07강

인공지능

퍼지이론

컴퓨터과학과 이병래 교수

학습목차

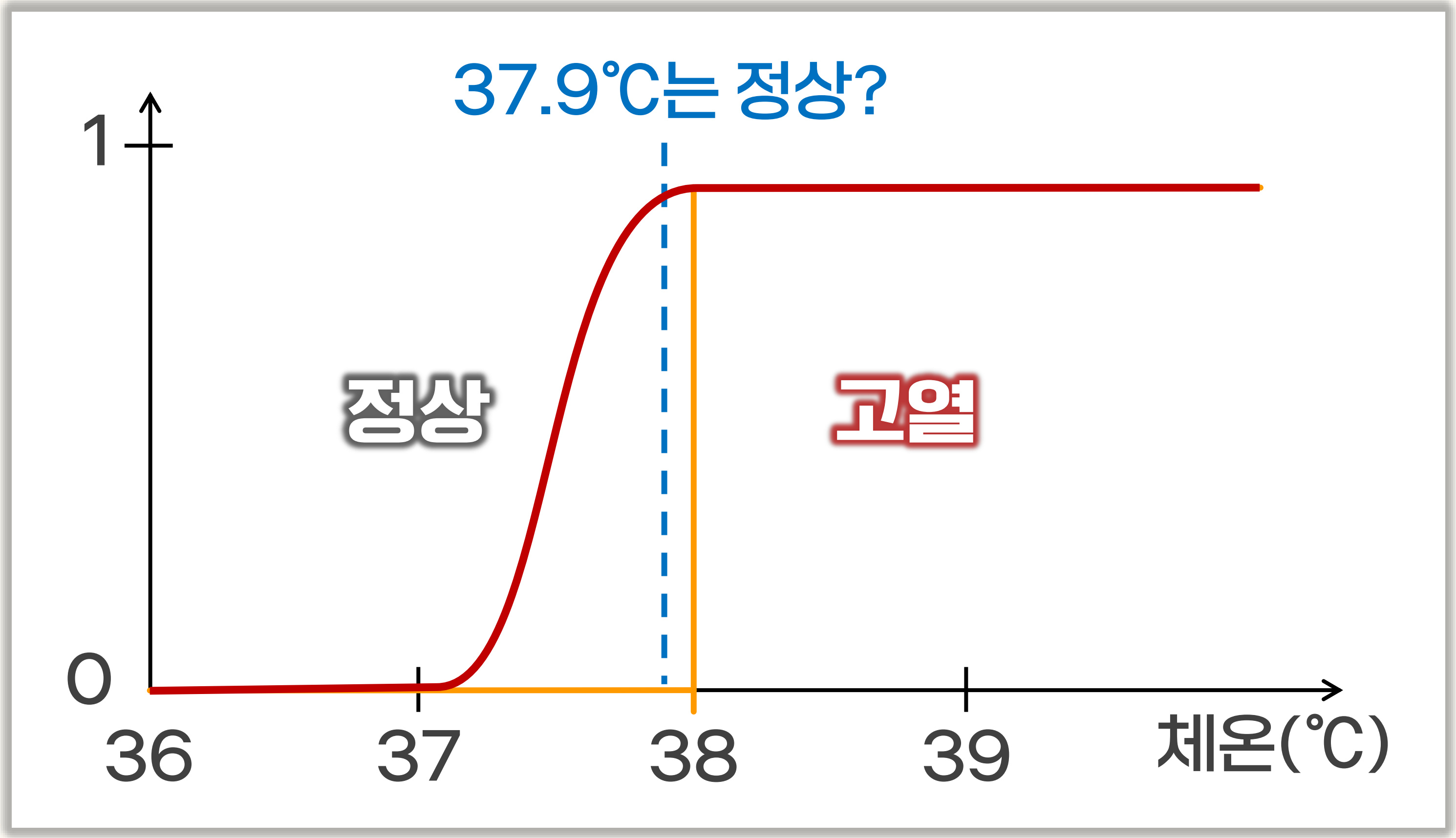
01

퍼지집합

1. 퍼지이론

퍼지(fuzzy)이론이란?

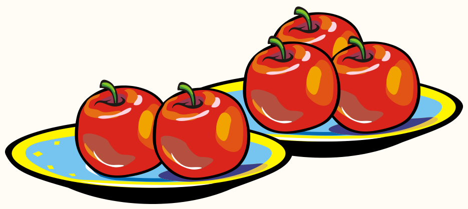
- 참·거짓의 구분이 모호한 문제의 해결을 위한 이론

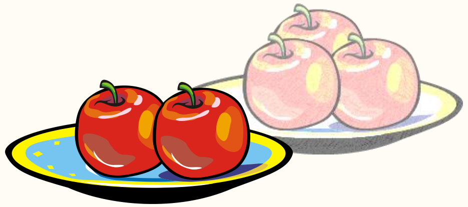


2. 퍼지집합의 정의

- 퍼지집합(fuzzy sets)이란?
  - 어떠한 대상이 집합에 포함될 가능성으로 표현되는 집합

'사과 두 개 또는 세 개' vs. '사과 두어 개'





= {2, 3}

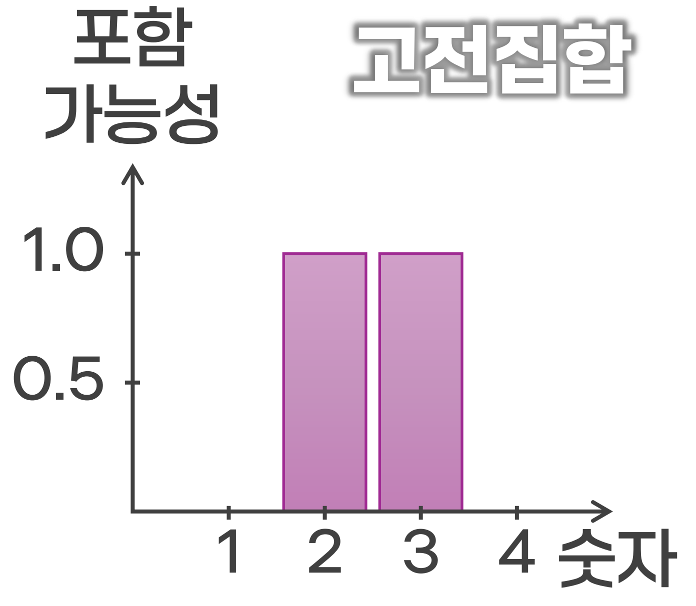
= {(2, 1.0), (3, 1.0)}

= {(2, 1.0), (3, 0.5)}

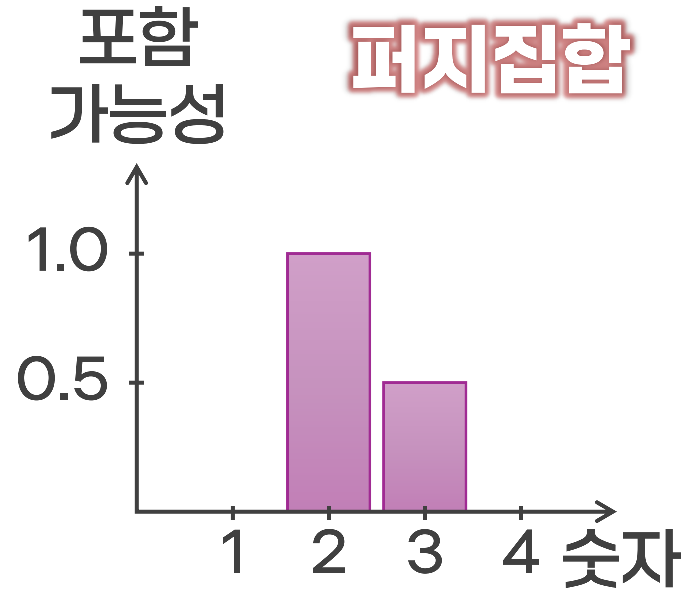
2. 퍼지집합의 정의

퍼지집합(fuzzy sets)이란?

- 어떠한 대상이 집합에 포함될 가능성으로 표현되는 집합



집합 {2, 3}



집합 {(2, 1.0), (3, 0.5)}

2. 퍼지집합의 정의

소속함수

- 집합의 원소일 가능성을 나타내는 값
- 퍼지집합 A의 소속함수 $\mu_A(x)$

  ⇨ $\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$, X : x의 정의역

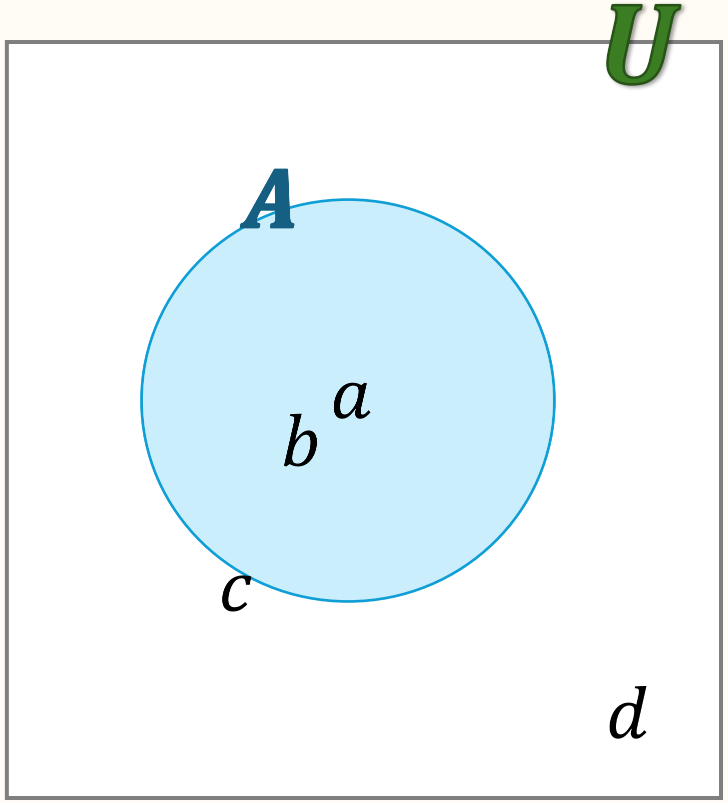
- 고전집합은 소속함수의 값이 0 또는 1인 특수한 경우로 볼 수 있음

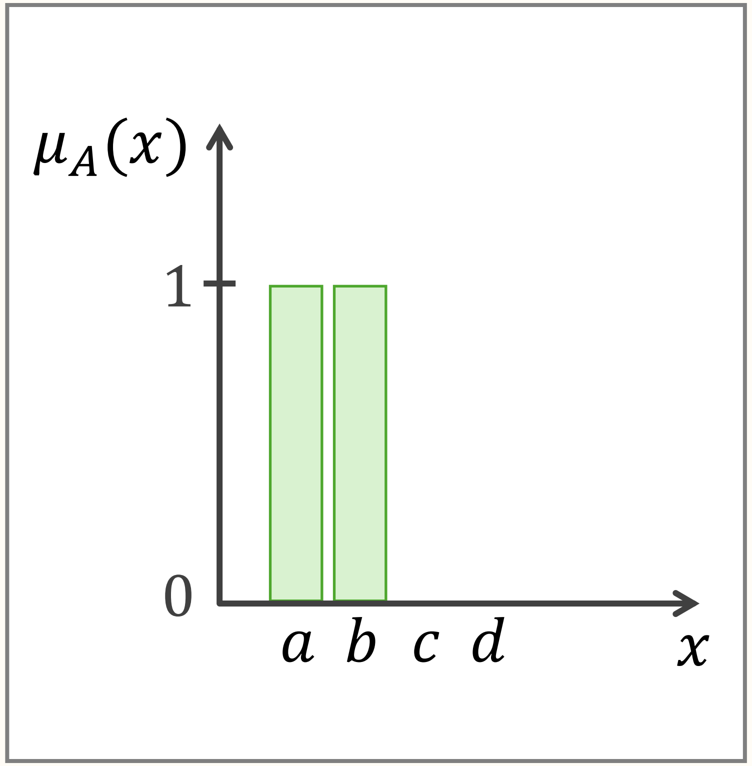
  ⇨ $\mu_A(x) : X \rightarrow \{0, 1\}$, X : x의 정의역

2. 퍼지집합의 정의

소속함수

- 고전집합의 소속함수



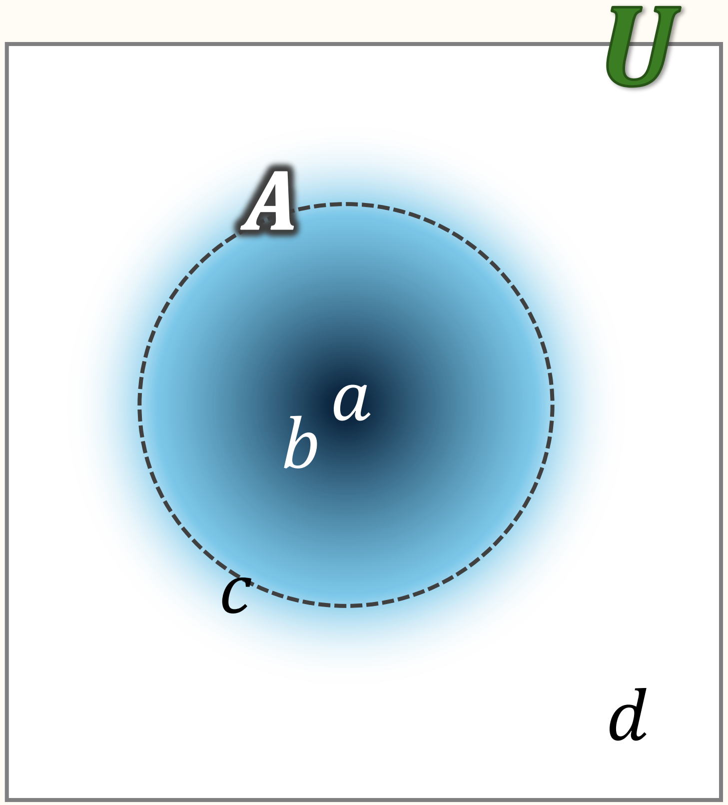


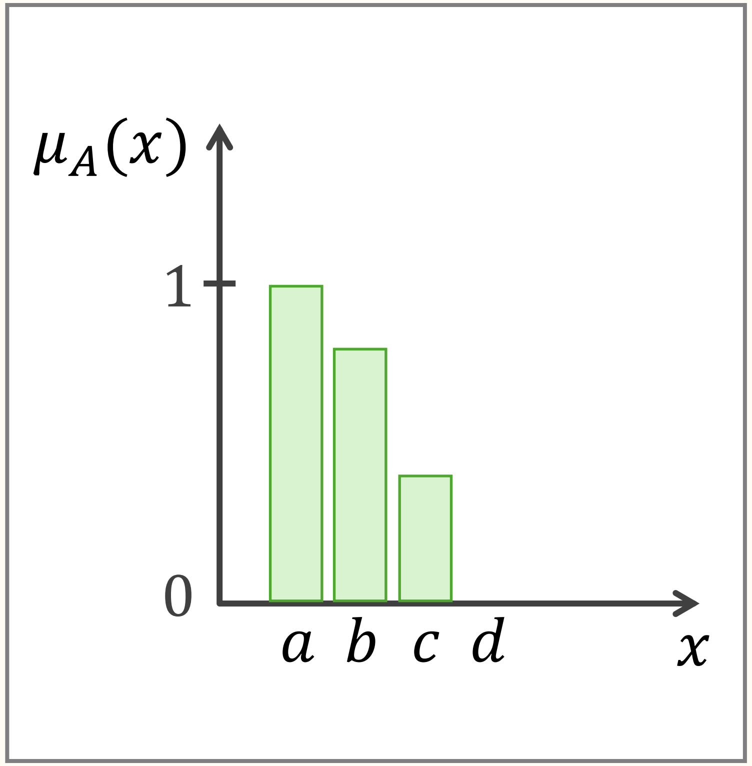
⇨ $A = \{a, b\}$

2. 퍼지집합의 정의

소속함수

- 퍼지집합의 소속함수



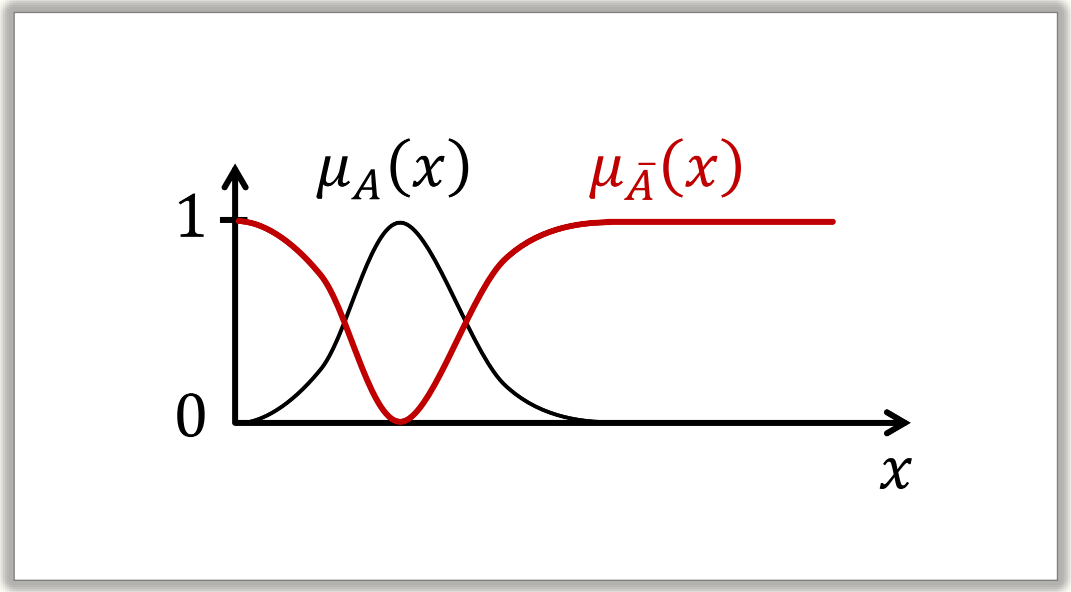


$A = \{(a, 1.0), (b, 0.8), (c, 0.4)\}$

3. 퍼지집합의 연산

여집합

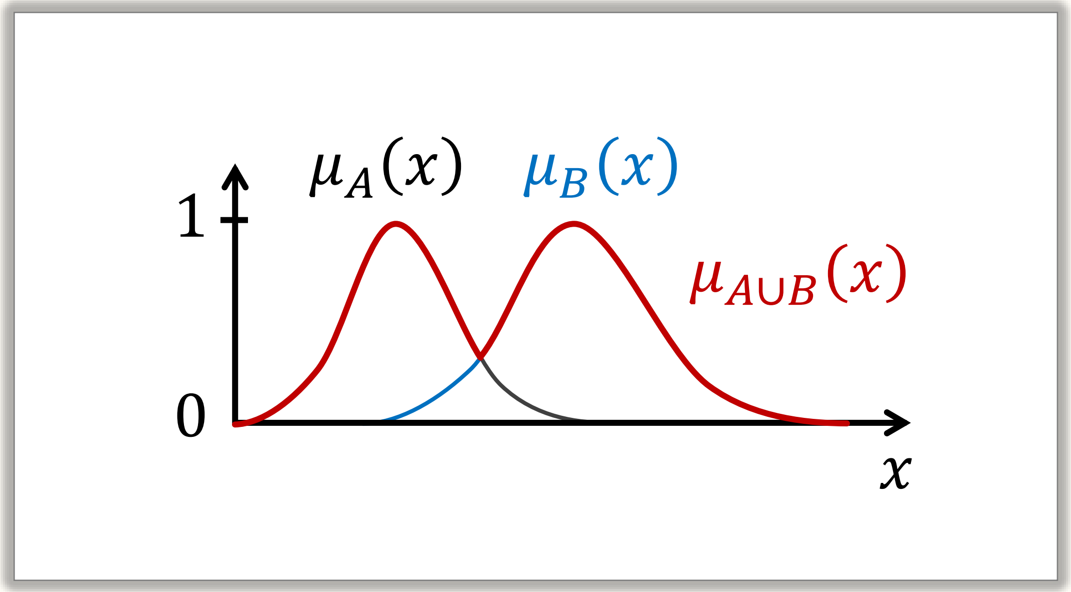
- $\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x),\ \forall x \in U$



3. 퍼지집합의 연산

합집합

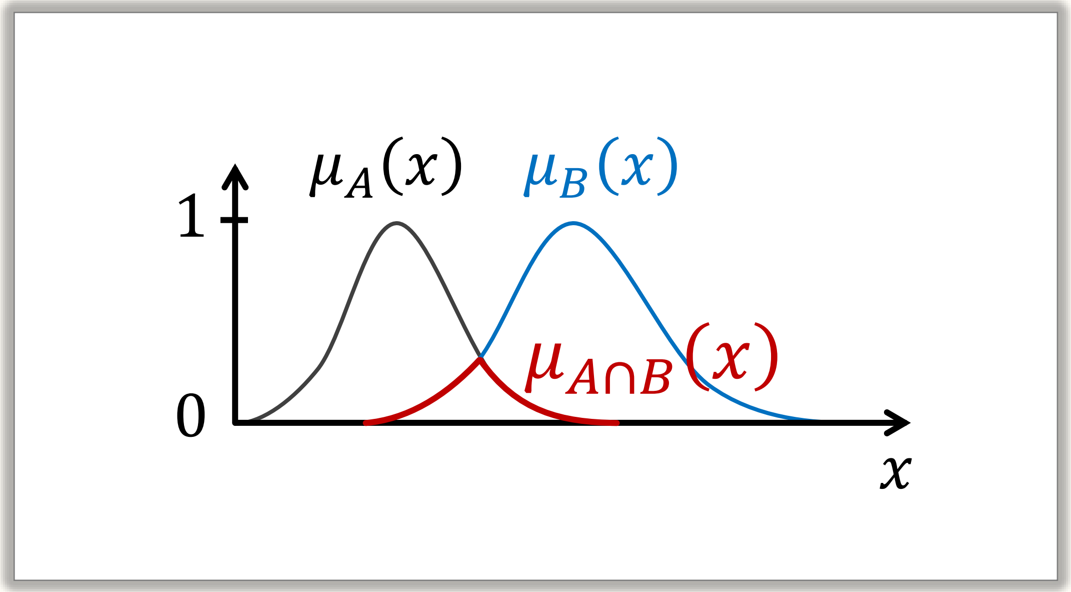
- $\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\},\ \forall x \in U$



3. 퍼지집합의 연산

교집합

- $\mu_{A\cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\},\ \forall x \in U$



3. 퍼지집합의 연산

퍼지집합 연산의 예

x	$\mu_A(x)$	$\mu_B(x)$	$\mu_{A\cup B}(x)$	$\mu_{A\cap B}(x)$	$\mu_{\bar{A}}(x)$
a	1	0	1	0	0
b	0.7	0.2	0.7	0.2	0.3
c	0.4	0.5	0.5	0.4	0.6
d	0	1	1	0	1

3. 퍼지집합의 연산

퍼지집합 연산자의 특성

- 일반적인 고전집합의 특성을 대부분 만족함
  - 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙, 드모르간 법칙 등

예 분배법칙: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

예 드모르간 법칙: $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$

예외

- $A \cup \bar{A} \neq U$
- $A \cap \bar{A} \neq \phi$

02

퍼지논리

1. 고전논리와 퍼지논리

고전논리

- 명제의 논리값이 참(1) 또는 거짓(0)으로 표현됨

a \ b	0	1
0	0	0
1	0	1

a AND *b*

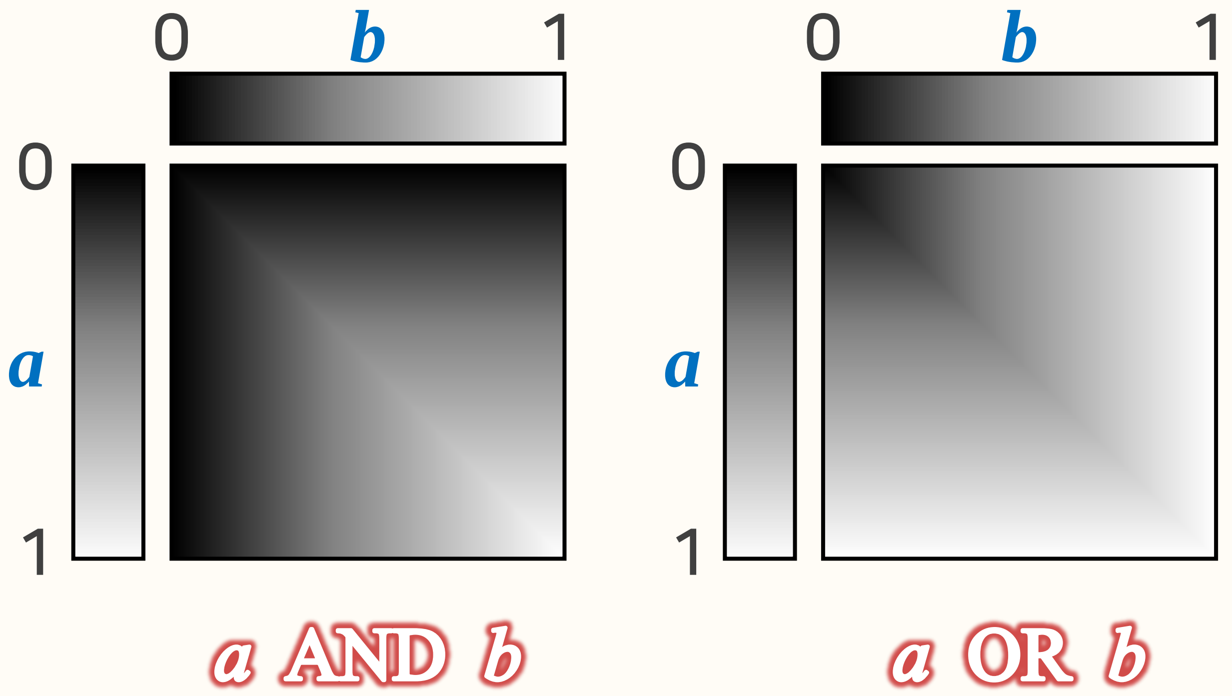
a \ b	0	1
0	0	1
1	1	1

a OR *b*

1. 고전논리와 퍼지논리

퍼지논리

- 명제의 논리값이 0부터 1의 범위에 속하는 값으로 표현됨



2. 퍼지논리의 연산자

연산자와 계산식

연산자	계산식
부정	$\sim a = 1 - a$
논리곱	$a \wedge b = \min(a, b)$
논리합	$a \vee b = \max(a, b)$
조건명제	$a \rightarrow b = \min(1, 1 - a + b)$

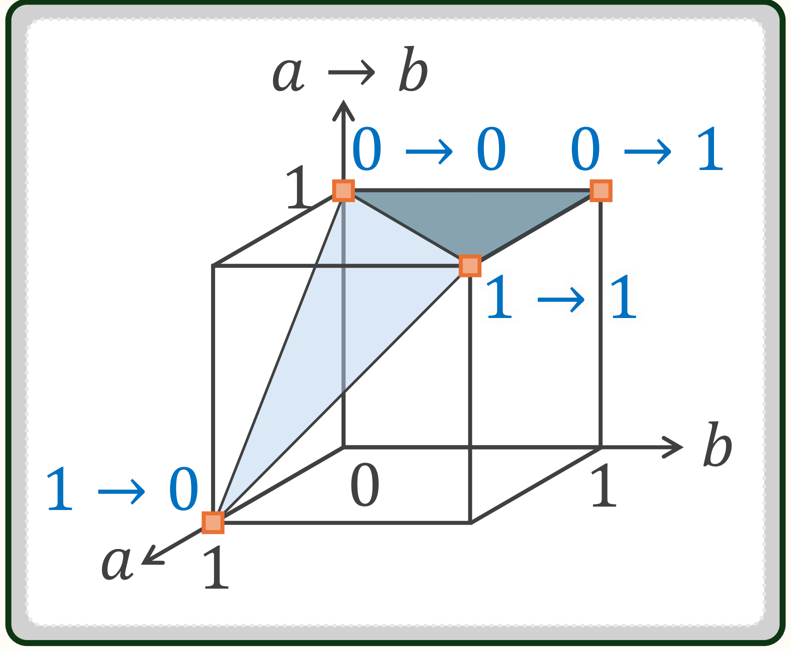
※ Łukasiewicz의 퍼지논리 연산자

2. 퍼지논리의 연산자

연산자와 계산식

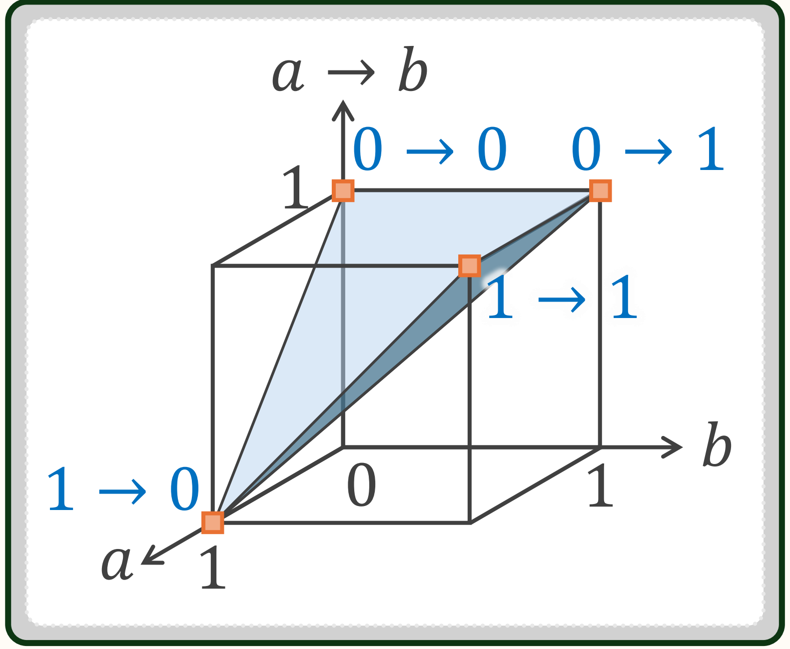
- 조건명제의 정의

$\min(1, 1-a+b)$



※ Łukasiewicz

$\max((1-a), b)$



※ Kleene

2. 퍼지논리의 연산자

퍼지논리의 연산자의 특성

- 일반적인 고전논리의 특성을 대부분 만족함
  - 교환법칙, 결합법칙, 분배법칙, 드모르간 법칙 등

예외

- $a \vee {\sim}a \neq 1$
- $a \wedge {\sim}a \neq 0$

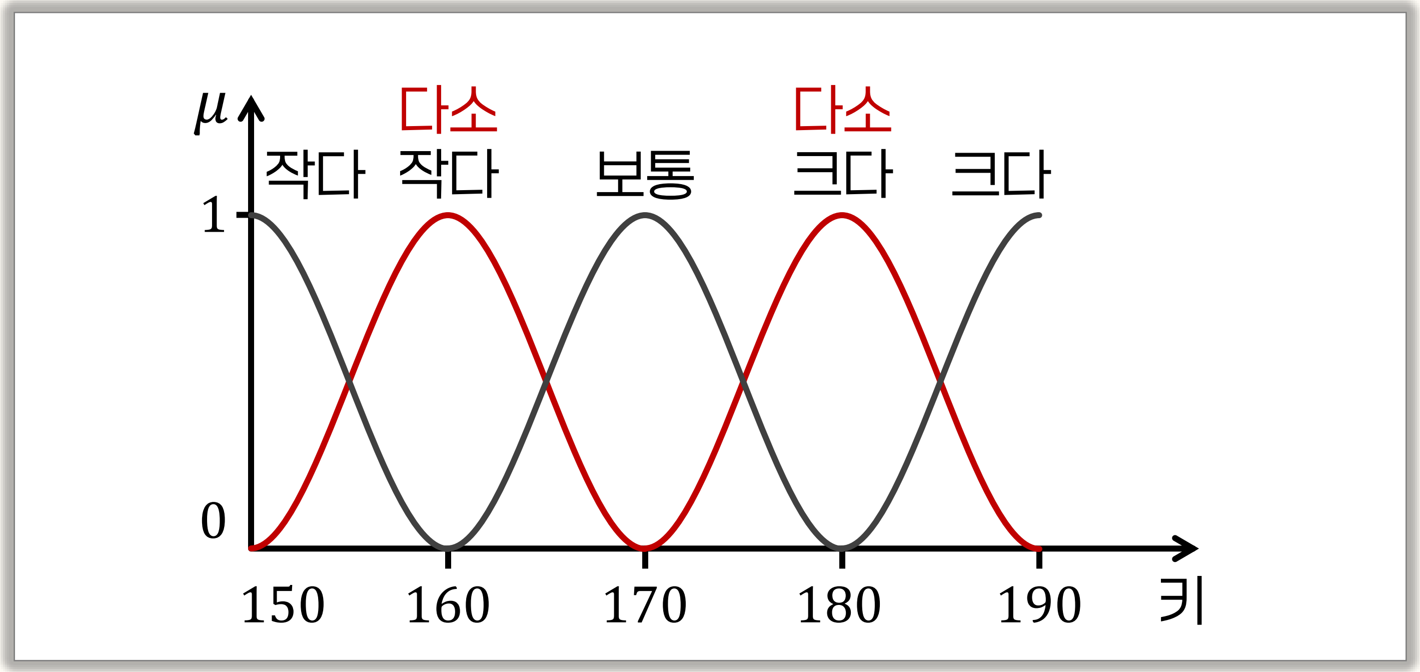
03

퍼지추론

1. 퍼지추론의 개념

퍼지규칙

- 'IF 조건부 THEN 결론부' 형태의 규칙 사용
  - 조건부 및 결론부에 언어적 변수를 포함
  - 변수의 값에 언어적 레이블을 할당할 수 있음



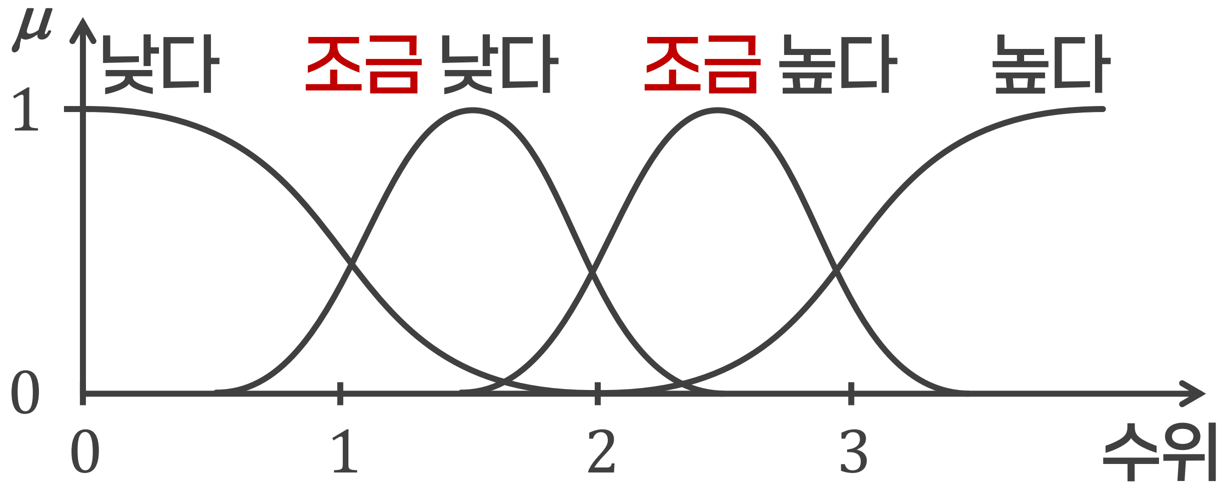
1. 퍼지추론의 개념

퍼지규칙을 이용한 추론

퍼지규칙

IF 수위가 높다.

THEN 밸브를 연다.



1. 퍼지추론의 개념

퍼지규칙을 이용한 추론

퍼지규칙

IF 수위가 높다.

THEN 밸브를 연다.

수위가 **조금** 높다.

밸브를 **조금** 연다.

1. 퍼지추론의 개념

퍼지추론의 적용

- 입력 사실 A와 퍼지관계 R의 합성 $A \circ R$로 구현함
  - 퍼지관계 R은 조건명제임
  - Mamdani는 $a \rightarrow b = \min(a, b)$ 로 구현하여 좋은 결과를 냄

$A \circ R$의 정의

$$\mu_{A \circ R}(y) = \bigvee_{x \in X} \mu_A(x) \wedge \mu_R(x, y)$$

1. 퍼지추론의 개념

퍼지추론의 적용

퍼지규칙 : IF A THEN B

사실 : A' 결론 : B'

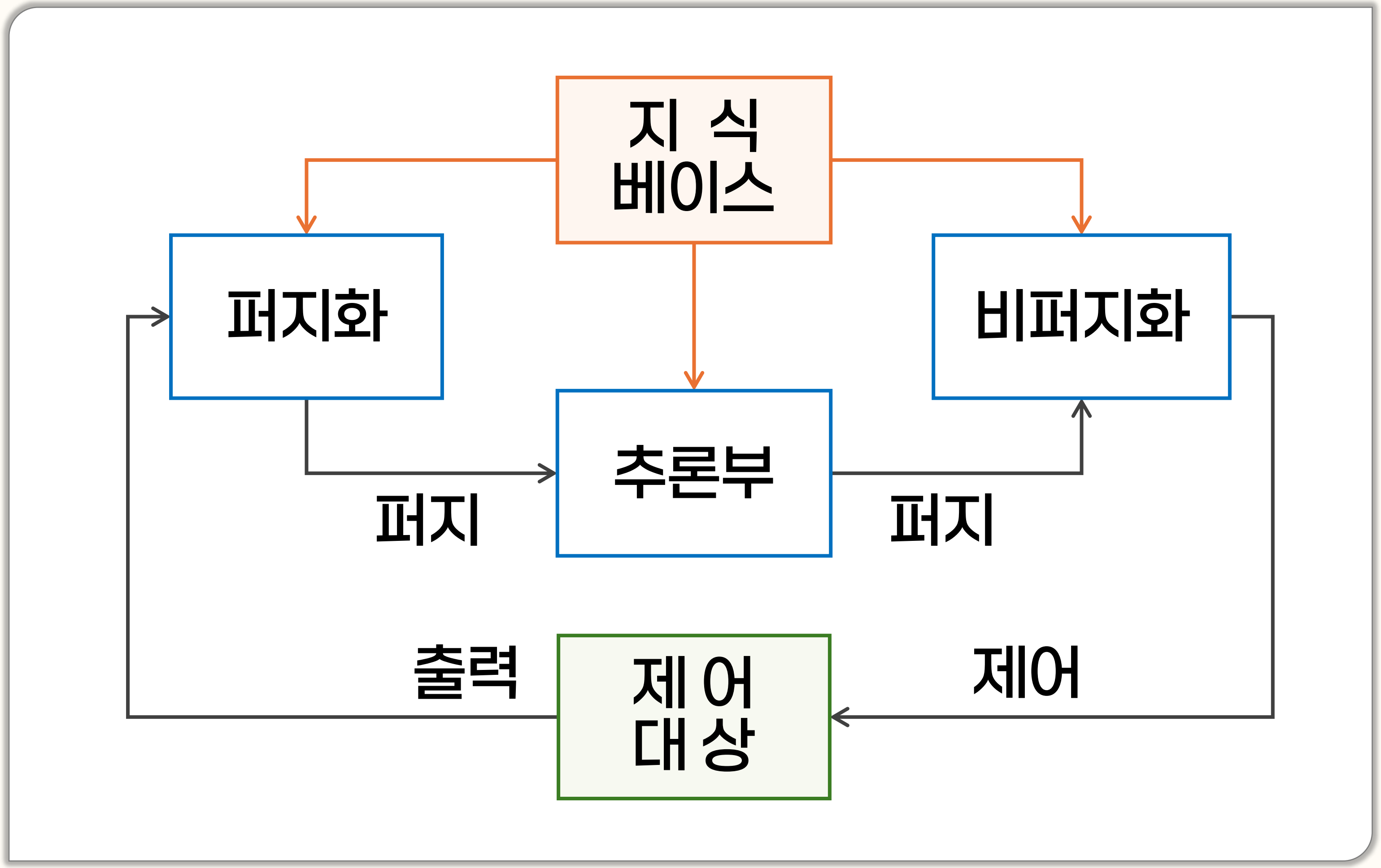
$$B' = A' \circ (A \to B)$$

$$\begin{aligned}\mu_{B'}(y) &= \bigvee_{x \in X} \mu_{A'}(x) \wedge \mu_{A \to B}(x, y) \\ &= \bigvee_{x \in X} \mu_{A'}(x) \wedge \{\mu_A(x) \wedge \mu_B(y)\} \\ &= \left\{\bigvee_{x \in X} \mu_{A'}(x) \wedge \mu_A(x)\right\} \wedge \mu_B(y) \\ &= \alpha \wedge \mu_B(y),\end{aligned}$$

α는 $A' \wedge A$ 소속함수의 최댓값

2. 퍼지제어

퍼지제어기의 구조



2. 퍼지제어

퍼지추론을 이용한 퍼지제어의 예

- 물탱크의 배수 밸브를 조정하여 수위를 적정 수준으로 제어하는 시스템

규칙 1

IF 수위가 높다.
THEN 밸브를 연다.

규칙 2

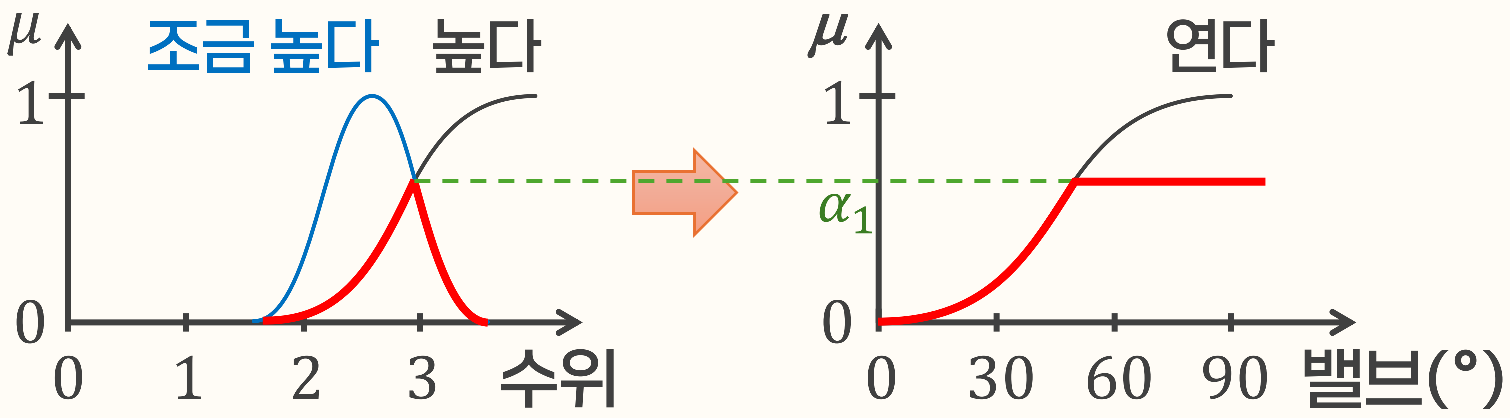
IF 수위가 낮다.
THEN 밸브를 닫는다.

2. 퍼지제어

퍼지추론을 이용한 퍼지제어의 예

규칙 1

IF	수위가 높다.
THEN	밸브를 연다.



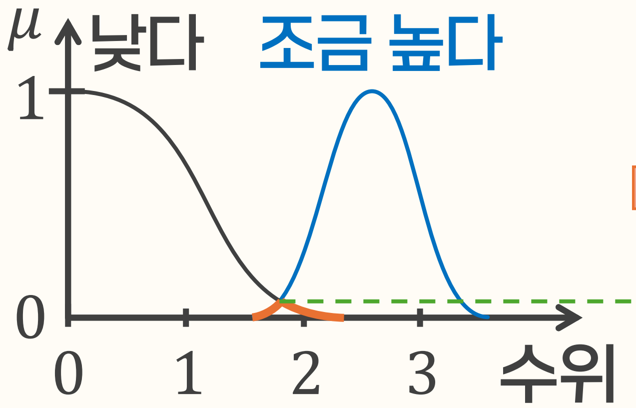
2. 퍼지제어

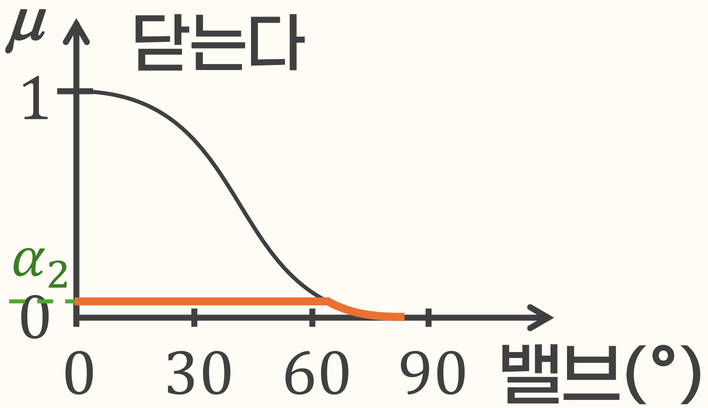
퍼지추론을 이용한 퍼지제어의 예

규칙 2

IF 수위가 낮다.

THEN 밸브를 닫는다.

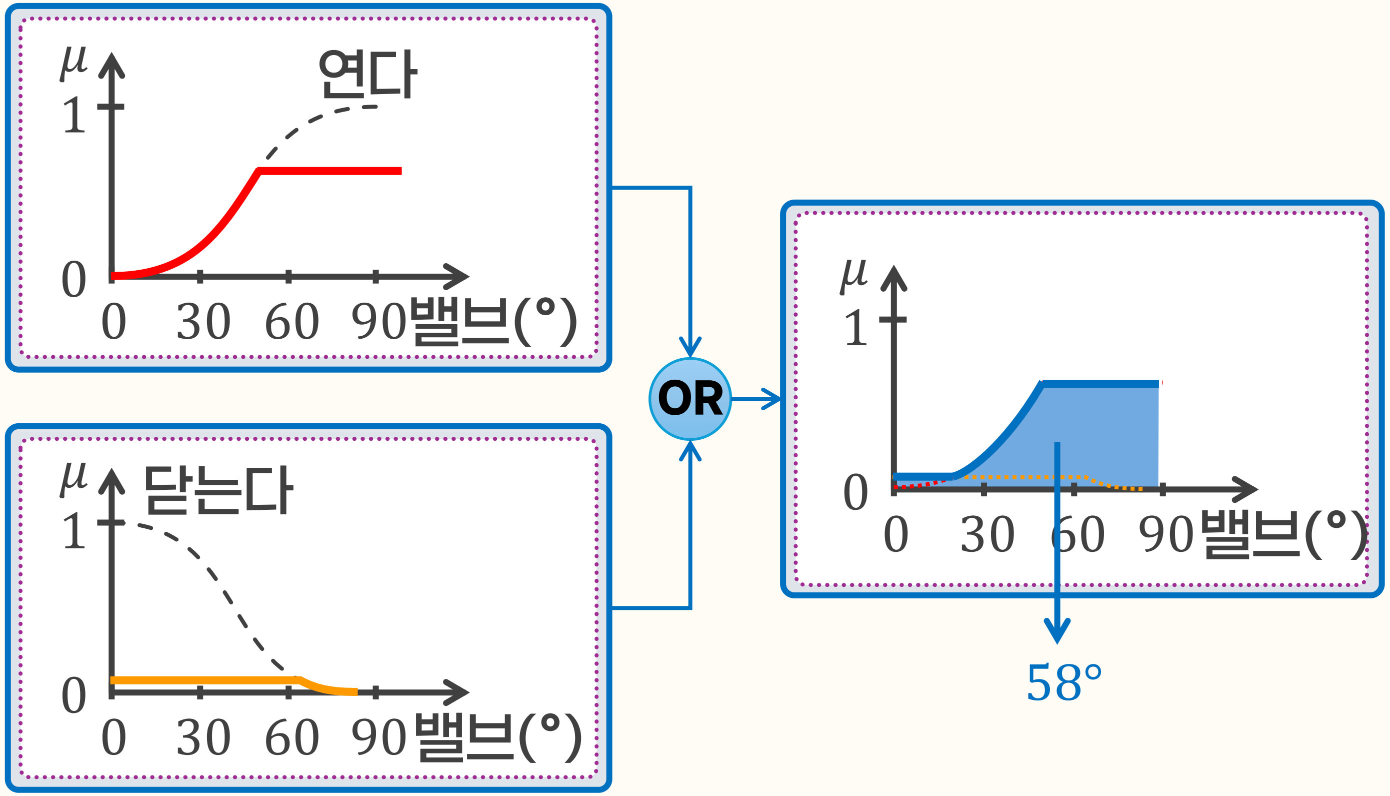




2. 퍼지제어

퍼지추론을 이용한 퍼지제어의 예

- 결론의 종합 및 비퍼지화



정리하기

- 퍼지이론은 참과 거짓으로 명확하게 구분할 수 없는 모호한 지식을 표현하고 처리하기 위한 이론이다.
- 퍼지집합은 원소의 포함 여부가 명확히 구분되지 않는 집합이다.
- 퍼지집합의 원소는 0부터 1 사이의 범위에 속하는 값을 갖는 소속함수를 이용하여 표현한다.
- 퍼지집합의 여집합은 소속함수 값을 1에서 뺀 값으로, 합집합과 교집합은 각각 소속함숫값의 최댓값과 최솟값으로 정의된다.

정리하기

- 퍼지논리는 0부터 1의 범위에 속하는 논리값으로 명제의 진리값을 표현한다.
- 퍼지규칙은 "IF 조건부 THEN 결론부"의 형태로 표현되며, 조건부 및 결론부에 언어적 변수를 포함한다. 변수의 값에 언어적 레이블을 사용함으로써, 조건부와 정확하게 일치하지 않는 사실에 대한 추론을 할 수 있다.

08강

다음시간안내 ▶▶▶

컴퓨터 시각과 패턴인식(1)