Esercizio Statistica : 08/05/2019

Sia data la seguente variabile aleatoria bivariata discreta:

	-2.15	-0.96	-0.8	
-0.34	2K	5K	1K	8K
1.62	6K	8K	3K	17K
2.65	7K	9K	4K	20K
	15K	22K	8K	45K

	-2.15	-0.96	-0.8	
-0.34	2/45	5/45	1/45	8/45
1.62	6/45	8/45	3/45	17/45
2.65	7/45	9/45	4/45	20/45
	15/45	22/45	8/45	1

marginale di Y

marginale di X

Dove sulle righe abbiamo la variabile X e sulle colonne la variabile Y

1- Calcolare la costante K che deve essere utilizzata per rendere la tabella una funzione di probabilità congiunta.

La somma per righe e colonne della tabella deve essere 1

Dunque: $2K + 5K + 1K + 6K + 8K + 3K + 7K + 9K + 4K = 1$ → Equivalentemente la somma delle probabilità marginali deve fare 1

$45K = 1$

$K = \frac{1}{45}$

$15K + 22K + 8K = 1 = 8K + 17K + 20K$

$45K = 1 = 45K \Rightarrow K = \frac{1}{45}$

2- Calcolare la distribuzione di probabilità marginale di X. Inserire il suo valore di probabilità per X = - 0.34

$$Pr(X = -0.34) = \frac{2}{45} + \frac{5}{45} + \frac{1}{45} = \frac{8}{45}$$

3- Calcolare la distribuzione di probabilità marginale di Y. Inserire il suo valore di probabilità per Y = - 2.15

$$Pr(Y = -2.15) = \frac{2}{45} + \frac{6}{45} + \frac{7}{45} = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

4- Calcolare il valore atteso di X.

$$\mathbb{E}(X) = \sum_{x \in R_X} x \cdot p_X(x) = (-0.34) \cdot \frac{8}{45} + (1.62) \cdot \frac{17}{45} + (2.65) \cdot \frac{20}{45}$$

$$= \left(-\frac{34}{100} \cdot \frac{8}{45}\right) + \left(\frac{162}{100} \cdot \frac{17}{45}\right) + \left(\frac{265}{100} \cdot \frac{20}{45}\right)$$

$$= -\frac{272}{4500} - \frac{2754}{4500} - \frac{5300}{4500}$$

$$= \frac{7782}{4500} = \frac{1297}{750} \simeq 1.729\overline{3}$$

Calcolare la varianza di Y

$$\mathrm{Var}(Y) = \mathbb{E}(Y^2) - \mathbb{E}(Y)^2$$

$$\mathbb{E}(Y) = \sum_{y \in R_Y} y \cdot p_Y(y) = \left(-2.15 \cdot \frac{15}{45}\right) + \left(-0.96 \cdot \frac{22}{45}\right) + \left(-0.8 \cdot \frac{8}{45}\right)$$

$$= -\frac{215}{100} \cdot \frac{15}{45} + \left(-\frac{96}{100} \cdot \frac{22}{45}\right) - \left(-\frac{80}{100} \cdot \frac{8}{45}\right)$$

$$= -\frac{3225}{4500} - \frac{2112}{4500} - \frac{640}{4500}$$

$$= -\frac{5977}{4500} \simeq 1.328\bar{2}$$

$$\mathbb{E}(Y^2) = \sum_{y \in R_Y} y^2 \cdot p_Y(y) = (-2.15)^2 \cdot \frac{15}{45} + (-0.96)^2 \cdot \frac{22}{45} + (-0.8)^2 \cdot \frac{8}{45}$$

$$= \left(-\frac{215}{100}\right)^2 \cdot \frac{15}{45} + \left(\frac{96}{100}\right)^2 \cdot \frac{22}{45} + \left(\frac{80}{100}\right)^2 \cdot \frac{8}{45}$$

$$= \frac{46225}{10000} \cdot \frac{15}{45} + \frac{9216}{10000} \cdot \frac{22}{45} + \frac{6400}{10000} \cdot \frac{8}{45}$$

$$= \frac{693375}{450000} - \frac{202752}{450000} - \frac{51200}{450000}$$

$$= \frac{947327}{450000} \simeq 2.10517\bar{1}$$

$$\mathrm{Var}(Y) = \mathbb{E}(Y - \mathbb{E}(Y)^2$$

$$= \frac{947327}{450000} - \left(-\frac{5977}{4500}\right)^2$$

$$= \frac{947327}{450000} - \frac{35724529}{20250000}$$

$$= \frac{947327 \cdot 45 - 35724529}{20250000} = \frac{42629715 - 35724529}{20250000}$$

$$= \frac{6905186}{20250000} = \frac{3452593}{10125000} \simeq 0.340996839$$