

09

강

인공지능

# 컴퓨터 시각과 패턴인식(2)

컴퓨터과학과 이병래교수

# 학습목차

1 정규화

2 영상의 표현

3 거리측정자

4 패턴인식





정규화

# 1. 영상의 정규화

## ▣ 정규화(normalization)란?

- 패턴의 변형을 회복하여 기준이 되는 패턴으로 변환하는 것



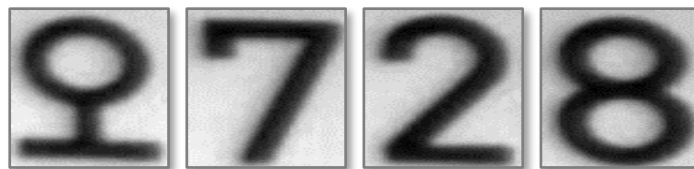
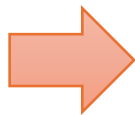
## 2. 정규화의 유형

■ 위치, 크기, 진폭 등

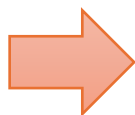
예



분할



크기 정규화



진폭 정규화



## 영상의 표현

# 1. 영상표현과 패턴인식

## ❑ 패턴인식(pattern recognition)이란?

- 다양한 형태의 패턴을 식별하고 해석하기 위한 이론 및 알고리즘을 탐구하는 분야
- 대상 패턴을 처리하기 좋은 형태로 표현할 필요가 있음

➡ **특징(feature)**: 식별하려는 대상 패턴의 고유한 특성을 나타내는 정보



**시각 패턴 인식**: 선, 에지(edge), 모퉁이(corner), 덩어리(blob) 등

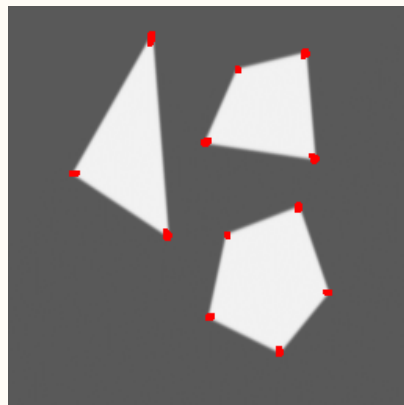
# 1. 영상표현과 패턴인식

## ■ 특징 추출

- 영상으로부터 특징을 검출하는 과정

**예** 삼각형, 사각형 등의 다각형 패턴을 구분하는 시스템

- ➔ 입력 대상이 다각형으로 한정된다면 꼭짓점의 개수만으로 식별할 수 있음
- ➔ 해리스(Harris)의 모퉁이 검출기(corner detector)





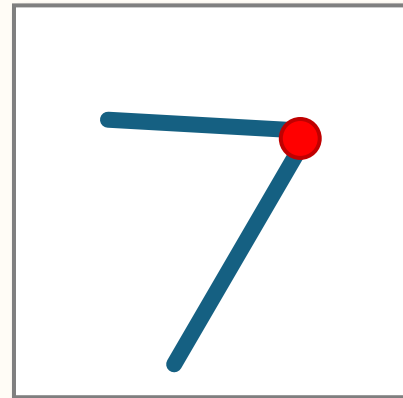
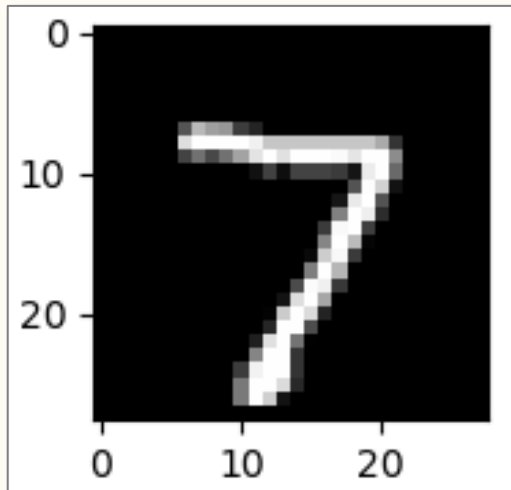
# 1. 영상표현과 패턴인식

## 특징 추출

- 영상으로부터 특징을 검출하는 과정

**예** 숫자 패턴의 인식

➡ 숫자의 획 정보를 표현하는 특징



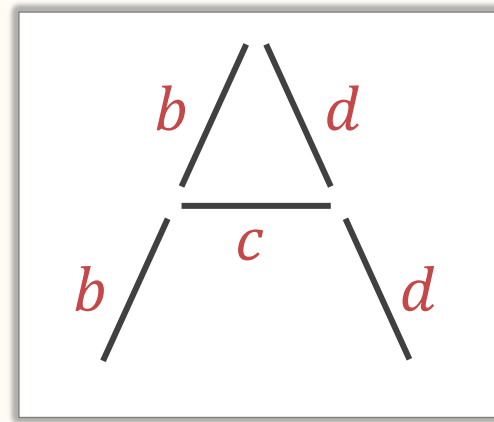
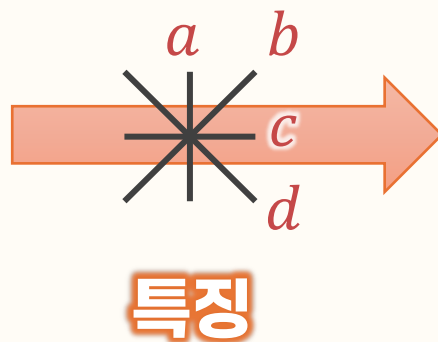
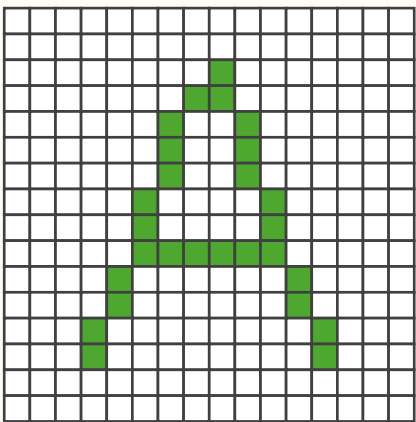
$28 \times 28 \times 1\text{byte}$

## 2. 특징의 형태

### 기호 형태의 특징

- 패턴의 기본 요소들을 기호로 표현

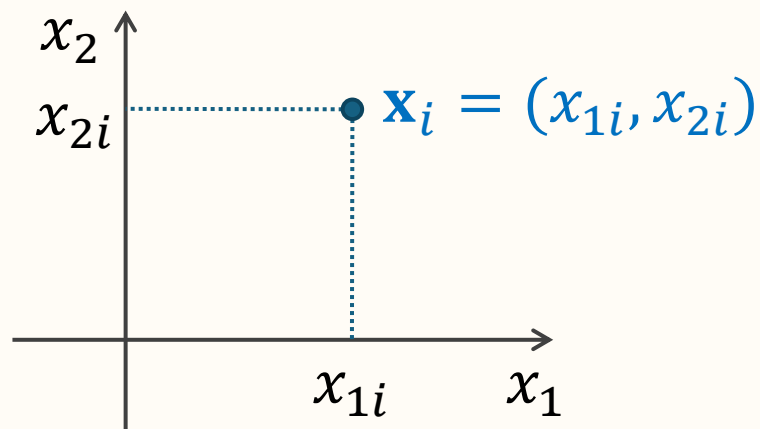
**예** 문자의 골격 구조



## 2. 특징의 형태

### ■ 벡터 형태의 특징

- 수치 형태의 값들이 나열된 형태



특징공간  
(feature space)

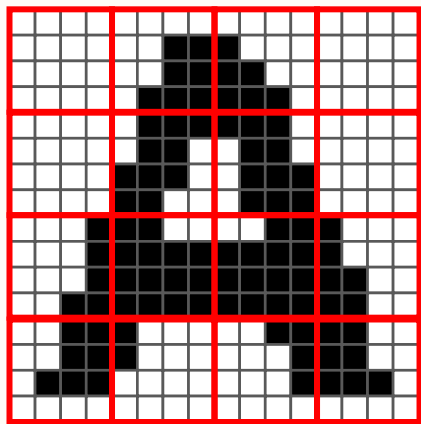
→ 특징벡터를 구성하는 각각의 요소를 하나의 축으로 하는 공간

❖  $d$ 개의 특징 요소 →  $d$ 차원 특징공간

## 2. 특징의 형태

### ▣ 벡터 형태의 특징

#### 예 그물망(mesh) 특징



원 영상

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
$x_9$	$x_{10}$	$x_{11}$	$x_{12}$
$x_{13}$	$x_{14}$	$x_{15}$	$x_{16}$

그물망

0	7	6	0
0	10	11	0
5	14	14	6
7	2	4	7

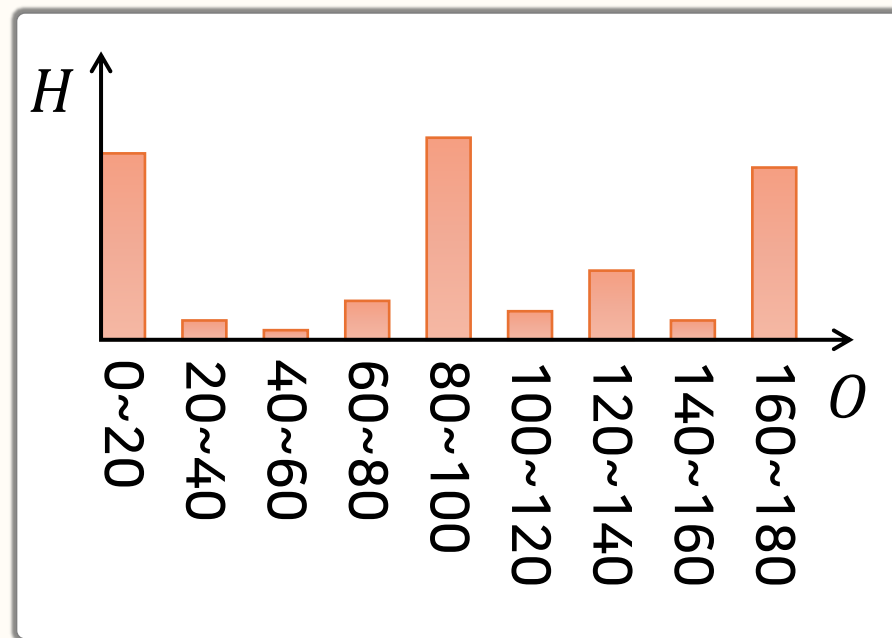
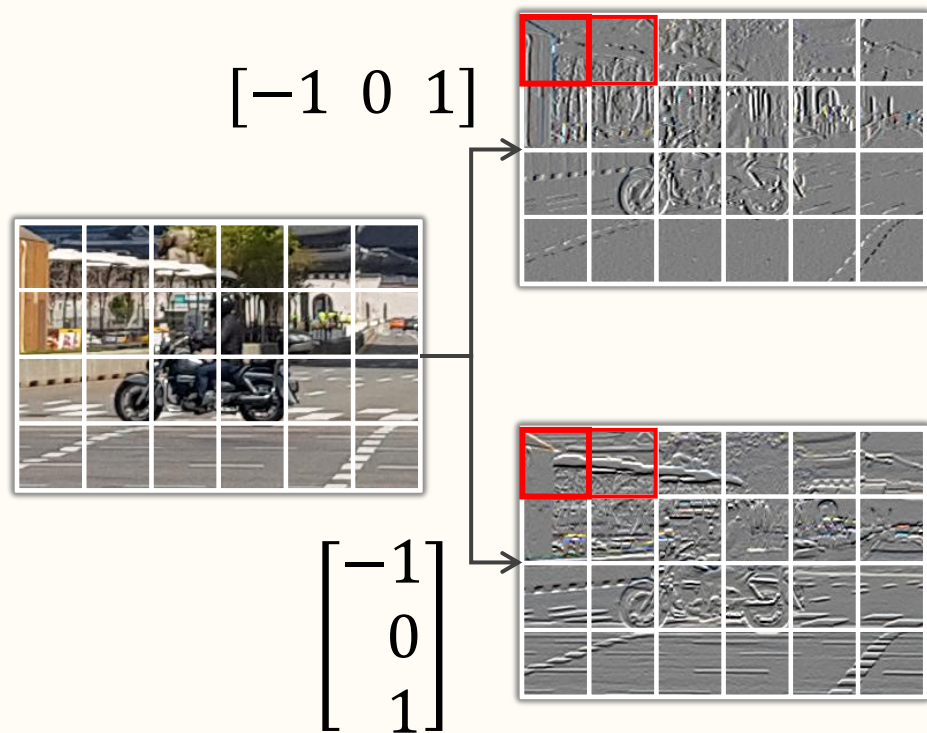
문자의 그물망 표현

→  $\mathbf{x} = (0, 7, 6, 0, 0, 10, 11, 0, 5, 14, 14, 6, 7, 2, 4, 7)$

## 2. 특징의 형태

### ❏ 벡터 형태의 특징

**예** HOG(Histogram of Oriented Gradients)

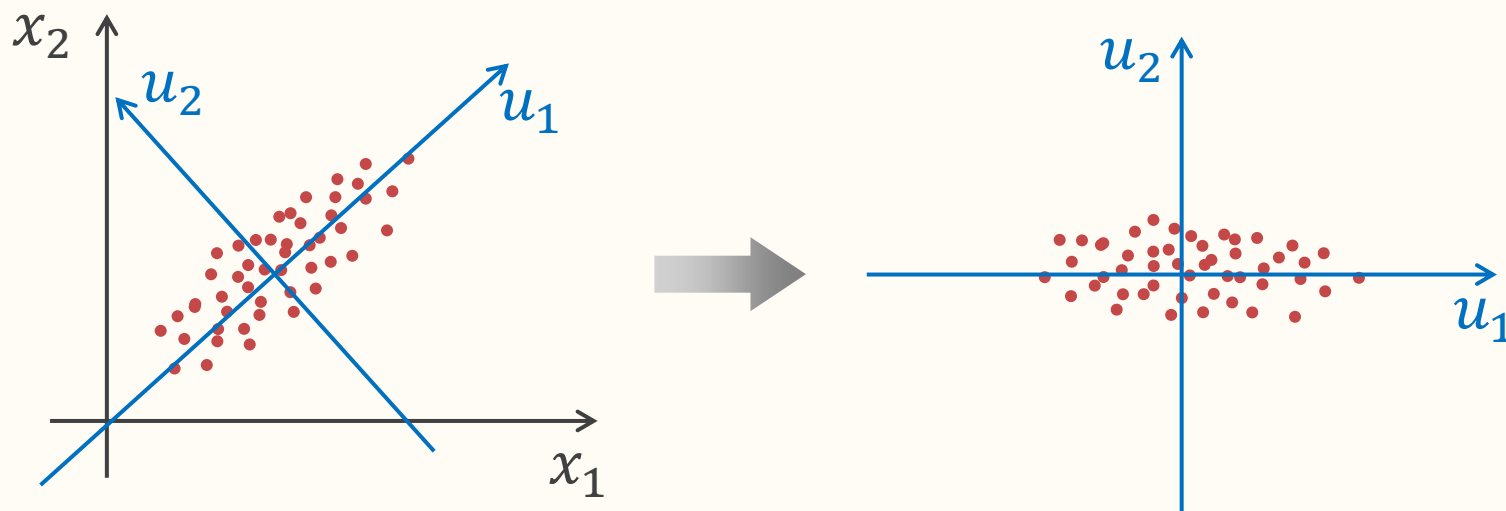


## 2. 특징의 형태

### ■ 벡터 형태의 특징

- 주성분 분석(PCA: principal component analysis)
  - 데이터 집합에서 가장 큰 변동을 보이는 성분(주성분)을 식별함
  - 각 성분 사이의 상관관계를 최소화하는 공간으로 직교변환함

➡ 특징 추출, 차원 축소

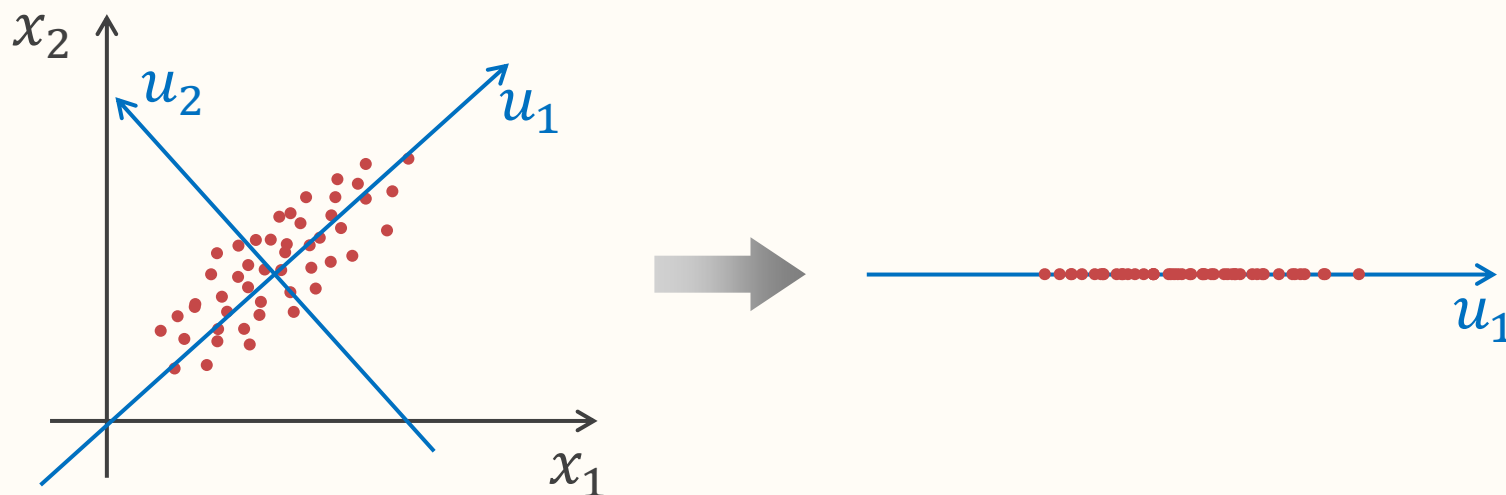


## 2. 특징의 형태

### ■ 벡터 형태의 특징

- 주성분 분석(PCA: principal component analysis)
  - 데이터 집합에서 가장 큰 변동을 보이는 성분(주성분)을 식별함
  - 각 성분 사이의 상관관계를 최소화하는 공간으로 직교변환함

➡ 특징 추출, 차원 축소





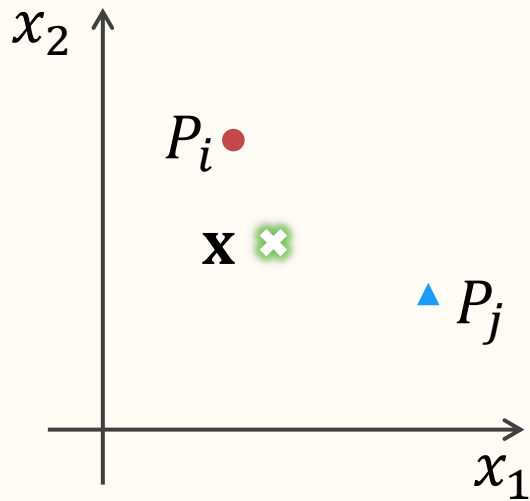
거리측정자



# 1. 거리측정자의 개념

## ■ 거리측정자(distance measure)란?

- 특징벡터 사이의 거리를 측정하는 기준



# 1. 거리측정자의 개념

## ■ 거리측정자가 만족해야 할 공리

- 특징벡터  $\mathbf{x}$ 와  $\mathbf{y}$  사이의 거리측정자  $J$

$$1 \quad J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 0 \quad \text{iff} \quad \mathbf{x} = \mathbf{y}$$

$$2 \quad J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \geq 0$$

$$3 \quad J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = J(\mathbf{y}, \mathbf{x})$$

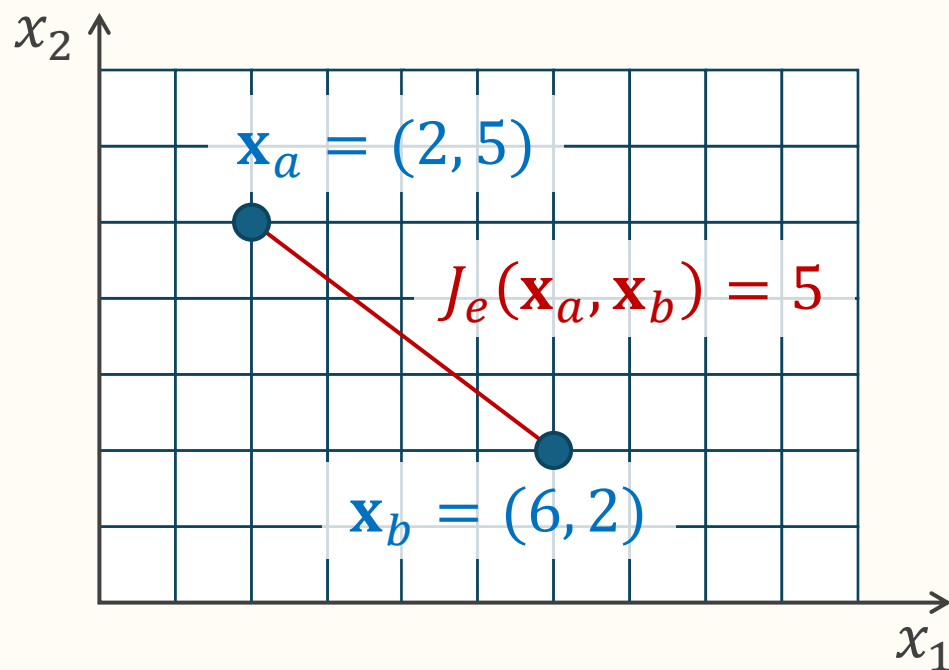
$$4 \quad J(\mathbf{x}, \mathbf{y}) + J(\mathbf{y}, \mathbf{z}) \geq J(\mathbf{x}, \mathbf{z})$$

➡ 거리공간(metric space)

## 2. 거리측정자의 종류

### ■ 유클리드 거리(Euclidean distance)

$$J_e(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l) = \left[ \sum_{i=1}^d (x_{ik} - x_{il})^2 \right]^{1/2}$$



## 2. 거리측정자의 종류

### ■ 해밍 거리(Hamming distance)

- 특징벡터의 변수들이 '예-아니오', '있다-없다' 등의 불 값을 다루는 경우 사용하는 거리측정자
- 배타적 논리합(XOR) 연산 사용

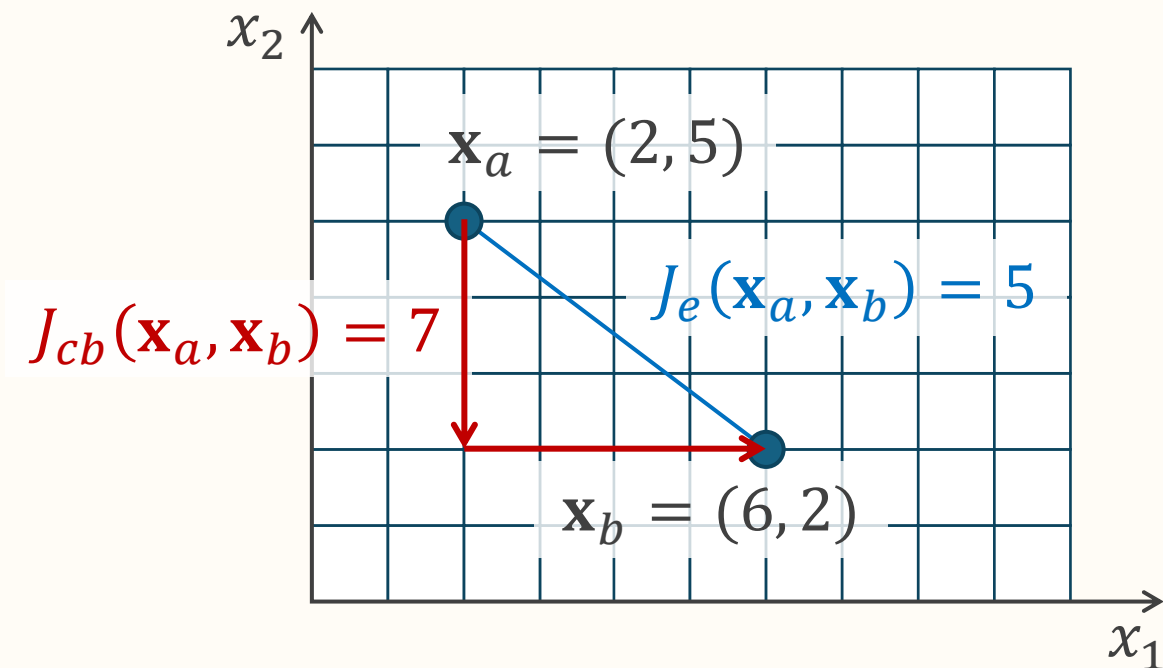
$$J_h(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l) = \sum_{i=1}^d (x_{ik} \oplus x_{il})$$

## 2. 거리측정자의 종류

### ❑ 도시블록 거리(맨해튼 거리)

- 각각의 축에 대한 거리의 합으로 정의되는 거리

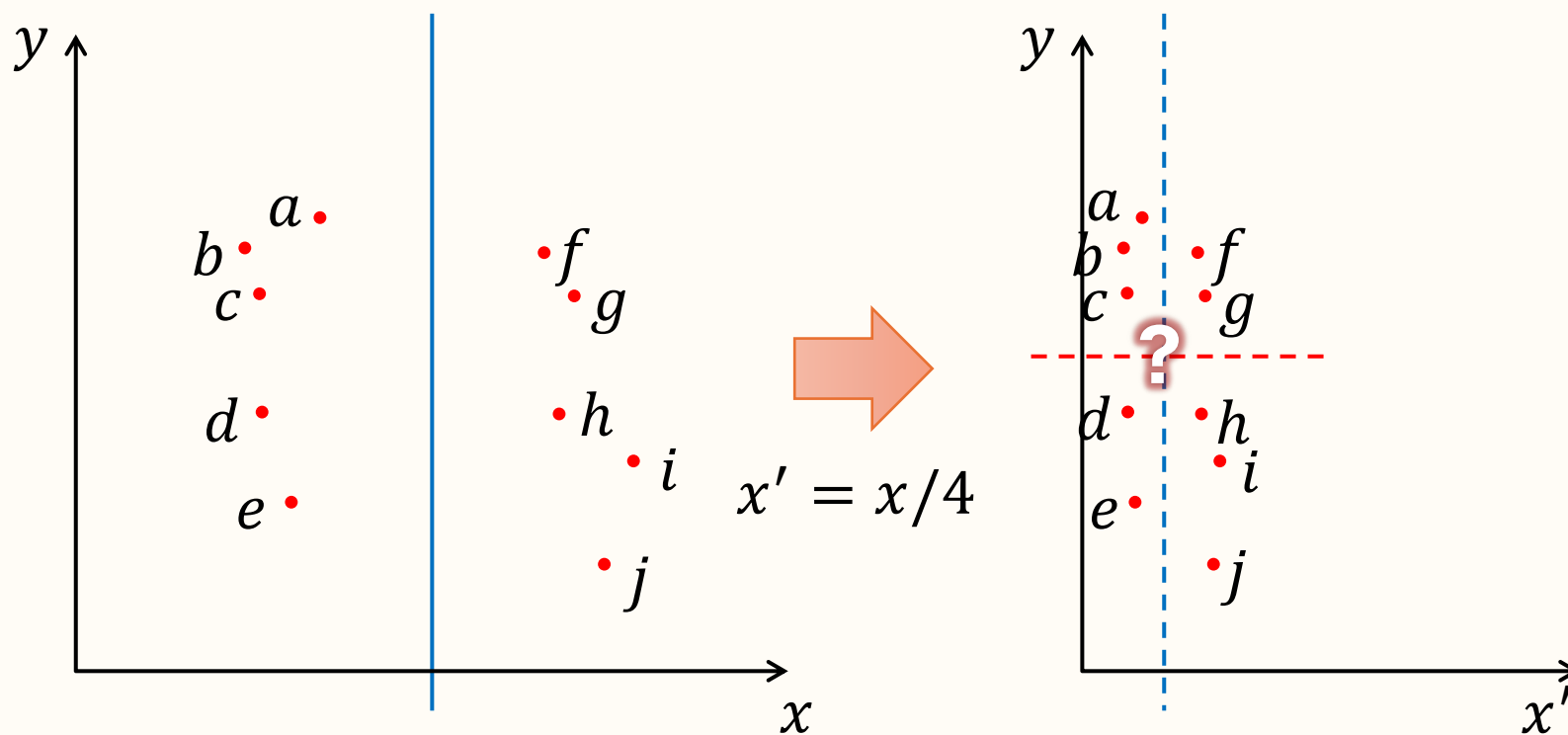
$$J_{cb}(\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_l) = \sum_{i=1}^d |x_{ik} - x_{il}|$$



## 2. 거리측정자의 종류

### ■ 마할라노비스 거리(Mahalanobis distance)

- 각 축의 성격이 서로 다를 때 적용할 수 있는 거리



## 2. 거리측정자의 종류

### ■ 마할라노비스 거리(Mahalanobis distance)

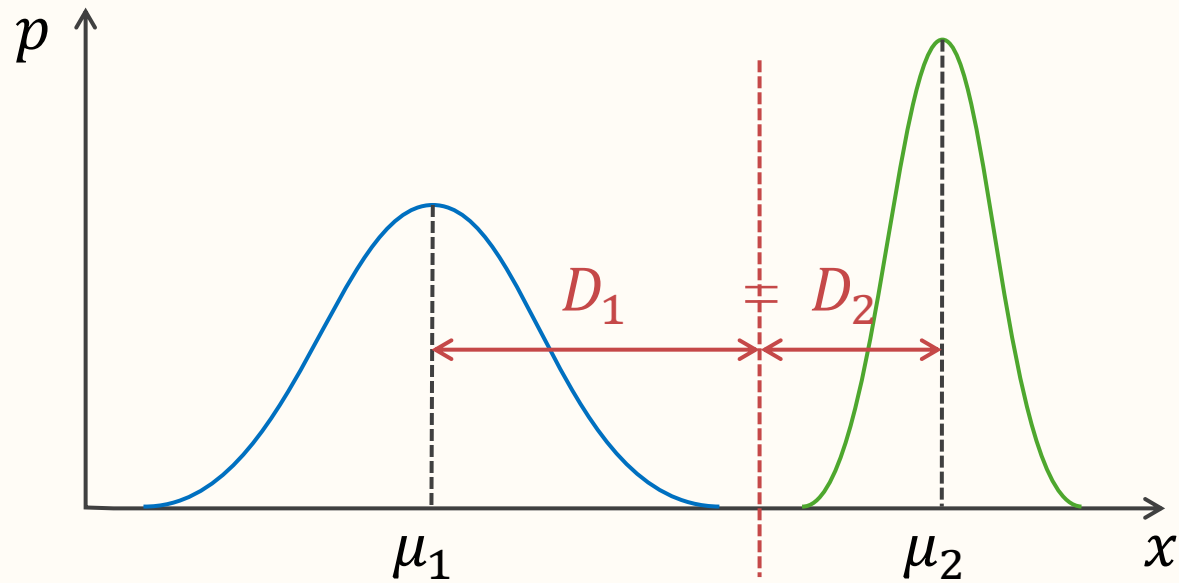
- 통계적인 분포를 고려한 척도를 사용
- 군집의 평균벡터를  $\mu$ , 공분산 행렬을  $\Sigma$ 라 할 때, 어떠한 특징벡터  $\mathbf{x}_1$ 과 평균벡터  $\mu$  사이의 마할라노비스 거리  $D$ 는

$$D^2 = (\mathbf{x}_1 - \mu)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{x}_1 - \mu)$$

$$\text{여기서 } \Sigma = E[(\mathbf{x} - \mu)(\mathbf{x} - \mu)^T]$$

## 2. 거리측정자의 종류

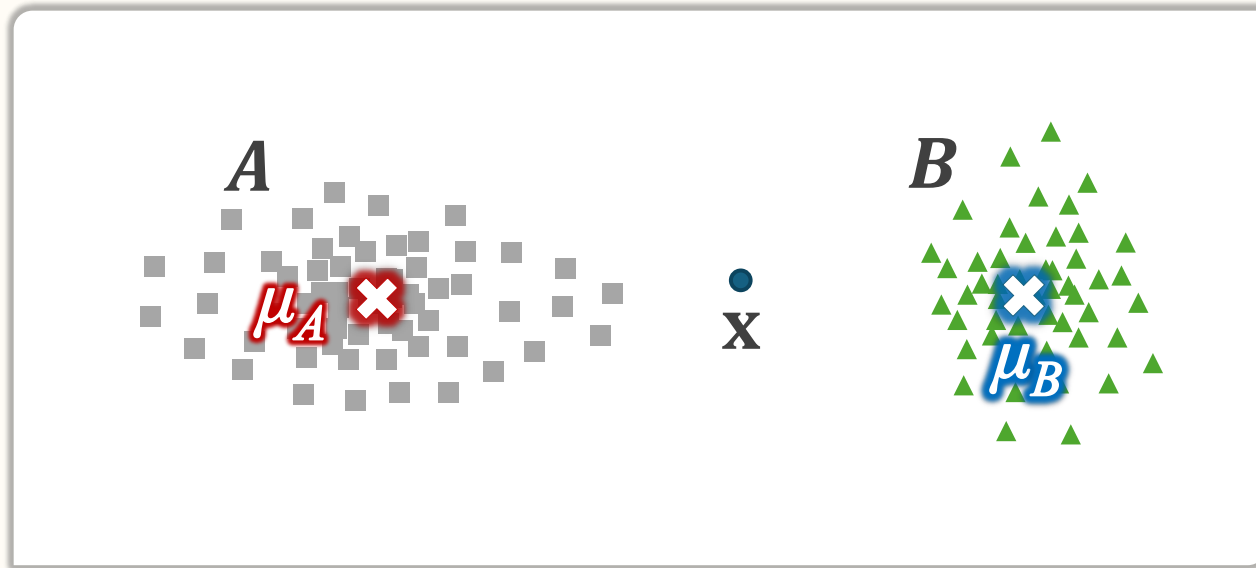
### ■ 마할라노비스 거리(Mahalanobis distance)





## 2. 거리측정자의 종류

### ■ 마할라노비스 거리(Mahalanobis distance)



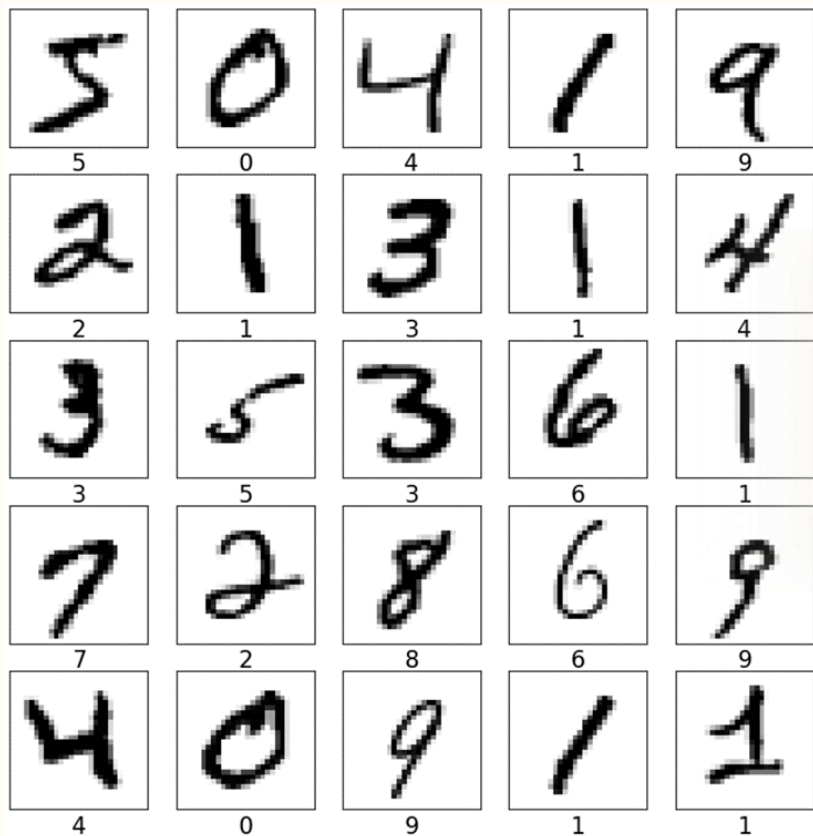


패턴인식

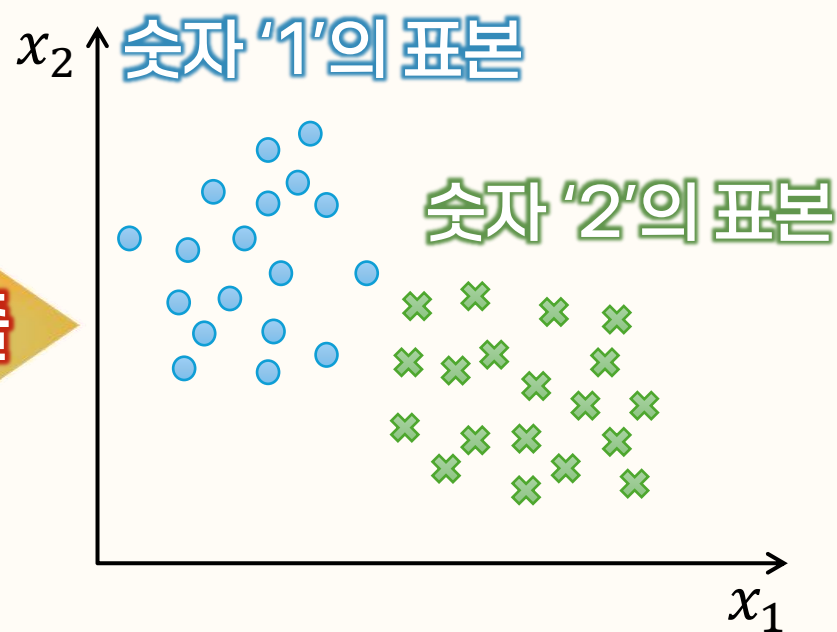
# 1. 패턴인식의 개념

## 통계적 분류 기법의 기본 개념

MNIST 훈련용 데이터 집합

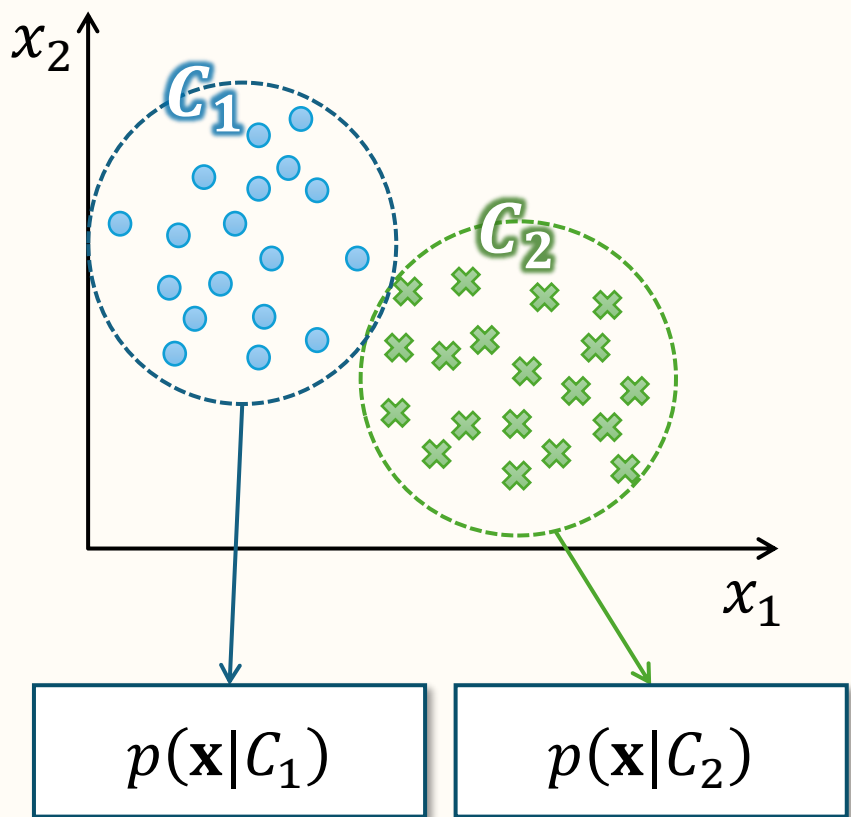


특징추출



# 1. 패턴인식의 개념

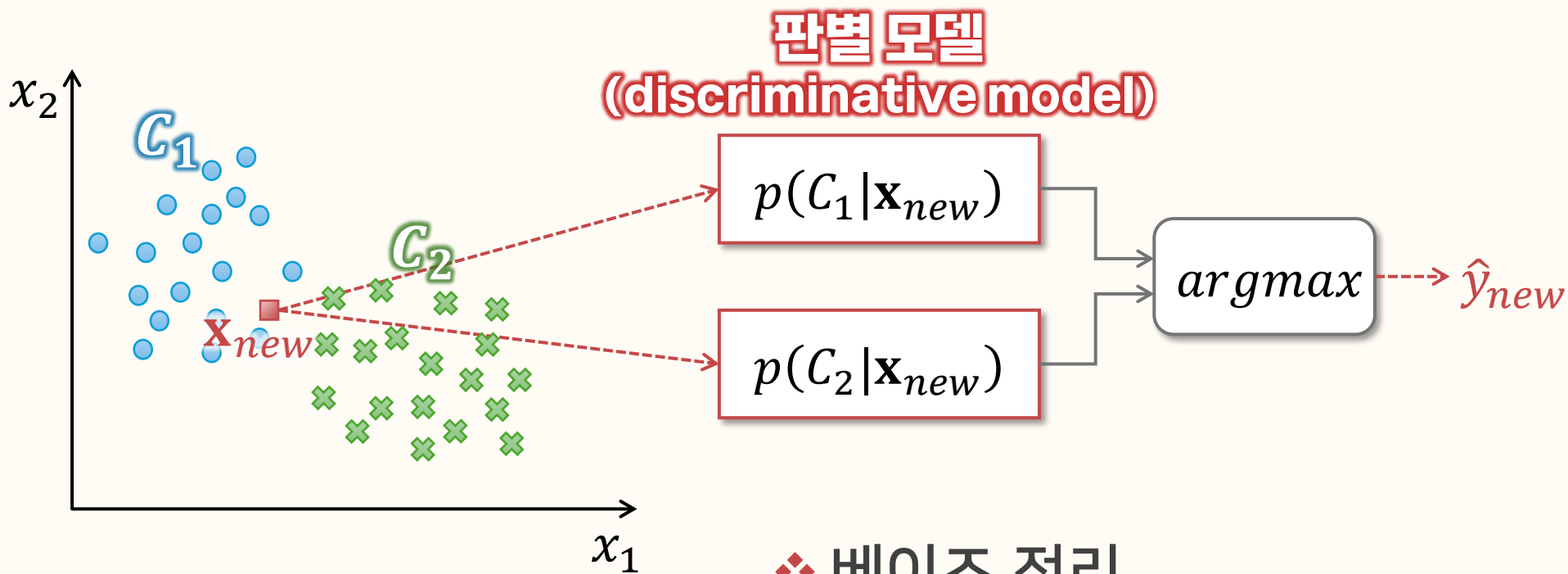
## 통계적 분류 기법의 기본 개념



생성 모델(generative model)

# 1. 패턴인식의 개념

## 통계적 분류 기법의 기본 개념



### ❖ 베이즈 정리

$$p(C|\mathbf{x}) \cdot p(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x}|C) \cdot p(C)$$

$$p(\mathbf{x}|C_1)$$

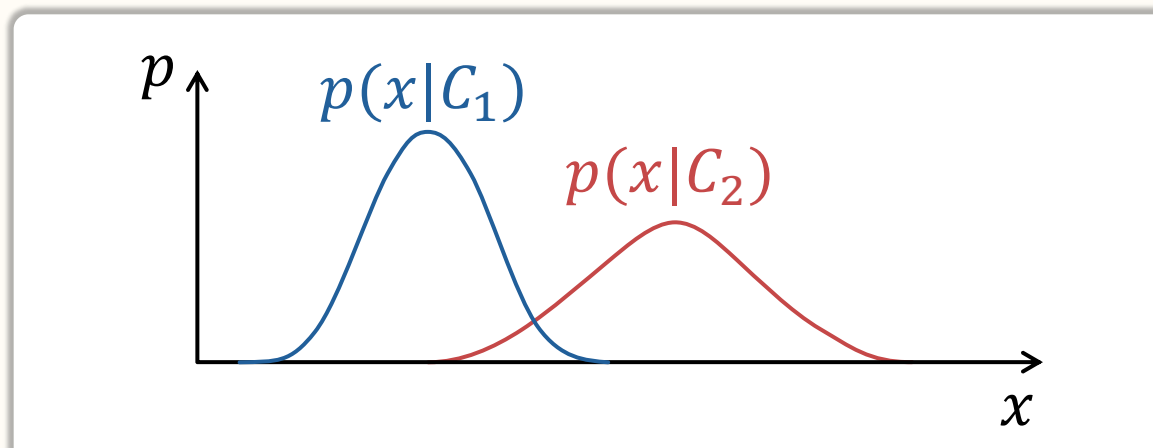
$$p(\mathbf{x}|C_2)$$

생성 모델(generative model)

## 2. 베이지 분류기

### ■ 베이지 분류기의 개념

- 미지의 특징벡터  $\mathbf{x}$ 가 두 클래스  $C_1$ 과  $C_2$  중 어느 것에 속하는지의 식별



$$p(C_1|\mathbf{x}) > p(C_2|\mathbf{x}) \quad \cdots \Rightarrow \mathbf{x} \text{는 } C_1$$

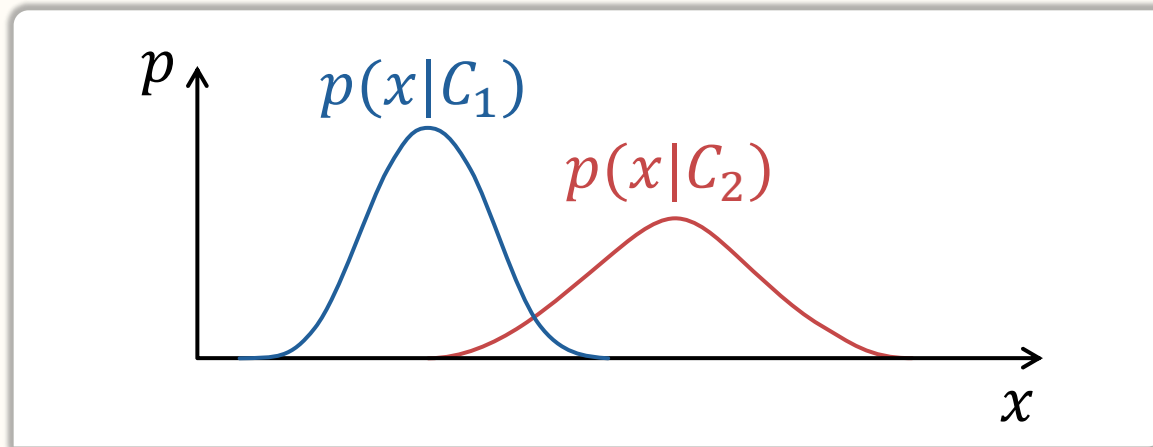
$$p(C_1|\mathbf{x}) < p(C_2|\mathbf{x}) \quad \cdots \Rightarrow \mathbf{x} \text{는 } C_2$$

$$\diamond \text{ 베이지 규칙 : } p(C|\mathbf{x}) \cdot p(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x}|C) \cdot p(C)$$

## 2. 베이지 분류기

### ■ 베이지 분류기의 개념

- 미지의 특징벡터  $\mathbf{x}$ 가 두 클래스  $C_1$ 과  $C_2$  중 어느 것에 속하는지의 식별



$$p(\mathbf{x}|C_1) \cdot p(C_1) > p(\mathbf{x}|C_2) \cdot p(C_2) \quad \Rightarrow \mathbf{x} \text{는 } C_1$$

$$p(\mathbf{x}|C_1) \cdot p(C_1) < p(\mathbf{x}|C_2) \cdot p(C_2) \quad \Rightarrow \mathbf{x} \text{는 } C_2$$

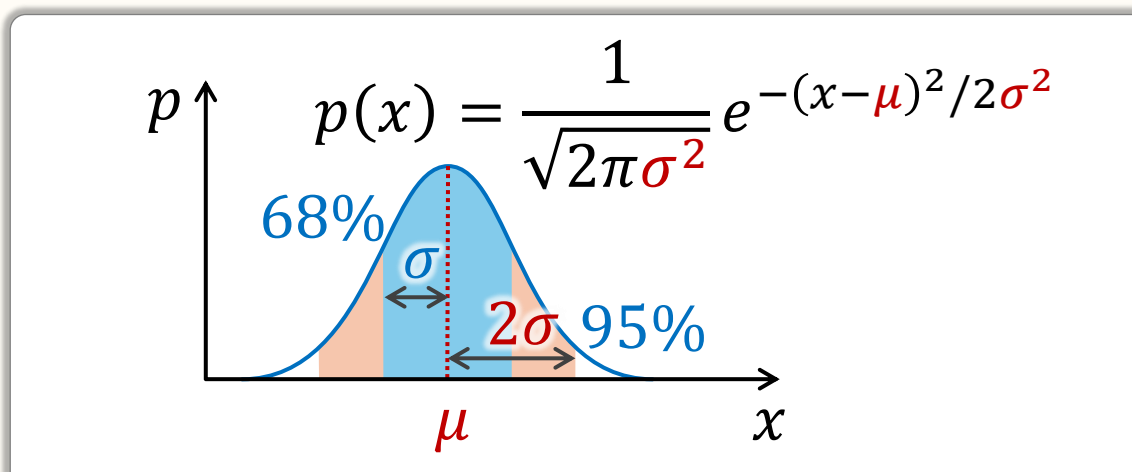
## 2. 베이지 분류기

### ■ 학습표본으로부터 확률밀도를 결정하는 방법

#### ① 매개변수(parametric) 방식

- 특징공간상에서 패턴의 분포가 잘 알려진 모델을 따른다고 가정함

**예** 가우시안(Gaussian) 모델





## 2. 베이지 분류기

### ■ 학습표본으로부터 확률밀도를 결정하는 방법

#### ① 매개변수(parametric) 방식

- 특징공간상에서 패턴의 분포가 잘 알려진 모델을 따른다고 가정함
- 모집단 확률 모델의 매개변수(평균, 분산 등)를 학습 표본 집합을 이용하여 추정함
- 가정한 모델이 실제 대상에 잘 맞지 않는 경우 오류가 발생할 가능성이 높아짐

## 2. 베이지 분류기

### ■ 학습표본으로부터 확률밀도를 결정하는 방법

#### ② 비 매개변수(nonparametric) 방식

- 유사한 입력은 유사한 출력을 낸다고 가정함
- 근접한 위치에 있는 패턴들은 같은 클래스에 속할 가능성이 높다고 봄
- 미지의 패턴에 대한 특징벡터가 주어지면 정해진 거리측정자와 학습 표본 집합을 이용하여 각각의 클래스에 속할 확률이나 거리 등을 계산하여 분류함

## 2. 베이지 분류기

### ■ 학습표본으로부터 확률밀도를 결정하는 방법

#### ② 비매개변수(nonparametric) 방식

- 예: 파젠 창(Parzen window)
  - $x$ 를 중심으로 한 단위 초입방체 안에 속하는 학습 표본의 수를 이용하여  $p(x)$ 를 추정함
- 많은 양의 학습 표본들을 기억하고 있어야 하며, 거리 계산의 대상이 많으므로 계산 복잡도가 높음

### 3. 매개변수 방식

#### ■ 최대가능도 추정(maximum likelihood estimation)

- 학습 표본 데이터집합( $D$ )이 관찰될 가능성이 최대인 매개변수를 찾아 모집단의 매개변수( $\theta$ )를 추정하는 방법

표본집합  $D = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

매개변수  $\theta$

가능도  $L(\theta) = p(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta)$

$$= \prod_{i=1}^n p(x_i | \theta)$$

$$\Rightarrow \hat{\theta}_{MLE} = \underset{\theta}{\operatorname{argmax}} L(\theta)$$

### 3. 매개변수 방식

#### ■ 최대가능도 추정(maximum likelihood estimation)

- 학습 표본 데이터집합( $D$ )이 관찰될 가능성이 최대인 매개변수를 찾아 모집단의 매개변수( $\theta$ )를 추정하는 방법

표본집합  $D = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

매개변수  $\theta$

가능도  $L(\theta) = p(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta)$

$$= \prod_{i=1}^n p(x_i | \theta)$$

$$\Rightarrow \hat{\theta}_{MLE} = \operatorname{argmax}_{\theta} \ln L(\theta) = \operatorname{argmax}_{\theta} \sum_{i=1}^n \ln p(x_i | \theta)$$

### 3. 매개변수 방식

■ 최대가능도 추정(maximum likelihood estimation)

**예** 가우시안 확률밀도함수 매개변수의 MLE 추정( $\theta = (\mu, \sigma)$ )

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

$$l(\theta) = \ln L(\theta), \quad \theta = (\mu, \sigma)$$

$$= \sum_{i=1}^n \ln \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x_i-\mu)^2/2\sigma^2}$$

$$= -\frac{n}{2} \ln 2\pi - n \ln \sigma - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

### 3. 매개변수 방식

■ 최대가능도 추정(maximum likelihood estimation)

**예** 가우시안 확률밀도함수 매개변수의 MLE 추정( $\theta = (\mu, \sigma)$ )

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

$$(\hat{\mu}, \hat{\sigma}) = \operatorname{argmax}_{(\mu, \sigma)} l(\mu, \sigma), \quad l(\mu, \sigma) = -\frac{n}{2} \ln 2\pi - n \ln \sigma - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu} l(\mu, \sigma) = 0 \quad \Rightarrow \quad \hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

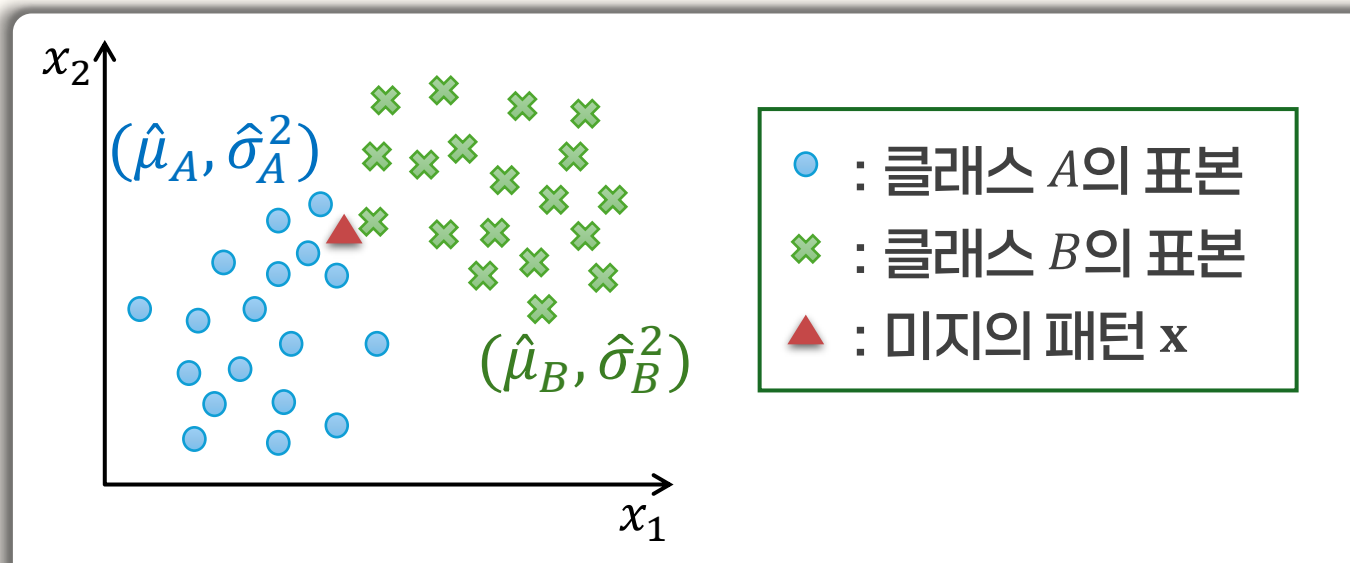
$$\frac{\partial}{\partial \sigma} l(\mu, \sigma) = 0 \quad \Rightarrow \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2$$

### 3. 매개변수 방식

#### ■ 최대가능도 추정(maximum likelihood estimation)

- 패턴의 식별

- 추정된 매개변수를 이용하여 계산된 확률에 따라 식별



$$p(x|A) \cdot p(A) \quad ? \quad p(x|B) \cdot p(B)$$

> 또는 <



## 4. 비 매개변수 방식

### ■ $k$ -근접이웃( $k$ -NN, $k$ -Nearest Neighbor)

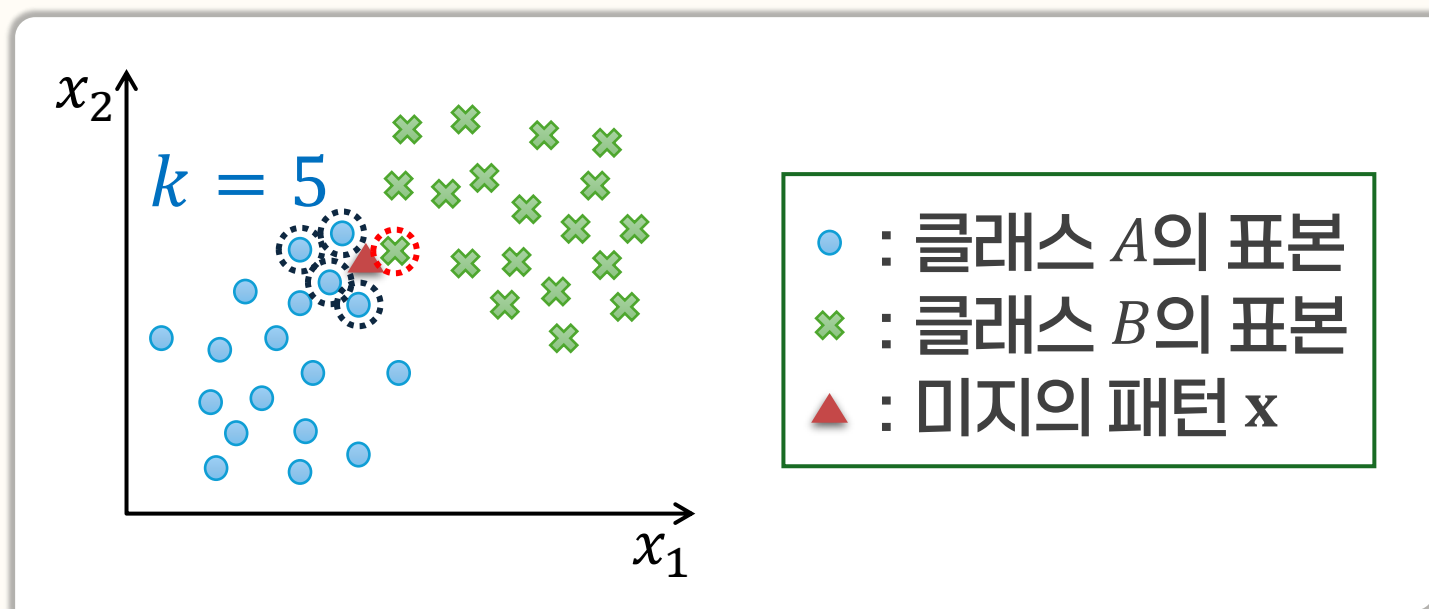
- 학습 표본 데이터들을 이용하여 미지의 패턴이 어느 클래스에 속하는지 판별
- 학습 표본: (특징벡터, 소속 클래스)
- 미지의 패턴  $\mathbf{x}$ 가 클래스  $\omega_j$ 에 속할 확률  $p(\omega_j|\mathbf{x})$ 
  - 학습 표본들 중  $\mathbf{x}$ 에 가장 가까운  $k$ 개의 표본 중  $\omega_j$ 에 속하는 표본이  $k_j$ 개라면

$$p(\omega_j|\mathbf{x}) = k_j/k$$

⇒  $k_j$ 가 가장 큰 클래스  $\omega_j$ 에 속하는 것으로 판별함

## 4. 비 매개변수 방식

### ■ $k$ -근접이웃( $k$ -NN, $k$ -Nearest Neighbor)



... ➡ ▲는 클래스 A

## 5. 판별식 기반 식별 방법

### ■ 선형 판별식을 이용한 식별

- 구분하고자 하는 군집의 경계가 볼록하다면 선형함수로 정의되는 판별식으로 클래스를 식별할 수 있음
- $n$ 차원 공간의 초평면 방정식:

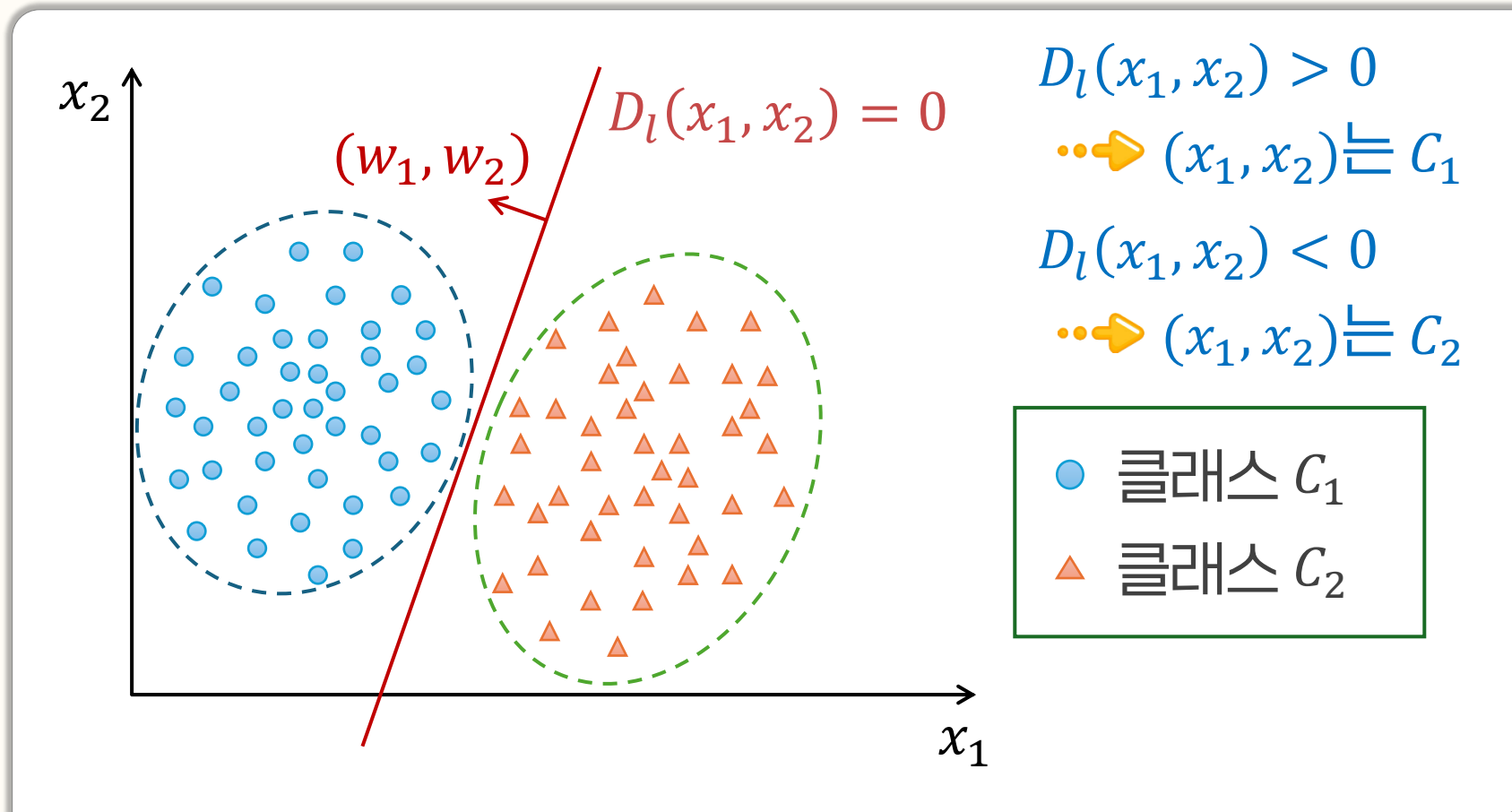
$$w_1x_1 + w_2x_2 + \cdots + w_nx_n + w_0 = 0$$

...➡ **선형 판별식**  $D_l(x_1, x_2, \cdots, x_n)$

$$D_l(x_1, x_2, \cdots, x_n) = w_1x_1 + w_2x_2 + \cdots + w_nx_n + w_0$$

## 5. 판별식 기반 식별 방법

### ■ 선형 판별식을 이용한 식별



## 5. 판별식 기반 식별 방법

### ■ 판별식을 구하는 방법

- 머신러닝을 통해 판별식의 가중치  $w_0, w_1, \dots, w_n$ 을 학습함
  - 선형 판별 분석(Linear Discriminant Analysis: LDA)
  - 서포트 벡터 머신(Support Vector Machine: SVM)
  - 로지스틱 회귀(logistic regression)
  - 신경회로망/딥 러닝

# 정리하기

- ✓ 식별 대상 패턴은 다양한 형태의 변형이 가해지므로, 이러한 변형을 회복하여 기준이 되는 패턴으로 변환하는 정규화 과정을 거친다.
- ✓ 패턴의 식별에 사용되는 정보를 특징이라고 하며, 기호열 형태나 벡터 형식 등으로 표현된다.
- ✓ 주성분 분석은 선형 변환을 통하여 특징요소 간 상관관계를 최소화하는 공간으로 변환한다.
- ✓ 특징공간 상에서 좌표들 사이의 거리를 구하기 위한 거리측정자를 정의하여 사용한다.

# 정리하기

- ✔ 문제 영역에 따라 유클리드 거리, 해밍거리, 도시블록 거리, 마할라노비스 거리 등의 거리측정자를 선택하여 사용할 수 있다.
- ✔ 베이지 분류기는 미지의 특징벡터가 주어졌을 때 그 벡터가 각각의 클래스에 속할 조건확률이 가장 큰 클래스로 분류한다.
- ✔ 학습표본으로부터 확률밀도를 결정하는 방법에는 모집단의 확률 모델의 매개변수를 표본집합으로부터 추정하는 매개변수 방식과 거리 척도와 학습 표본 집합을 이용하여 각각의 클래스에 속할 확률을 계산하는 비 매개변수 방식이 있다.

# 정리하기

- ✓ 최대가능도 추정(MLE)은 확률 모델의 매개변수를 추정하는 방식으로, 학습 표본 데이터 집합이 관찰될 가능성이 최대인 매개변수를 찾는다.
- ✓  $k$ -근접이웃 방식은 미지의 패턴의 특징벡터와 가장 가까운  $k$ 개의 학습 표본을 찾아, 그 중 가장 많은 표본이 포함된 클래스로 인식한다.
- ✓ 선형 판별 분석(LDA), 서포트 벡터 머신(SVM), 로지스틱 회귀, 신경회로망 등을 이용하여 학습된 판별식을 이용하여 패턴을 분류할 수 있다.



10

강

다음시간안내 ▶▶▶

# 머신러닝(1)