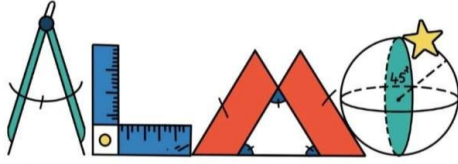


الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية



مديرية التعليم المتخصص والتعليم الخاص
لجنة الأولمبياد الجزائرية لل مواد التعليمية

المسابقة النهائية للأولمبياد الجزائرية للرياضيات لسنة 2025 الطبعة الثانية

3 جويلية 2025

الفئة: أكابر

المسألة 1 :

ليكن ABC مثلثاً حاد الزوايا و ω الدائرة المحيطة به. D نقطة تقاطع ω مع منتصف الزاوية $\angle BAC$.
لتكن E نقطة من نصف المستقيم (DC) ، نفرض أن الدائرة المحيطة بالمثلث ACE تقطع الضلع $[BC]$ في F .
المستقيم (DF) يقطع ثانية الدائرة ω في G و الدائرة المحيطة بالمثلث ACF في H .
برهن أن $(GC) \parallel (HE)$.

المسألة 2 :

جد كل الأعداد الطبيعية a و b التي تحقق:

$$a^2 + ab + b^2 = p^k \quad \text{و} \quad ab = m^2$$

حيث p عدد أولي و m, k عددان طبيعيين غير معدومين.

المسألة 3 :

جد كل الدوال الغامرة $f : \mathbb{Q}^* \rightarrow \mathbb{Q}^*$ بحيث:

$$(f(x) + f(y))f(x + y) = f(xy)$$

من أجل كل $x, y \in \mathbb{Q}^*$ حيث $x + y \neq 0$.

المدة: أربع ساعات ونصف

7 نقاط على كل مسألة

المسائل مرتبة حسب الصعوبة