Esercizio Statistica 09/04/2019

Si consideri un dado non regolarmente equilibrato, in particolare la probabilità di ogni faccia del dado é:

1	2	3	4	5	6
0.06	0.06	0.21	0.29	0.14	0.24

I numeri 6 o 1 costituiscono un successo.
L'evento elementare é un lancio del dado.

$$X(\omega) = \begin{cases} p & \text{se } \omega = 1,6 \\ 1-p & \text{se altrimenti} \end{cases} \qquad X(\omega) = \begin{cases} 0.30 & \omega = 1,6 \\ 0.70 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

1 - Qual'é la probabilità di successo p dell'evento elementare?

$$Pr(p) = Pr(\{1\} \cup \{\ \}) = Pr(\{1\}) + Pr(\{6\}) = 0.06 + 0.24 = \underline{0.30}$$

Ora ci interessa quante volte dobbiamo tirare il dado per ottenere il primo successo, ossia ci interessa la variabile aleatoria discreta detta Geometrica:

$X \sim Ge(p)$ con $0 \leq p \leq 1$ ha come funzione di probabilità:

$$P(X=x) = p(1-p)^{x-1} \qquad x = 1,2,3 \dots$$

e nulla altrimenti.

2 - Qual'é la probabilità che il primo successo si ottenga esattamente al lancio numero 5 del dado?

$$Pr(X=5) = p(1-p)^{5-1} = 0.30(1-0.30)^4 = 0.30 \cdot (0.70)^4 = \underline{0.07203}$$

3 - Qual'é la probabilità che siano necessari piú di 5 lanci per ottenere il primo successo?

$$Pr(\text{"più di 5 lanci"}) = 1 - Pr(\text{"almeno 5 lanci"})$$
$$= 1 - [1 - (1-p)^{[5]}]$$
$$= (1-p)^5 = (0.70)^5 = \underline{0.16807}$$

$$\sum_{i=1}^{5} p^i (1-p)^{i-1} = 0.83193$$

$$1 - 0.83193 = 0.16807$$

Qual'è la probabilità di $P(X \le 8.76)$?

$$P(X \le 8.76) = 1 - (1-p)^{\lfloor x \rfloor} \longrightarrow \sum_{i=1}^{\lfloor 8.76 \rfloor} p^i (1-p)^{i-1} = \sum_{i=1}^{8} p^i (1-p)^{i-1}$$

$$= 1 - (0.70)^8 = \underline{0.942352}$$

$$= 0.942352$$