

VRP – Heuristique de Clarke & Wright (Savings)

Procédé (recette) :

1. Calculer les économies (savings) pour chaque paire de clients i, j :
 - $s(i,j) = c(\text{depot},i) + c(\text{depot},j) - c(i,j)$
2. Trier les économies par ordre décroissant.
3. Initialiser chaque client dans une tournée séparée.
4. Pour chaque paire (i,j) dans l'ordre :
 - Si i et j sont en fin/début de deux tournées différentes et fusion possible (respect capacité), fusionner les tournées.
5. Répéter jusqu'à ce qu'aucune fusion ne soit possible.

Exemple : Supposons un dépôt (0) et 3 clients (1,2,3), matrice des coûts :

	0	1	2	3
0	∞	10	15	20
1	10	∞	35	25
2	15	35	∞	30
3	20	25	30	∞

- Économies :
 - $s(1,2) = 10+15-35 = -10$
 - $s(1,3) = 10+20-25 = 5$
 - $s(2,3) = 15+20-30 = 5$
- Trier : $s(1,3)=5, s(2,3)=5, s(1,2)=-10$
- Départ : tournées [0-1-0], [0-2-0], [0-3-0]
- Fusion possible :
 - Fusionner 1 et 3 : [0-1-3-0]
 - Reste [0-2-0]

Résultat :

- Deux tournées : [0-1-3-0] et [0-2-0]

Tableau d'ordre des économies (savings triées) :

Paires (i,j)	$s(i,j)$
(1,3)	5
(2,3)	5
(1,2)	-10

On traite les paires dans cet ordre pour tenter les fusions:

1. (1,3) → possible, on fusionne [0-1-0] et [0-3-0] en [0-1-3-0]
2. (2,3) → 2 et 3 sont déjà dans des tournées différentes ([0-2-0] et [0-1-3-0]), on vérifie la capacité, sinon on laisse.
3. (1,2) → 1 et 2 sont déjà dans des tournées différentes, mais économie négative, donc pas intéressant.

Calcul du coût total z^* :

- Solution initiale (tournées séparées) :
 - [0-1-0] : $0 \rightarrow 1 (10) + 1 \rightarrow 0 (10) = 20$
 - [0-2-0] : $0 \rightarrow 2 (15) + 2 \rightarrow 0 (15) = 30$
 - [0-3-0] : $0 \rightarrow 3 (20) + 3 \rightarrow 0 (20) = 40$
 - $z_{\text{initial}} = 20 + 30 + 40 = 90$
- Après fusion (solution finale) :
 - [0-1-3-0] : $0 \rightarrow 1 (10) + 1 \rightarrow 3 (25) + 3 \rightarrow 0 (20) = 55$
 - [0-2-0] : $0 \rightarrow 2 (15) + 2 \rightarrow 0 (15) = 30$
 - $z^* = 55 + 30 = \mathbf{85}$
- Vérification :
 - Économie totale réalisée = $z_{\text{initial}} - z^* = 90 - 85 = 5$
 - Somme des savings utilisés (ici, une fusion avec $s(1,3)=5$)

Conclusion :

- Le coût total z^* est bien la somme des arcs parcourus dans la solution finale.
- Les savings servent à guider les fusions, mais on calcule toujours z^* à partir des tournées finales.