

Esercizio Statistica 15/03/2019

In una famiglia la probabilità che nasca un maschio è 0.39. Sapendo che il numero di figli nella famiglia è 6, determinare la probabilità che:

1- Almeno uno sia maschio:

$$Pr(X=k) = \begin{cases} \binom{N}{x} p^x (1-p)^{N-x} & x = 0, 1, 2, \dots, N \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$X(\omega) = \begin{cases} p & \text{se } \omega = \text{maschio} \\ 1-p & \text{se } \omega = \text{femmina} \end{cases}$$
$$= \begin{cases} 0.39 & \text{se } \omega = \text{maschio} \\ 0.61 & \text{se } \omega = \text{femmina} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} Pr(\text{"almeno uno sia maschio"}) &= 1 - Pr(\text{"nessun maschio"}) \\ &= 1 - Pr(X=0) = \binom{6}{0} (0.39)^0 \cdot (0.61)^6 \\ &= 1 - (0.61)^6 = 1 - 0.0515203744 \\ &= \underline{0.9484796256} \end{aligned}$$

2- Ci siano (esattamente) 3 femmine:

$$\begin{aligned} Pr(X=3) &= \binom{6}{3} (0.39)^3 \cdot (0.61)^3 \\ &= \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3! \cdot 3!} \cdot (0.39)^3 \cdot (0.61)^3 \\ &= 5 \cdot 4 \cdot (0.39)^3 \cdot (0.61)^3 = \underline{0.2642857188} \end{aligned}$$

Non ci siano più di 3 maschi:

$$Pr(X \leq 3) = Pr(X=0) + Pr(X=1) + Pr(X=2) + Pr(X=3)$$

$$= \sum_{k=0}^3 \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k}$$

$$= \binom{6}{0} (0.39)^0 (0.61)^6 + \binom{6}{1} (0.39)^1 (0.61)^5 + \binom{6}{2} (0.39)^2 (0.61)^4 + \binom{6}{3} (0.39)^3 (0.61)^3$$

$$= 0.05152037 + 0.1976355 + 0.3158929 + 0.2692857$$

$$= \underline{0.8343345}$$