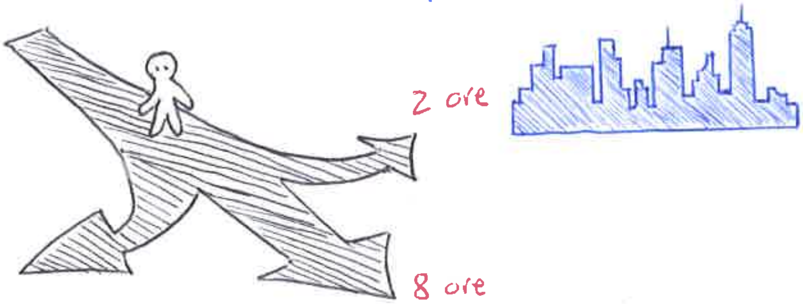
Esercizio Statistica 15/05/2019

Un viaggiatore che ha perso la sua mappa si trova a un bivio da cui partono 3 strade:

- la prima strada riporta al punto in cui si trova ora, dopo un'ora;
- anche la seconda strada riporta al punto in cui il viaggiatore si trova ora, dopo 8 ore;
- la terza strada porta alla città successiva, dopo 2 ore di cammino.



Ogni volta che il viaggiatore si trova al bivio sceglie una strada con la stessa probabilità (il viaggiatore non ha memoria)

Sia T il tempo necessario per raggiungere la città e X_i = "il viaggiatore prende la strada i", dunque $X_i \in \{1,2,3\}$

Usare il fatto che $\mathbb{E}(T|X_i) = \mathbb{E}(T) + K_i$ ore e la speranza matematica della speranza matematica condizionale

1 - Determinare il tempo medio che il viaggiatore impiega per raggiungere la città.

X_i	1	2	3
$P_{X_i}(x_i)$	1/3	1/3	1/3

$\mathbb{E}(T\|X_i)$	1	2	3
	$\mathbb{E}(T)+1$	$\mathbb{E}(T)+8$	2

$\mathbb{E}(T)+2$ con $\mathbb{E}(T)=\emptyset$

$\mathbb{E}(T|X=3)$ non è $\mathbb{E}(T)+2$, perché una volta percorsa la 3° strada l'esperimento ha fine. Quindi è semplicemente quanto tempo impiega per percorrere quella strada.

$$\mathbb{E}(\mathbb{E}(T|X_i)) = \mathbb{E}(T) = \sum_{X_i \in R_X} \mathbb{E}(T|X_i) \cdot p_{X_i}(x_i)$$

$\frac{1}{3}(\mathbb{E}(T)+8)$

$$= \left[\frac{1}{3}\cdot \mathbb{E}(T) + \frac{1}{3}\right] + \left[\frac{1}{3}\mathbb{E}(T) + \frac{8}{3}\right] + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2}{3}\mathbb{E}(T) + \frac{11}{3}$$

$$\mathbb{E}(T) = \frac{2}{3}\mathbb{E}(T) + \frac{11}{3}$$

$$3\mathbb{E}(T) - 2\mathbb{E}(T) = 11 \implies \mathbb{E}(T) = \underline{11}$$

Y una variabile aleatoria discreta che prende i valori 1, 2, 3 con le seguenti probabilità 0.28, 0.20, 0.52

1	2	3
0.28	0.20	0.52

→ marginale di Y

Sono date inoltre le probabilità condizionate $p_{X|Y}(x|y)$ righe della seguente tabella:

X|Y	-10	-8.5	-5.5	-1.5
1	0.26	0.28	0.21	0.25
2	0.22	0.18	0.31	0.29
3	0.18	0.27	0.31	0.24

→ condizionata X|Y

$$p_{X|Y}(x|y) = \frac{p_{X,Y}(x,y)}{p_Y(y)} \Longrightarrow p_{X,Y}(x,y) = p_{X|Y}(x|y) \cdot p_Y(y)$$

Y\X	-10	-8.5	-5.5	-1.5	
1	0.0728	0.0784	0.0588	0.070	0.28
2	0.0440	0.0360	0.0620	0.058	0.20
3	0.0936	0.1404	0.1612	0.1248	0.52
	0.2104	0.2548	0.2820	0.2528	

→ congiunta X, Y

marginale X

↳ marginale Y

2 - Determinare $\mathbb{E}(X)$:

$$\mathbb{E}(X) = \sum_{x \in R_X} x \cdot p_X(x)$$

$$= [(-10) \cdot 0.2014] + [(-8.5) \cdot 0.2548] + [(-5.5) \cdot 0.2820] + [(-1.5) \cdot 0.2528]$$

$$= -2.104 - 2.1658 - 1.551 - 0.3792$$

$$= \underline{-6.2}$$

Determinare $\mathbb{V}ar(X)$:

$$\mathbb{V}ar(X) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2 = 48.546 - (-6.2)^2$$

$$= 48.5486 - 38.44 = \underline{10.1086}$$

$$\mathbb{E}(X^2) = \sum_{x \in R_X} x^2 \cdot p_X(x)$$

$$= [(-10)^2 \cdot 0.2104] + [(-8.5)^2 \cdot 0.2548] + [(-5.5)^2 \cdot 0.2820] + [(-1.5)^2 \cdot 0.2528]$$

$$= (100 \cdot 0.2104) + (72.25 \cdot 0.2548) + (30.25 \cdot 0.2820) + (2.25 \cdot 0.2528)$$

$$= 21.04 + 18.4093 + 8.5305 + 0.5688$$

$$= \underline{48.5486}$$