$X : [1, 2, 3]$

$\downarrow \downarrow \downarrow$

$Y : [3, 5, 7]$

Q) $x=4$일때 $Y$는?

$f(x) = 2x+1$

$\therefore Y = 9$ !

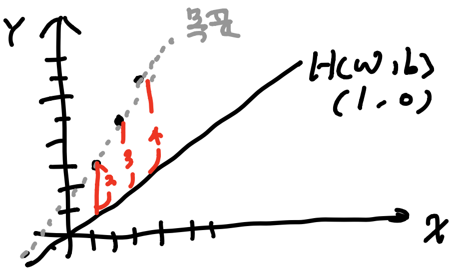
⇒ 선형회귀

$H(w, b) = \underbrace{w}_{2}x + \underbrace{b}_{1}$

목표 ⇒ $w=2$, $b=1$ 만들기

가설초기화

$\begin{cases} w=1 \\ b=0 \end{cases}$ ⇒ 얼마나 잘못되었는가? $\underbrace{cost(w, b)}_{\text{최소제곱법}}$




$\frac{2^2+3^2+4^2}{3} = \frac{29}{3}$ ⇒ 최소제곱법

$$cost(w, b) = \frac{1}{m} \times \sum_{i=1}^{m} (\underbrace{wx_i + b}_{\text{예측값}} - \underbrace{y_i}_{\text{실제값}})^2$$

$m$ = 주어진데이터개수

$= \frac{29}{3}$ (초기상태)

⇒ 왜제곱을이용?

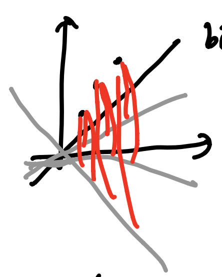
① 잘못예측했을때 더큰값

⇒ 오차 범위줄임

② 절댓값을 이용해면

연산오로 Mg

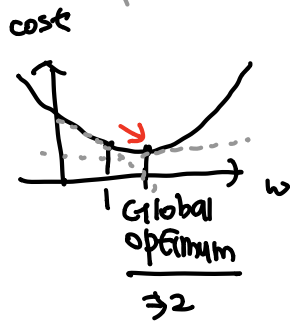
$$\Rightarrow \min_{w, b} \sum_{i=1}^{m} (wx_i + b - y_i)^2$$ ⇒ 우리가 해결할 문제



b고정, 기울기(w)만 변경

⇒ w가 조금만 잘못되어도

cost값이 기하급수적으로 증가시킴




기울기가 0인 지점 찾아야함

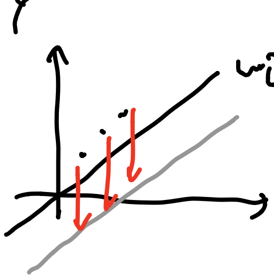
⇒ 기울기가 음수라면 오른쪽으로 w 이동 (+)

양수라면 왼쪽으로 w 이동 (−)

⇒ 경사하강법 : cost를 줄이기 위해

반복적으로 기울기를 계산하여

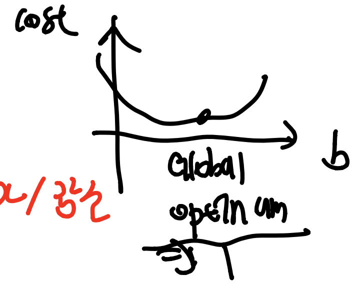
변수의 값을 변경하는 과정



w고정, 절편(b)만 변경

→ b가 조금만 잘못되어도

cost값이 기하급수적으로 증가/감소




$$\therefore \sum_{i=1}^{m} (wx_i + b - y_i)^2 = \sum_{i=1}^{m} \left( w^2 (x_i)^2 + b^2 + (y_i)^2 + 2w x_i b - 2b y_i - 2w x_i y_i \right)$$

w, b는 변수

$x_i$, $y_i$는 상수(값이 정해짐)

① w기울기 = w에 대해 미분한 값

$$\frac{\partial\, cost(w,b)}{\partial w} = \sum_{i=1}^{m} \left( 2(x_i)^2 w + 2x_i b - 2x_i y_i \right) \cdot \frac{1}{m}$$

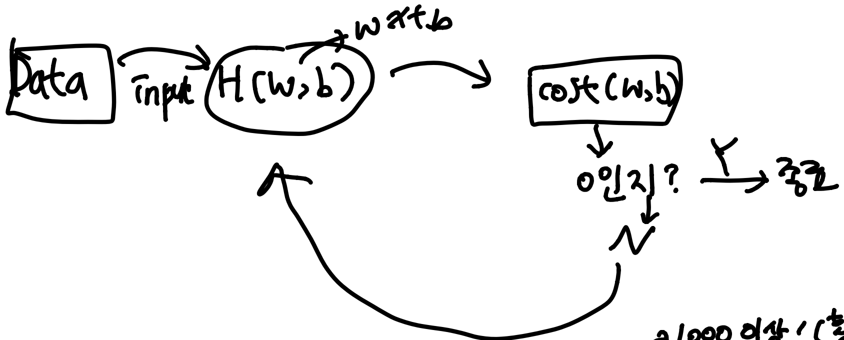
② b기울기 = b에 대해 미분한 값

$$\frac{\partial\, cost(w,b)}{\partial b} = \sum_{i=1}^{m} \left( 2b + 2wx_i - 2y_i \right) \cdot \frac{1}{m}$$

음수면 (+)

양수면 (−)

[머신러닝 (경사하강법)]




업데이트 (epoch) → 1000 이상! (횟수)

$$w := w - \underset{\text{learning rate}}{\alpha} \frac{\partial\, cost(w,b)}{\partial w} \Rightarrow 2$$

$$b := b - \alpha \frac{\partial\, cost(w,b)}{\partial b} \Rightarrow 1$$

---

$$w\text{의 기울기} = \frac{2}{m} \sum_{i=1}^{m} (x_i w + b - y_i) x_i \Rightarrow 0$$

$$b\text{의 기울기} = \frac{2}{m} \sum_{i=1}^{m} (x_i w + b - y_i) \Rightarrow 0$$

global optimum

선형회귀

$$\sum_{i=1}^{m} x_i^2 w + \sum_{i=1}^{m} b x_i = \sum_{i=1}^{m} x_i y_i$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_i w + \underbrace{\sum_{i=1}^{m} b}_{= b \cdot m} = \sum_{i=1}^{m} y_i$$

행렬식으로 바꾸어서 연립방정식 계산

$$\begin{pmatrix} \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix}$$

$AB = C$

$B = A^{-1} C$

$E(X) = \frac{1}{m} \sum X$

$$w = \frac{m \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{m \sum x_i^2 - \sum x_i^2} = \frac{E(XY) - E(X) \cdot E(Y)}{E(X^2) - (E(X))^2} = \frac{Cov(X, Y)}{Var(X)}$$

$$= \frac{공분산}{분산}$$

$$b = \sum_{i=1}^{m} x_i w + \sum_{i=1}^{m} b = \sum_{i=1}^{m} y_i$$

$$\Rightarrow mb = \sum y_i - \sum x_i w$$

$$b = \frac{\sum y_i - \sum x_i w}{m} = E(Y) - E(X) \cdot w$$

$X: [1, 2, 3] \Rightarrow E(X) = 2$

$Y: [3, 5, 7] \Rightarrow E(Y) = 5$

$$\underset{(X,Y)}{cov} = 공분산 = \frac{(1-2)(3-5) + (2-2)(5-5) + (3-2)(7-5)}{3} = \frac{4}{3}$$

$$var_{(X)} = 분산 = \frac{14}{3} - 2^2 = \frac{2}{3}$$

$\therefore w = 2, \quad b =$