Esercizio Statistica : 22/05/2019

1- Lanciando 20 volte una moneta equilibrata, l'evento ottenere n/2 teste è più strettamente più probabile del suo complementare?

"Ottenere n/2 teste" ha come complementare "non ottengo n/2 teste"

A = "ottenere n/2 teste"

$A \sim Bin\left(\frac{20}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$$Pr(A) = P(X=10) = \frac{20!}{10! \cdot 10!} \cdot (0.5)^{10} \cdot (0.5)^{10} = \underline{0.1761970520019}$$

$$\longrightarrow P(X=k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

n = 20
k = 10
p = 0.5

$$Pr(A^c) = 1 - Pr(A) = 1 - 0.1761970520019 = \underline{0.8238029479980}$$

$Pr(A) > Pr(A^c)$ FALSE

2- Qual'è la probabilità di ottenere almeno 17 teste?

$$Pr(\text{"ottenere almeno 17 teste"}) = \sum_{i=17} P(X=i)$$

$$= P(X=17) + P(X=18) + P(X=19) + P(X=20)$$

$$= \left[\binom{20}{17}(0.5)^{17} \cdot (0.5)^3\right] + \left[\binom{20}{18}(0.5)^{18} \cdot (0.5)^2\right] + \left[\binom{20}{19}(0.5)^{19} \cdot (0.5)^1\right] + \left[\binom{20}{20}(0.5)^{20} \cdot (0.5)^0\right]$$

$P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \longleftarrow$

K = 17, 18, 19, 20
n = 20
p = 0.5

$$= (0.5)^{20} \cdot \left[\binom{20}{17} + \binom{20}{18} + \binom{20}{19} + \binom{20}{20}\right]$$

$$= (0.5)^{20} \left[\frac{20 \cdot 19 \cdot \overset{6}{\cancel{18}} \cdot \cancel{17!}}{\cancel{3!} \cdot \cancel{17!}} + \frac{20 \cdot 19 \cdot \cancel{18!}}{2! \cdot \cancel{18!}} + \frac{20 \cdot \cancel{19!}}{1! \cdot \cancel{19!}} + \frac{\cancel{20!}}{0! \cdot \cancel{20!}}\right]$$

$$= (0.5)^{20} \cdot (1140 + 190 + 20 + 1) = \underline{0.001288414}$$

In quanti possibili modi si possono distribuire 17 successi in una successione di 20 prove?

$$C_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

$$C_{20,17} = \frac{20!}{(20-17)! \cdot 17!} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot \cancel{17!}}{3! \cdot \cancel{17!}}$$

$$= \frac{20 \cdot 19 \cdot \cancel{18}^{3}}{\cancel{6}} = 20 \cdot 19 \cdot 3 = \underline{1140} \longrightarrow \text{choose}(20,17)$$

4- Supponendo che ora la probabilità di ottenere testa sia 0,38, qual'è il numero medio di teste in 20 lanci?

$Pr(\text{"testa"}) = 0,38$

$$\text{numero\_medio} = Pr(\text{"testa"}) \cdot \text{n\_lanci}$$

$$= 0,38 \cdot 20 = \underline{7.6}$$