

Esercizio Statistica 29/03/2019

Si consideri la funzione:

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{1.04x}}$$

definita su tutto \mathbb{R} .

1- Scrivere un'implementazione in R di F.

function(x) { tmp <- 1/(1 + exp(1.04 * x)); return(tmp); }

2- $F(x)$ è una funzione di Probabilità per gli eventi di $B(\mathbb{R})$?

Una funzione è detta di distribuzione se:

1: Funzione non decrescente

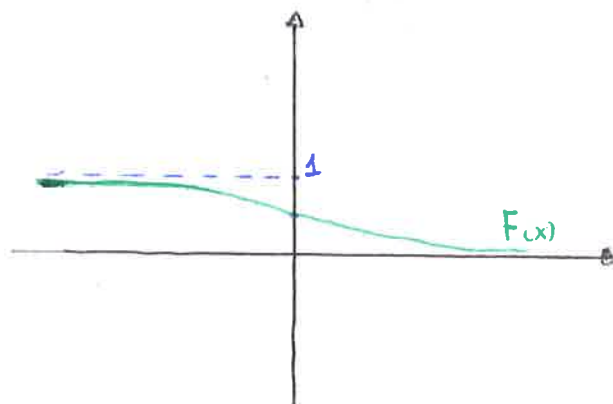
2: Funzione continua a destra: $\forall x_0 \in \mathbb{R} \quad \lim_{x \rightarrow x_0^+} F(x) = F(x_0)$

3: Ammette limite a sinistra: $\forall x_0 \in \mathbb{R} \quad \exists \lim_{x \rightarrow x_0^-} F(x)$

4: $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 0$

5: $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 1$

Verifico:



1: La funzione è decrescente

2: È continua a destra

3: Ammette limite sinistro

4: $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 0$

5: $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 1$

isto che la 1,4,5 non sono rispettate, F non è una funzione di probabilità.

FALSE

3- Se F non è una funzione di probabilità, di seguito si consideri:

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{(-1.4 \cdot x)}} \text{ come funzione di probabilità}$$

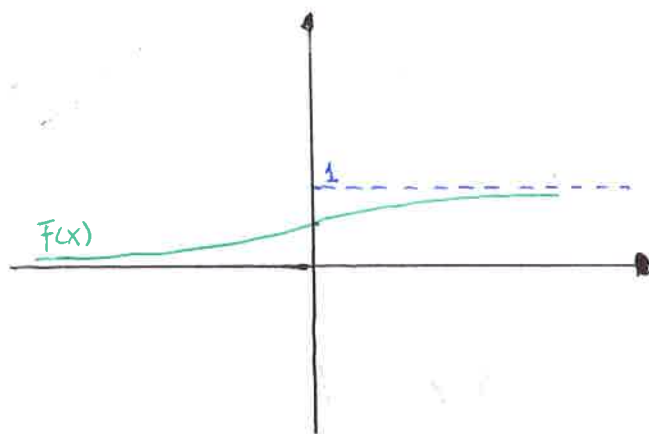
Qual'è la probabilità dell'intervallo $[0.49, 1.08]$?

$$\Pr([0.49, 1.08]) = F(1.08) - F(0.49)$$

$$= 0.8193574 - 0.6650765 = \underline{0.1542809}$$

$$\Pr(\{0.49\}) = 0$$

$$\Pr(\{1.08\}) = 0$$



4- Qual'è la probabilità di $\{0\}$?

$$\Pr(\{0\}) = 0$$

$$= \Pr([-1, 0] / [-1, 0]) = \frac{1}{1 + e^0} - \frac{1}{1 + e^0}$$
$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

Visto che $F(x)$ è una funzione di distribuzione continua e non discreta, la probabilità dei singoletti vale 0.

$$F(x) = F(x) - F(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$