

숙제 2: 9월 24일(수) 밤12시(자정) 이전까지 - 조교 이메일로 제출

1. 다음의 모형들을 lag operator를 사용하지 않고 표현하라. (즉 아래의 문제 2와 같은 형태로 바꾸어라.)

(a) $(1 - \rho L)y = \varepsilon_t$

(b) $(1 + 0.2L - 0.8L^2)y_t = \varepsilon_t$

(c) $y_t = (1 - \theta L)\varepsilon_t$

(d) $y_t = (1 - 0.3L + 0.5L^2)\varepsilon_t$

2. 다음의 모형들을 lag operator를 사용하여 표현하고 (즉 앞의 문제 1과 같은 형태로 바꾸어라.) stationary, invertible 한지 여부를 체크하라.

(a) $y_t = 0.8y_{t-1} + \varepsilon_t$

(b) $y_t = 0.2y_{t-1} + 0.3y_{t-2} - 0.7y_{t-5} + \varepsilon_t$

(c) $y_t = \varepsilon_t - 0.7\varepsilon_{t-1}$

(d) $y_t = \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-4}$

3. 다음의 MA(1) process에 대해 물음에 답하라. $\varepsilon_t \sim w.n.(0,1)$

$$y_t = 2.3 - 0.95\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

(a) T시점에서의 T+h, $h = 1, 2, 3$ 에 대한 optimal forecast를 구하라.

(b) $\varepsilon_1 = 0.4$, $\varepsilon_{T-1} = -1.2$ 일 때, (a)에의 예측치는?

4. 표본의 크기가 T=500이고, 오차항 $\varepsilon_t \sim iidN(0,1)$ 에서 추출한 random number를 이용하여 다음의 모형에 의해 자료 y를 생성하고

$$y_t = \varepsilon_t, \text{ white noise}$$

$$y_t = \varepsilon_t - 0.6\varepsilon_{t-1} + 0.4\varepsilon_{t-2} - 0.5\varepsilon_{t-3} + 0.3\varepsilon_{t-4}$$

$$y_t = 0.3y_{t-1} + 0.4y_{t-2} + \varepsilon_t$$

각각의 data generating process에 의해 생성된 자료에 대해

(a) 자료 y를 시계열 그래프와 ACF, PACF 그래프를 그리고,

(b) MA(4) 모형을 추정된 결과를 보고하고, 해석하라.

5. 통화와 실물경제 사이의 인과관계를 분석하기 위해, M1통화 (단위: 10억원) 와 GDP 단위: 10억원, 2000년 불변가격)을 각각 증가율로 변환하여 M1통화증가율(X)과 GDP증가율(Y)을 이용하였다. 1986:I - 2004:IV 사이의 분기별 자료를 사용하였다.

$$Y_t = c + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \beta_3 Y_{t-3} + \beta_4 Y_{t-4} + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \alpha_3 X_{t-3} + \alpha_4 X_{t-4} + \epsilon_t$$

 위의 식에서 다음의 가설을 검정하라.

$$H_0: \alpha_1 = 0 \quad H_1: \alpha_1 \neq 0$$

X에서 Y로의 인과관계 분석을 위해 다음의 가설을 검정해서 과거 통화가 GDP에
 영향이 있는지 검정하고자 한다. (Granger Causality 분석)

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4, \quad H_1: \text{not } H_0$$

위의 두 가설검정을 위해 각각 t-statistic 과 F-statistic 을 이용하는 R 프로그램
 을 작성하고 그 결과를 제시하라.

- 자료를 불러오고 추정, 검정하는 R script을 작성하고, R script 및 결과를 캡처
 하여 한글 파일에 오려 붙이기로 문서를 작성할 것.
- pdf 파일로 저장하여, “숙제1-홍길동.pdf” 의 양식으로 파일을 저장한 후, 조교
 에게 이메일로 제출바람

| OBS | GDP | M1 |
|--------|---------|--------|
| 1970:1 | 13217.2 | 259.8 |
| 1970:2 | 16099.8 | 257.8 |
| 1970:3 | 16182.4 | 274.1 |
| 1970:4 | 23546.7 | 298.6 |
| 1971:1 | 14653.9 | 316.7 |
| 1971:2 | 17536.2 | 327.3 |
| 1971:3 | 17885.1 | 323.1 |
| 1971:4 | 24662.2 | 363.1 |
| 1972:1 | 15459.3 | 378.1 |
| 1972:2 | 17967.4 | 382.5 |
| 1972:3 | 18545.5 | 428.7 |
| 1972:4 | 26104.5 | 505.9 |
| 1973:1 | 17147.2 | 578.3 |
| 1973:2 | 20357.7 | 604.4 |
| 1973:3 | 21360.1 | 657 |
| 1973:4 | 28607.7 | 722.5 |
| 1974:1 | 19201.2 | 778.4 |
| 1974:2 | 22177.9 | 754.4 |
| 1974:3 | 22331.1 | 770.4 |
| 1974:4 | 30044.9 | 884.1 |
| 1975:1 | 19891.7 | 944.5 |
| 1975:2 | 23351.8 | 943.2 |
| 1975:3 | 23494.1 | 1074.1 |

| | | |
|--------|---------|---------|
| 1975:4 | 32593.7 | 1138.5 |
| 1976:1 | 21750.9 | 1235.2 |
| 1976:2 | 26097.2 | 1269.5 |
| 1976:3 | 26072.3 | 1363.9 |
| 1976:4 | 35912.6 | 1474.5 |
| 1977:1 | 23089.1 | 1664.3 |
| 1977:2 | 27839.3 | 1736 |
| 1977:3 | 29384 | 1915.6 |
| 1977:4 | 40498 | 2161.7 |
| 1978:1 | 26320.4 | 2389.3 |
| 1978:2 | 31899.4 | 2365.1 |
| 1978:3 | 31897.8 | 2709.7 |
| 1978:4 | 41922.4 | 2994.6 |
| 1979:1 | 29683.1 | 3260.6 |
| 1979:2 | 34249.3 | 3222.7 |
| 1979:3 | 33641.6 | 3344.5 |
| 1979:4 | 43422.3 | 3700.9 |
| 1980:1 | 29733.3 | 4006.5 |
| 1980:2 | 33820.1 | 3847.3 |
| 1980:3 | 34438.5 | 4107 |
| 1980:4 | 40906 | 4342.9 |
| 1981:1 | 30770.4 | 4759.2 |
| 1981:2 | 34976.1 | 4912.6 |
| 1981:3 | 36385.3 | 5319.9 |
| 1981:4 | 45326.4 | 5490.2 |
| 1982:1 | 32878.3 | 6260.8 |
| 1982:2 | 37443.7 | 6855.6 |
| 1982:3 | 39041.7 | 8321.6 |
| 1982:4 | 48895.9 | 9300.1 |
| 1983:1 | 36362.7 | 9538.5 |
| 1983:2 | 41767.9 | 9566.1 |
| 1983:3 | 43968.7 | 10046.2 |
| 1983:4 | 53212.6 | 10538.9 |
| 1984:1 | 40492.9 | 10863.4 |
| 1984:2 | 45610.9 | 10814 |
| 1984:3 | 47273.7 | 11315.7 |
| 1984:4 | 56138.7 | 11623.1 |
| 1985:1 | 43096.4 | 12140.8 |
| 1985:2 | 48662 | 12724.6 |
| 1985:3 | 50393.1 | 13231.1 |
| 1985:4 | 60256.6 | 13925.6 |

| | | |
|--------|----------|---------|
| 1986:1 | 47079.2 | 15165.3 |
| 1986:2 | 53761.4 | 16177.3 |
| 1986:3 | 56626 | 17259.9 |
| 1986:4 | 66434.9 | 18240.6 |
| 1987:1 | 53267.4 | 19373.2 |
| 1987:2 | 60487.5 | 20332.7 |
| 1987:3 | 62676.9 | 21678.2 |
| 1987:4 | 72332 | 23741.9 |
| 1988:1 | 60889.8 | 24910.4 |
| 1988:2 | 65847.8 | 25370.2 |
| 1988:3 | 68620 | 27309.2 |
| 1988:4 | 79877.7 | 28731.2 |
| 1989:1 | 64435.4 | 29736.8 |
| 1989:2 | 70639.5 | 29832 |
| 1989:3 | 73072.4 | 30918.1 |
| 1989:4 | 85651.2 | 32096 |
| 1990:1 | 70952.6 | 36109.9 |
| 1990:2 | 78051.7 | 37562.7 |
| 1990:3 | 80159.5 | 38063.8 |
| 1990:4 | 91532.5 | 40479.1 |
| 1991:1 | 77791.3 | 44214.3 |
| 1991:2 | 86155.4 | 44465.5 |
| 1991:3 | 87175.7 | 45770.5 |
| 1991:4 | 99697.5 | 48526.5 |
| 1992:1 | 84174.7 | 52779.4 |
| 1992:2 | 92192.5 | 53287.1 |
| 1992:3 | 91040.5 | 55158.6 |
| 1992:4 | 104025.3 | 60174.4 |
| 1993:1 | 87917.2 | 64099.3 |
| 1993:2 | 97219.3 | 65955.1 |
| 1993:3 | 97815 | 69294 |
| 1993:4 | 111264.4 | 73076.9 |
| 1994:1 | 95437 | 74575.4 |
| 1994:2 | 104757.7 | 75759.4 |
| 1994:3 | 105806.9 | 79167 |
| 1994:4 | 121866.6 | 82158 |
| 1995:1 | 104393.2 | 85746.4 |
| 1995:2 | 114791.9 | 85439.1 |
| 1995:3 | 116687.8 | 87798.4 |
| 1995:4 | 131226.3 | 91841.3 |
| 1996:1 | 112109.1 | 96076.6 |

| | | |
|--------|----------|----------|
| 1996:2 | 123035.4 | 96816.4 |
| 1996:3 | 124373 | 99846.4 |
| 1996:4 | 140272.2 | 106508.2 |
| 1997:1 | 117605.2 | 113567.2 |
| 1997:2 | 130478.5 | 113376.8 |
| 1997:3 | 130719.7 | 118552.4 |
| 1997:4 | 144231.3 | 126355.6 |
| 1998:1 | 111371.8 | 120023.7 |
| 1998:2 | 120168.3 | 102618.1 |
| 1998:3 | 120104 | 111139.4 |
| 1998:4 | 135539.4 | 120856.5 |
| 1999:1 | 117907.7 | 127573.4 |
| 1999:2 | 131841.4 | 139958.4 |
| 1999:3 | 133375.6 | 154976.2 |
| 1999:4 | 150274.6 | 166632.9 |
| 2000:1 | 133383.4 | 173198.4 |
| 2000:2 | 144171.4 | 182424 |
| 2000:3 | 144350.1 | 187613.4 |
| 2000:4 | 156759.7 | 190163.8 |
| 2001:1 | 138047.3 | 202638.6 |
| 2001:2 | 149503.6 | 205869.5 |
| 2001:3 | 149311.5 | 219365.8 |
| 2001:4 | 164003.6 | 237895.5 |
| 2002:1 | 147076.1 | 256941.7 |
| 2002:2 | 159990.3 | 263279.6 |
| 2002:3 | 159407.1 | 263798.2 |
| 2002:4 | 176274.6 | 276149.9 |
| 2003:1 | 152625 | 283414.8 |
| 2003:2 | 163536.1 | 277733 |
| 2003:3 | 163003.9 | 281278.2 |
| 2003:4 | 183489.9 | 291163.5 |
| 2004:1 | 160658.2 | 304054.5 |
| 2004:2 | 172588.5 | 303951.4 |
| 2004:3 | 170629.1 | 305501.2 |
| 2004:4 | 189548.2 | 312186.8 |

1. 다음의 모형들을 lag operator를 사용하지 않고 표현하라. (즉 아래의 문제 2와 같은 형태로 바꾸어라.)

(a) $(1 - \rho L)y_t = \varepsilon_t$

(b) $(1 + 0.2L - 0.8L^2)y_t = \varepsilon_t$

(c) $y_t = (1 - \theta L)\varepsilon_t$

(d) $y_t = (1 - 0.3L + 0.5L^2)\varepsilon_t$

(a) $(1 - \rho L)y_t = \varepsilon_t$

$$\begin{aligned} y_t &= \rho L y_t + \varepsilon_t \\ &= \rho y_{t-1} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

(b) $(1 + 0.2L - 0.8L^2)y_t = \varepsilon_t$

$$\begin{aligned} y_t &= -0.2L y_t + 0.8L^2 y_t + \varepsilon_t \\ &= -0.2 y_{t-1} + 0.8 y_{t-2} + \varepsilon_t \end{aligned}$$

(c) $y_t = (1 - \theta L)\varepsilon_t$

$$\begin{aligned} &= \varepsilon_t - \theta L \varepsilon_t \\ &= \varepsilon_t - \theta \varepsilon_{t-1} \end{aligned}$$

(d) $y_t = (1 - 0.3L + 0.5L^2)\varepsilon_t$

$$\begin{aligned} &= \varepsilon_t - 0.3L \varepsilon_t + 0.5L^2 \varepsilon_t \\ &= \varepsilon_t - 0.3 \varepsilon_{t-1} + 0.5 \varepsilon_{t-2} \end{aligned}$$

2. 다음의 모형들을 lag operator를 사용하여 표현하고 (즉 앞의 문제 1과 같은 형태로 바꾸어라.) stationary, invertible 한지 여부를 체크하라.

(a) $y_t = 0.8y_{t-1} + \varepsilon_t$

(b) $y_t = 0.2y_{t-1} + 0.3y_{t-2} - 0.7y_{t-5} + \varepsilon_t$

(c) $y_t = \varepsilon_t - 0.7\varepsilon_{t-1}$

(d) $y_t = \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-4}$

(a) $y_t = 0.8y_{t-1} + \varepsilon_t$

$$y_t - 0.8L y_t = \varepsilon_t$$

$$(1 - 0.8L)y_t = \varepsilon_t$$

$$\phi(L) = 1 - 0.8L$$

$$1 - 0.8z = 0$$

$$z = 1.25 \rightarrow \text{outside of unit circle}$$

\therefore Stationary (invertible)

(b) $y_t = 0.2y_{t-1} + 0.3y_{t-2} - 0.7y_{t-5} + \varepsilon_t$

$$(1 - 0.2L - 0.3L^2 + 0.7L^5)y_t = \varepsilon_t$$

```
ar1      ar2      ar3      ar4      ar5
0.202711577 0.297565346 -0.001228313 0.005936342 -0.697504956
> polyroot(cc(1, -ar2.st$coef)) # 1 - 0.6279L + 0.2741L^2 -> 해근이 나옴.
[1] 0.8819994+0.5120341i -1.0469858-0.0000000i -0.3542511-1.0913534i 0.8819994-0.5120341i
[5] -0.3542511+1.0913534i
> Mod(polyroot(cc(1, -ar2.st$coef))) # 이를 복소수 평면에 표시했을 때, 1보다 크니까, stability condition 만족!
[1] 1.019854 1.046986 1.147408 1.019854 1.147408
```

Root는 실수행렬과, 모든 것이 outside of unit circle.

\therefore Stationary (invertible)

$$(c) y_t = \varepsilon_t - 0.7\varepsilon_{t-1}$$

$$= \varepsilon_t - 0.7L\varepsilon_t$$

$$= (1 - 0.7L)\varepsilon_t$$

$$\theta(L) = 1 - 0.7L$$

$$\theta(z)=0 \text{인 } z = \frac{1}{0.7} > 1$$

\therefore invertible (Stationary)

$$(d) y_t = \varepsilon_t + 0.3\varepsilon_{t-4}$$

$$= (1 + 0.3L^4)\varepsilon_t$$

$$\theta(L) = 1 + 0.3L^4$$

```
> ar2.stscoef
      ma1      ma2      ma3      ma4
0.0002758537 0.0007859823 -0.0006664478 0.2773839897
> polyroot(c(1, -ar2.stscoef)) # 1 - 0.6279L + 0.2741L^2 -> 허근이 나옴.
[1] 0.000732+1.378452i -1.376955-0.000000i 0.000732-1.378452i 1.377894+0.000000i
> Mod(polyroot(c(1, -ar2.stscoef))) # 이를 복소수 평면에 표시했을 때, 1보다 크니까, stability condition 만족!
[1] 1.378452 1.376955 1.378452 1.377894
```

뿌근은 실수행렬과, 모두 7가 outside of unit circle.

\therefore invertible (Stationary)

3. 다음의 MA(1) process에 대해 물음에 답하라. $\varepsilon_t \sim w.n.(0,1)$

$$y_t = 2.3 - 0.95\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

(a) T시점에서의 T+h, $h=1,2,3$ 에 대한 optimal forecast를 구하라.

(b) $\varepsilon_T = 0.4$, $\varepsilon_{T-1} = -1.2$ 일 때, (a)에의 예측치는?

$$(a) i) h=1 : E[y_{T+1} | \Omega_T] = E[2.3 - 0.95\varepsilon_T + \varepsilon_{T+1} | \Omega_T]$$

$$= 2.3 - 0.95\varepsilon_T + 0$$

$$= 2.3 - 0.95\varepsilon_T$$

$$ii) h=2 : E[y_{T+2} | \Omega_T] = E[2.3 - 0.95\varepsilon_{T+1} + \varepsilon_{T+2} | \Omega_T]$$

$$= 2.3 + 0 + 0$$

$$= 2.3$$

$$iii) h=3 : E[y_{T+3} | \Omega_T] = E[2.3 - 0.95\varepsilon_{T+2} + \varepsilon_{T+3} | \Omega_T]$$

$$= 2.3 + 0 + 0$$

$$= 2.3$$

$$(b) i) h=1 : 2.3 - 0.95 \times 0.4 = 1.92$$

$$ii) h=2 : 2.3$$

$$iii) h=3 : 2.3$$

4. 표본의 크기가 $T=500$ 이고, 오차항 $\varepsilon_t \sim iidN(0,1)$ 에서 추출한 random number
를 이용하여 다음의 모형에 의해 자료 y 를 생성하고

$$y_t = \varepsilon_t, \text{ white noise} \rightarrow \textcircled{1}$$

$$y_t = \varepsilon_t - 0.6\varepsilon_{t-1} + 0.4\varepsilon_{t-2} - 0.5\varepsilon_{t-3} + 0.3\varepsilon_{t-4} \rightarrow \textcircled{2}$$

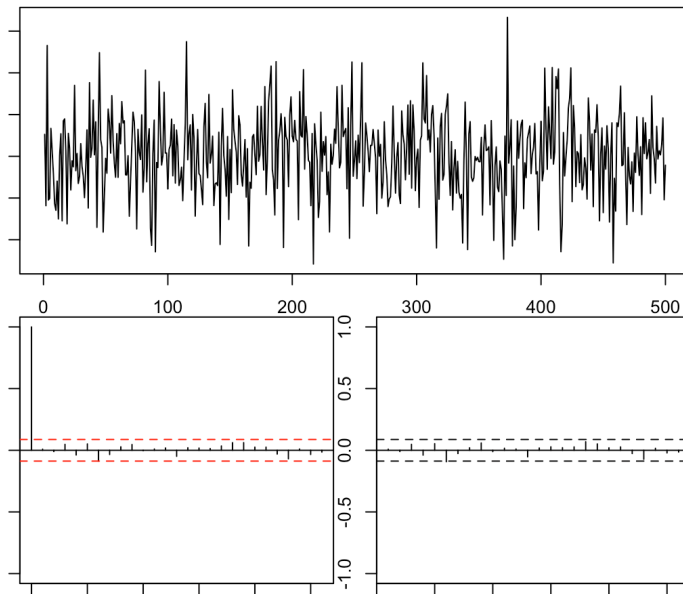
$$y_t = 0.3y_{t-1} + 0.4y_{t-2} + \varepsilon_t \rightarrow \textcircled{3}$$

각각의 data generating process에 의해 생성된 자료에 대해

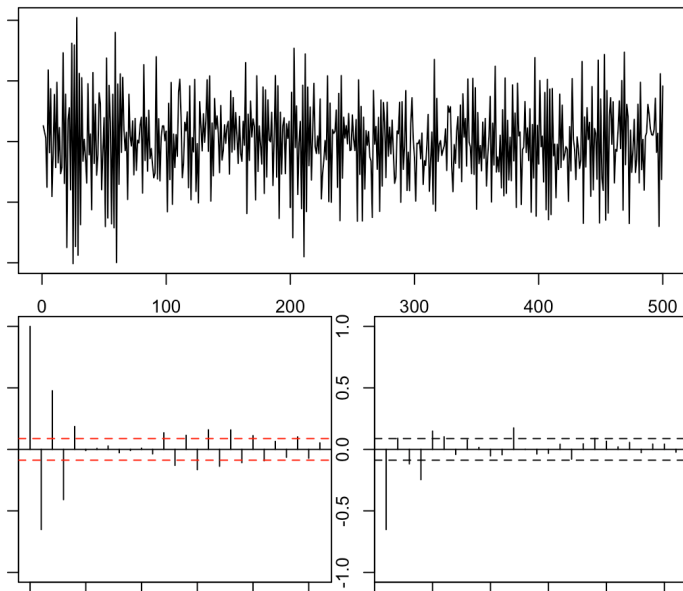
- (a) 자료 y 를 시계열 그래프와 ACF, PACF 그래프를 그리고,
(b) MA(4) 모형을 추정한 결과를 보고하고, 해석하라.

(a)

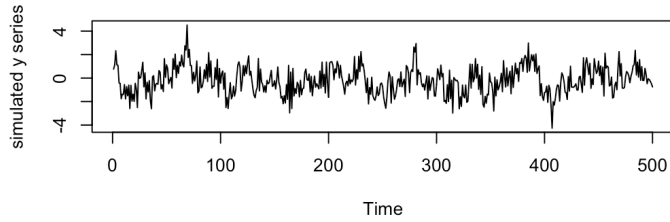
①



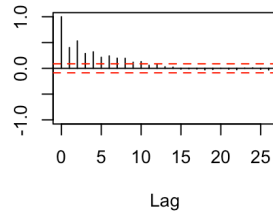
②



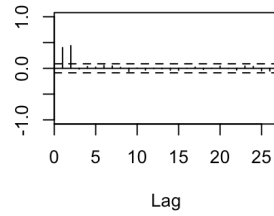
3



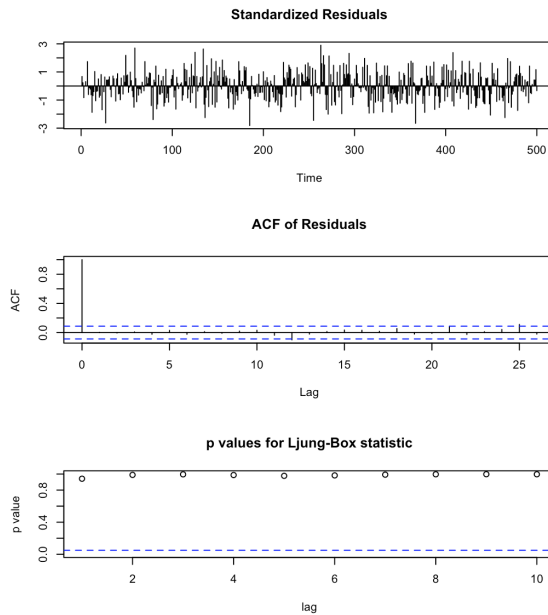
Autocorrelations



Partial Autocorrelations



(b)



→ 잔차의 ACF가 모두 임계치안에 들어가 있음.
: 자기상관관계가 없음.
규칙성이 없음 → 불규칙성.

→ p-value가 0이상으로 보임 ⇒ 모델 적합.

Box-Ljung test

data: res04
X-squared = 0.33461, df = 4, p-value = 0.9875

→ 잔차의 카이제곱 검정.
p-value가 0.05이상 ⇒ 모델이 통계적으로 적절함.
ACF가 모두 0에렴박함.

Shapiro-Wilk normality test

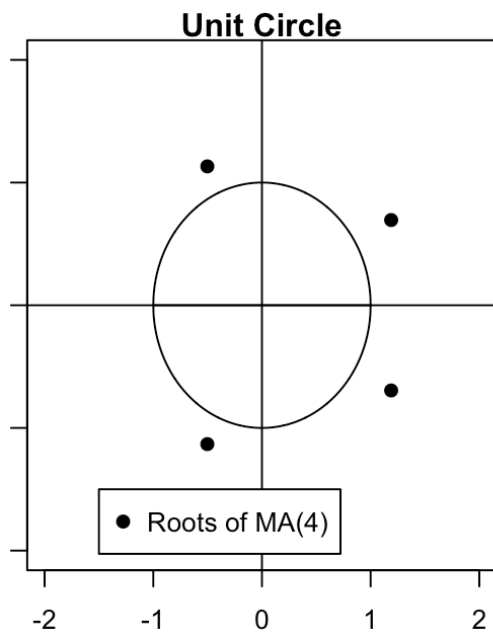
data: res04
W = 0.99762, p-value = 0.7043

→ 잔차의 정규성 검정.
p-value가 0.05이상 ⇒ 잔차의 정규성 만족.
(white noise)

```

> # MA(4), 추정방법 : MLE(Maximum Likelihood)
> ma4.st$coef
      ma1      ma2      ma3      ma4
-0.5987546  0.3574077 -0.4719768  0.3437878
> polyroot(c(1, ma4.st$coef))
[1] 1.189060+0.694565i -0.502624+1.131946i -0.502624-1.131946i 1.189060-0.694565i
> Mod(polyroot(c(1, ma4.st$coef))) # 이를 복소수 평면에 표시했을 때, 1보다 크면, stability condition 만족!
[1] 1.377056 1.238520 1.238520 1.377056

```



→ invertable (Stationary!)
검증.

5. 통화와 실물경제 사이의 인과관계를 분석하기 위해, M1통화 (단위: 10억원) 와 GDP 단위: 10억원, 2000년 불변가격)을 각각 증가율로 변환하여 M1통화증가율(X) 과 GDP증가율(Y)을 이용하였다. 1986:I - 2004:IV 사이의 분기별 자료를 사용하였다.

$$Y_t = c + \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \beta_3 Y_{t-3} + \beta_4 Y_{t-4} + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \alpha_3 X_{t-3} + \alpha_4 X_{t-4} + \epsilon_t$$

위의 식에서 다음의 가설을 검정하라.

$$H_0: \alpha_1 = 0 \quad H_1: \alpha_1 \neq 0$$

X에서 Y로의 인과관계 분석을 위해 다음의 가설을 검정해서 과거 통화가 GDP에 영향이 있는지 검정하고자 한다. (Granger Causality 분석)

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4, \quad H_1: \text{not } H_0$$

위의 두 가설검정을 위해 각각 t-statistic 과 F-statistic 을 이용하는 R 프로그램을 작성하고 그 결과를 제시하라.

① $H_0: \alpha_1 = 0$, $H_1: \alpha_1 \neq 0$

(1) T-test

```
> summary(lm1)$coefficients['gr_m1_lag1',] # T-test
      Estimate Std. Error      t value    Pr(>|t|)
0.280110791 0.102034896 2.745245022 0.007754929
```

(2) F-test

```
> linearHypothesis(lm1, 'gr_m1_lag1=0') # F-test
Linear hypothesis test

Hypothesis:
gr_m1_lag1 = 0

Model 1: restricted model
Model 2: gr_gdp ~ gr_gdp_lag1 + gr_gdp_lag2 + gr_gdp_lag3 + gr_gdp_lag4 +
  gr_m1_lag1 + gr_m1_lag2 + gr_m1_lag3 + gr_m1_lag4

      Res.Df    RSS Df Sum of Sq    F Pr(>F)
1         68 0.042081
2         67 0.037827  1 0.0042548 7.5364 0.007755 **
```

Q $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4$, $H_1: \text{not}$

(1) T-test

```
> summary(lm2) # T-test

Call:
lm(formula = gr_gdp ~ gr_gdp_lag1 + gr_gdp_lag2 + gr_gdp_lag3 +
    gr_gdp_lag4 + I(gr_m1_lag1 + gr_m1_lag2 + gr_m1_lag3 + gr_m1_lag4),
    data = data2)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.121544 -0.007404  0.001541  0.010337  0.100263

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)    0.005557   0.007257   0.766  0.4464
gr_gdp_lag1   -0.214659   0.110041  -1.951  0.0551
gr_gdp_lag2   -0.195075   0.110451  -1.766  0.0817
gr_gdp_lag3   -0.217309   0.108758  -1.998  0.0496
gr_gdp_lag4    0.725500   0.106369   6.821 2.65e-09
I(gr_m1_lag1 + gr_m1_lag2 + gr_m1_lag3 + gr_m1_lag4) 0.016181   0.055747   0.290  0.7725

(Intercept)
gr_gdp_lag1
gr_gdp_lag2
gr_gdp_lag3
gr_gdp_lag4
I(gr_m1_lag1 + gr_m1_lag2 + gr_m1_lag3 + gr_m1_lag4)
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.02584 on 70 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9583,    Adjusted R-squared:  0.9553
F-statistic: 321.6 on 5 and 70 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

(2) F-test

```
> anova(lm1, lm2) # F-test
Analysis of Variance Table

Model 1: gr_gdp ~ gr_gdp_lag1 + gr_gdp_lag2 + gr_gdp_lag3 + gr_gdp_lag4 +
    gr_m1_lag1 + gr_m1_lag2 + gr_m1_lag3 + gr_m1_lag4
Model 2: gr_gdp ~ gr_gdp_lag1 + gr_gdp_lag2 + gr_gdp_lag3 + gr_gdp_lag4 +
    I(gr_m1_lag1 + gr_m1_lag2 + gr_m1_lag3 + gr_m1_lag4)
  Res.Df    RSS Df Sum of Sq    F    Pr(>F)
1      67 0.037827
2      70 0.046749 -3 -0.008922 5.2677 0.002533 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

(3) Granger Causality test

```
> grangertest(gr_gdp ~ gr_m1, granger_data, order=4)
Granger causality test

Model 1: gr_gdp ~ Lags(gr_gdp, 1:4) + Lags(gr_m1, 1:4)
Model 2: gr_gdp ~ Lags(gr_gdp, 1:4)
  Res.Df Df      F    Pr(>F)
1      63
2      67 -4 3.6126 0.01029 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

* R 프로그래밍 Source Code

```
install.packages("car", dependencies = T)
install.packages('lmtest')
library(lmtest)
library(car)

# ----- Problem 4 -----
# (1)
# data generation
y1 <- rnorm(500)
y2 <- arima.sim(n = 500, model = list(ma = c(-0.6, 0.4, -0.5, 0.3)))
y3 <- arima.sim(n = 500, model = list(ar = c(0.3, 0.4)))
# draw ACF, PACF
# y1
op <- par(no.readonly = TRUE)
layout(matrix(c(1,1,2,3), 2, 2, byrow = TRUE)) # 2 by 2 graph. 1행에 1개 2행에 3개
par("mar")
par(mar=c(1,1,1,1))
plot.ts(y1, ylab='simulated y series')
acf(y1, main = 'Autocorrelations', ylab = '', ylim = c(-1,1), ci.col = 'red')
pacf(y1, main = 'Partial Autocorrelations', ylab = '', ylim = c(-1, 1), ci.col = 'black')
# y2
plot.ts(y2, ylab='simulated y series')
acf(y2, main = 'Autocorrelations', ylab = '', ylim = c(-1,1), ci.col = 'red') # ci = maybe confidence
interval.
pacf(y2, main = 'Partial Autocorrelations', ylab = '', ylim = c(-1, 1), ci.col = 'black')
# y3
plot.ts(y3, ylab='simulated y series')
acf(y3, main = 'Autocorrelations', ylab = '', ylim = c(-1,1), ci.col = 'red') # ci = maybe confidence
interval.
pacf(y3, main = 'Partial Autocorrelations', ylab = '', ylim = c(-1, 1), ci.col = 'black')

# (2) : estimate MA(4) with y2

arma04 <- arima(y2, order = c(0, 0, 4))
ll04 <- logLik(arma04) # log likelihood
aic04 <- arma04$aic
res04 <- residuals(arma04)
Box.test(res04, lag = 4, type = 'Ljung-Box') # auto correlation 1~4까지 모두가 동시에 0이라는 것을 test
shapiro.test(res04) # normality test -> 귀무가설 기각 불가 -> 정규성 만족.
tsdiag(arma04)

# invertible(stationary) test
ma4.st <- arima(y2, c(0, 0, 4), include.mean = FALSE, transform.pars = FALSE, method = 'ML')
# MA(4), 추정방법 : MLE(Maximum Likelihood)
ma4.st$coef
```

```

polyroot(c(1, ma4.st$coef))
Mod(polyroot(c(1, ma4.st$coef))) # 이를 복소수 평면에 표시했을 때, 1보다 크면, stability condition 만족!
root.comp <- lm(polyroot(c(1, ma4.st$coef)))
root.real <- Re(polyroot(c(1, ma4.st$coef)))
# plotting the roots in a unit circle
x <- seq(-1, 1, length = 1000)
y1 <- sqrt(1-x^2)
y2 <- -sqrt(1-x^2)
plot(c(x, x), c(y1, y2), xlab = 'Real part', ylab = 'Complex part', type = 'l',
     main = 'Unit Circle', ylim = c(-2, 2), xlim = c(-2, 2))
abline(h = 0)
abline(v = 0)
points(root.real, root.comp, pch = 19)
legend(-1.5, -1.5, legend = 'Roots of MA(4)', pch = 19)

```

----- Problem 5 -----

```

setwd('/Users/imchaebin/Desktop/시계열분석/숙제2/')
data2 <- read.table("data.txt", head = T)
data2
data2$GDP <- as.numeric(data2$GDP)
data2$M1 <- as.numeric(data2$M1)

data2$gr_gdp <- (data2$GDP - lag(data2$GDP, 1)) / data2$GDP
data2$gr_gdp_lag1 <- lag(data2$gr_gdp, 1)
data2$gr_gdp_lag2 <- lag(data2$gr_gdp, 2)
data2$gr_gdp_lag3 <- lag(data2$gr_gdp, 3)
data2$gr_gdp_lag4 <- lag(data2$gr_gdp, 4)

data2$gr_m1 <- (data2$M1 - lag(data2$M1, 1)) / data2$M1
data2$gr_m1_lag1 <- lag(data2$gr_m1, 1)
data2$gr_m1_lag2 <- lag(data2$gr_m1, 2)
data2$gr_m1_lag3 <- lag(data2$gr_m1, 3)
data2$gr_m1_lag4 <- lag(data2$gr_m1, 4)

data2 <- data2[which(data2$OBS == '1986:1') : which(data2$OBS == '2004:4'), ]
data2 <- na.omit(data2)

# 1st estimation
lm1 <- lm(gr_gdp ~ gr_gdp_lag1 + gr_gdp_lag2 + gr_gdp_lag3 + gr_gdp_lag4 + gr_m1_lag1 +
          gr_m1_lag2 + gr_m1_lag3 + gr_m1_lag4,
          data = data2)
summary(lm1)$coefficients['gr_m1_lag1',] # T-test
linearHypothesis(lm1, 'gr_m1_lag1=0') # F-test

# 2nd estimation
granger_data <- data2[c('gr_gdp', 'gr_m1')]

```

```
grangertest(gr_gdp ~ gr_m1, granger_data, order=4)
lm2 <- lm(gr_gdp ~ gr_gdp_lag1 + gr_gdp_lag2 + gr_gdp_lag3 + gr_gdp_lag4 + I(gr_m1_lag1 +
gr_m1_lag2 + gr_m1_lag3 + gr_m1_lag4),
      data = data2)
summary(lm2) # T-test
anova(lm1, lm2) # F-test
```