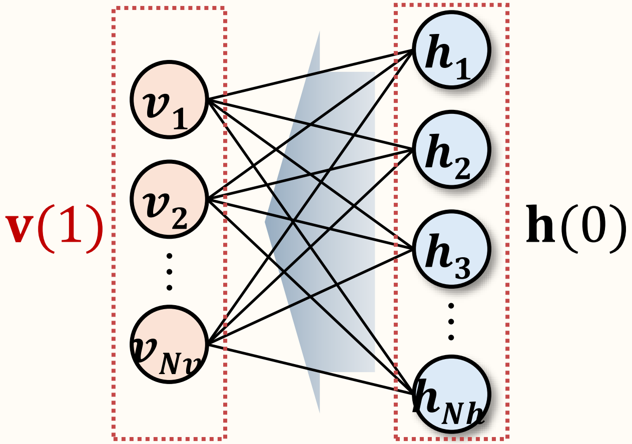
2. 제한 볼츠만 머신의 학습

- CD(contrastive divergence)
  - 제프리 힌턴(Geoffrey Hinton)이 제안한 RBM 학습 알고리즘
  - CD_n: 깁스 샘플링을 반복하여 $\mathbf{v}(n)$과 $\mathbf{h}(n)$을 계산함

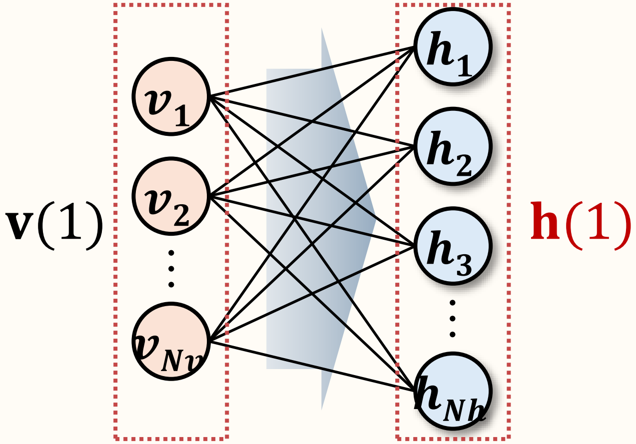
t번째 학습표본



Gibbs sampling



Gibbs sampling



Gibbs sampling

2. 제한 볼츠만 머신의 학습

- CD(contrastive divergence)
  - 학습표본 집합의 각 표본에 대해 $\mathbf{v}(n)$과 $\mathbf{h}(n)$을 계산한 후, 다음과 같이 구한 Δw_{ij}, Δa_i, Δb_j의 평균으로 연결 가중치 w_{ij}와 바이어스 a_i와 b_j를 갱신함

$$\Delta w_{ij} = \eta\{v_i(0)\, p\left(h_j = 1 \middle| \mathbf{v}(0)\right) - v_i(n)\, p\left(h_j = 1 \middle| \mathbf{v}(n)\right)\}$$

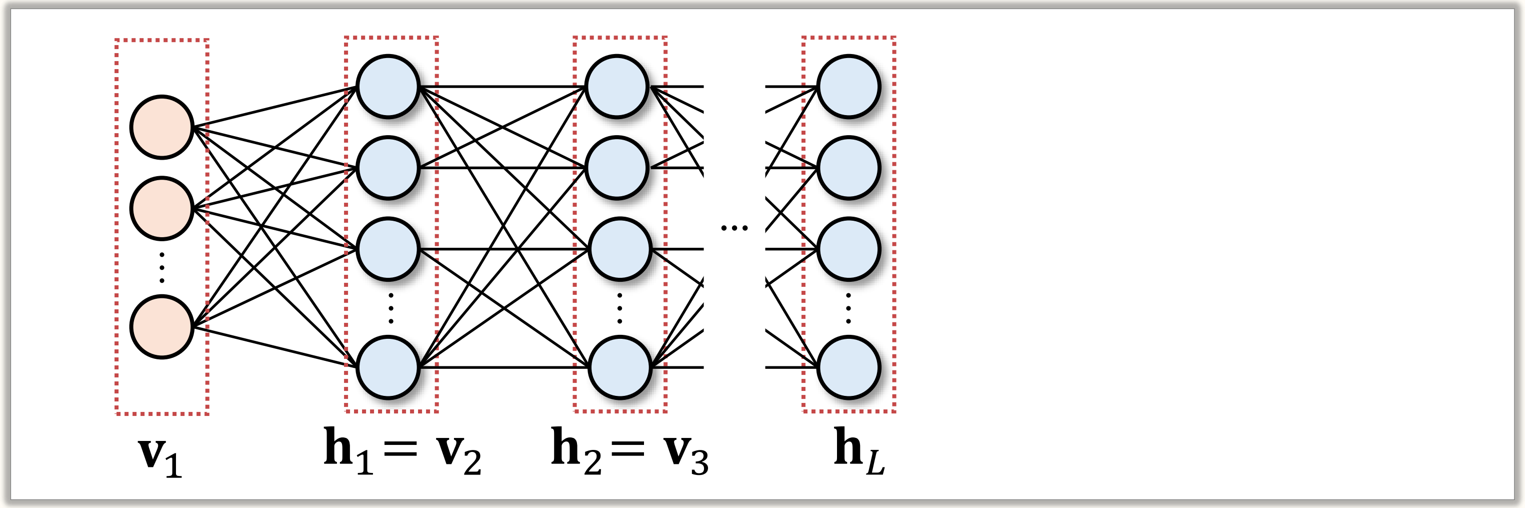
$$\Delta a_i = \eta\{v_i(0) - v_i(n)\}$$

$$\Delta b_j = \eta\{p\left(h_j = 1 \middle| \mathbf{v}(0)\right) - p\left(h_j = 1 \middle| \mathbf{v}(n)\right)\}$$

3. 심층 신뢰망

심층 신뢰망(deep belief net: DBN)의 개념

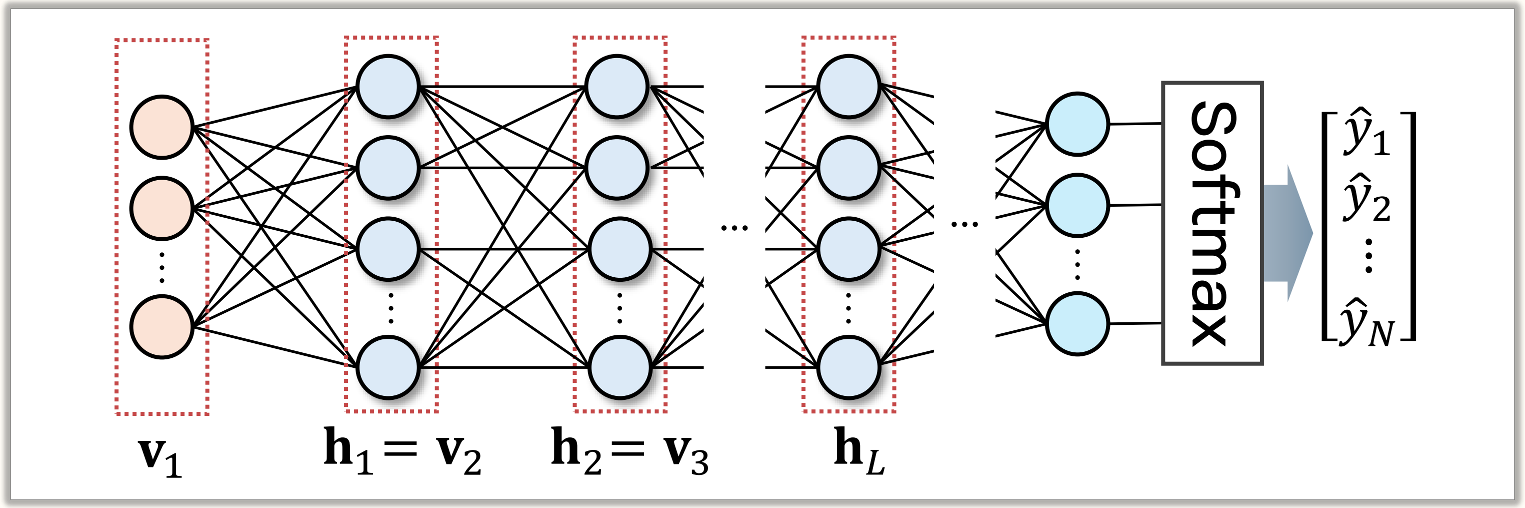
- 제한 볼츠만 머신(RBM)을 여러 층 쌓은 형태로 구성
- 한 층의 RBM의 학습을 마치면 은닉 유닛의 출력이 다음 RBM층 가시 유닛의 입력이 되어 학습
  - 적절한 종료 조건을 만족할 때까지 이 과정을 반복함



3. 심층 신뢰망

심층 신뢰망(deep belief net: DBN)의 개념

- 분류기를 구현하기 위한 신경망의 연결 가중치 초기화에 활용할 수 있음
  - DBN으로 사전학습을 한 다음, 그 결과에 한 층 이상을 추가하여 BP 학습으로 미세조정을 함

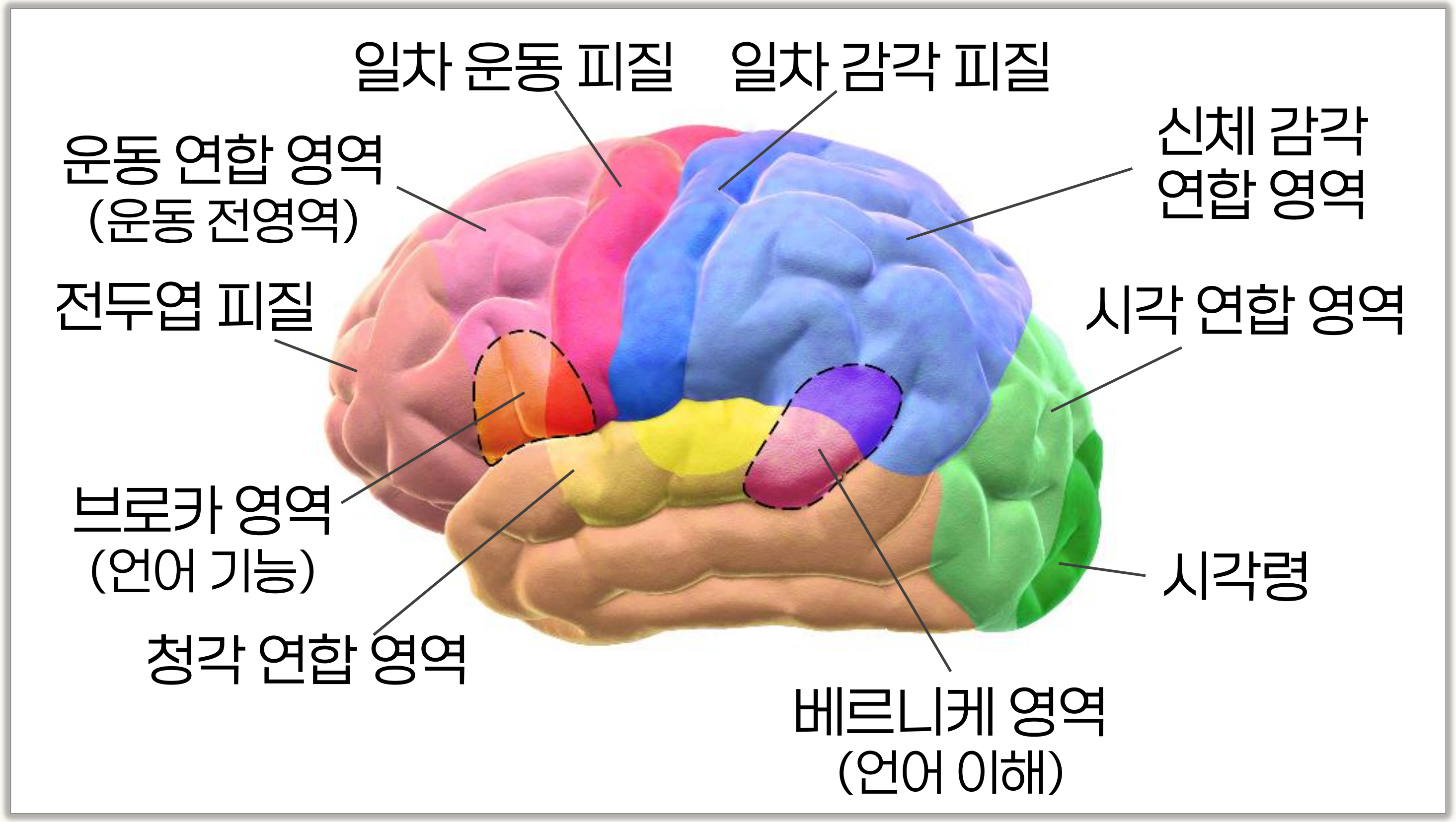


03

자기조직화 지도와 LVQ

1. 자기조직화 지도의 개요

대뇌피질의 운동 및 감각 영역 지도

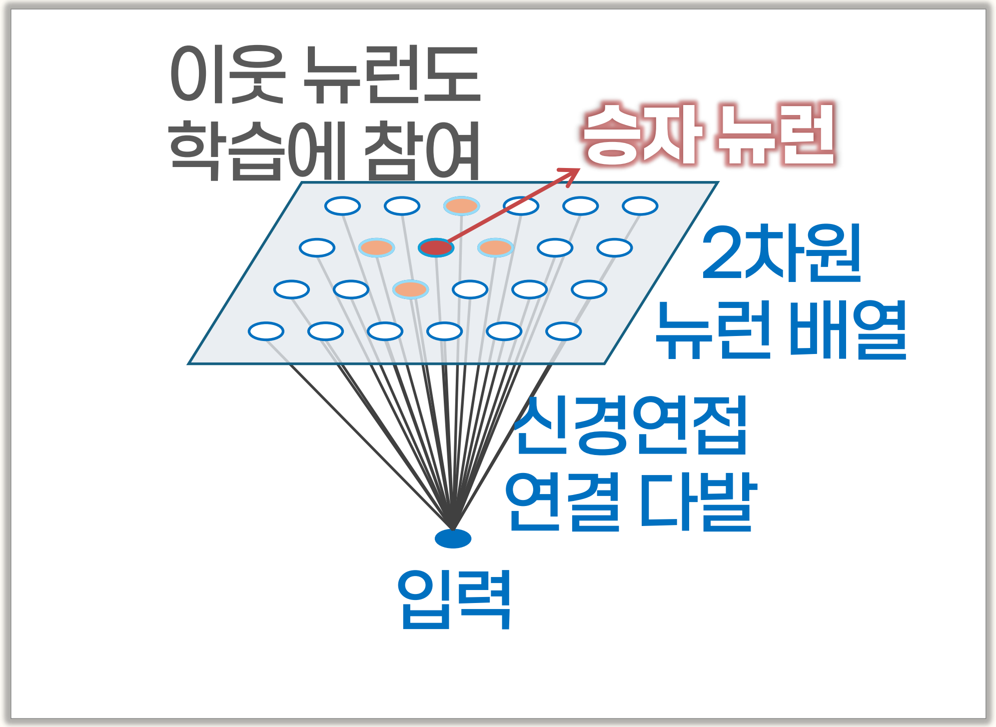


출처 : *Blausen.com staff. "Blausen gallery 2014". Wikiversity Journal of Medicine.*

밀접한 관계가 있는 정보를 다루는 뉴런은 가깝게 위치해서 짧은 연접 연결을 통해 상호작용할 수 있음

1. 자기조직화 지도의 개요

- 자기조직화 지도(self-organizing map: SOM) 모델
  - Kohonen이 제안한 신경회로망 모델



1. 자기조직화 지도의 개요

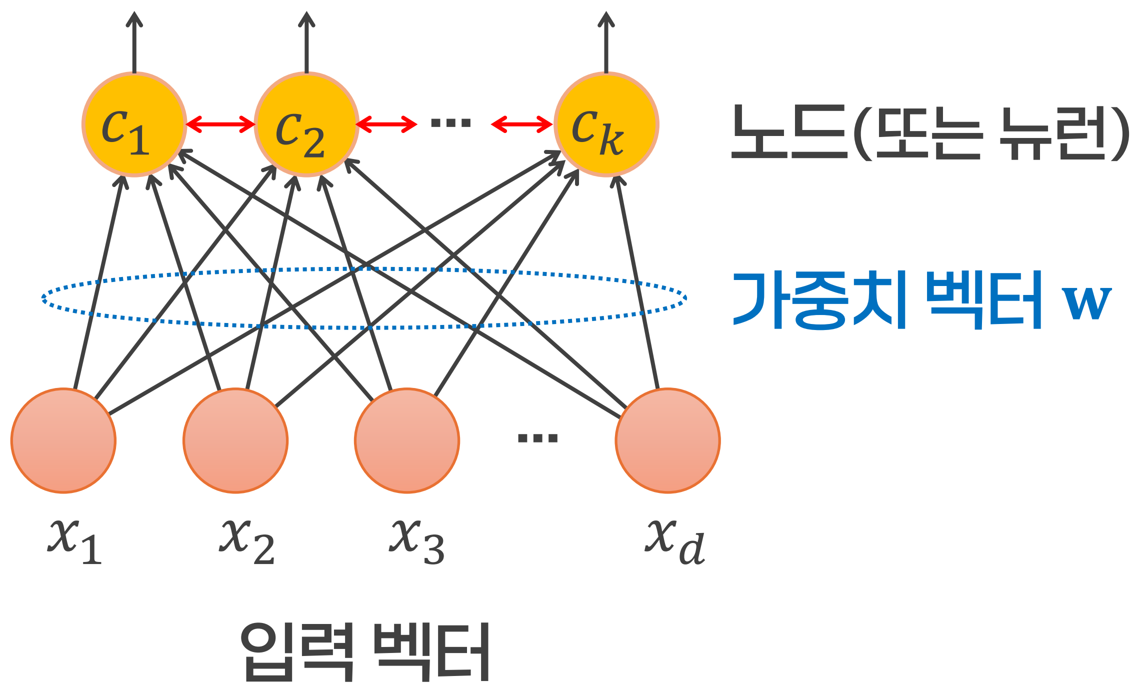
자기조직화 지도(self-organizing map: SOM) 모델

- 주요 목표

  - 임의 차수의 입력 패턴을 1차원 또는 2차원 지도(map)로 변환함
  - 위상적으로 순서화된 형태로 적응적 변환이 일어나도록 함

2. 자기조직화 지도의 구성

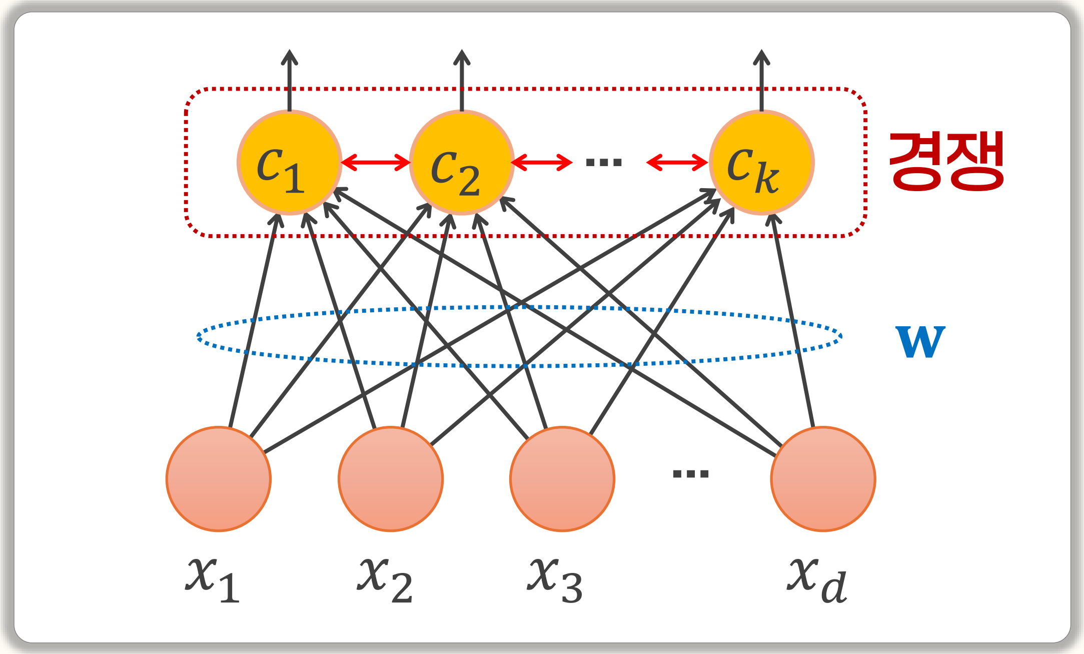
◪ 자기조직화 지도의 구성 요소



3. 자기조직화 지도의 학습

학습 모델

- **비지도학습**: 입력만 제공되고, 기대되는 출력은 제시하지 않음
- **경쟁학습**: 입력 데이터에 대해 반응을 하기 위한 권한을 다른 노드들과 경쟁을 통해 얻어내는 방식



3. 자기조직화 지도의 학습

학습 모델

- 자기조직화 지도 학습의 개념

① **경쟁**: 입력 패턴에 대해 각각의 노드는 판별식을 계산하여 가장 큰 값을 갖는 노드가 경쟁의 승자가 됨

② **협력**: 승자 노드를 중심으로 토폴로지 상의 이웃 노드들의 공간적 위치를 결정하여 활성화함

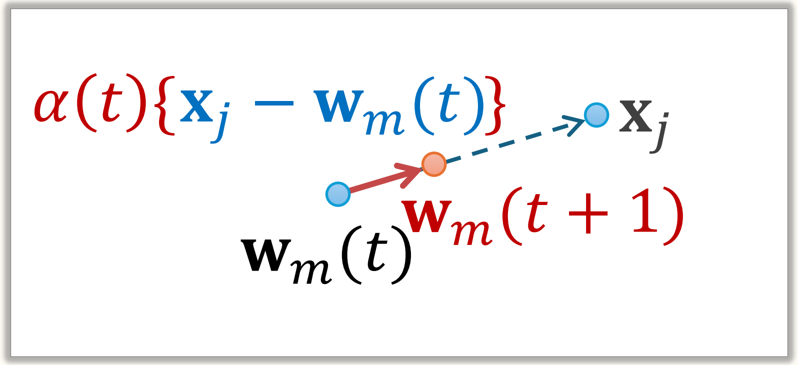
③ **적응**: 활성화된 노드들의 판별식이 주어진 입력에 대해 강화되도록 연접의 가중치를 조정함

3. 자기조직화 지도의 학습

노드의 학습

- 학습 벡터 $\mathbf{x}_j$에 의한 학습
  - 승자 노드 c_i와 c_i를 중심으로 정의된 이웃집합 N_{c_i}의 조정

$$\mathbf{w}_m(t+1) = \begin{cases} \mathbf{w}_m(t) + \alpha(t)\{\mathbf{x}_j - \mathbf{w}_m(t)\} & if\ m \in N_{c_i}(t) \\ \mathbf{w}_m(t) & otherwise \end{cases}$$



3. 자기조직화 지도의 학습

노드의 학습

- 학습 벡터 $\mathbf{x}_j$에 의한 학습
  - 승자 노드 c_i와 c_i를 중심으로 정의된 이웃집합 N_{c_i}의 조정

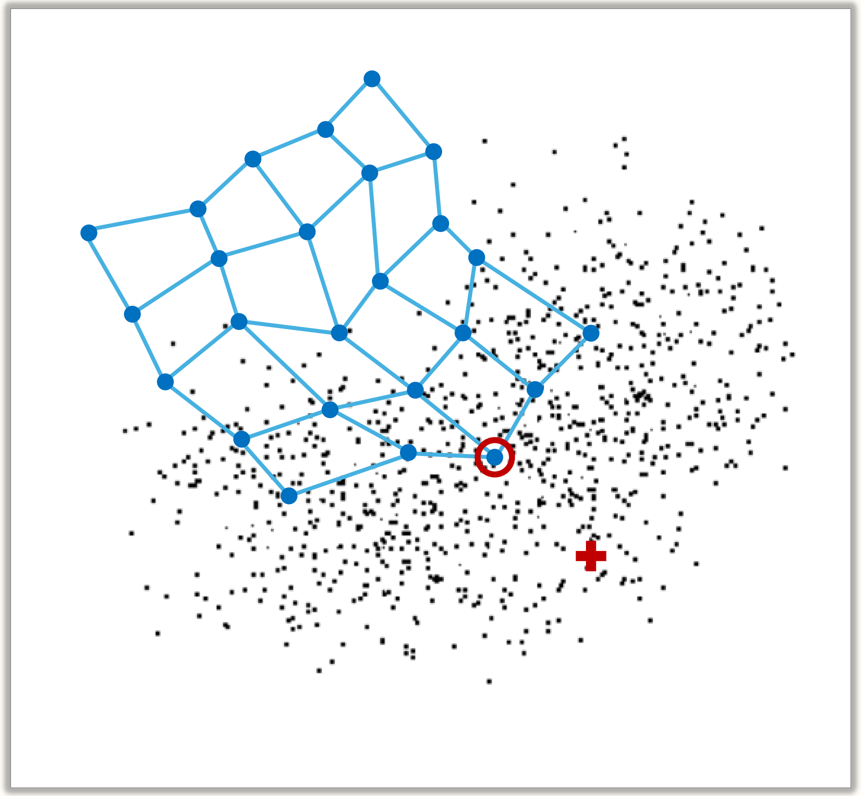
$$\mathbf{w}_m(t+1) = \begin{cases} \mathbf{w}_m(t) + \alpha(t)\{\mathbf{x}_j - \mathbf{w}_m(t)\} & if\ m \in N_{c_i}(t) \\ \mathbf{w}_m(t) & otherwise \end{cases}$$

    - $\alpha(t)$: 적응 이득, $0 < \alpha(t) < 1$, t에 따라 단조 감소
    - $N(t)$의 크기는 t에 따라 점점 작아짐
- 반복 학습을 통해 주어진 표본 집합을 k개의 군집으로 군집화
  - $\mathbf{w}_i, i = 1, 2, \cdots, k$는 군집을 대표하는 대표벡터

3. 자기조직화 지도의 학습

노드의 학습

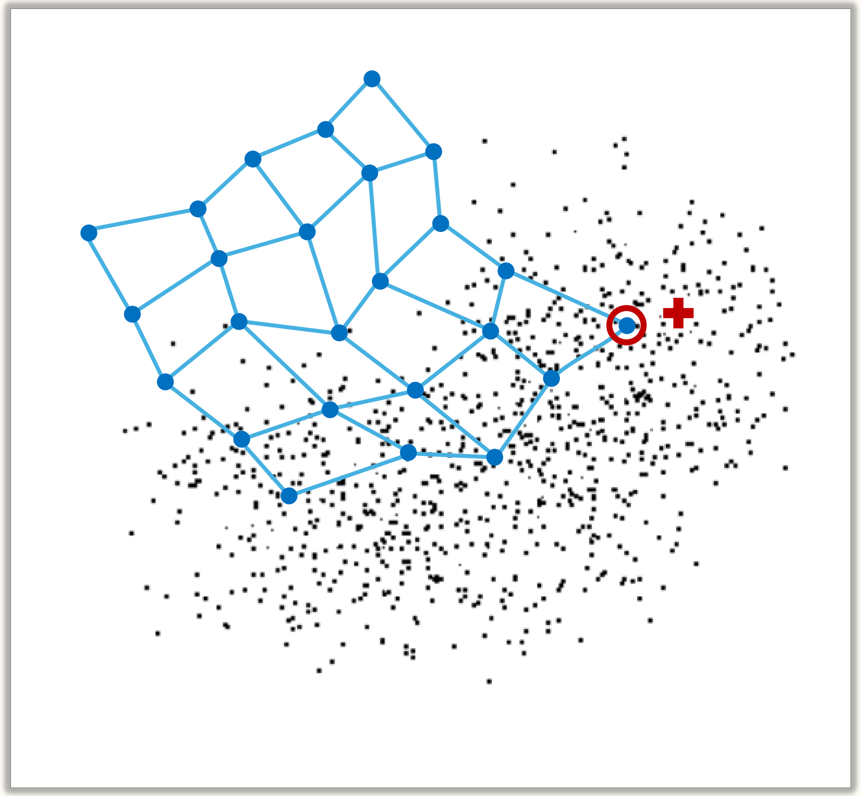
- 학습에 의한 맵 형성 과정의 예



3. 자기조직화 지도의 학습

노드의 학습

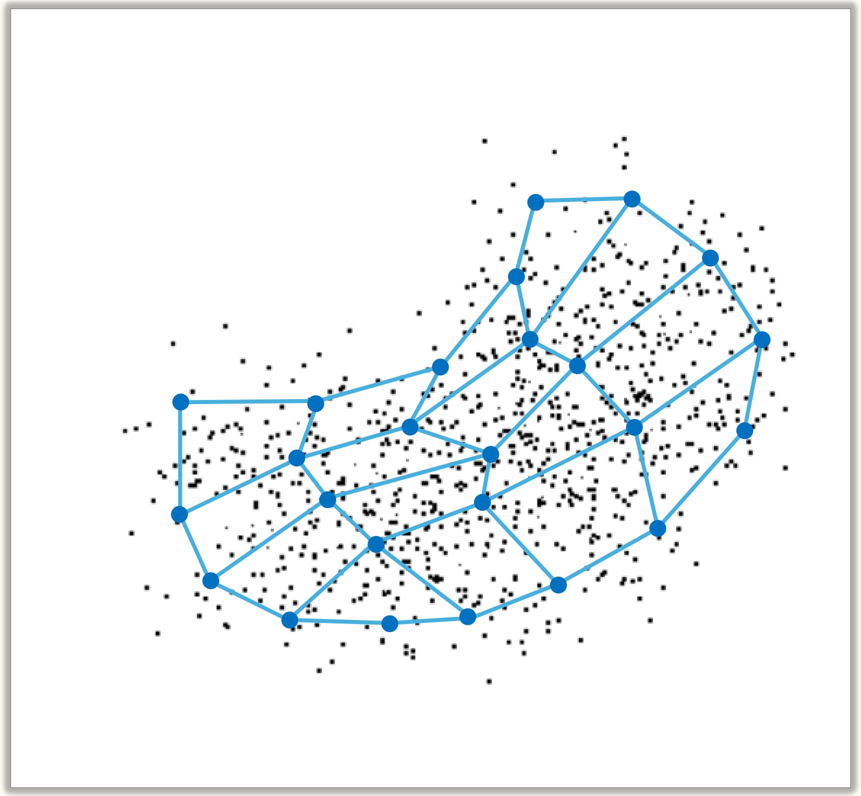
- 학습에 의한 맵 형성 과정의 예



3. 자기조직화 지도의 학습

노드의 학습

- 학습에 의한 맵 형성 과정의 예



4. LVQ

LVQ(learning vector quantization)란?

- 자기조직화 지도를 패턴 분류에 활용하기 위한 모델

벡터 양자화

- 입력 신호를 근사화하여 표현함
- 목표: 양자화 오차를 최소화하도록 대표벡터의 위치를 구하는 것

패턴 분류

- 입력 신호를 유한한 개수의 유형 중 하나로 분류함
- 목표: 최적의 결정경계를 형성할 수 있도록 대표벡터의 위치를 결정하는 것

4. LVQ

LVQ의 학습

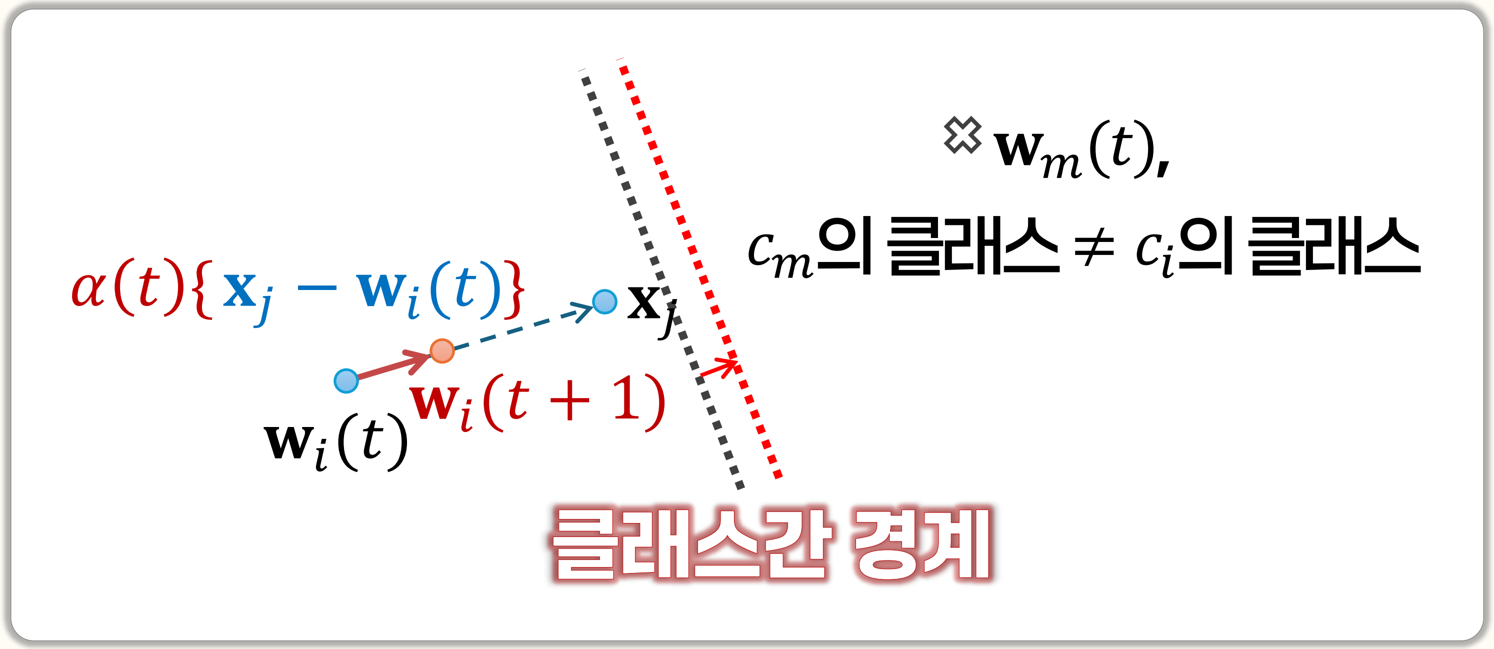
- 지도학습 방식에 따라 대표벡터를 학습
- 각각의 출력노드는 그 노드가 나타내는 클래스 정보를 가지고 있음
- 학습표본 $\mathbf{x}_j$가 입력되면 $\mathbf{x}_j$와 가장 유사한 연결 가중치 $\mathbf{w}_i$를 갖는 출력 노드 c_i가 승자 노드가 되며, $\mathbf{w}_i$를 갱신함

4. LVQ

LVQ의 학습

① $\mathbf{x}_j$의 클래스가 승자노드 c_i의 클래스와 **같은** 경우

$$\mathbf{w}_i(t+1) = \mathbf{w}_i(t) + \alpha(t)\{\mathbf{x}_j - \mathbf{w}_i(t)\}$$

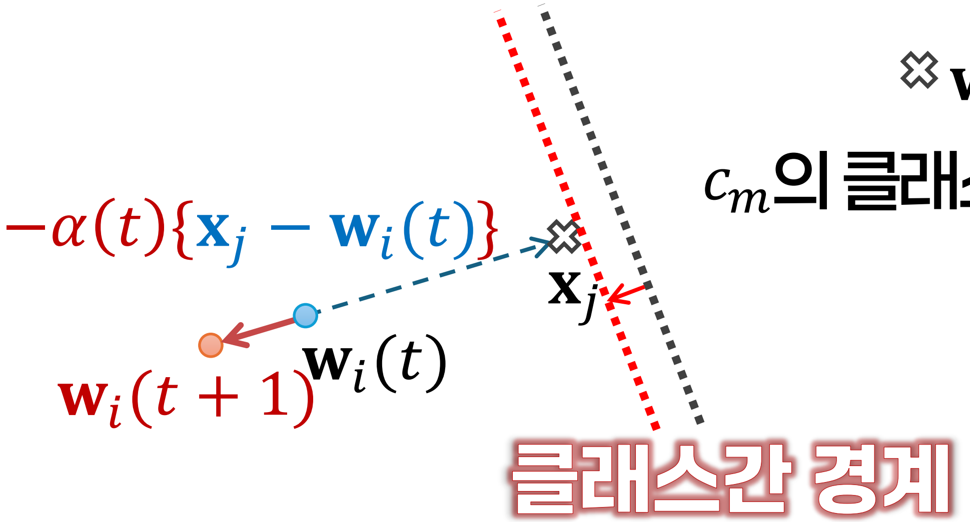


4. LVQ

LVQ의 학습

② $\mathbf{x}_j$의 클래스가 승자노드 c_i의 클래스와 **다른** 경우

$$\mathbf{w}_i(t+1) = \mathbf{w}_i(t) - \alpha(t)\{\mathbf{x}_j - \mathbf{w}_i(t)\}$$



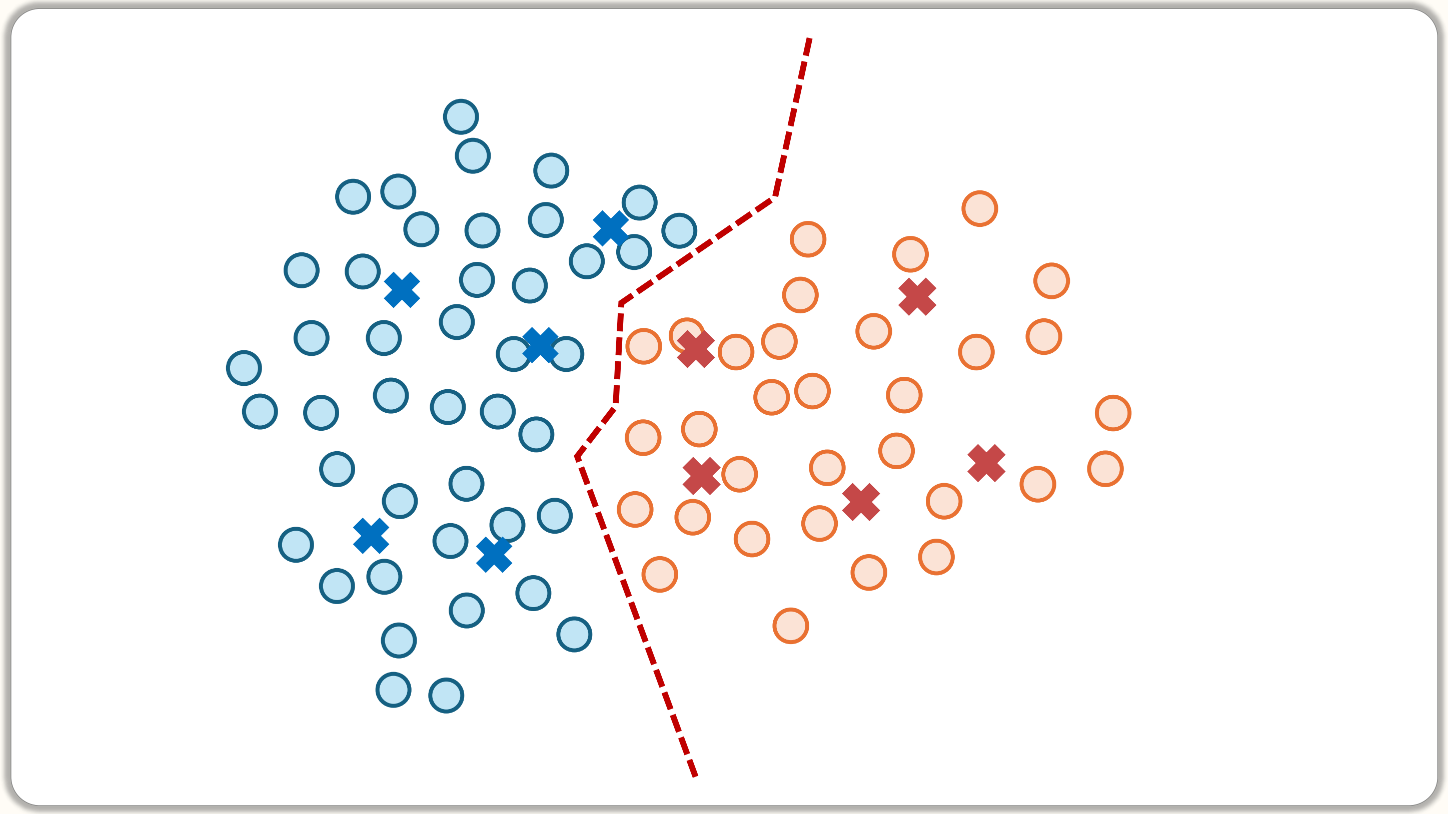
※ $\mathbf{w}_m(t)$,

c_m의 클래스 $\neq$ c_i의 클래스

4. LVQ

LVQ의 학습

- 학습 결과의 예



정리하기

- 다층 퍼셉트론 구조는 입력층과 출력층 사이에 1개 이상의 은닉층을 포함하는 구조로, 오차역전파(BP)를 이용하여 지도학습 방식으로 학습할 수 있다.
- BP 모델에서 뉴런의 활성함수는 시그모이드와 같이 미분 가능한 함수를 사용한다.
- 최종 출력층의 출력과 레이블의 차이를 최소화하기 위해 손실함수를 정의하고, 경사하강법을 이용하여 연결 가중치를 최적화한다.
- 모멘텀을 이용하면 훈련이 더 빠르게 진행될 수 있게 하며, 지역최소치나 고원문제를 개선하는 데 도움이 된다.

정리하기

- 3층 이상의 다층 퍼셉트론을 사용할 경우 복잡한 결정경계를 갖는 문제를 풀이할 수 있다.
- 제한 볼츠만 머신(RBM)은 입력된 데이터에 대한 새로운 표현을 학습함으로써 자동으로 특징 추출기를 구성할 수 있다.
- 자기조직화 지도 모델은 비지도학습 방식으로 경쟁학습을 함으로써 주어진 표본 집합을 정해진 개수의 군집으로 군집화한다. 연결 가중치는 군집을 대표하는 대표벡터가 된다.
- LVQ는 지도학습 방식에 따라 자기조직화 지도와 유사한 방식으로 학습을 함으로써 학습 대상 클래스들에 대한 대표벡터들을 구한다.

14강

다음시간안내 ▶▶▶

딥러닝(1)