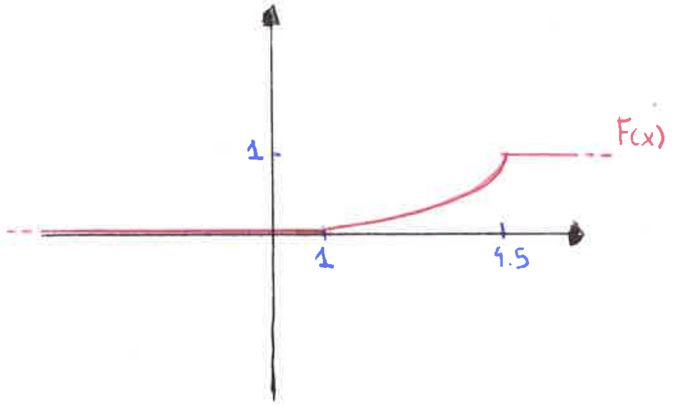
Esercizio Statistica 28/03/2019

Si consideri lo spazio probabilizzato $(\mathbb{R}, \mathcal{B}(\mathbb{R}))$ e sia data la seguente funzione $F(x) = c \cdot (x-1)^3$ per $1 \leq x \leq 4.5$, $F(x) = 0$ per $x \leq 1$ e $F(x) = 1$ per $x \geq 4.5$

$$F(x) = \begin{cases} c \cdot (x-1)^3 & 1 \leq x \leq 4.5 \\ \emptyset & x \leq 1 \\ 1 & x \geq 4.5 \end{cases}$$



1- Si determini la costante $c \geq \emptyset$ tale per cui F é una funzione di probabilitá.

La funzione deve essere continua a destra:

$$\lim_{x \to 4.5} F(x) = F(4.5)$$

$$\lim_{x \to 4.5} c \cdot (x-1)^3 = 1$$

$$c(4.5-1)^3 = 1$$

$$c(3.5)^3 = 1$$

$$c = \frac{1}{(3.5)^3} = \underline{\frac{8}{343}} \simeq 0.02332362$$

$$\boxed{F(x) = \begin{cases} \frac{8}{343}(x-1)^3 & 1 \leq x \leq 4.5 \\ \emptyset & x \leq 1 \\ 1 & x \geq 4.5 \end{cases}}$$

2 - Qual'é la probabilitá dell'intervallo $(-0.344, 0.06]$?

$$Pr((-0.344, 0.06]) = F(b) - F(a) = F(0.06) - F(-0.344) = \emptyset - \emptyset = \underline{\emptyset}$$

Determinare t in modo che l'intervallo (2.t] abbia probabilità 0.5

$$Pr((2.t]) = 0.5$$

$$F(t) - F(2) = 0.5$$

$$F(t) = 0.5 + F(2)$$

$$= 0.5 + \frac{8}{343} = \frac{8}{343} + \frac{5}{10}$$

$$= \frac{80 + 1715}{3430} = \frac{1795}{3430} = \frac{359}{686}$$

$$F(t) = \frac{359}{686}$$

$$c \cdot (x-1)^3 = \frac{359}{686}$$

$$\frac{8}{343} \cdot (x-1)^3 = \frac{359}{686}$$

$$(x-1)^3 = \frac{359}{686} \cdot \frac{343}{8}$$

$$= \frac{123137}{5488} = \frac{359}{16}$$

$$\sqrt[3]{(x-1)^3} = \sqrt[3]{\frac{359}{16}}$$

$$x-1 = \sqrt[3]{22.4375}$$

$$x-1 = 2.820492$$

$$x = 2.820492 + 1$$

$$= \underline{3.820492}$$

$$= \underline{\frac{120441}{31525}}$$

Controllo:

$$Pr((2, 3.820492) = F(3.820492) - F(2)$$

$$= 0.5233238 - 0.0233236$$

$$= \underline{0.5000002}$$