

Annexe A

première annexe

A.1 Les matrices-tests

$$A_1 = \begin{pmatrix} A & B & C & D \\ B & A & D & C \\ C & D & A & B \\ D & C & B & A \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} a & -b \\ -b & a \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -c & d \\ d & -c \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -e & f \\ f & -e \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} g & -h \\ -h & g \end{pmatrix}$$

$$a = 11111111 \quad b = 9090909 \quad c = 10891089 \quad d = 8910891$$

$$e = 11108889 \quad f = 9089091 \quad g = 10888911 \quad h = 8909109$$

Les valeurs propres exactes de la matrice A_1 sont $\lambda_j = (8)10^{j-1}$ pour $j = 1, \dots, 8$.

$A_3 = (a_{i,j}); i, j = 1, \dots, n$ est une matrice définie par :

$$a_{i,j} = n + 1 - j \quad \text{pour } j = 1, \dots, n \text{ et pour } i = 1, \dots, j.$$

$$a_{i,j} = n + 1 - i \quad \text{pour } j = 1, \dots, n - 1 \text{ et pour } i = j + 1, \dots, n.$$

Les valeurs propres exactes de cette matrice sont :

$$\lambda_j = 1/[2 - 2\cos(\frac{(2j-1)\pi}{2n+1})] \quad \text{pour } j = 1, \dots, n.$$

$$A_9 = \begin{pmatrix} a & b & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ b & a & b & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & b & a & b & 0 & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & b & a & b & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & 0 & b & a & b & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & b & a & b \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & b & a \end{pmatrix}$$

Cette matrice a comme valeurs propres :

$$\lambda_j = a + 2b \cos\left(\frac{j\pi}{n+1}\right) \quad \text{pour } j = 0, \dots, n-1.$$

$$AM_n = \begin{pmatrix} 1 & -0.1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0.1 & 2 & -0.1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & 0.1 & 3 & -0.1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0.1 & i & -0.1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0.1 & n-2 & -0.1 & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0.1 & n-1 & -0.1 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0.1 & n \end{pmatrix}$$

La matrice tridiagonale AM_n est de dimension n . Les entrées diagonales sont $a_{i,i} = i$, les entrées codiagonales sont $a_{i,i+1} = -0.1$ et $a_{i,i-1} = 0.1$.
