

Esercizio Statistica 21/03/2019

In una successione di prove, dove ogni prova consiste che il giocatore A lanci 5 dadi ed il giocatore B ne lanci 2, il gioco si ferma non appena uno dei due giocatori ottiene un 5 su almeno un dado. Trovare la probabilità dei seguenti eventi:

- 1- Il gioco si ferma a causa di A e non di B.
- 2- Il gioco si ferma a causa di B e non di A.
- 3- Il gioco si ferma a causa di A e di B.

Hint: esercizio del tipo "costruzione di una probabilità in uno spazio di cardinalità numerabile" visto a lezione.

$$\Omega_A = \prod_{i=1}^5 \{j\}_{j=1}^6 \quad \mathcal{A}_A = P(\Omega_A)$$

$$\Omega_B = \prod_{i=1}^2 \{j\}_{j=1}^6 \quad \mathcal{A}_B = P(\Omega_B)$$

$$\Omega = \Omega_A \times \Omega_B \quad \mathcal{A} = \mathcal{A}_A \otimes \mathcal{A}_B$$

I dadi sono bilanciati e hanno 6 facce.

$$\Pr(\text{"faccia del dado"}) = \frac{1}{6}$$

$$\Pr(\text{"non esca il 5"}) = \frac{5}{6}$$

$$\Pr(\text{"A non vince"}) = \Pr(\text{"non esca il 5"})^{\# \text{dadi} - A} = \left(\frac{5}{6}\right)^5 = \frac{3125}{7776}$$

$$\Pr(\text{"A vince"}) = 1 - \Pr(\text{"A non vince"}) = 1 - \frac{3125}{7776} = \frac{4651}{7776}$$

$$\Pr(\text{"B non vince"}) = \Pr(\text{"non esca 5"})^{\# \text{dadi} - B} = \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

$$\Pr(\text{"B vince"}) = 1 - \Pr(\text{"B non vince"}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$$

$$\begin{aligned} \Pr(\text{"vince solo A"}) &= \Pr(\text{"A vince"}) \cdot \Pr(\text{"B non vince"}) \\ &= \frac{4651}{7776} \cdot \frac{25}{36} = \frac{116275}{279936} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pr(\text{"vince solo B"}) &= \Pr(\text{"B vince"}) \cdot \Pr(\text{"A non vince"}) \\ &= \frac{11}{36} \cdot \frac{3125}{7776} = \frac{34375}{279936} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pr(\text{"vince A e B"}) &= \Pr(\text{"A vince"}) \cdot \Pr(\text{"B vince"}) \\ &= \frac{4651}{7776} \cdot \frac{11}{36} = \frac{51161}{279936} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pr(\text{"nessuno vince"}) &= \Pr(\text{"A non vince"}) \cdot \Pr(\text{"B non vince"}) \\ &= \frac{3125}{7776} \cdot \frac{25}{36} = \frac{78125}{279936} \end{aligned}$$

Calcolo le varie probabilità:

- $A \cap B^c$
- $A^c \cap B$
- $A \cap B$
- $A^c \cap B^c$

$$\begin{aligned} \Pr(\text{"esperimento finito"}) &= 1 - \Pr(\text{"nessuno vince"}) \\ &= 1 - \frac{78125}{279936} = \frac{201811}{279936} \end{aligned}$$

$$\Pr(A \cap B^c | H) = \frac{\Pr(A) \cdot \Pr(B^c)}{\Pr(H)}$$

$$\begin{aligned} 1: \Pr(\text{"gioco si ferma a causa di A e non di B"}) &= \frac{\Pr(\text{"vince solo A"})}{\Pr(\text{"esperimento finito"})} \\ &= \frac{\frac{116275}{279936} \cdot \frac{279936}{201811}}{\frac{201811}{279936}} = \frac{116275}{201811} \approx 0.5761 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2: \Pr(\text{"gioco si ferma a causa di B e non di A"}) &= \frac{\Pr(\text{"vince solo B"})}{\Pr(\text{"esperimento finito"})} \rightarrow \Pr(A^c \cap B | H) \\ &= \frac{\frac{34375}{279936} \cdot \frac{279936}{201811}}{\frac{201811}{279936}} = \frac{34375}{201811} \approx 0.1703 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3: \Pr(\text{"gioco si ferma a causa di A e B"}) &= \frac{\Pr(\text{"vince A e B"})}{\Pr(\text{"esperimento finito"})} \rightarrow \Pr(A \cap B | H) \\ &= \frac{\frac{51161}{279936} \cdot \frac{279936}{201811}}{\frac{201811}{279936}} = \frac{51161}{279936} \approx 0.2535 \end{aligned}$$