Técnicas de simulación y discretización para la valoración de opciones barrera

por

Gonzalo A. Bordón

Presentado ante la **FACULTAD DE MATEMÁTICA, ASTRONOMÍA, FÍSICA Y COMPUTACIÓN** como parte de los requerimientos para la obtención del grado de Licenciatura en Ciencias de la Computaciónde la

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

Enero, 2026

Directores: Dra. Noemí Patricia Kisbye

Certifico que el trabajo incluido en este documento es el resultado de tareas de investigación originales y que no ha sido presentado para optar a un título en ninguna otra Universidad o Institución.

Gonzalo A. Bordón

Agradecimientos

Completar: COMPLETAR

Resumen

Esta tesis presenta métodos para la valorización y discretización de opciones barrera, derivados financieros cuyo pago depende de si el precio del activo subyacente cruza un nivel de barrera predeterminado durante la vida de la opción. Las opciones barrera son ampliamente utilizadas en los mercados financieros para la gestión de riesgos y estrategias de inversión debido a su menor costo en comparación con las opciones estándar.

Los objetivos principales de este trabajo son analizar e implementar métodos para la valoración de opciones barrera, con énfasis particular en las técnicas de discretización que capturan con precisión la condición de barrera. La metodología incluye: (1) el modelo continuo de Black-Scholes, que asume un comportamiento lognormal del precio del activo, permitiendo fórmulas cerradas para opciones barrera europeas y sentando las bases para simulaciones de Monte Carlo en el caso americano; (2) modelos discretos como el binomial y trinomial que analizan el conjunto completo de trayectorias posibles, abordando el problema de la subestimación o sobreestimación cuando la barrera no coincide con los nodos del árbol mediante estrategias con mallas adaptativas; y (3) la replicación estática, una técnica para cubrir opciones barrera mediante la construcción de un portafolio de opciones vanillas que reproduzca el mismo payoff bajo ciertas condiciones. Nos enfocamos tanto en opciones barrera de estilo europeo como americano.

Los resultados demuestran la efectividad de los esquemas de discretización propuestos para lograr valoraciones precisas manteniendo la eficiencia computacional. Comparamos el rendimiento de diferentes enfoques numéricos y analizamos sus propiedades de convergencia. El trabajo contribuye a la comprensión de métodos numéricos para la valoración de opciones exóticas y proporciona herramientas prácticas para la evaluación de riesgos financieros.

Palabras clave: opciones barrera, valoración de opciones, modelo de Black-Scholes, árboles binomiales y trinomiales, replicación estática, mallas adaptativas, derivados financieros.

Abstract

This thesis presents methods for the valuation and discretization of barrier options, financial derivatives whose payoff depends on whether the underlying asset price crosses a predetermined barrier level during the option's lifetime. Barrier options are widely used in financial markets for risk management and investment strategies due to their lower cost compared to standard options.

The main objectives of this work are to analyze and implement methods for pricing barrier options, with particular emphasis on discretization techniques that accurately capture the barrier condition. The methodology includes: (1) the continuous Black-Scholes model, which assumes a lognormal behavior of the asset price, allowing closed-form formulas for European barrier options and providing the foundation for Monte Carlo simulations in the American case; (2) discrete models such as binomial and trinomial trees that analyze the complete set of possible trajectories, addressing the problem of underestimation or overestimation when the barrier does not align with tree nodes through strategies using adaptive meshes; and (3) static replication, a technique for hedging barrier options by constructing a portfolio of vanilla options that reproduces the same payoff under certain conditions. We focus on both European and American-style barrier options.

The results demonstrate the effectiveness of the proposed discretization schemes in achieving accurate valuations while maintaining computational efficiency. We compare the performance of different numerical approaches and analyze their convergence properties. The work contributes to the understanding of numerical methods for exotic options pricing and provides practical tools for financial risk assessment.

Keywords: barrier options, option pricing, Black-Scholes model, binomial and trinomial trees, static replication, adaptive meshes, financial derivatives.

Índice general

Índice de figuras

Índice de códigos

Capítulo 1

Introducción

Las opciones barrera son instrumentos derivados ampliamente utilizados en los mercados financieros modernos. Su popularidad se debe principalmente a dos factores: son significativamente más baratas que las opciones vanilla equivalentes, y permiten a los inversores y empresas cubrir riesgos específicos de manera más eficiente.

A diferencia de las opciones europeas estándar, cuyo valor depende únicamente del precio del activo subyacente al vencimiento, las opciones barrera tienen una característica adicional: su existencia depende de si el precio del activo cruza o no un nivel predeterminado (la barrera) durante la vida del contrato. Esta dependencia de la trayectoria completa del precio, y no solo de su valor final, introduce complejidades significativas en su valoración.

1.1. Motivación

Las opciones barrera se utilizan en diversos contextos financieros:

- **Gestión de riesgos corporativos**: Una empresa exportadora puede usar una opción barrera para protegerse contra movimientos adversos del tipo de cambio, pero solo si estos superan un umbral crítico para su operación.
- **Productos estructurados**: Los bancos de inversión incorporan opciones barrera en productos estructurados para ofrecer perfiles de riesgo-retorno específicos a menor costo.
- **Especulación dirigida**: Los traders pueden expresar visiones de mercado sofisticadas (por ejemplo, 'el activo subirá pero no superará cierto nivel') con menor capital que usando opciones vanilla.
- **Optimización de costos**: Las opciones barrera permiten obtener cobertura a un costo significativamente menor que las opciones estándar, lo que las hace atractivas para empresas con presupuestos limitados.

1.2. El Problema de Valoración

1.2.1. Fórmulas Analíticas y sus Limitaciones

Bajo el modelo de Black-Scholes con monitoreo continuo de la barrera, existen fórmulas cerradas para valorar opciones barrera europeas, desarrolladas por Reiner y Rubinstein (1991). Estas fórmulas son matemáticamente elegantes y computacionalmente eficientes.

Sin embargo, presentan limitaciones importantes en la práctica:

1. **Monitoreo discreto vs continuo**: En la realidad, las barreras se monitorean en momentos discretos (diariamente, o incluso solo al cierre del mercado), no continuamente. Esto puede generar diferencias significativas en el precio, especialmente para barreras cercanas al precio actual del activo.

2. **Volatilidad constante**: El supuesto de volatilidad constante es particularmente problemático para opciones de largo plazo o en mercados con alta variabilidad de la volatilidad.

3. **Saltos en el precio**: El modelo no considera saltos discontinuos en el precio del subyacente, que pueden hacer que el precio 'salte' sobre la barrera sin tocarla, afectando significativamente la valoración.

4. **Barreras complejas**: Para barreras dependientes del tiempo, barreras dobles, o barreras parciales (monitoreadas solo en ciertos períodos), no existen fórmulas cerradas.

1.2.2. Desafíos Computacionales

Los métodos numéricos para valorar opciones barrera enfrentan desafíos específicos:

- **Sensibilidad cerca de la barrera**: El valor de la opción y sus derivadas (las 'griegas') cambian drásticamente cuando el precio del subyacente se aproxima a la barrera. Esto requiere una resolución muy fina en esa región.

- **Discontinuidades**: En el momento en que se toca la barrera, el valor de una opción knock-out cae abruptamente a cero (o al valor del rebate). Esta discontinuidad es difícil de capturar numéricamente.

- **Trade-off precisión-velocidad**: Métodos muy precisos pueden ser computacionalmente costosos, mientras que métodos rápidos pueden carecer de la precisión necesaria, especialmente para el cálculo de sensibilidades.

1.3. Objetivos del Trabajo

1.3.1. Objetivo General

Comparar sistemáticamente diferentes métodos numéricos para la valoración de opciones barrera europeas, evaluando su precisión, eficiencia computacional, y aplicabilidad en diferentes escenarios.

1.3.2. Objetivos Específicos

1. **Estudiar el modelo de Black-Scholes**: Analizar las fórmulas cerradas de Reiner y Rubinstein para opciones barrera europeas, comprendiendo su derivación y limitaciones.
2. **Implementar métodos numéricos**: Desarrollar implementaciones de:
   - Mallas adaptativas (Adaptive Mesh Model de Figlewski-Gao)
   - Simulación de Monte Carlo con técnicas de reducción de varianza
3. **Validar las implementaciones**: Comparar los resultados numéricos con las fórmulas analíticas de Reiner-Rubinstein en casos donde estas son aplicables.
4. **Analizar el desempeño**: Evaluar cada método en términos de:
   - Precisión absoluta y relativa
   - Tiempo de cómputo
   - Estabilidad numérica
   - Capacidad para calcular sensibilidades (griegas)
5. **Identificar casos de uso óptimos**: Determinar qué método es más apropiado según:
   - Tipo de opción barrera (knock-in, knock-out, up, down)
   - Posición relativa del precio actual respecto a la barrera
   - Tiempo al vencimiento
   - Volatilidad del subyacente
   - Requerimientos de precisión
6. **Proporcionar recomendaciones prácticas**: Ofrecer guías para la selección del método más apropiado en diferentes contextos de aplicación.

1.4. Contribuciones del Trabajo

Este trabajo contribuye a la literatura y práctica de valoración de opciones barrera en los siguientes aspectos:

1. **Comparación sistemática**: Proporciona una comparación rigurosa y sistemática de múltiples métodos numéricos bajo un marco común de evaluación.
2. **Implementaciones validadas**: Ofrece implementaciones cuidadosamente validadas de métodos avanzados como mallas adaptativas, que pueden servir como referencia para futuros trabajos.
3. **Guías prácticas**: Proporciona recomendaciones concretas sobre qué método usar en diferentes situaciones, útiles tanto para académicos como para profesionales.
4. **Análisis de sensibilidad**: Estudia cómo el desempeño de cada método varía con los parámetros del problema, identificando regiones donde ciertos métodos son superiores.

1.5. Organización del Trabajo

Los capítulos de este trabajo se organizan de la siguiente manera:

En el Capítulo 2 se presentan los fundamentos financieros necesarios para comprender la valoración de opciones. Se introducen los mercados de derivados, los diferentes tipos de opciones (europeas, americanas, exóticas), y en particular las opciones barrera. Se desarrolla el modelo de Black-Scholes estableciendo el marco teórico fundamental.

El Capítulo 3 describe los cuatro métodos de valoración que serán implementados y comparados: las fórmulas analíticas de Reiner y Rubinstein, árboles trinomiales con mallas adaptativas, replicación estática mediante portafolios, y simulación de Monte Carlo con el método de Longstaff-Schwartz para opciones americanas. Para cada método se explican sus principios básicos, ventajas y desventajas.

Los Capítulos 4, 5 y 6 documentan la implementación de cada uno de los métodos. Se detallan los algoritmos, criterios de refinamiento, técnicas de reducción de varianza, y detalles de implementación. Se presentan resultados de validación comparando con fórmulas analíticas cuando es posible.

En el Capítulo 7 se presenta una comparación sistemática de todos los métodos implementados. Se diseñan experimentos numéricos con diferentes parámetros (precio del subyacente, strike, barrera, volatilidad, tiempo al vencimiento) y se analizan los resultados en términos de precisión, tiempo de cómputo, y estabilidad. Se identifican los casos de uso óptimos para cada método.

Finalmente, las conclusiones generales son presentadas en el Capítulo 8, donde se resumen los resultados principales del trabajo, se presentan las conclusiones sobre qué método es más apropiado en diferentes situaciones, se discuten las limitaciones del estudio, y se proponen direcciones para trabajo futuro.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Mercados de Derivados

2.2. Opciones Financieras

2.2.1. Opciones Europeas y Americanas

2.2.2. Opciones Exóticas

2.3. Opciones Barrera

2.3.1. Definición y Clasificación

2.3.2. Payoffs y Características

2.4. Modelo de Black-Scholes

2.4.1. Supuestos del Modelo

2.4.2. Ecuación Diferencial de Black-Scholes

2.4.3. Medida Neutral al Riesgo

Capítulo 3

Métodos de Valoración

En este capítulo se presentan los cuatro métodos de valoración que serán implementados y comparados en este trabajo. Para opciones barrera europeas se analizan tres métodos: fórmulas analíticas de Reiner y Rubinstein, árboles trinomiales con mallas adaptativas, y replicación estática mediante portafolios de opciones vanilla. Para opciones barrera americanas se utiliza simulación de Monte Carlo con el método de Longstaff-Schwartz.

3.1. Método 1: Fórmulas Analíticas de Reiner y Rubinstein

El trabajo seminal de Reiner y Rubinstein Reiner and Rubinstein (1991) proporciona una metodología sistemática para obtener fórmulas cerradas para los ocho tipos básicos de opciones barrera europeas bajo el modelo de Black-Scholes.

3.1.1. Marco Metodológico de Valoración

Siguiendo la notación exacta de Reiner y Rubinstein Reiner and Rubinstein (1991), se definen:
Variables Críticas

- r: Tasa de interés (expresada como $1 + \text{tasa}$)
- d: Tasa de pago del activo (expresada como $1 + \text{tasa de pago}$)
- σ: Volatilidad del activo subyacente
- t: Tiempo hasta el vencimiento
- ϕ: Variable binaria (1 para calls, -1 para puts)
- η: Variable binaria (1 si el precio inicia por encima de la barrera, -1 si inicia por debajo)

Constantes:

- H: Nivel de la barrera preestablecido

- K: Precio de ejercicio preestablecido
- R: Monto del rebate preestablecido

Funciones de Densidad de Probabilidad La valoración requiere tres densidades fundamentales:

- $f(u)$: Densidad normal del logaritmo natural del retorno del activo subyacente neutral al riesgo

  $$f(u) = (1/\sigma\sqrt{2\pi t})e^{-1/2v^2}$$

  Donde $v = (u - \mu t)/\sigma\sqrt{t}$ y $\mu = \log(r/d) - \frac{1}{2}\sigma^2$. Utilizada cuando consideramos que no se cruzó la barrera.

- $g(u)$: Densidad del retorno cuando el precio rompe la barrera pero termina en un nivel específico al vencimiento

  $$g(u) = e^{2\eta\alpha\lambda\sigma^{-2}}(1/\sigma\sqrt{2\pi t})e^{-1/2v^2}$$

  Donde $v = (u - 2\eta\alpha - \eta\mu t)/\sigma\sqrt{t}$ y $\alpha = \log(H/S)$. Utilizada cuando consideramos que se cruzó la barrera.

- $h(\tau)$: Densidad del tiempo de primer paso (first passage time), necesaria para las opciones 'Out' donde el reembolso se paga al momento de tocar la barrera

Variables auxiliares

- $x = [\log(S/K)/\sigma\sqrt{t}] + \lambda\sigma\sqrt{t}$
- $x_1 = [\log(S/H)/\sigma\sqrt{t}] + \lambda\sigma\sqrt{t}$
- $y = [\log(H^2/SK)/\sigma\sqrt{t}] + \lambda\sigma\sqrt{t}$
- $y_1 = [\log(H/S)/\sigma\sqrt{t}] + \lambda\sigma\sqrt{t}$
- $\lambda = 1 + (\mu/\sigma^2)$
- $z = [\log(H/S)/\sigma\sqrt{t}] + b\sigma\sqrt{t}$
  donde $b = [\sqrt{\mu^{+}2(\log r)\sigma^2}]/\sigma^2$

3.1.2. Términos de Valoración

$$\begin{aligned}[1] &= r^{-t}\int \phi(Se^u - K)f(u)du \\ &= \phi S d^{-t} N(\phi x) - \phi K r^{-t} N(\phi x - \phi\sigma\sqrt{t})\end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned}[2] &= r^{-t}\int \phi(Se^u - K)f(u)du \\ &= \phi S d^{-t} N(\phi x_1) - \phi K r^{-t} N(\phi x_1 - \phi\sigma\sqrt{t})\end{aligned} \tag{3.2}$$

$$\begin{aligned}[3] &= r^{-t}\int \phi(Se^u - K)g(u)du \\ &= \phi S d^{-t} (H/S)^{2\lambda} N(\eta y) - \phi K r^{-t} (H/S)^{2\lambda-2} N(\eta y - \eta\sigma\sqrt{t})\end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}[4] &= r^{-t}\int \phi(Se^u - K)g(u)du \\ &= \phi S d^{-t} (H/S)^{2\lambda} N(\eta y_1) - \phi K r^{-t} (H/S)^{2\lambda-2} N(\eta y_1 - \eta\sigma\sqrt{t})\end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}[5] &= R r^{-t}\int [f(u) - g(u)]du \\ &= R r^{-t}\left[N(\eta x_1 - \eta\sigma\sqrt{t}) - (H/S)^{2\lambda-2} N(\eta y_1 - \eta\sigma\sqrt{t})\right]\end{aligned} \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned}[6] &= R\int r^{-\tau} h(\tau)d\tau \\ &= R\left[(H/S)^{a+b} N(\eta z) + (H/S)^{a-b} N(\eta z - 2\eta b\sigma\sqrt{t})\right]\end{aligned} \tag{3.6}$$

3.1.3. Interpretación de los Términos de Valoración

La comprensión de estos términos requiere analizar tanto las regiones de integración como las funciones de densidad utilizadas.

1. Regiones de Integración en el Espacio de Precios

En las fórmulas [1] a [5], la variable de integración es u, definida como el logaritmo natural del rendimiento del activo: $u = \ln(S_t/S)$.

- **Región de** $\log(K/S)$ **a** $\phi\infty$: Representa todos los precios finales del activo que terminan 'in the money' (por encima de K para un call o por debajo de K para un put). El término ϕ actúa como un interruptor: si es 1 (call), la región va hacia el infinito positivo; si es -1 (put), hacia el infinito negativo.
- **Región de** $\log(H/S)$ **a** $\phi\infty$ **(o** $\eta\infty$**)**: Define los precios finales que terminan en el lado 'activo' de la barrera. Por ejemplo, en una opción down-and-in, esta región abarca los precios finales que están por encima de la barrera H, permitiendo distinguir entre los activos que terminaron 'a salvo' y los que no.

2. Significado según la Función de Densidad
El significado de la región cambia drásticamente dependiendo de qué densidad se esté integrando:

- **Con** $f(u)$ **(Densidad Estándar)**: La región representa simplemente dónde termina el precio al vencimiento, sin importar lo que pasó en el camino. Es la visión 'estilo Black-Scholes' clásica.
- **Con** $g(u)$ **(Densidad de Cruce)**: Cuando integramos sobre una región usando $g(u)$, estamos capturando únicamente las trayectorias que cruzaron la barrera H en algún momento, pero que terminaron en la región especificada (K o H) al vencimiento. Esta densidad incorpora el principio de reflexión.
- **Con** $[f(u) - g(u)]$ **(Región de Reembolso)**: En la fórmula [5], integrar sobre esta diferencia en la región de $\log(H/S)$ a $\eta\infty$ representa la probabilidad de que el activo termine en el lado correcto de la barrera sin haberla tocado nunca durante la vida de la opción.

3. Región Temporal (Término [6])
En la fórmula [6], la región de integración es temporal, no de precio:

- **De** 0 **a** t: Esta región abarca toda la vida del contrato, desde el momento inicial hasta el vencimiento. Significa que el modelo está sumando las probabilidades de que el activo toque la barrera en cualquier instante τ dentro de ese periodo. Esto es fundamental para las opciones de 'salida' (out-options), donde el pago (reembolso) ocurre en el momento exacto del impacto, el cual es aleatorio.

Resumen de los Términos

- **Término [1]**: Valor esperado descontado usando $f(u)$, integrando sobre precios finales por encima de K (calls) o por debajo de K (puts). Representa el valor de la opción vanilla sin considerar la barrera.
- **Término [2]**: Similar a [1], pero integrando sobre precios finales en el lado activo de la barrera H.
- **Término [3]**: Valor esperado descontado usando $g(u)$, considerando solo trayectorias que cruzaron la barrera y terminaron por encima de K (calls) o por debajo de K (puts).
- **Término [4]**: Similar a [3], pero integrando sobre precios finales en el lado activo de la barrera H.
- **Término [5]**: Valor presente del rebate R pagado al vencimiento si la barrera no fue tocada durante la vida de la opción. Usa la diferencia $[f(u) - g(u)]$ para capturar solo trayectorias que nunca cruzaron.
- **Término [6]**: Valor presente del rebate R pagado en el momento exacto (aleatorio) en que se toca la barrera. Integra sobre el tiempo de primer pasaje $\tau \in [0, t]$ usando la densidad $h(\tau)$.

La combinación apropiada de estos términos permite construir las fórmulas para los ocho tipos de opciones barrera (Down-and-Out/In, Up-and-Out/In, para Calls y Puts).

3.1.4. Fórmulas Exactas: Construcción mediante Términos de Valoración

Las fórmulas de Reiner y Rubinstein se construyen combinando los términos de valoración [1] a [6] según el tipo de opción, la posición relativa del precio inicial respecto a la barrera, y la relación entre el precio de ejercicio K y la barrera H.

Opciones de Entrada (In-options)

Estas opciones solo comienzan a existir (se activan o hacen 'knock-in') si el precio del activo toca la barrera H antes del vencimiento. Si no se toca la barrera, el tenedor recibe un reembolso R al vencimiento.

1. **Down-and-In Call** ($S > H$): El activo comienza por encima de la barrera. Se activa si el precio baja hasta tocar H.
    - Si $K > H$: [3] + [5] con $\eta = 1$, $\phi = 1$
    - Si $K < H$: [1] - [2] + [4] + [5] con $\eta = 1$, $\phi = 1$
2. **Up-and-In Call** ($S < H$): El activo comienza por debajo de la barrera. Se activa si el precio sube hasta tocar H.
    - Si $K > H$: [1] + [5] con $\eta = -1$, $\phi = 1$
    - Si $K < H$: [2] - [3] + [4] + [5] con $\eta = -1$, $\phi = 1$
3. **Down-and-In Put** ($S > H$): Comienza arriba de la barrera y se activa al bajar hasta H.
    - Si $K > H$: [2] - [3] + [4] + [5] con $\eta = 1$, $\phi = -1$
    - Si $K < H$: [1] + [5] con $\eta = 1$, $\phi = -1$
4. **Up-and-In Put** ($S < H$): Comienza abajo de la barrera y se activa al subir hasta H.
    - Si $K > H$: [1] - [2] + [4] + [5] con $\eta = -1$, $\phi = -1$
    - Si $K < H$: [3] + [5] con $\eta = -1$, $\phi = -1$

Opciones de Salida (Out-options)

Estas opciones dejan de existir (se extinguen o hacen 'knock-out') si el precio del activo toca la barrera H. Si se toca la barrera, el reembolso R se paga usualmente en ese mismo momento.

5. **Down-and-Out Call** ($S > H$): La opción es válida mientras el precio se mantenga por encima de H.
    - Si $K > H$: [1] - [3] + [6] con $\eta = 1$, $\phi = 1$
    - Si $K < H$: [2] - [4] + [6] con $\eta = 1$, $\phi = 1$
6. **Up-and-Out Call** ($S < H$): Se extingue si el precio sube hasta tocar H.
    - Si $K > H$: [6] con $\eta = -1$, $\phi = 1$.
      Nota: Para que el precio termine arriba de K, necesariamente debe cruzar H primero, por lo que la opción solo vale por su reembolso.

- Si $K < H$: [1] - [2] + [3] - [4] + [6] con $\eta = -1$, $\phi = 1$

7. **Down-and-Out Put** ($S > H$): Se extingue si el precio baja hasta tocar H.
   - Si $K > H$: [1] - [2] + [3] - [4] + [6] con $\eta = 1$, $\phi = -1$
   - Si $K < H$: [6] con $\eta = 1$, $\phi = -1$.
     Nota: Si el precio baja de K, ya habrá cruzado H y la opción se habrá extinguido.
8. **Up-and-Out Put** ($S < H$): Se mantiene vigente mientras el precio esté debajo de H.
   - Si $K > H$: [2] - [4] + [6] con $\eta = -1$, $\phi = -1$
   - Si $K < H$: [1] - [3] + [6] con $\eta = -1$, $\phi = -1$

3.2. Método 2: Árboles Trinomiales con Mallas Adaptativas

3.2.1. Árboles Trinomiales

3.2.2. Mallas Adaptativas

3.2.3. Método Híbrido

3.3. Método 3: Replicación Estática

3.3.1. Concepto de Replicación Estática

3.3.2. Metodología de Derman-Ergener-Kani

3.3.3. Construcción del Portafolio

3.4. Método 4: Monte Carlo para Opciones Americanas

3.4.1. Desafío de las Opciones Americanas

3.4.2. Simulación de Monte Carlo

3.4.3. Método de Longstaff-Schwartz (LSM)

Capítulo 4

Implementación - Fórmulas de Reiner y Rubinstein

4.1. Descripción de la Implementación

4.1.1. Cálculo de Variables Auxiliares

4.1.2. Cálculo de Términos de Valoración

4.1.3. Construcción de Fórmulas para Cada Tipo

4.2. Detalles de Implementación

4.2.1. Código Relevante

4.3. Cálculo de Griegas

4.4. Validación

4.4.1. Verificación de Relaciones de Paridad

4.4.2. Verificación de Límites Asintóticos

4.4.3. Ejemplos Numéricos

Capítulo 5

Implementación - Árboles Trinomiales con Mallas Adaptativas

5.1. Descripción del Algoritmo

5.1.1. Construcción del Árbol Trinomial

5.1.2. Adaptación de la Malla

5.1.3. Valoración Backward

5.2. Detalles de Implementación

5.2.1. Estructura de Datos

5.2.2. Código Relevante

5.3. Validación

5.3.1. Comparación con Rubinstein-Reiner

5.3.2. Análisis de Convergencia

5.3.3. Ejemplos Numéricos

Capítulo 6

Implementación - Replicación Estática y Monte Carlo

6.1. Replicación Estática

6.1.1. Descripción del Algoritmo

Selección de Strikes

Cálculo de Pesos

6.1.2. Detalles de Implementación

6.1.3. Validación del Portafolio Replicante

Comparación con Rubinstein-Reiner

Análisis de Convergencia

Ejemplos Numéricos

6.2. Monte Carlo para Opciones Americanas

6.2.1. Descripción del Algoritmo

Generación de Trayectorias

Monitoreo de Barrera

Método de Longstaff-Schwartz

6.2.2. Detalles de Implementación

Código Relevante

6.2.3. Validación de Monte Carlo

Análisis de Convergencia

Intervalos de Confianza

Ejemplos Numéricos

6.2.4. Técnicas de Reducción de Varianza

Capítulo 7

Resultados y Comparación

7.1. Diseño de Experimentos

7.1.1. Casos de Prueba para Opciones Europeas

7.1.2. Casos de Prueba para Opciones Americanas

7.1.3. Métricas de Evaluación

7.2. Resultados para Opciones Europeas

7.2.1. Tablas Comparativas

7.2.2. Análisis de Precisión

7.2.3. Análisis de Tiempo Computacional

7.2.4. Comportamiento Cerca de la Barrera

7.2.5. Gráficos Comparativos

7.3. Resultados para Opciones Americanas

7.3.1. Tablas de Resultados

7.3.2. Análisis de Convergencia

7.3.3. Comparación con Europeas

7.4. Comparación Global de Métodos

7.4.1. Tabla Resumen

7.4.2. Análisis de Casos de Uso Óptimos

7.4.3. Recomendaciones Prácticas

7.5. Discusión

7.5.1. Ventajas y Desventajas Observadas

7.5.2. Limitaciones del Estudio

Capítulo 8

Conclusiones y Trabajo Futuro

8.1. Resumen de Resultados

8.2. Conclusiones Principales

8.2.1. Sobre los Métodos para Opciones Europeas

8.2.2. Sobre Monte Carlo para Opciones Americanas

8.2.3. Comparación Global

8.3. Limitaciones del Trabajo

8.4. Trabajo Futuro

8.4.1. Extensiones del Modelo

8.4.2. Extensiones de los Métodos

8.4.3. Aplicaciones Prácticas

8.4.4. Validación con Datos Reales

Bibliografía

Reiner, E. and Rubinstein, M. (1991). Breaking down barrier options. *Risk*, 4(8):28–35.