기초과제 1. 11기 한은결

#1-1.

중심극한정리 (Central Limit Theorem)

: 모집단의 분포와 관계 없이 표본 크기가 충분히 크다면, 표본 평균의 분포가 정규 분포에 근사한다.

#1-2.

구간추정의 경우, 모집단의 모수에 대한 신뢰구간을 추정하는 것.

이 경우 표본평균의 분포를 통해, 신뢰구간을 추정한다. 그렇기 때문에, 중심극한정리를 통해 표본 평균의 분포를 아는 것이 구간추정에 유용하다.

#2-1.

a. $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$

b. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

c. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

#2-2.

$$\begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

#3-1.

$$V = \Sigma\left(\frac{X_i - \mu}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2(n)$$

$X_i, \cdots X_n \rightarrow$ 독립적, 정규분포를 따름. $\therefore X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$Z_i = \frac{X_i - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1^2)$$

$$\therefore V = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{X_i - \mu}{\sigma}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} Z_i^2 \sim \chi^2(n)$$

Z_i^2은 각각 자유도가 1인 카이 제곱 분포를 따르기 때문에, ΣZ_i^2은 자유도를 합한 카이제곱 분포를 따른다.

#3-2.

i) 표준 정규분포를 따르는 확률변수 Z

ii) 카이 제곱 분포를 따르는 확률변수 $X \sim \chi^2(n-1)$

iii) Z, X 확률변수의 비 $Y = \dfrac{Z}{\sqrt{X/n}}$

$\therefore Y \sim t(n-1)$

#4-1.

μ_x: DSL 학회원 평균 키

μ_y: DSL 학회원이 아닌 사람들의 평균 키

$\mu_x - \mu_y = \mu_D$

a. $H_0: \mu_D = 0$ vs $H_1: \mu_D > 0$

b. $t = \dfrac{183.5 - 181.4}{8.05 \cdot \sqrt{\frac{1}{105} + \frac{1}{105}}} = \dfrac{2.1}{0.982992} = 2.1583$

$t_{0.05}(208) = 1.652212$ $\therefore H_0$ 기각

∴ 유의수준 0.05에서 DSL 학회원의 평균 키는 학회원이 아닌 사람의 평균 키보다 크다고 할 수 있다.

#4-2.

a. ESC 평균 키 $= \mu_z$

$H_0: \mu_x = \mu_y = \mu_z$

H_1: 적어도 하나의 μ_i는 다르다.