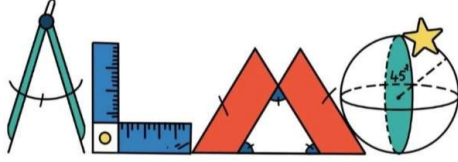


الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية



مديرية التعليم المتخصص والتعليم الخاص
لجنة الأولمبياد الجزائرية لل مواد التعليمية

المسابقة النهائية للأولمبياد الجزائرية للرياضيات لسنة 2025 الطبعة الثانية

4 جويلية 2025

الفئة: أكابر

المسألة 4:

لتكن x, y, z أعداداً حقيقية موجبة تماماً بحيث: $xy + xz + yz = 3$. برهن أن:

$$\frac{1}{xyz} \geq \frac{2}{3}(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}) - 1$$

المسألة 5:

N عدد طبيعي غير معدوم معطى، ولتكن a_1, a_2, \dots, a_N أعداد طبيعية غير معدومة.
نعرف من أجل كل عدد طبيعي $n : n > N$ هو العدد الطبيعي الأقل تكررًا من بين $a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1$.
(إذا كان هناك عدنان لهما نفس أصغر تكرار يكون a_n هو أصغر هذين العددين).
أثبت أن المتتالية $(a_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ دورية ابتداءً من رتبة معينة.
مثلاً: من أجل $N = 5$ و $a_1 = 1, a_2 = 6, a_3 = 8, a_4 = 3, a_5 = 1$ نجد
 $a_6 = 3, a_7 = 6, a_8 = 8, \dots$
مثال: المتتالية التالية: $5, 4, 3, 1, 2, 1, 2, 1, 2, \dots$ دورية ابتداءً من الرتبة الرابعة و دورها 2.

المسألة 6:

ليكن ABC مثلثاً حاد الزوايا مختلف الأضلاع و ω الدائرة المحيطة به. محور القطعة المستقيمة $[AB]$ يقطع (BC) و (AC) في D و E على الترتيب بحيث تكون E خارج القطعة المستقيمة $[AC]$.
المستقيم الذي يشمل D ويعامد (BC) يقطع الدائرة المحيطة بالمثلث BCE في نقطة X خارج المثلث ABC .
المستقيم (DX) يقطع (AC) في Y و ω في Z و T حيث Z تنتمي إلى القوس \widehat{AC} التي لا تشمل B .
الدائرة المحيطة بالمثلث ZET تقطع الضلع $[BC]$ في P و تقطع ثانية الدائرة المحيطة بالمثلث YDE في Q .
أثبت أن مماس الدائرة المحيطة بالمثلث YZQ في Z ومماس الدائرة المحيطة بالمثلث YTQ في T والمستقيم (PX) تتلاقى في نقطة واحدة.

المدة: أربع ساعات ونصف

7 نقاط على كل مسألة

المسائل مرتبة حسب الصعوبة