# CH. 10 - MONEY

*Foundations of Modern Macroeconomics by Ben J. Heijdra*

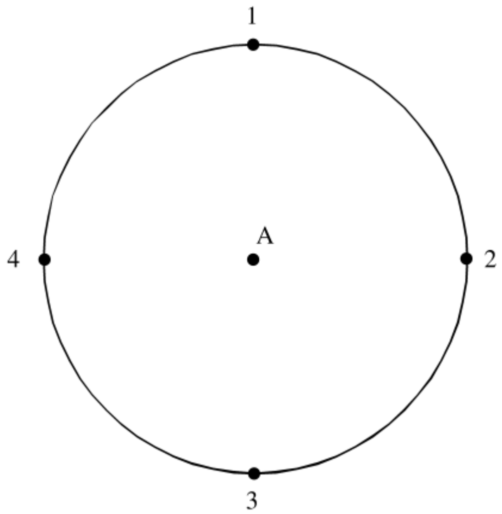

**Kelompok 1:**
Chairunnisa Yulfianti (2406461242)
Marfian Rizkky Ersanta (2406379262)
Prinsani Erlydana Nasir (2406379306)
Rahmawati Retno Astuti (2306298365)


***Teori Ekonomi Makro 1***
***2024/2025***

## 10.1 FUNCTIONS OF MONEY

10.1.1 Fungsi uang sebagai alat pertukaran

Dalam melakukan transaksi barang, terdapat konsep barter. Barter adalah pertukaran barang agar memperoleh barang lainnya yang diinginkan. Dalam sebuah kasus yaitu terdapat 4 (empat) agen yaitu A, B, C, dan D.




Kondisi pada perekonomian dengan sistem barter tersebut adalah sebagai berikut:

1. Titik A merupakan pusat sentral perdagangan dimana harga relatif ekuilibrium ditetapkan.
2. Masing-masing agen menghasilkan komoditas yang unik antara satu sama lain.
3. Masing-masing agen tidak hanya mengonsumsi barang produksi sendiri tapi juga barang lain.

Kendala yang dapat terjadi pada sistem barter:

1. Dua agen melakukan transaksi hanya jika mereka berdua saling ingin memiliki barang masing-masing. Contoh: Agen 1 ingin memiliki barang agen 2, agen 2 ingin memiliki barang agen 1. Jika asumsi ini tidak terpenuhi, misalnya agen 2 ternyata tidak ingin memiliki barang agen 1 melainkan barang agen yang lain, sistem ekonomi barter cukup sulit diterapkan.
2. Terdapat kondisi dimana agen hanya dapat mengonsumsi barang mereka sendiri dan barang dari agen terdekat mereka dalam lingkaran karena kondisi yang terjadi ialah agen dan barangnya hanya bisa melakukan perjalanan dekat dan tidak terlalu lama. Namun ternyata pada akhirnya terdapat salah satu agen yang tidak tertarik dengan barang milik agen partner dagangnya tersebut. Agen akhirnya hanya bisa mengonsumsi barang mereka sendiri.

Karena beberapa kendala yang terjadi pada sistem barter tersebut, uang diperlukan sebagai media alat tukar yang akan mempermudah transaksi perdagangan. Dengan adanya uang, pedagang dapat melakukan transaksi dagang antar satu sama lain tanpa terpatok dengan agen tertentu, lebih praktis, efisien, serta tahan lama (jika kondisi barang tidak dapat langsung dikirim secara cepat). Walaupun terdapat media lain yang juga memiliki nilai intrinsik yang lebih tinggi, contohnya emas atau perak, uang dengan nilai intrinsik yang lebih rendah juga dapat digunakan sebagai alat tukar yang baik. Fungsi uang sebagai media pertukaran adalah fungsi yang paling menunjukkan keunggulan uang, karena fungsi lain masih bisa diganti oleh media lain yang lebih baik.

10.1.2 Fungsi uang sebagai media hitung

Dalam transaksi perdagangan, jumlah yang dijual/dibelanjakan akan dalam jumlah yang berbeda-beda satu sama lain. Misalnya pada perekonomian "N", jumlah barang yang dibelanjakan dengan jumlah yang berbeda-beda harga relatifnya adalah $\frac{N(N-1)}{2}$. Jika barang dinyatakan dalam uang maka N absolut yang berbeda untuk barang yang berbeda perlu dicatat dengan harga absolut untuk setiap N adalah $P_{ij}=\frac{P_i}{P_j}$ dengan $P_i$ = (i= 1, 2, ……, N)

## 10.2 MODELLING MONEY AS A MEDIUM EXCHANGE

Inti dari model ini adalah alasan orang menyimpan uang di antara waktu mereka menerima pendapatan, walaupun uang tersebut tidak memberikan bunga. Orang tetap membutuhkan uang karena uang dipakai untuk membeli barang dan jasa, sedangkan obligasi atau aset lain tidak bisa digunakan langsung untuk membeli sesuatu. Jadi, model ini menunjukkan bahwa uang mempermudah transaksi sehari-hari.

### 10.2.1 Setting The Stage

Rumus anggaran untuk setiap periode adalah:

$$P_1Y_1 + M_0 + (1 + R_0)B_0 = P_1C_1 + M_1 + B_1 \qquad (10.1)$$

$$P_2Y_2 + M_1 + (1 + R_1)B_1 = P_2C_2 + M_2 + B_2 \qquad (10.2)$$

**Penyelesaian 10.1**

$$P_1Y_1 + M_0 + (1 + R_0)B_0 = P_1C_1 + M_1 + B_1 \qquad (10.1)$$

Bagi persamaan 10.1 dengan P1

$$\frac{\cancel{P_1}Y_1}{\cancel{P_1}} + \frac{M_0}{P_1} + (1 + R_0)\frac{B_0}{P_1} = \frac{\cancel{P_1}C_1}{\cancel{P_1}} + \frac{M_1}{P_1} + \frac{B_1}{P_1}$$

$$Y_1 + \frac{M_0}{P_1} + (1 + R_0)\frac{B_0}{P_1} = C_1 + \frac{M_1}{P_1} + \frac{B_1}{P_1} \qquad ; \frac{B_1}{P_1} = b_1,\ B_0 = P_0b_0,\ M_0 = P_0m_0$$

$$Y_1 + \frac{P_0}{P_1}m_0 + (1 + R_0)\frac{P_0}{P_1}b_0 = C_1 + m_1 + b_1$$

Terkait $(1 + R_0)$ :

$$r_t = \frac{P_t(1 + R_t)}{P_{t+1}} - 1$$

$$r_0 = \frac{P_0(1 + R_0)}{P_1} - 1$$

$$r_0 = \frac{P_0(1 + R_0)}{P_1} - 1$$

$$r_0 + 1 = \frac{P_0(1 + R_0)}{P_1}$$

Sehingga:

$$Y_1 + \frac{P_0}{P_1} m_0 + (r_0 + 1) b_0 = C_1 + m_1 + b_1$$

$$b_1 = Y_1 + \frac{P_0}{P_1} m_0 + (r_0 + 1) b_0 - C_1 - m_1 \qquad (10.1a)$$

dimana $mt \equiv mt/Pt$ adalah real money balance, $bt \equiv Bt/Pt$ merupakan real bonds (atau obligasi riil jika bt negatif) sedangkan rt menunjukkan tingkat bunga riil yang dapat didefinisikan sebagai:

$$r_t = \frac{P_t(1+R_t)}{P_{t+1}} - 1 \qquad (10.4)$$

**Penyelesaian 10.2**

$P_2Y_2 + M_1 + (1 + R_1)B_1 = P_2C_2 + M_2 + B_2$ (10.2)

Dengan Asumsi $M_2 = B_2 = 0$, maka:

$P_2Y_2 + M_1 + (1 + R_1)B_1 = P_2C_2$ (10.2)

Bagi persamaan 10.2 dengan P2

$$\frac{\cancel{P_2}Y_2}{\cancel{P_2}} + \frac{M_1}{P_2} + (1 + R_1)\frac{B_1}{P_2} = \frac{\cancel{P_2}C_2}{\cancel{P_2}}$$

$$Y_2 + \frac{M_1}{P_2} + (1 + R_1)\frac{B_1}{P_2} = C_2 \quad ; \frac{B_1}{P_1} = b_1,\ B_0 = P_0 b_0,\ M_0 = P_0 m_0$$

$$(1 + R_1)\frac{B_1}{P_2} = C_2 - Y_2 - \frac{M_1}{P_2}$$

$$(1 + R_1)\frac{P_1}{P_2} b_1 = C_2 - Y_2 - \frac{P_1}{P_2} m_1$$

$$b_1 = \frac{P_2}{P_1(1 + R_1)}\left(C_2 - Y_2 - \frac{P_1}{P_2} m_1\right)$$

$$b_1 = \frac{P_2}{P_1(1 + R_1)} C_2 - \frac{P_2}{P_1(1 + R_1)} Y_2 - \frac{P_2}{P_1(1 + R_1)} \frac{P_1}{P_2} m_1$$

Terkait $(1 + R_1)$ :

$$r_t = \frac{P_t(1 + R_t)}{P_{t+1}} - 1$$

$$r_1 = \frac{P_1(1 + R_1)}{P_2} - 1$$

$$r_1 + 1 = \frac{P_1(1 + R_1)}{P_2}$$

$$\frac{1}{r_1 + 1} = \frac{P_2}{P_1(1 + R_1)}$$

Sehingga:

$$b_1 = \frac{1}{r_1 + 1} C_2 - \frac{1}{r_1 + 1} Y_2 - \frac{\cancel{P_2}}{\cancel{P_1}(1 + R_1)} \frac{\cancel{P_1}}{\cancel{P_2}} m_1$$

$$b_1 = \frac{C_2}{r_1 + 1} - \frac{Y_2}{r_1 + 1} - \frac{m_1}{(1 + R_1)} \qquad (10.2a)$$

**Samakan kedua b1 yang telah didapatkan (10.1a) & (10.2a):**

$$\boldsymbol{b_1 = b_2}$$

$$Y_1 + \frac{P_0}{P_1} m_0 + (r_0 + 1) b_0 - C_1 - m_1 = \frac{C_2}{r_1 + 1} - \frac{Y_2}{r_1 + 1} - \frac{m_1}{(1 + R_1)}$$

$$Y_1 + \frac{Y_2}{r_1 + 1} + \frac{P_0}{P_1} m_0 + (r_0 + 1) b_0 = C_1 + \frac{C_2}{r_1 + 1} + m_1 - \frac{m_1}{(1 + R_1)}$$

$$Y_1 + \frac{Y_2}{r_1 + 1} + \frac{P_0}{P_1} m_0 + (r_0 + 1) b_0 = C_1 + \frac{C_2}{r_1 + 1} + \frac{m_1(1 + R_1) - m_1}{(1 + R_1)}$$

$$Y_1 + \frac{Y_2}{r_1 + 1} + \frac{P_0}{P_1} m_0 + (r_0 + 1) b_0 = C_1 + \frac{C_2}{r_1 + 1} + \frac{\cancel{m_1} + R_1 m_1 \cancel{- m_1}}{(1 + R_1)}$$

$$Y_1 + \frac{Y_2}{r_1 + 1} + \frac{P_0}{P_1} m_0 + (r_0 + 1) b_0 = C_1 + \frac{C_2}{r_1 + 1} + \frac{R_1 m_1}{(1 + R_1)}$$

Sehingga, persamaan Lifetime Budget Constraint menjadi:

$$[\boldsymbol{A} \equiv] \boldsymbol{Y_1} + \frac{\boldsymbol{Y_2}}{\boldsymbol{r_1 + 1}} + \frac{\boldsymbol{P_0}}{\boldsymbol{P_1}} \boldsymbol{m_0} + (\boldsymbol{r_0} + \boldsymbol{1}) \boldsymbol{b_0} = \boldsymbol{C_1} + \frac{\boldsymbol{C_2}}{\boldsymbol{r_1 + 1}} + \frac{\boldsymbol{R_1 m_1}}{(\boldsymbol{1 + R_1})} \qquad (10.3)$$

Persamaan 10.3 menunjukkan bahwa jumlah total sumber daya yang dimiliki (di sisi kiri) harus sama dengan pengeluaran atau konsumsi (di sisi kanan). Asumsi memiliki fungsi utilitas seumur hidup (lifetime utility function) yang ditentukan oleh konsumsi dalam dua periode waktu. Maka, persamaan-nya dapat ditulis menjadi:

$$V = U(C_1) + \frac{1}{1+\rho} U(C_2) \qquad (10.5)$$

Agar dapat memaksimalkan (10.5) dengan budget constraint (10.3), asumsinya stok uang dan obligasi telah ditentukan serta kepemilikan uang/motif memegang uang cash ($m_1 \geq 0$) atau positif. Sehingga masalah maksimisasi agen dapat dirumuskan menggunakan lagrangian:

$$\mathcal{L} = U(C_1) + \frac{1}{1+\rho} U(C_2) + \lambda[A - C_1 - \frac{C_2}{1+r_1} - \frac{R_1 m_1}{(1+R_1)}] \qquad (10.6)$$

dimana $\lambda$ adalah pengali lagrange, maka kondisi *first order condition* adalah:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = U'(C_1) - \lambda = 0, \rightarrow \lambda = U'(C_1) \qquad (10.7)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = \frac{1}{1+\rho} U'(C_2) - \frac{\lambda}{1+r_1} = 0, \rightarrow \lambda = \frac{1+r_1}{1+\rho} U'(C_2) \qquad (10.8)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} = \lambda \left[\frac{-R_1}{1+R_1}\right] \leq 0, \rightarrow m_1 \geq 0, \ m_1 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} = 0 \qquad (10.9)$$

**Kombinasikan $\lambda$ pada persamaan (10.7) dan (10.8)**

$$\lambda = \lambda$$

$$u'(C_1) = \frac{1 + r_1}{1 + \rho} u'(C_2)$$

$$\frac{u'(C_1)}{u'(C_2)} = \frac{1 + r_1}{1 + \rho}$$

$$\frac{{}^{1}/_{C_1}}{{}^{1}/_{C_2}} = \frac{1 + r_1}{1 + \rho}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{1 + r_1}{1 + \rho}$$

Ketika persamaan (10.7) dan (10.8) digabungkan maka terbentuk persamaan Euler atau yang dikenal Intertemporal Consumption. Intertemporal Consumption menunjukkan pola konsumsi optimal dari waktu ke waktu. Pola ini dipengaruhi oleh perbedaan tingkat bunga dan preferensi waktu seseorang. Dengan kata lain, **uang tidak memengaruhi keputusan konsumsi dalam model antar waktu *(Intertemporal Model)* ini.**

### 10.2.2 Shopping Cost

McCallum (1983c, 1989a) berasumsi bahwa rumah tangga menganggap waktu luang (leisure time) merupakan hal yang penting dan sebagian dari waktu tersebut dihabiskan untuk belanja barang. Uang memudahkan proses berbelanja dengan menghemat waktu luang agen jika tidak digunakan untuk hal lain (Contoh: belanja). Berdasarkan penjelasan diatas, model dasar (basic model) dimodifikasi untuk mengakomodasi biaya belanja (shopping cost) dengan beberapa asumsi, yaitu:

1. Rumah tangga memiliki waktu bekerja yang tetap ($\bar{N}$) dan waktu untuk berbelanja ($S_t$)
2. Maka, agen akan memiliki waktu luang sebesar $1 - \bar{N} - S_t$ pada periode t

Sehingga, kita mendapatkan fungsi utilitas yang telah dimodifikasi dengan asumsi di atas:

$$V = U(C_1 - \bar{N} - S_1) + \frac{1}{1+\rho}(C_2 - \bar{N} - S_2), \quad \rho > 0 \tag{10.12}$$

Kendala anggaran antarwaktu (*Intertemporal Budget Constraint)* diperoleh dari persamaan (10.3) dimana pada saat ini pendapatan riil tetap menunjukkan pendapatan riil tenaga kerja, $Yt \equiv (Wt/Pt)\ \bar{N}$. Wt menggambarkan tingkah upah nominal dalam periode t. Teknologi belanja diasumsikan mengambil bentuk berikut:

$$1 - \bar{N} - S_t = \psi(m_{t-1}, C_t) \tag{10.13}$$

Fungsi ψ(·) menggambarkan beberapa sifat terkait perilaku konsumsi dan keseimbangan uang *(money balance)* yang berhubungan dengan waktu belanja. Sifat-sifatnya adalah:

- Pada tingkat konsumsi tertentu, peningkatan keseimbangan uang riil (jumlah uang yang disesuaikan dengan harga) akan mengurangi waktu yang dibutuhkan untuk berbelanja. Artinya, dengan lebih banyak uang riil, seseorang bisa berbelanja lebih cepat dan memiliki lebih banyak waktu luang. Ini berarti bahwa nilai turunan pertama dari ψ terhadap keseimbangan uang, ψm(·)>0. ;
- Pengurangan biaya belanja terjadi karena ada peningkatan jumlah uang yang kita miliki, sementara penggunaan uang tersebut untuk belanja justru menjadi lebih efisien. Dengan kata lain, teknologi belanja membantu kita menggunakan uang secara lebih efektif, sehingga setiap tambahan uang yang dimiliki tidak lagi memberi manfaat sebesar sebelumnya ψmm(·)<0.
- Peningkatan konsumsi memerlukan biaya belanja lebih besar namun pada tingkat yang semakin berkurang (*diminishing rate*) ψC(·) < 0 dan ψCC(·) > 0; (Semakin banyak kita ingin konsumsi atau belanja, biaya belanja akan ikut naik. Tapi, kenaikan biaya tersebut semakin lama semakin besar seiring bertambahnya jumlah yang kita belanjakan.)
- Biaya belanja dibatasi oleh $0 < \psi(mt{-}1,\infty) < \psi(mt{-}1,0) < 1 - \bar{N}$.

Untuk memaksimalkan fungsi utilitas (10.12) dengan subject to (10.3), (10.13) dan positif (non-negativity) money balance $m_1 \geq 0$. Persamaan lagrangian ditulis sebagai:

$$L \equiv U(C_1, 1 - \bar{N} - S_1) + \frac{1}{1+\rho}U(C_2, 1 - \bar{N} - S_2) + \lambda\left[A - C_1 - \frac{C_2}{1+r_1} - \frac{R_1 m_1}{1+R_1}\right] +$$
$$\sum_{t=1}^{2}\lambda_t\left[\psi(m_{t-1}, C_t) - 1 - \bar{N} - S_t\right] \qquad (10.14)$$

**First order condition (FOC) terhadap $C_1$, $C_2$, $S_1$, $m_1$**

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = U_C(C_1, 1 - \bar{N} - S_1) - \lambda + \lambda_1\psi_C(m_0, C_1) = 0 \qquad (10.15)$$

$$\boldsymbol{\lambda = U_C(C_1, 1 - \bar{N} - S_1) + \lambda_1\psi_C(m_0, C_1)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = \frac{1}{1+\rho}U_C(C_2, 1 - \bar{N} - S_2) - \frac{\lambda}{1+r_1} + \lambda_2\psi_C(m_1, C_2) = 0 \qquad (10.16)$$

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{1+r_1}{1+\rho}U_C(C2, 1 - \bar{N} - S_2) + (1+r_1)\,\lambda_2\psi_C(m_1, C_2)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S_1} = -U_L(C_1, 1 - \bar{N} - S_1) + \lambda_1 = 0 \qquad (10.17)$$

$$\boldsymbol{\lambda_1 = U_L(C_1, 1 - \bar{N} - S_1)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial S_2} = -\frac{1}{1+\rho}U_L(C_2, 1 - \bar{N} - S_2) + \lambda_2 = 0 \qquad (10.18)$$

$$\boldsymbol{\lambda_1 = \frac{1}{1+\rho}U_L(C_2, 1 - \bar{N} - S_2)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} = -\lambda\frac{R_1}{1+R_1} + \lambda_2\psi_C(m_1, C_2) \leq 0\,,\ m_1 \geq 0,\ m_1\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} = 0 \qquad (10.19)$$

$$-\lambda\frac{R_1}{1+R_1} + \lambda_2\psi_C(m_1, C_2) = 0$$

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{1+R_1}{R_1} + \lambda_2\psi_C(m_1, C_2) = 0}$$

dimana :
Uc (.) dan UL(.) merupakan marginal utility konsumsi dan waktu luang. Persamaan 10.19 merupakan FOC dari optimal money balances.

Persamaan pertama dalam model 10.19 dan pengali lagrange dapat dihilangkan dengan mensubstitusi (10.17) kedalam (10.15), (10.18) ke dalam (10.16) dan (10.19) sehingga didapatkan kondisi optimal sebagai berikut:

**Masukkan persamaan 10.17 ($\lambda_1$) ke dalam persamaan 10.15**

$$\lambda_1 = U_L(C_1, 1-\bar{N}-S_1) \tag{10.17}$$

$$\lambda = U_c(C_1, 1-\bar{N}-S_1) + \lambda_1 \psi_c(m_0, C_1) \tag{10.15}$$

Sehingga:

$$\lambda = U_c(C_1, 1-\bar{N}-S_1) + U_L(C_1, 1-\bar{N}-S_1)\psi_c(m_0, C_1)$$

**Substitusi persamaan 10.18** ($\lambda_2$) **ke dalam 10.16:**

$$\lambda_2 = \frac{1}{1+\rho} U_L(C_2, 1-\bar{N}-S_2) \tag{10.18}$$

$$\lambda = \frac{1+r_1}{1+\rho} U_c(C_2, 1-\bar{N}-S_2) + 1 + r_1\ \lambda_2\ \psi_c(m_1, C_2) \tag{10.16}$$

Sehingga:

$$\lambda = \frac{1+r_1}{1+\rho} U_c(C_2, 1-\bar{N}-S_2) + (1+r_1)\ \frac{1}{1+\rho} U_L(C_2, 1-\bar{N}-S_2)\ \psi_c(m_1, C_2)$$

$$\lambda = \frac{1+r_1}{1+\rho}[U_c(C_2, 1-\bar{N}-S_2) + U_L(C_2, 1-\bar{N}-S_2)\ \psi_c(m_1, C_2)]$$

**Substitusi persamaan 10.18** ($\lambda_2$) **ke dalam 10.19:**

$$\lambda_2 = \frac{1}{1+\rho} U_L(C_2, 1-\bar{N}-S_2) \tag{10.18}$$

$$\lambda = \frac{1+R_1}{R_1} + \lambda_2\ \psi_c(m_1, C_2) \tag{10.19}$$

Sehingga:

$$\lambda = \frac{1+R_1}{R_1} + \frac{1}{1+\rho} U_L(C_2, 1-\bar{N}-S_2)\ \psi_c(m_1, C_2) \tag{10.19}$$

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{U_L(C_2, 1-\bar{N}-S_2)\ \psi_c(m_1, C_2)(1+R_1)}{(1+\rho)R_1}}$$

**Hasil $\lambda$ yang didapat sama di buku Heijdra persamaan 10.20,** dimana:

λ menunjukkan utilitas marginal dari kekayaan (*Marginal Utility of Wealth*). Ketika merencanakan tingkat konsumsi optimal di masa depan, agen akan menyamakan utilitas marginal kekayaan (*Marginal Utility of Wealth*) dan utilitas bersih dari marginal konsumsi (*Net Marginal Utility of Consumption*) yang terdiri dari utilitas marginal konsumsi secara langsung (*Direct marginal Utility of Consumption)* (UC(·) pada baris pertama (10.20) dikurangi disutilitas pada baris kedua (10.20) ψC < 0 karena biaya tambahan yang harus dikeluarkan (UL(·)ψC(·). Selain itu, konsumsi di masa depan dipengaruhi faktor diskonto (baris kedua 10.20). Sedangkan, baris ketiga (10.20) mewakili utilitas marginal *money balances* (UL(·)ψm(·)) harus disamakan dengan biaya peluang memegang uang yang dinyatakan dalam λ.

### 10.2.3 Money in the Utility Function

Pada model dasar di bagian setting the stage, ide Clower diformalkan dengan persyaratan, konsumsi barang tidak boleh melebihi persediaan uang tunai (Cash balances) yang dibawa dari periode sebelumnya. Pendekatan ini dikenal dengan istilah kendala uang muka (Cash-in-Advance Constraint) dengan asumsi tidak mempengaruhi pembelian obligasi.

$$P_t C_t \leq M_{t-1} \leftrightarrow C_t \leq \frac{P_{t-1}}{P_t} m_{t-1} \qquad (10.22)$$

Penyelesaian model dasar ditambah kendala Clower (10.22) memiliki beberapa asumsi dimana cash-in-advance berlaku pada periode pertama, m0 telah ditentukan (penjelasan lanjutan pada setting the stage), konsumsi periode pertama dinyatakan sebagai $C1 = P_0 m_0 / P_1$. Rumah tangga memilih konsumsi di periode kedua C2 dan m1 untuk memaksimalkan (10.5) dengan kendala (10.3) dan (10.22) sehingga persamaan

lagrangian menjadi:

$$\mathcal{L} \equiv U\left(\frac{P_0}{P_1} m_0\right) + \frac{1}{1+\rho} U(C_2) + \lambda \left[A - \frac{P_0}{P_1} m_0 - \frac{C_2}{1+r_1} - \frac{R_1 m_1}{1+R_1}\right] + \lambda_2 \left[\frac{P_1}{P_2} m_1 - C_2\right] \qquad (10.23)$$

**λ₂ pengali lagrangian dengan kendala Clower, FOC terhadap C₂, m₁ dan λ₂**

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = \frac{1}{1+\rho} U'(C_2) - \frac{\lambda}{1+r_1} - \lambda_2 \leq 0, \; C2 \geq 0, C_2 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = 0 \qquad (10.24)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} = -\lambda \frac{R_1}{(1+R_1)} + \lambda_2 \frac{P_2}{P_1} \leq 0, \quad m_1 \geq 0, m_1 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} = 0 \qquad (10.25)$$

$$\lambda_2 \frac{P_2}{P_1} = \lambda \frac{R_1}{(1+R_1)}$$

$$\lambda_2 = \lambda \frac{P_2}{P_1} \frac{R_1}{(1+R_1)} > 0$$

**λ₂ dalam persamaan 10.25 positif & memenuhi persyaratan kendala λ₂ ≥ 0 di 10.26**

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = \frac{P_2}{P_1} m_1 - C_2 \geq 0, \; \lambda_2 \geq 0, \lambda_2 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_2} = 0 \qquad (10.26)$$

$$m_1 \geq C_2 \frac{P_1}{P_2}$$

Utilitas marginal dari kekayaan (marginal utility of wealth) positif (strictly positive) λ > 0, maka utilitas marginal dari konsumsi (marginal utility of consumption) dibatasi. Asumsi lim $Ct \to \infty$ $U'(Ct) = 0$, maka λ2 akan bernilai positif yang menyiratkan konsumen memilih tingkat konsumsi sangat positif (strictly positive) pada periode 2 yaitu C2 > 0 dan m1 > 0 sama seperti (10.26) diatas.

Kendala Cash-in-Advance menggambarkan barang yang diinginkan oleh Clower. Uang sangat penting bukan karena nilai intrinsiknya melainkan rumah tangga ingin mengkonsumsi pada periode kedua. Selain itu, rumah tangga tidak akan menyimpan kelebihan uang tunai (excess cash balances). m1 > 0, ekspresi pertama (10.25) memastikan bahwa shadow price dari cash balances positif (strictly positive).

$$\lambda_2 = \lambda \frac{P_2}{P_1} \frac{R_1}{1+R_1} > 0 \qquad (10.27)$$

Ekspresi pertama dalam persamaan (10.26) memperlihatkan bahwa rumah tangga memiliki cukup uang tunai untuk membiayai rencana konsumsi optimal mereka di masa depan. Tetapi, hasilnya tidak spesifik untuk model sederhana dua periode sehingga dapat digeneralisasi kedalam pengaturan multi-periode. Model uang muka (cash-in-advance) setara dengan pendekatan utilitas uang (utility of money).

Pada kendala clower berlaku persamaan ($Ct$ = ($Pt{-}1/Pt$ ) dimana hasilnya akan sama dengan fungsi tidak langsung kebahagiaan (indirect felicity function) $U(Ct\,, mt{-}1\,)$ $\equiv min[Ct\;, mt{-}1\;]$ yang dimaksimalkan dengan kendala anggaran (Feestra, 1986, hal. 285). Aspek penting yang membedakan model cash-in-advance dengan model belanja dan model Baumol-Tobin adalah fungsi tidak langsung kebahagiaan (indirect felicity function) yang menunjukkan elastisitas substitusi antara konsumsi dan keseimbangan uang adalah nol.

## 10.3 MODELLING MONEY AS A STORE OF VALUE

Uang dapat digunakan untuk berbelanja hari ini atau beberapa waktu kedepannya. Dengan demikian stok uang dapat mewakili daya beli pada masa depan. Walaupun sebenarnya terdapat media penyimpan nilai lainnya seperti saham, obligasi, atau bahkan tanah yang tingkat pengembaliannya lebih tinggi, uang tetap dapat menjadi media penyimpan nilai yang cukup.

Pada konsep uang sebagai alat tukar dijelaskan bahwa obligasi (B) dan uang (M) dapat digunakan sebagai alat tukar (yang dipengaruhi dengan periode waktu), namun obligasi dinilai lebih baik dalam hal return atau pengembalian nilai. Sehingga uang dinilai bukan sebagai penyimpan nilai yang baik untuk jangka panjang (secara teknis bisa dilakukan, tapi bukan pilihan). Bewley (1980) memberikan persamaan anggaran (dari persamaan 10.1 - 10.2) dimana uang digunakan sebagai alat penyimpan nilai, dengan asumsi uang sebagai satu-satunya sumber daya yang dimiliki oleh agen ekonomi ($B_0$ = $B_1 = B_2 = 0$), sebagai berikut:

**Recall persamaan 10.1 dan 10.2**

10.1 $P_1Y_1 + M_0 + (1 + R_0)B_0 = P_1C_1 + M_1 + B_1$

10.2 $P_2Y_2 + M_1 + (1 + R_1)B_1 = P_2C_2 + M_2 + B_2$

**Penyelesaian 10.1**

$P_1Y_1 + M_0 + (1 + R_0)B_0 = P_1C_1 + M_1 + B_1$ -> asumsi $B_0$ = $B_1 = B_2 = 0$

Maka,

$P_1Y_1 + M_0 = P_1C_1 + M_1$ -> dikalikan dengan $\frac{1}{P_1}$ agar menjadi real money balance, menjadi,

$Y_1 + \frac{M_0}{P_1} = C_1 + \frac{M_1}{P_1}$

Karena $m_t = \frac{M_t}{P_t}$ sebagai real money balance, maka $m_0 = \frac{M_0}{P_0}$ atau $m_1 = \frac{M_1}{P_1}$

$Y_1 + \frac{P_0}{P_1}m_0 = C_1 + \frac{m_1P_1}{P_1}$

$Y_1 + \frac{P_0}{P_1}m_0 = C_1 + m_1$

Sekarang uang sebagai media penyimpan nilai ini dugunakan untuk asset masa depan (tidak lagi berada pada masa present/sekarang), maka asumsinya uang ini dipengaruhi oleh inflasi. Persamaan tingkat inflasi adalah sebagai berikut:

$\pi_t = \frac{P_{t+1}}{P_t} - 1$ dimana,

$\pi_0 = \frac{P_1 - P_0}{P_0}$ maka,

$\pi_0 = \frac{P_1}{P_0} - 1$

$1 + \pi_0 = \frac{P_1}{P_0}$

$\frac{1}{1+\pi_0} = \frac{P_0}{P_1}$, substitusi ke $Y_1 + \frac{P_0}{P_1}m_0 = C_1 + m_1$ menjadi,

$Y_1 + \frac{m_0}{1+\pi_0} = C_1 + m_1$ -> (10.27a)

**Penyelesaian 10.2**

$P_2Y_2 + M_1 + (1 + R_1)B_1 = P_2C_2 + M_2 + B_2$ -> asumsi $B_0 = B_1 = B_2 = 0$ dan asumsi individu sudah tidak hidup pada periode 3 tanpa warisan dan hutang, serta tidak dapat mencetak uang sendiri jadi $M_2$=0

Maka,

$P_2Y_2 + M_1 = P_2C_2$, dikalikan dengan $\frac{1}{P_2}$ agar menjadi real money balance

$Y_2 + \frac{M_1}{P_2} = C_2$ , asumsi $m_1 = \frac{M_1}{P_1}$ maka

$Y_2 + \frac{m_1P_1}{P_2} = C_2$ , dengan asumsi tingkat inflasi

$\pi_t = \frac{P_{t+1}}{P_t} - 1$ dimana,

$\pi_1 = \frac{P_2}{P_1}$ maka,

$\frac{1}{1+\pi_1} = \frac{P_1}{P_2}$, substitusi ke $Y_2 + \frac{m_1P_1}{P_2} = C_2$ menjadi

$Y_2 + \frac{m_1}{1+\pi_1} = C_2$ -> (10.27b), dikalikan dengan $1 + \pi_1$ untuk melihat $m_1$

$(1 + \pi_1)Y_2 + m_1 = (1 + \pi_1)C_2$

$m_1 = (1 + \pi_1)C_2 - (1 + \pi_1)Y_2$

Persamaan 10.27a dan 10.27b digabungkan menjadi,

$Y_1 + \frac{m_0}{1+\pi_0} = C_1 + m_1$ -> (10.27a)

Penggabungan:

$$Y_1 + (1+\pi_1)Y_2 + \frac{m_0}{1+\pi_0} = C_1 + (1+\pi_1)C_2 \text{ ->10.27c}$$

Agen memilih konsumsi pada dua periode dan kepemilikan uangnya ($C_1$, $C_2, m_1$) untuk memaksimalkan lifetime utility (10.5) subject to (10.27a) dan (10.27b), sehingga set up persamaan lagrangian adalah

$\mathcal{L} \equiv U(C_1) + \frac{1}{1+\rho} U(C_2) + \lambda_1 \left[Y_1 + \frac{m_0}{1+\pi_0} - C_1 - m_1\right] + \lambda_2 \left[Y_2 + \frac{m_1}{1+\pi_1} - C_2\right]$ -> (10.28)

Dengan turunan pertamanya:

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = U'(C_1) - \lambda_1 = 0$ -> (10.29)

$\lambda_1 = U'(C_1)$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = \frac{1}{1+\rho} U'(C_2) - \lambda_2 = 0$ -> (10.30)

$\lambda_2 = \frac{1}{1+\rho} U'(C_2)$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} \equiv -\lambda_1 + \frac{\lambda_2}{1+\pi_1} \leq 0, m_1 \geq 0, m_1 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} = 0$ -> (10.31)

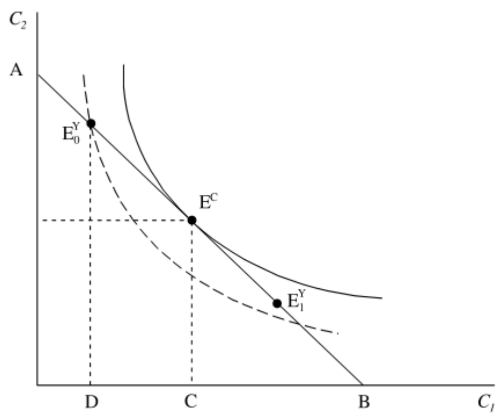
Substitusikan $\lambda_1$ dan $\lambda_2$ ke 10.31 sehingga menjadi:

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} = -U'(C_1) + \frac{U'(C_2)}{1+\rho} \frac{1}{1+\pi_1} \leq 0$ {dikalikan dengan 1 atau bisa ditulis dengan $\frac{U'(C_2)}{U'(C_2)} \frac{1+\rho}{1+\rho}$}

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} = -U'(C_1) \frac{U'(C_2)}{U'(C_2)} \frac{1+\rho}{1+\rho} + \frac{U'(C_2)}{1+\rho} \frac{1}{1+\pi_1} \leq 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} = -U'(C_1) \frac{U'(C_2)}{1+\rho} \frac{1+\rho}{U'(C_2)} + \frac{U'(C_2)}{1+\rho} \frac{1}{1+\pi_1} \leq 0$

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} = \frac{U'(C_2)}{1+\rho} \{\frac{1}{1+\pi_1} - \frac{(1+\rho)U'(C_1)}{U'(C_2)} \leq 0, m_1 \geq 0, m_1 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} = 0$ -> (10.32)




Gambar 10.2 Uang sebagai media penyimpan nilai

Recall persamaan (10.27 c): $Y_1 + (1+\pi_1)Y_2 + \frac{m_0}{1+\pi_0} = C_1 + (1+\pi_1)C_2$ , pindahkan $C_2$ ke ruas kiri menjadi:

$(1+\pi_1)C_2 = C_1 - \{Y_1 + (1+\pi_1)Y_2 + \frac{m_0}{1+\pi_0}\}$

$C_2 = \frac{C_1}{(1+\pi_1)} - \frac{\{Y_1+(1+\pi_1)Y_2+\frac{m_0}{1+\pi_0}\}}{(1+\pi_1)}$

$\frac{\partial C_2}{\partial C_1} = -\frac{1}{1+\pi_1}$ -> (10.32a)

Persamaan 10.32 a ini adalah slope garis AB pada kurva indiferens di gambar 10.2, atau dapat diperileh dari turunan lifetime utility menjadi:

$V = U(C_1) + \frac{U'(C_2)}{1+\rho}$

$\partial V = U'(C_1)\partial C_1 + \frac{U'(C_2)\partial C_2}{1+\rho}$

$0 = U'(C_1)\partial C_1 + \frac{U'(C_2)\partial C_2}{1+\rho}$

$\frac{U'(C_2)\partial C_2}{1+\rho} = -U'(C_1)\partial C_1$

$\frac{\partial C_2}{\partial C_1} = -(1+\rho)\frac{U'C_1}{U'C_2}$ -> (10.32 a)

Intuisi dari gambar 10.2:

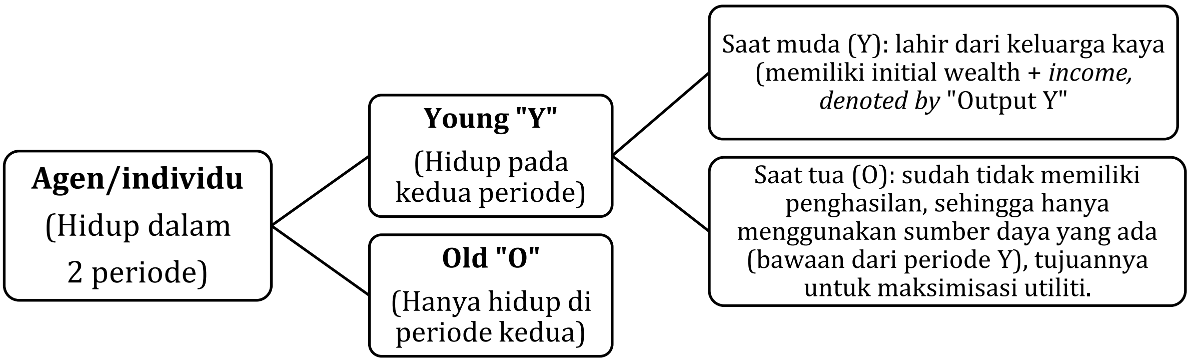
1. Titik $E^c$ adalah titik konsumsi optimum individu dalam menggunakan uangnya sebagai media penyimpan nilai (dengan asumsi non negative diabaikan)
2. Titik $E_0^Y$ adalah titik yang tidak memungkinkan uang sebagai media penyimpan nilai, karena apabila dilihat kurva indiferennya berada dibawah budget line. Sehingga satu-satunya kemungkinan konsumsi hanya pada wilayah A$E_0^Y$D
3. Pada persamaan 10.32 dijelaskan bahwa $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} = 0$ berarti lifetime utility akan meningkat seiring dengan adanya peningkatan uang
4. Titik $E_1^Y$ adalah dimana agen ekonomi akan menyimpan uangnya di periode pertama sehingga persamaan Euler menjadi:
   $\frac{U'C_2}{U'C_1} = \frac{1+\rho}{1+r_1^M} = (1+\rho)(1+\pi_1)$ -> (10.33), dimana $r_1^M = \frac{1}{1+\pi_1} - 1$ atau suku bunga implisit

Hasil dari pembahasan sejauh ini adalah bahwa uang akan disimpan dalam keadaan tertentu karena menyediakan sarana yang dengannya perataan konsumsi antarwaktu dapat dicapai. Tentu saja, pendekatan Bewley ini agak spesifik dan tidak realistis karena instrumen keuangan berbunga tersedia secara luas di ekonomi pasar modern. Fakta ini tidak membatalkan argumen, sama seperti yang diilhami oleh Sargent dan Wallace (1982). Misalkan pada perekonomian ada agen miskin (dengan endowment berpenghasilan rendah) dan agen kaya (dengan endowment tinggi) dan asumsikan bahwa kedua jenis agen ingin menabung pada periode pertama. Misalkan bahwa obligasi berbunga ada tetapi dalam denominasi minimum, karena pembatasan hukum atau sebaliknya, dan asumsikan tidak ada bank tabungan. Dalam pengaturan ini, agen miskin menabung dalam jumlah yang terlalu kecil untuk hanya dapat membeli satu obligasi dan dengan demikian mereka dipaksa untuk menabung dengan memegang uang. Di sisi lain, agen kaya akan memegang semua (atau sebagian) tabungan mereka dalam obligasi dengan imbal hasil lebih tinggi. Menjumlahkan semua agen dalam perekonomian, obligasi yang tidak dapat dibagi-bagi menghasilkan permintaan positif untuk uang yang akan disimpan sebagai penyimpan nilai.

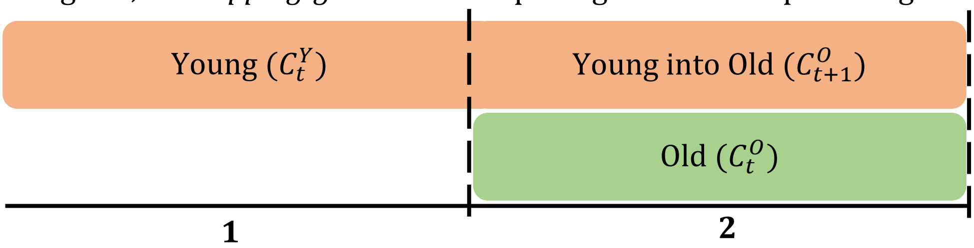
### 10.3.1 Overlapping-generations Model of Money

Sebelumnya, uang digunakan oleh agen ekonomi individu sebagai penyimpan nilai (selama tidak ada faktor lain yang mengakibatkan individu menggunakan aset lain dengan tingkat pengembalian lebih tinggi). Pada bagian ini, akan dijelaskan penggunaan uang sebagai penyimpan nilai yang berkaitan dengan *overlapping-generations*, yang dikenalkan oleh Samuelson (1958). Beberapa asumsi-asumsi yang digunakan pada bagian ini adalah:

1. Waktu dinotasikan dengan $t$
2. Asumsi pada agen/individu seperti bagan di bawah ini:




3. Adanya *overlapping-generations* menyebabkan agen **Young,** mau melakukan penyimpanan aset untuk masa depan, dengan mempertimbangkan depresiasi atau penyusutan nilai aset ($\delta$). Dengan aturan sebagai berikut:
   a. $\delta$=0, artinya barang disimpan dengan baik.
   b. $\delta > 0$, artinya barang terdepresiasi oleh $t$.
   c. $\delta \rightarrow \infty$, artinya barang mudah rusak.
4. Secara diagram, *overlapping-generations* dapat digambarkan seperti diagram berikut:




#### 10.3.1.1 Setting Budget Constraint

Agen **Young** memiliki tiga pilihan dalam menggunakan incomenya. Pertama, dapat dikonsumsi sejumlah $C_t^Y$. Kedua, dapat disimpan sebagian untuk masa depan sejumlah $K_t$. Ketiga, dapat ditransaksikan sebagai uang nominal yang ekuivalen terhadap *real money*. Sehingga kendala anggarannya menjadi:

$$Y = C_t^Y + K_t + m_t \quad (10.34)$$

$$\boldsymbol{C_t^Y = Y - K_t - m_t} \quad \textbf{(10.34a)}$$

dimana $m_t = \frac{M_t}{P_t}$, arti dari persamaan (10.34) menjelaskan bahwa individu **Young** pada periode awal, mengalokasikan *income* nya pada konsumsi, lalu disimpan sebagai aset di periode akhir (bukan uang), dan uang riil yang dipegang.

$$C_t^O = \frac{K_{t-1}}{1+\delta} + T_t + \frac{P_{t-1}}{P_t} m_{t-1} \qquad (10.35)$$

dimana $m_t = \frac{M_t}{P_t} \leftrightarrow m_{t-1} = \frac{M_{t-1}}{P_{t-1}}$ atau $M_{t-1} = m_{t-1} \, . P_{t-1}$ , arti dari persamaan (10.35) menjelaskan bahwa saat periode akhir, agen **Old** sudah tidak memiliki *income* lagi, sehingga konsumsi sehari-hari menggunakan simpanan dari periode awal atau dari masa mudanya ($K_{t-1}$) yang dipengaruhi oleh tingkat depresiasi (1+ $\delta$), kemudian ditambah dengan pemberian dari pemerintah sejumlah ($T_t$), serta agen **Old** masih bisa menggunakan pegangan uang dari periode sebelumnya (jumlahnya telah dipengaruhi dengan tingkat inflasi, sehingga jumlahnya tidak mungkin sama dengan periode sebelumnya.

$$C_{t+1}^O = \frac{K_t}{1+\delta} + T_{t+1} + \frac{P_t}{P_{t+1}} m_t \qquad (10.36)$$

berbeda dengan persamaan (10.35), persamaan (10.36) menjelaskan agen **Young** yang menjadi **Old** pada periode tua (periode akhir). Konsumsi dari agen ini berasal dari *Return of Capital* dari ($K_t$) yang disimpan saat muda. Namun, pada periode ini jumlahnya telah berubah, menyesuaikan tingkat depresiasi sejumlah (1+ $\delta$). Karena agen ini sudah tidak memiliki *income* lagi, maka pemerintah memberikan sejumlah ($T_t$) untuk menunjang kehidupan agen sehari-hari. Saat agen berada pada periode awal, diketahui menyimpan sejumlah ($m_t$) atau *real money balance* yang ekuivalen dengan $\frac{M_t}{P_t}$, uang nya di periode ini sudah dipengaruhi oleh tingkat inflasi pada periode t+1, sehingga bisa ditulis menjadi $\frac{P_t}{P_{t+1}} m_t$

#### 10.3.1.2 Lifetime Utility

$$V_t^Y = U(C_t^Y) + \frac{1}{1+\rho} U(C_{t+1}^0) \, , \rho > 0 \qquad (10.37)$$

Max U: $V_t^Y = U(C_t^Y) + \frac{1}{1+\rho} U(C_{t+1}^0)$

s.t $\quad C_t^Y = Y - K_t - m_t \leftrightarrow Y - C_t^Y - K_t - m_t = 0$

(asumsikan bahwa konsumsi periode *t* tidak dibawa pada periode *t+1*)

$C_{t+1}^O = \frac{K_t}{1+\delta} + T_{t+1} + \frac{P_t}{P_{t+1}} m_t \leftrightarrow \frac{K_t}{1+\delta} + T_{t+1} + \frac{P_t}{P_{t+1}} m_t - C_{t+1}^O = 0$

(asumsikan bahwa individu hanya hidup sampai periode kedua atau *t+1*)

$m_t \geq 0$ ; $K_t \geq 0$

(asumsikan bahwa uang dan aset yang disimpan bukan berupa hutang)

$$\mathcal{L} = U(C_t^Y) + \frac{1}{1+\rho} U(C_{t+1}^0) + \lambda_{1,t}(Y - C_t^Y - K_t - m_t) + \lambda_{2,t}\left(\frac{K_t}{1+\delta} + T_{t+1} + \frac{P_t}{P_{t+1}} m_t - C_{t+1}^O\right)$$

... sehingga FOC nya adalah:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t^Y} = U'(C_t^Y) - \lambda_{1,t} = 0 \quad (10.39)$$

$$\lambda_{1,t} = U'(C_t^Y) \leftrightarrow \lambda_{1,t} = \frac{1}{U\prime(C_t^Y)} \quad (10.39a)$$

menjelaskan bahwa pada periode ini, agen muda mengalokasikan *income*nya sama besar dengan *marginal utility to consume*. Namun, apabila $\lambda_{1,t}$ nya lebih tinggi, maka nilai MU nya lebih rendah (konsumsi lebih sedikit). Hal ini disebabkan oleh karena agen muda memilih untuk menabung lebih banyak untuk hari tua (periode t+1)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{t+1}^0} = \frac{1}{1+\rho} U'(C_{t+1}^0) - \lambda_{2,t} = 0 \quad (10.40)$$

$$\lambda_{2,t} = \frac{1}{1+\rho} U'(C_{t+1}^0) \leftrightarrow \lambda_{2,t} = \frac{1}{1+\rho} \cdot \frac{1}{U\prime(C_{t+1}^0)} \quad (10.40a)$$

menjelaskan bahwa pada periode t+1 ini, agen tua membelanjakan *income*nya dengan mempertimbangkan urgensi dari konsumsi ini. Apabila $\lambda_{2,t}$ tinggi, maka agen akan mengurangi konsumsinya dan memilih untuk menabung, alih-alih khawatir akan ketidakpastian terhadap konsumsi yang mendesak di periode *t+1* ini.

... karena *money holding* dan kapital diasumsikan non-negativity, maka bisa diselesaikan dengan menggunakan Kuhn-Tucker Condition:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_t} = -\lambda_{1,t} + \frac{\lambda_{2,t} + P_t}{P_{t+1}} \leq 0 \; m_t \geq 0 \; m_t \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_t} = 0$$

$$-\lambda_{1,t} + \frac{\lambda_{2,t} + P_t}{1+\pi_t} \leq 0 \; m_t \geq 0 \; m_t \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_t} = 0$$

Inflation Rate:

$$\Pi_t = \frac{(P_{t+1} - Pt)}{Pt}$$

$$\Pi_t = \frac{P_{t+1}}{P_t} - \frac{P_t}{P_t}$$

$$\Pi_t = \frac{P_{t+1}}{P_t} - 1$$

$$\Pi_{t+1} = \frac{P_{t+1}}{P_t} \leftrightarrow \frac{1}{1+\Pi_t} = \frac{P_t}{P_{t+1}}$$

$$-\lambda_{1,t} + \frac{\lambda_{2,t} + P_t}{1+\pi_t} = 0 \quad (10.41)$$

$$\frac{\lambda_{2,t} + P_t}{1+\pi_t} = \lambda_{1,t} \leftrightarrow \lambda_{1,t}(1+\pi_t) = \lambda_{2,t} \quad (10.41a)$$

$$\frac{1}{1+\pi_t} = \frac{\lambda_{1,t}}{\lambda_{2,t}} \quad (10.41b)$$

menjelaskan bahwa *holding money* akan dipengaruhi oleh tingkat inflasi, dimana *holding money* di periode awal akan mempengaruhi *holding money* di periode akhir.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_t} = -\lambda_{1,t} + \frac{\lambda_{2,t}}{1+\delta} \leq 0; K_t \geq 0; K_t \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_t} = 0 \quad (10.42)$$

$$-\lambda_{1,t} + \frac{\lambda_{2,t}}{1+\delta} = 0$$

$$\frac{\lambda_{2,t}}{1+\delta} = \lambda_{1,t} \leftrightarrow \lambda_{1,t}(1+\delta) = \lambda_{2,t} \quad (10.42a)$$

$$\frac{1}{1+\delta} = \frac{\lambda_{1,t}}{\lambda_{2,t}} \quad (10.42b)$$

menjelaskan bahwa menyimpan aset itu dipengaruhi oleh tingkat depresiasi atau penyusutan (di awal diasumsikan bahwa aset ini bukan berupa uang)

... substitusikan $\lambda_{1,t}$ pada (10.41a) dan (10.42a) kepada (10.39a) **dan** $\lambda_{2,t}$ pada (10.41a) dan (10.42a) kepada (10.40a)

**Recall (10.39a)** $\lambda_{1,t} = U'(C_t^Y) \leftrightarrow \lambda_{1,t} = \frac{1}{U'(C_t^Y)}$, sehingga:

$$C_t^Y = \frac{1}{\frac{\lambda_{2,t}}{1+\Pi_t}}$$
$$\boldsymbol{C_t^Y = \frac{1+\Pi_t}{\lambda_{2,t}}}$$

$$C_t^Y = \frac{1}{\frac{\lambda_{2,t}}{1+\delta}}$$
$$\boldsymbol{C_t^Y = \frac{1+\delta}{\lambda_{2,t}}}$$

**Recall (10.40a)** $\lambda_{2,t} = \frac{1}{1+\rho} U'(C_{t+1}^0) \leftrightarrow \lambda_{2,t} = \frac{1}{1+\rho} \cdot \frac{1}{U'(C_{t+1}^0)}$, sehingga:

$$C_{t+1}^0 = \frac{1}{1+\rho} \cdot \frac{1}{\lambda_{1,t}(1+\Pi_t)}$$
$$C_{t+1}^0 = \frac{1}{1+\rho} \cdot \frac{1}{\lambda_{1,t}(1+\Pi_t)}$$
$$\boldsymbol{C_{t+1}^0 = \frac{1}{\lambda_{1,t}(1+\rho)(1+\Pi_t)}}$$

$$C_{t+1}^0 = \frac{1}{1+\rho} \cdot \frac{1}{\lambda_{1,t}(1+\delta)}$$
$$C_{t+1}^0 = \frac{1}{1+\rho} \cdot \frac{1}{\lambda_{1,t}(1+\delta)}$$
$$\boldsymbol{C_{t+1}^0 = \frac{1}{\lambda_{1,t}(1+\rho)(1+\delta)}}$$

... dengan hasil di atas, maka dilakukan pembuktikan sebagai berikut:

**Untuk membuktikan intuisi *holding money:***

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t^Y} = U'(C_t^Y) - \lambda_{1,t} = 0$$
$$\frac{1+\Pi_t}{\lambda_{2,t}} - \frac{\lambda_{2,t}}{1+\Pi_t}$$
$$\frac{(1+\Pi_t)(1+\Pi_t) - (\lambda_{2,t})(\lambda_{2,t})}{\lambda_{2,t}(1+\Pi_t)}$$
$$\boldsymbol{\frac{(\lambda_{2,t})^2 + (1+\Pi_t)^2}{\lambda_{2,t}(1+\Pi_t)}}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{t+1}^0} = \frac{1}{1+\rho} U'(C_{t+1}^0) - \lambda_{2,t} = 0$$
$$\frac{1}{1+\rho} \cdot \frac{1}{\lambda_{1,t}(1+\rho)(1+\Pi_t)} - \lambda_{1,t}(1+\Pi_t)$$
$$\frac{1}{\lambda_{1,t}(1+\rho)(1+\rho)(1+\Pi_t)} - \frac{\lambda_{1,t}(1+\Pi_t)}{1}$$
$$\frac{1 - (\lambda_{1,t})(1+\Pi_t)(\lambda_{1,t})(1+\rho)(1+\rho)(1+\Pi_t)}{\lambda_{1,t}(1+\rho)(1+\rho)(1+\Pi_t)}$$
$$\boldsymbol{\frac{1 - (\lambda_{1,t})^2(1+\Pi_t)^2(1+\rho)^2}{(\lambda_{1,t})^2\,(1+\rho)^2\,(1+\Pi_t)}}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_k} = -\lambda_{1,t} + \frac{\lambda_{2,t}}{1+\Pi_t} \leq 0$$
$$-\frac{\lambda_{2,t}}{1+\Pi_t} + \frac{\lambda_{1,t}(1+\Pi_t)}{1+\Pi_t}$$
$$\boldsymbol{\frac{-\lambda_{2,t} + \lambda_{1,t}(1+\Pi_t)}{1+\pi_t}}$$

menjelaskan bahwa agen muda akan memilih untuk menyimpan uang saja saat tingkat inflasi lebih rendah daripada depresiasi ($\Pi_t < \delta$). Secara matematis, *holding money* tidak akan dipengaruhi oleh depresiasi, melainkan hanya dipengaruhi oleh tingkat inflasi itu sendiri.

**Untuk membuktikan intuisi kapital:**

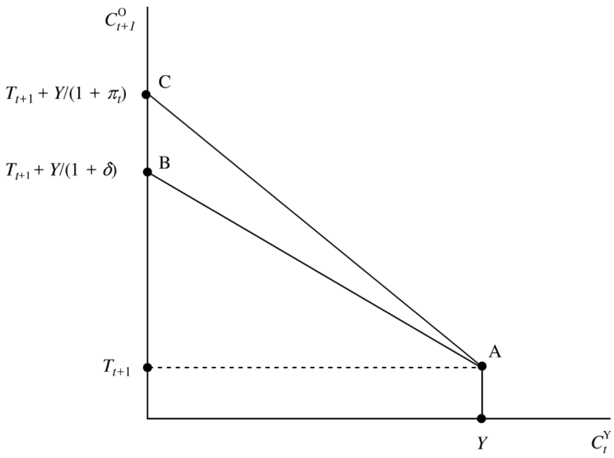
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t^Y} = U'(C_t^Y) - \lambda_{1,t} = 0$$
$$\frac{1+\delta}{\lambda_{2,t}} - \frac{\lambda_{2,t}}{1+\delta}$$
$$\frac{(1+\delta)(1+\delta) - (\lambda_{2,t})(\lambda_{2,t})}{\lambda_{2,t}(1+\delta)}$$
$$\boldsymbol{\frac{(\lambda_{2,t})^2 + (1+\delta)^2}{\lambda_{2,t}(1+\delta)}}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{t+1}^0} = \frac{1}{1+\rho} U'(C_{t+1}^0) - \lambda_{2,t} = 0$$
$$\frac{1}{1+\rho} \cdot \frac{1}{\lambda_{1,t}(1+\rho)(1+\delta)} - \lambda_{1,t}(1+\delta)$$
$$\frac{1}{\lambda_{1,t}(1+\rho)(1+\rho)(1+\delta)} - \frac{\lambda_{1,t}(1+\delta)}{1}$$
$$\frac{1 - (\lambda_{1,t})(1+\delta)(\lambda_{1,t})(1+\rho)(1+\rho)(1+\delta)}{\lambda_{1,t}(1+\rho)(1+\rho)(1+\delta)}$$
$$\boldsymbol{\frac{1 - (\lambda_{1,t})^2(1+\delta)^2(1+\rho)^2}{(\lambda_{1,t})^2\,(1+\rho)^2\,(1+\delta)}}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_k} = -\lambda_{1,t} + \frac{\lambda_{2,t}}{1+\delta} \leq 0$$
$$-\frac{\lambda_{2,t}}{1+\delta} + \frac{\lambda_{1,t}(1+\delta)}{1+\delta}$$
$$\boldsymbol{\frac{-\lambda_{2,t} + \lambda_{1,t}(1+\delta)}{1+\delta}}$$

menjelaskan bahwa agen atau individu akan cenderung menyimpan aset (yang bukan uang), ketika inflasi sedang tinggi. Artinya tingkat depresiasi sedang rendah, sehingga lebih menguntungkan menyimpan aset bukan uang saat posisi ini ($\Pi_t > \delta$), karena apabila depresiasi tinggi, maka nilai aset bukan uang itu (barang) akan cenderung rendah.

... jika dijelaskan ke dalam kurva menjadi:




**Titik A** : Titik ini adalah ketika agen muda memiliki *income* sejumlah Y, yang kemudian pada periode *t+1*, agen muda sudah menjadi tua dan tidak memiliki *income* lagi.

**Titik B** : Saat muda, persamaan *income,* terdiri dari $Y = C_t^Y + K_t + m_t$. Namun, ketika tua, persamaannya menjadi $C_{t+1}^O = \frac{K_t}{1+\delta} + T_{t+1} + \frac{P_t}{P_{t+1}} m_t$, $\left(\frac{P_t}{P_{t+1}} m_t\right.$ dapat ditulis menjadi $\left.\frac{m_t}{(1+\pi_t)}\right)$ **asumsikan tingkat inflasi tinggi,** maka individu akan cenderung menyimpan aset yang bukan uang ($m_t = 0$), sehingga:

$$C_{t+1}^O = \frac{K_t}{1+\delta} + T_{t+1} + \cancel{\frac{m_t}{(1+\pi_t)}}$$

$$C_{t+1}^O = \frac{K_t}{1+\delta} + T_{t+1}$$

$$\boxed{C_{t+1}^O = \frac{Y}{1+\delta} + T_{t+1}}$$

(Karena agen tua sudah tidak memiliki *income* lagi, maka simpanan yang mulanya sejumlah $K_t$, dapat diasumsikan sebagai Y bagi agen tua)

**Titik C** : Namun, apabila **diasumsikan tingkat inflasi rendah**, maka individu akan menyimpan aset dalam bentuk uang/ *holding money* saja ($K_t$=0), sehingga:

$$C_{t+1}^O = \cancel{\frac{K_t}{1+\delta}} + T_{t+1} + \frac{m_t}{(1+\pi_t)}$$

$$C_{t+1}^O = T_{t+1} + \frac{m_t}{(1+\pi_t)}$$

$$\boxed{C_{t+1}^O = T_{t+1} + \frac{Y}{(1+\pi_t)}}$$

(Karena agen tua sudah tidak memiliki *income* lagi, maka simpanan yang mulanya sejumlah $m_t$, dapat diasumsikan sebagai Y bagi agen tua)

#### 10.3.1.3 Old-agent Utility Maximisation

Asumsi agen **Old** tidak bisa mengubah atau memperbaiki tingkat konsumsi di masa lalu (periode awal). Namun, agen tua hanya bisa menghabiskan sisa aset yang ada untuk memaksimalkan utilitinya. Hal ini dapat diwujudkan melalui transfer dari pemerintah. Berdasarkan Wallace (1980) menjelaskan bahwa pemerintah memiliki target pertumbuhan *money supply* sejumlah $\mu$. Sehingga:

$$M_t = (1+\mu)M_{t-1} \leftrightarrow \boxed{\frac{M_t - M_{t-1}}{m_{t-1}} = \mu} \qquad (10.43)$$

Besaran transfer pemerintah yang diberikan adalah $\mu$ dengan batasan sejumlah $M_t - M_{t-1}$=$P_tT_t$, sehingga transfer yang dapat diberikan pada periode *t+1* adalah:

$$T_{t+1} = \frac{M_{t-1} - M_t}{P_{t+1}} = \frac{\mu_{M_t}}{P_t} \cdot \frac{P_t}{P_{t+1}} = \frac{\boldsymbol{\mu_{m_t}}}{\mathbf{1+\Pi_t}} \quad \text{atau} \quad \boldsymbol{m_t} = \frac{\boldsymbol{T_{t+1}(1+\Pi_t)}}{\boldsymbol{\mu}} \tag{10.44}$$

... dimana $\frac{P_t}{P_{t+1}}$ adalah ***inflation rate*** $\left(\boldsymbol{\pi_t = \frac{P_{t+1}}{P_t} - 1}\right)$

Berlaku hukum Walras, dimana pasar barang ekuilibrium, dengan syarat pasar ekuilibrium (Md=Ms), sehingga:

$$\boldsymbol{m_t(T_{t+1}, \Pi_t) = \frac{M_t}{P_t}} \tag{10.45}$$

... di mana fungsi $m_t(T_{t+1}, \Pi_t)$menunjukkan permintaan uang oleh kaum muda pada periode *t*, yang diwakili oleh persyaratan orde pertama (10.39) – (10.42). Sebagai contoh, jika fungsi utiliti dalam (10.37) adalah logaritmik U(x) ≡ ln x, maka langkah berikut akan membentuk fungsi permintaan uang.

**Recall persamaan (10.39 – 10.42), dimana terbentuklah persamaan (10.39 a – 10.42 a)**, sehingga persamaan (10.41a) dan (10.42a) dapat digabungkan, menjadi:

$$1 + \pi_t = \frac{\lambda_{1,t}}{\lambda_{2,t}} = 1 + \delta$$

$$\boldsymbol{1 + \pi_t = 1 + \delta}$$

... sehingga ketika $\Pi_t < \delta$, maka penyelesaiannya bisa menggunakan (10.41b) untuk mencari ***money demand***, sehingga menjadi:

$$\frac{\frac{1}{C_t^Y}}{\left(\frac{1}{(1+\rho)}\right) \cdot \left(\frac{1}{C_{t+1}^0}\right)} = \frac{1}{1+\pi_t}$$

$$\frac{(1+\rho)(C_{t+1}^0)}{C_t^Y} = \frac{1}{1+\pi t}$$

$$\boldsymbol{\frac{C_{t+1}^0}{C_t^Y} = \frac{1}{(1+\rho)(1+\pi_t)}}$$

... substitusikan nilai $C_{t+1}^0$ dari persamaan (10.36) dan $C_t^Y$ dari persamaan (10.34), sehingga menjadi:

$$\boldsymbol{\frac{\frac{K_t}{1+\delta} + T_{t+1} + \frac{P_t}{P_{t+1}} m_t}{Y - K_t - m_t} = \frac{1}{(1+P)(1+\pi_t)}}$$

... diketahui $1 + \pi_t = 1 + \delta$ dan $\frac{1}{1+\Pi_t} = \frac{P_t}{P_{t+1}}$, maka:

$$\frac{\frac{K_t}{\cancel{1+\pi_t}} + T_{t+1} + \frac{m_t}{\cancel{1+\pi_t}}}{Y - K_t - m_t} = \frac{1}{(1+\rho)(1+\pi_t)} \quad \text{sisi kiri dikali dengan } (1+\pi_t)$$

$$\frac{K_t + T_{t+1}(1+\pi_t) + m_t}{(1+\pi_t)(Y - K_t - m_t)} = \frac{1}{(1+\rho)(1+\pi_t)}$$

$$[K_t + T_{t+1}(1+\pi_t) + m_t][(1+\rho)\cancel{(1+\pi_t)}] = \cancel{(1+\pi_t)}(Y - K_t - m_t)$$

$$(1+\rho)[K_t + T_{t+1}(1+\pi_t) + m_t] = (Y - K_t - m_t)$$

$$(1+\rho)(K_t) + (1+\rho)\big(T_{t+1}(1+\pi_t)\big) + (1+\rho)(m_t) = Y - K_t - m_t \quad \text{kumpulkan } m \text{ di kiri}$$

$$
\begin{aligned}
m_t(1+\rho) + m_t &= Y - K_t - K_t(1+\rho) - (1+\rho)(1+\pi_t)T_{t+1} \\
m_t(1+\rho+1) &= Y - 0 - 0 - (1+\rho)(1+\pi_t)T_{t+1} \\
m_t(2+\rho) &= Y - (1+\rho)(1+\pi_t)T_{t+1} \\
\boldsymbol{m_t} &= \frac{\boldsymbol{Y-(1+\rho)(1+\pi_t)T_{t+1}}}{\boldsymbol{(2+\rho)}}, \pi_t < \delta
\end{aligned} \tag{10.46}
$$

**Namun, apabila $\boldsymbol{\pi_t > \delta}$, maka $\boldsymbol{m_t = 0}$**

Model (10.46) adalah persamaan *money demand* yang terdiri dari persamaan (10.44) dan persamaan (10.45). Model ini selanjutnya dapat digunakan untuk mencari tingkat harga ($P_t$, $P_{t+1}$, dst.) sehingga kondisi ekuilibrium (10.45) berlaku untuk semua periode pemasokkan uang, dengan menggunakan asumsi pada persamaan (10.44). Berikut ini adalah proses mencari persamaan tingkat harga dengan menggunakan persamaan (10.44 –10.46).

Ingat! Pers. (10.44) pada fungsi transfer pemerintah adalah

$$\frac{\boldsymbol{\mu_{m_t}}}{\boldsymbol{1+\Pi_t}} = \boldsymbol{T_{t+1}(1+\Pi_t) = \mu_{m_t}}$$

**Recall persamaan (10.46):**

$$
\begin{aligned}
m_t &= \frac{Y-(1+\rho)(1+\pi_t)T_{t+1}}{(2+\rho)} \\
m_t &= \frac{Y-(1+\rho)(\mu m_t)}{(2+\rho)} \\
m_t(2+\rho) &= Y - \mu(1+\rho)m_t \\
m_t(2+\rho) + \mu(1+\rho)m_t &= Y \\
m_t[(2+\rho) + \mu(1+\rho)] &= Y \\
m_t &= \frac{Y}{2+\rho+\mu(1+\rho)}, m_t = \frac{M_t}{P_t} \\
\frac{M_t}{P_t} &= \frac{Y}{2+\rho+\mu(1+\rho)} \leftrightarrow \boldsymbol{P_t = \frac{2+\rho+\mu(1+\rho)}{Y} M_t}
\end{aligned} \tag{10.47}
$$

Persamaan ini, yang hanya berlaku jika $\pi_t < \delta$, menunjukkan bahwa saldo uang riil bersifat konstan sehingga tingkat harga proporsional terhadap uang nominal. Persamaan (10.47) ini juga nantinya dapat mencari harga pada periode *t+1*, ...dst. Karena $\rho$, $\mu$, dan Y semuanya konstan, maka laju inflasi sama dengan laju pertumbuhan jumlah uang beredar ($\Pi_t = \mu$):

$$
\begin{aligned}
\pi_t &= \frac{P_{t+1}-P_t}{P_t} \\
\pi_t &= \frac{\frac{2+\rho+\mu(1+\rho)}{Y}M_{t+1} - \frac{2+\rho+\mu(1+\rho)}{Y}M_t}{\frac{2+\rho+\mu(1+\rho)}{Y}M_t} \\
\pi_t &= \frac{\cancel{\frac{2+\rho+\mu(1+\rho)}{Y}}(M_{t+1}-M_t)}{\cancel{\frac{2+\rho+\mu(1+\rho)}{Y}}M_t} \\
\boldsymbol{\pi_t} &= \frac{\boldsymbol{M_{t+1}-M_t}}{\boldsymbol{Mt}} = \boldsymbol{\mu}
\end{aligned} \tag{10.48}
$$

Kesimpulan:

- Agen akan memegang uang fiat yang tidak memiliki nilai secara intrinsik dalam ekuilibrium, selama tingkat pertumbuhan uang lebih rendah dari tingkat depresiasi. Uang jelas merupakan instrumen keuangan terbaik untuk menyimpan nilai karena tidak dipengaruhi oleh faktor penyusutan nilai.

- Apabila berdasarkan klasifikasi teknologi penyimpanannya, dapat dijelaskan bahwa:

$\delta \rightarrow \infty$, keseimbangan moneter akan selalu terjadi di setiap periode nya, karena barang dinilai mudah rusak dan tidak dapat disimpan, sehingga uang menjadi satu-satunya aset yang dapat penyimpan nilai.
$-1 < \delta < 0$, keseimbangan moneter hanya akan diperoleh jika tingkat pertumbuhan uang negatif, artinya terdapat tingkat deflasi yang konstan dari tingkat harga, sehingga barang tumbuh produktif tanpa adanya pengawasan dalam proses penyimpanan.

- Pada pendekatan generasi tumpang tindih, keberadaan keseimbangan moneter agak tidak jelas. Sebenarnya, jika nilai disimpan oleh teknologi penyimpanan lebih besar daripada uang, permintaan saldo uang riil akan nol (lihat baris kedua pada 10.46). Meskipun uang fiat ada ($M_t > 0$) dan dibagikan kepada agen ekonomi, mereka tidak menggunakannya sebagai penyimpan nilai. Ini menunjukkan bahwa uang tidak bernilai dan tingkat harga nominal tidak terbatas pada semua periode *t*, yaitu $1 / Pt = 0$.

### 10.3.2 Uncertainty and The Demand of Money

Dalam model dasar yang dibahas pada bagian 10.2.1 di atas, agen mengetahui hasil uang dan obligasi yang sesuai, sehingga hanya perlu membandingkan keduanya untuk menentukan instrumen yang paling cocok untuk menyimpan nilai. Dalam model dasar ini, hasil obligasi lebih tinggi daripada hasil uang, sehingga hanya instrumen pertama yang digunakan sebagai penyimpan nilai. Pada bagian ini, berdasarkan Sandmo (1970, pg.353), diasumsikan b sebagai risiko modal karena investor tidak yakin tentang hasil investasinya. Asumsinya bahwa pendapatan endowment pada kedua periode diketahui secara akurat. Karena hasil uang diketahui dengan pasti, uang dianggap sebagai aset yang "aman" bagi investor. Untuk menyederhanakan, hasil uang ditulis sebagai $1 + rt^M \equiv 1 / (1 + \Pi_t)$. Selanjutnya, identitas anggaran periodik (10.1) – (10.2) dapat dijelaskan dalam bentuk riil sebagai berikut:

**Recall persamaan (10. 1):**

$$P_1Y_1 + M_0 + (1 + R_0)\,B_0 = P_1C_1 + M_1 + B_1 \qquad \boxed{\rightarrow \frac{P_0}{P_1} = \frac{1}{1+\Pi_t} = 1 + r_0^M}$$

$$\boldsymbol{Y_1^* + \left(1 + r_0^M\right)m_0 + (1 + r_0)b_0 = C_1 + m_1 + b_1} \qquad (10.49)$$

**Recall persamaan (10. 2):**

$$m_t = \frac{Y-(1+\rho)(1+\Pi_t)T_{t+1}}{2+\rho} \qquad \text{dimana } T_{t+1} = \frac{\mu m_t}{1+\Pi_t}$$

$$m_t = \frac{Y-(1+\rho)\mu m_t}{2+\rho} \qquad (1 + \Pi_t)T_{t+1} = \mu m_t$$

$$\boldsymbol{m_t(2 + \rho) = Y - \mu(1 + \rho)m_t}$$

**Recall persamaan (10.49):**

$$\boldsymbol{Y_1^* + A_1 = C_1 + m_1 + b_1} \qquad (10.49a)$$

$$\text{dimana } A_1 = (1 + r_0^M)m_0 + (1 + r_0)b_0$$

**Modifikasi persamaan (10.49) menjadi:**

$$\boldsymbol{m_1} = \frac{\tilde{\boldsymbol{C}}_2 - (\mathbf{1}+\tilde{\boldsymbol{r}}_1)\boldsymbol{b_1}}{\mathbf{1}+\boldsymbol{r}_1^{\boldsymbol{M}}} \tag{10.49a}$$

$$\boldsymbol{b_1} = \frac{\tilde{\boldsymbol{C}}_2 - (\mathbf{1}+\boldsymbol{r}_1^{\boldsymbol{M}})\boldsymbol{m_1}}{(\mathbf{1}+\tilde{\boldsymbol{r}}_1)} \tag{10.50a}$$

**Gabungkan persamaan (10.49a) dan (10.50a) dengan disubstitusikan kepada persamaan (10.49), sehingga menjadi:**

$$Y_i^* + A_1 = C_1 + m_1 + b_1$$

$$Y_i^* + A_1 = C_1 + (m_1 + b_1) + \frac{(1+r_1^M)m_1 + (1+\tilde{r}_1)b_1}{(1+r_1^M)m_1 + (1+\tilde{r}_1)b_1}$$

$$Y_i^* + A_1 = C_1 + \frac{1}{\frac{1}{(m_1+b_1)}} \frac{(1+r_1^m)m_1 + (1+\tilde{r}_1)b_1}{(1+m_1^m)m_1 + (1+\tilde{r}_1)b_1}$$

$$Y_i^* + A_1 = C_1 + \frac{(1+r_1^M)m_1 + (1+\tilde{r}_1)b_1}{(1+r_1^M)\frac{m_1}{m_1+b_1} + (1+\tilde{r}_1)\frac{b_1}{m_1+b_1}}$$

$$Y_i^* + A_1 = C_1 + \frac{(1+r_1^M)m_1 + (1+\tilde{r}_1)b_1}{(1+r_1^M)\frac{m_1}{m_2+b_1} + (1+\tilde{r}_1)\frac{m_1+b_1-m_1}{m_1+b_1}}$$

$$Y_i^* + A_1 = C_1 + \frac{(1+r_1^M)m + (1+\tilde{r}_1)b_1}{(1+r_1^M)\frac{m_1}{m_1+b_1} + (1+\tilde{r}_1)\left(1-\frac{m_1}{m_1+b_1}\right)}$$

$$\boldsymbol{Y_i^*} + \boldsymbol{A_1} = \boldsymbol{C_1} + \frac{\tilde{\boldsymbol{A}}_2}{(\mathbf{1}+\boldsymbol{r}_1^{\boldsymbol{M}})\boldsymbol{\omega_1} + (\mathbf{1}+\tilde{\boldsymbol{r}}_1)(\mathbf{1}-\boldsymbol{\omega_1})} \tag{10.51}$$

$$\tilde{\boldsymbol{A}}_2 = \tilde{\boldsymbol{C}}_2 \tag{10.52}$$

…dimana:

- $A_t \equiv (1 + r_{t-1}^M)\, m_{t-1} + (1 + r_{t-1})\, b_{t-1}$ adalah total aset yang mencakup penerimaan bunga yang tersedia pada awal periode *t*,
- $\omega_1 \equiv m_1/ (m_1 + b_1)$ mewakili bagian portofolio uang pada periode kedua.
- Pada periode pertama, agen memilih konsumsi $C_1$ dan bagian portofolio $\omega_1$, tetapi tidak tahu seberapa tinggi nilai asetnya pada awal periode kedua karena hasil investasi berisiko tidak pasti.

Agen harus mengevaluasi nilai utilitas dari prospek yang tidak pasti $\tilde{C}_2$ karena $\tilde{r}1$ (dan dengan demikian $\tilde{A}_2$dan $\tilde{C}_2$) adalah stokastik. Teori utilitas yang diharapkan, yang diciptakan oleh Von Neumann dan Morgenstern (1944), mengasumsikan bahwa agen akan mengevaluasi utilitas yang diharapkan untuk membuat keputusan optimalnya. Dengan kata lain, alih-alih menggunakan V dalam (10.5) sebagai indikator kesejahteraan, agen menggunakan nilai ekspektasi dari V, dinotasikan dengan E(V). Selain itu, diasumsikan bahwa $\tilde{r}1$ terbatas pada interval [-1, ∞], dengan batas bawah menunjukkan "kehilangan seluruh *return* dari investasi pokok" dan batas atas menunjukkan "mendapatkan *return* yang sangat tinggi dari investasi”. Kemudian, diasumsikan bahwa proses stokastik dan parameter model untuk $\tilde{r}1$ sedemikian rupa sehingga kita dapat mengabaikan pembatasan non-negativitas untuk pemilikan uang, karena tidak ada pembatasan tanda untuk pemilikan obligasi, kita hanya perlu mempelajari optimum internal.

$$E(V) = \int_{-1}^{\infty} \left[U(C_1) + \frac{1}{1+\rho}U(\tilde{C}_2)\right] f(\tilde{r}_1)d\tilde{r}_1$$
$$E(V) = U(C_1) + \frac{1}{1+\rho}\int_{-1}^{\infty} U\big((A_1 + Y_i^* - C_1)[(1 + r_1^M)\omega_1 + (1 + \tilde{r}_1)(1 - \omega_1)]\big) f(\tilde{r}_1)d\tilde{r}_1$$
$$\boldsymbol{E(V) = U(C_1) + \frac{1}{1+\rho}\int_{-1}^{\infty} U\big(S_1[(1 + r_1^M)\omega_1 + (1 + \tilde{r}_1)(1 - \omega_1)]\big) f(\tilde{r}_1)d\tilde{r}_1} \qquad (10.53)$$

... dimana $S_1 = Y_i^* + A_1 - C_1$ dan agen memilih $C_1$, sehingga $S_1$ dan $\omega_1$ digunakan untuk memaksimakan utilitas $E(V)$, sehingga FOC dari $\omega_1$nya adalah:

$$\frac{\partial E(v)}{\partial \omega_1} = 0 + \frac{1}{1+\rho}\int_{-1}^{\infty} U'(\tilde{C}_2)(A_1 + Y_i^* - C_1)(1 + r_1^m + (1 + \tilde{r}_1)(-1)) f(\tilde{r}_1)d\tilde{r}_1$$
$$0 = \frac{1}{1+\rho}\int_{-1}^{\infty} U'(\tilde{C}_2)(A_1 + Y_i^* - C_1)(r_1^m - \tilde{r}_1) f(\tilde{r}_1)d\tilde{r}_1$$
$$0 = \boldsymbol{E\big(U'(\tilde{C}_2)(A_1 + Y_i^* - C_1)(r_1^M - \tilde{r}_1)} \qquad (10.54)$$

... sedangkan FOC untuk $C_1$ adalah:

$$\frac{\partial E(v)}{\partial C_1} = 0 + \frac{1}{1+\rho}\int_{-1}^{\infty} U'(\tilde{C}_2)(A_1 + Y_i^* - C_1)(1 + r_1^M + (1 + \tilde{r}_1)(-1)) f(\tilde{r}_1)d\tilde{r}_1$$
$$0 = U'(C_1) - \frac{1}{1+\rho}\int_{-1}^{\infty} U'(\tilde{C}_2)[(1 + r_1^M)\omega_1 + (1 + \tilde{r}_1(1 - \omega_1)] f(\tilde{r}_1)d\tilde{r}_1$$
$$U'(C_1) = \frac{1}{1+\rho}\int_{-1}^{\infty} U'(\tilde{C}_2)[(1 + r_1^M)\omega_1 + (1 + \tilde{r}_1(1 - \omega_1)] f(\tilde{r}_1)d\tilde{r}_1$$
$$\boldsymbol{U'(C_1) = \frac{1}{1+\rho}E\big(U'(\tilde{C}_2)\big[(1 + r_1^M)\omega_1 + \big(1 + \tilde{r}_1(1 - \omega_1)\big)\big]} \qquad (10.55)$$

Secara teknis, persamaan (10.54) menunjukkan bagaimana portofolio investasi harus terdiri dari uang (dengan hasil tertentu $r_1^M$) dan obligasi (dengan hasil stokastik $\tilde{r}_1$). Untuk kedua aset tersebut, utilitas marginal yang diharapkan per euro yang diinvestasikan harus diimbangi secara intuitif (10.54) (Sandmo, 1969, hlm. 588, 590). Persamaan (10.55) adalah persamaan Euler yang umum untuk ketidakpastian modal dan digunakan untuk menentukan profil waktu konsumsi yang optimal. **Asumsikan bahwa agen memiliki fungsi kebahagiaan U($C_t$) yang berbentuk iso-elastis, sebagai berikut:**

$$U(C_t) = \begin{cases} \left(\frac{1}{\gamma}\right)[C_t^Y - 1] & \rightarrow \text{jika } \gamma \neq 0 \\ \ln\ C_t^Y & \rightarrow \text{jika } \gamma = 0 \end{cases} \qquad (10.56)$$

... di mana $\gamma < 1$ adalah tingkat antisipasi agen terhadap risiko. Karena fungsi utilitas marjinalnya adalah $U'(\mathrm{C}_1) \equiv C_t{}^{\gamma-1}$, menunjukkan elastisitas konstan, fungsi ini disebut iso-elastis. **Definisinya adalah sebagai berikut:**

$$\theta(C_t) = -\frac{U''(C_t)C_t}{U'(C_t)} = 1 - \gamma \begin{matrix} \rightarrow \text{jika } \gamma \neq 0 \\ \rightarrow \text{jika } \gamma = 0 \end{matrix} \qquad (10.56)$$

**Recall persamaan (10.54):**

$$0 = E\left(U'\left(\tilde{C}_2\right)(A_1 + Y_i^* - C_1)(r_1^M - \tilde{r}_1)\right)$$
$$0 = E\left[\frac{dU(\tilde{C}_2)}{d\tilde{C}_2}(A_1 + Y_i^* - C_1)(r_1^M - \tilde{r}_1)\right]$$
$$0 = E\left[\frac{d\left(\frac{1}{\gamma}[\tilde{C}_2^{\gamma} - 1]\right)}{d\tilde{C}_2}(A_1 + Y_i^* - C_1)(r_1^M - \tilde{r}_1)\right]$$
$$0 = E\left[\frac{1}{\gamma}\gamma\left(\tilde{C}_2^{\gamma-1}\right)(A_1 + Y_i^* - C_1)(r_1^M - \tilde{r}_1)\right]$$
$$0 = E\left[\tilde{C}_2^{\gamma-1}(A_1 + Y_i^* - C_1)(r_1^M - \tilde{r}_1)\right]$$
$$0 = E\left[\tilde{C}_2^{\gamma}\tilde{C}_2^{\gamma-1}(A_1 + Y_i^* - C_1)(r_1^M - \tilde{r}_1)\right]$$
$$0 = E\left[\tilde{C}_2^{\gamma}\tilde{C}_2^{\gamma-1}\frac{\tilde{C}_2}{(1+r_1^M)\omega_1 + (1+\tilde{r}_1)(1-\omega_1)}(r_1^M - \tilde{r}_1)\right]$$

$$0 = E\left[\frac{(A_1+Y_i^*-C_1)^{\gamma}\left[(1+r_1^M)\omega_1 + (1+\tilde{r}_1)(1-\omega_1)\right]^{\gamma}}{(1+r_1^M)\omega_1 + (1+\tilde{r}_1)(1-\omega_1)}(r_1^M - \tilde{r}_1)\right]$$
$$0 = E[(A_1 + Y_i^* - C_1)^{\gamma}[(1 + r_1^M)\omega_1 + (1 + \tilde{r}_1)(1 - \omega_1)]^{\gamma-1}(r_1^M - \tilde{r}_1)]$$
$$0 = (A_1 + Y_i^* - C_1)^{\gamma}E[[(1 + r_1^M)\omega_1 + (1 + \tilde{r}_1)(1 - \omega_1)]^{\gamma-1}(r_1^M - \tilde{r}_1)]$$
$$\mathbf{0} = \boldsymbol{E}\left[\left[(\mathbf{1} + \boldsymbol{r_1^M})\boldsymbol{\omega_1} + (\mathbf{1} + \boldsymbol{\tilde{r}_1})(\mathbf{1} - \boldsymbol{\omega_1})\right]^{\boldsymbol{\gamma}-\mathbf{1}}\left(\boldsymbol{r_1^M} - \boldsymbol{\tilde{r}_1}\right)\right] \qquad (10.57)$$

Dilakukan perubahan untuk $\tilde{C}_2$ dari persamaan (10.50) di baris pertama, dan fakta bahwa $A_1$, $C_1$, dan $Y_i^*$ adalah variabel non-stokastik digunakan di langkah terakhir $\omega_1^*$, bagian dari portofolio optimal, didefinisikan secara implisit sebagai fungsi dari $r_1^M$, $\gamma$, dan parameter yang menunjukkan distribusi probabilitas $\tilde{r}_1$. Sangat penting untuk dicatat bahwa $\omega_1^*$ memaksimalkan hasil rata-rata subjektif portofolio, $r^*$, yang didefinisikan secara implisit sebagai:

$$(1 + r^*)^{\gamma} = \max E[(1 + r_1^M)\omega_1 + (1 + \tilde{r}_1)(1 - \omega_1)]^{\gamma}$$

$$(\mathbf{1} + \boldsymbol{r}^*)^{\gamma} = \boldsymbol{E}\left\{\left[(\mathbf{1} + \boldsymbol{r_1^M})\boldsymbol{\omega_1} + (\mathbf{1} + \boldsymbol{\tilde{r}_1})(\mathbf{1} - \boldsymbol{\omega_1})\right]^{\boldsymbol{\gamma}}\right\} \qquad (10.58)$$

**Recall persamaan (10.55):**

$$\frac{dU(C_1)}{dC_1} = \frac{1}{1+\rho}E\left[\frac{dU(\tilde{C}_2)}{d\tilde{C}_2}[(1 + r_1^M)\omega_1 + (1 + \tilde{r}_1(1 - \omega_1)]\right]$$
$$\frac{dU\left(\frac{1}{r}[C_1^{\gamma} - 1]\right)}{dC_1} = \frac{1}{1+\rho}E\left[\frac{dU(\frac{1}{r}(\tilde{C}^{\gamma} - 1])}{d\tilde{C}_2}[(1 + r_1^M)\omega_1 + (1 + \tilde{r}_1(1 - \omega_1)]\right]$$
$$C_1^{\gamma-1} = \frac{1}{1+\rho}E\left[\tilde{C}_2^{\gamma-1}\left[(1 + r_1^M)\omega_1 + \left(1 + \tilde{r}_1(1 - \omega_1)\right)\right]\right]$$
$$C_1^{\gamma-1} = \frac{1}{1+\rho}E\left[\tilde{C}_2^{\gamma}\tilde{C}_2^{-1}\left[(1 + r_1^M)\omega_1 + (1 + \tilde{r}_1(1 - \omega_1)]\right]\right]$$
$$C_1^{\gamma-1} = \frac{1}{1+\rho}E\left[\tilde{C}_2^{\gamma}\tilde{C}_2^{-1}\frac{\tilde{C}_2}{(A_1+Y_i^*-C_1)}\right]$$

$$C_1^{\gamma-1} = \frac{1}{1+\rho} E\left[\frac{(A_1 + Y_i^* - C_1)^\gamma [(1+r_1^M)\omega_1 + (1+\tilde{r}_1)(1-\omega_1)]^\gamma}{(A_1 + Y_i^* - C_1)}\right]$$

$$C_1^{\gamma-1} = \frac{1}{\gamma+\rho} E[(A_1 + Y_i^* - C_1)^{\gamma-1}[(1+r_1^M)\omega_1 + (1+\tilde{r}_1)(1-\omega_1)]^\gamma]$$

$$C_1^{\gamma-1} = \frac{\gamma}{1+\rho}(A_1 + Y_i^* - C_1)^{\gamma-1} E[[(1+r_1^M)\omega_1 + (1+\tilde{r}_1)(1-\omega_1)]^\gamma]$$

$$C_1^{\gamma-1} = \frac{1}{1+\rho}\left(A_1 + Y_i^\gamma - C_1\right)^{\gamma-1} E[(1+r_1^M)\omega_1 + (1+\tilde{r}_1)(1-\omega_1)]^\gamma$$

$$C_1^{\gamma-1} = \frac{1}{1+\rho}(A_1 + Y_i^* - C_1)^{\gamma-1}(1+r^*)^\gamma$$

$$C_1 = \left(\frac{1}{1+\rho}\right)^{\frac{1}{(\gamma-1)}} (A_1 + Y_i^* - C_1)^{\frac{\gamma-1}{(\gamma-1)}}(1+r^*)^{\frac{\gamma}{(\gamma-1)}}$$

$$C_1 = (1+\rho)^{-\frac{1}{\gamma-1}}(A_1 + Y_i^* - C_1)^{\frac{\gamma-1}{(\gamma-1)}}(1+r^*)^{\frac{\gamma}{(\gamma-1)}}$$

$$\frac{A_1 + Y_i^* - C_1}{C_1} = \frac{(1+\rho)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{(1+r^*)_1^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

$$\frac{A_1 + Y_i^*}{C_1} - 1 = \frac{(1+\rho)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{(1+r_1^*)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

$$\frac{A_1 + Y_i^*}{C_1} = \frac{(1+\rho)^{\frac{1}{r-1}}}{(1+r^*)_1^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} + 1$$

$$\frac{A_1 + Y_i^*}{C_1} = \frac{(1+\rho)^{\frac{1}{\gamma-1}}}{(1+r^*)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} + \frac{(1+r^*)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{(1+r^*)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

$$\frac{A_1 + Y_i^*}{C_1} = \frac{(1+p)^{\frac{1}{\gamma-1}} + (1+r^*)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{(1+r^*)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

$$C_1 = \frac{(1+r^*)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{(1+p)^{\frac{1}{\gamma-1}} + (1+r^*)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}[A_1 + Y_i^*]$$

$$\boldsymbol{C_1 = C[A_1 + Y_i^*]} \tag{10.59}$$

→ dimana $c$ adalah kecenderungan marjinal untuk mengonsumsi dari total ketayaan:

$$\boldsymbol{C = \frac{(1+r^*)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}{(1+\rho)^{\frac{1}{\gamma-1}} + (1+r^*)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}} \tag{10.60}$$

Dalam persamaan (10.58-10.59), dilakukan substitusi $r^*$, dimana salah satu hal yang jelas yang harus diperhatikan dari (10.59) hingga (10.60) adalah bahwa rencana konsumsi optimal untuk periode pertama sangat mirip dengan solusi yang akan dihasilkan dalam situasi ketidakpastian. Dengan mengganti r* dengan max [$\tilde{r}1$, $r_1{}^M$], di mana $\tilde{r}_1$ adalah hasil obligasi yang pasti, maksimalkan *lifetime utility* akan menghasilkan ungkapan dalam (10.59) – (10.60) jika tidak ada ketidakpastian tentang hasil obligasi. Semua diinvestasikan dalam aset yang akan menghasilkan hasil terbaik. Selain itu, konsumsi saat ini sama sekali tidak dipengaruhi oleh risiko modal jika fungsi kebahagiaan logaritmik (γ = 0) digunakan (Blanchard dan Fischer (1989, hlm. 285).

Dengan fungsi kebahagiaan iso-elastis, ada "sifat pemisahan" antara masalah portofolio (memilih apa yang akan digunakan sebagai instrumen tabungan) dan tabungan (memilih kapan untuk mengonsumsi). Karena fungsi kebahagiaan ekonomi makro kontemporer hampir sepenuhnya digunakan, akan berguna untuk beralih ke pembicaraan lebih mendalam tentang masalah portofolio murni. Dengan melakukannya, dapat diketahui alasan mengapa orang memilih uang daripada obligasi. Untuk mempelajarinya lebih lanjut, dapat membaca lebih detil Tobin (1958).

## 10.4 Jumlah Uang yang Optimal

Bagian ini membahas tentang kuantitas uang optimal dalam perekonomian. Jika uang fiat bermanfaat bagi agen ekonomi, berapa banyak yang harus diedarkan oleh pembuat kebijakan?

**Argumen Friedman: Full Liquidity**

Friedman (1969) berpendapat bahwa kuantitas uang harus ditambah hingga manfaat marginal uang (mendekati) nol. Alasannya adalah uang fiat mudah diproduksi, sehingga biaya sosialnya rendah dan masyarakat tidak perlu menghemat sumber daya yang tidak langka. Full liquidity dicapai saat suku bunga nominal (opportunity cost memegang uang) mendekati nol (sama dengan biaya produksi marginal uang). Karena biaya peluang memegang uang adalah tingkat bunga nominal obligasi, maka bentuk proposisi Friedman yang kuat mengharuskan pembuat kebijakan untuk memanipulasi tingkat pertumbuhan uang.

Untuk menghilangkan biaya peluang memegang uang ini, Friedman menyarankan bahwa kebijakan moneter harus diarahkan agar suku bunga nominal turun menjadi nol. Dengan demikian, orang tidak memiliki insentif untuk meminimalkan uang likuid yang mereka pegang. Agar suku bunga nominal ($R_t$) mencapai nol, kebijakan moneter perlu mengendalikan tingkat pertumbuhan jumlah uang ($\mu_t$), yang kemudian akan memengaruhi tingkat inflasi ($\pi_t$ ). Dengan demikian, bank sentral akan mengatur inflasi agar suku bunga nominal ($R_t$) mendekati nol.

Suku bunga nominal $\boldsymbol{Rt}$ terdiri dari: **Suku bunga riil** $(\boldsymbol{r_t})$ yang biasanya ditentukan oleh faktor-faktor riil di luar kendali kebijakan moneter, seperti produktivitas atau preferensi waktu masyarakat., dan**Tingkat inflasi yang diharapkan ($\boldsymbol{\pi_t^e}$)**, atau harapan masyarakat terhadap inflasi di masa depan. Oleh karena itu, dalam bentuk persamaan: $\boldsymbol{Rt = r_t + \pi_t^e}$

Dalam *steady state* (keseimbangan jangka panjang), suku bunga riil dianggap konstan $(r_t) = r$ , dan tingkat inflasi dianggap sama dengan laju pertumbuhan jumlah uang ($\boldsymbol{\pi_t = \mu_t}$). Jika harapan masyarakat terpenuhi (artinya $\boldsymbol{\pi_t^e = \pi_r}$), maka proposisi

Friedman menyarankan agar tingkat pertumbuhan uang ($\mu_t$) sejalan dengan tingkat inflasi negatif yang konstan, yaitu: $\boldsymbol{R_t = 0 \Rightarrow \mu_t = \pi_t = -r}$

Artinya, bank sentral perlu menurunkan jumlah uang dengan laju yang sama dengan tingkat bunga riil ($\boldsymbol{r}$), sehingga inflasi berada pada tingkat negatif sebesar $\boldsymbol{-r}$. Dengan demikian, suku bunga nominal ($\boldsymbol{R_t}$) menjadi nol.

### 10.4.1 Model Keseimbangan Umum Sederhana

- Bagian 10.4.1 menjabarkan model ekuilibrium umum dasar untuk membahas pertanyaan mengenai jumlah uang yang optimal secara sosial. Model ini dibangun dengan premis bahwa uang, meskipun tidak memiliki nilai intrinsik, memiliki peran penting dalam proses ekonomi.
- fungsi utilitas seumur hidup untuk agen representatif (Rumah Tangga/Individu) dalam model ekuilibrium umum sederhana yang digunakan untuk membahas pertanyaan mengenai jumlah uang yang optimal secara sosial:

**Fungsi Utilitas (Uang Optimal)**

$V = U(C_1, m_1) + \frac{1}{1+\rho} U(C_2, m_2)$ ... (10.84)

- Persamaan ini menunjukkan bahwa utilitas seumur hidup agen adalah penjumlahan dari utilitas yang diperoleh dari konsumsi dan saldo uang riil di setiap periode.
- Utilitas periode kedua didiskontokan dengan faktor $1/(1+\rho)$, yang mencerminkan preferensi waktu agen.

- Model ini mengasumsikan bahwa uang memberikan utilitas kepada agen, meskipun uang itu sendiri tidak memiliki nilai intrinsik.

- V menunjukkan utilitas seumur hidup agen representatif.
- U(Ct, mt) adalah fungsi utilitas yang merepresentasikan tingkat kepuasan atau kebahagiaan agen pada periode t, tergantung pada:
    - Ct: konsumsi barang dan jasa pada periode t.
    - mt: saldo uang riil yang dipegang pada akhir periode t.
- ρ adalah tingkat preferensi waktu murni, yang menunjukkan seberapa besar agen menghargai konsumsi saat ini dibandingkan dengan konsumsi di masa depan. Semakin tinggi ρ, semakin besar preferensi agen untuk konsumsi saat ini.

**Budget Constraint Periode 1 & 2**

$P_1Y + M_0 + P_1T_1 = P_1C_1 + M_1$ ... (10.85)

$P_2Y + M_1 + P_2T_2 = P_2C_2 + M_2$ ... (10.86)

- kendala anggaran (budget constraint) rumah tangga representatif pada periode 1 dan 2. Persamaan ini menunjukkan bagaimana rumah tangga mengalokasikan sumber dayanya antara konsumsi dan saldo uang riil
- Persamaan ini menjelaskan bahwa total sumber daya rumah tangga pada periode t (1,2) (sisi kiri) harus sama dengan total pengeluaran rumah tangga (sisi kanan)
- Agen representatif, dalam merencanakan konsumsi dan simpanannya, memperlakukan transfer ini ($P_tT_t$) sebagai sesuatu yang diberikan (parametrically given). Namun, dalam model ekuilibrium umum, transfer tersebut ditentukan secara endogen (endogenously determined)

- $P_1Y$ : Nilai Nilai pendapatan endowment rumah tangga dalam bentuk nominal. Dengan $P_t$ adalah tingkat harga pada periode t dan Y adalah pendapatan endowment Riil
- $M_0$ : Saldo uang nominal awal RT
- $P_tT_t$ : Transfer tunai lump-sum nominal yang diterima rumah tangga dari pemerintah pada periode t. Dengan $T_t$ adalah transfer riil
- $P_tC_t$ : Pengeluaran untuk konsumsi rumah tangga dalam bentuk nominal, di mana $C_t$ adalah konsumsi riil pada periode t
- $M_t$ Saldo uang nominal yang dipegang rumah tangga pada akhir periode t
- saldo uang awal pada periode 2 ($M_1$) berasal dari saldo uang akhir periode 1.

**Pertumbuhan Penawaran Uang**

$\frac{M_t - M_{t-1}}{M_{t-1}} = \mu$ ... (10.87)

- Persamaan ini mendefinisikan tingkat pertumbuhan penawaran uang nominal (μ), yang diasumsikan konstan dalam model ini.
- Nilai μ adalah instrumen kebijakan yang dapat dikontrol oleh pemerintah

Hubungan antara kedua persamaan ini dapat dijelaskan sebagai berikut:

- Pemerintah memutuskan untuk meningkatkan jumlah uang beredar pada tingkat μ (persamaan 10.87).

- Ini berarti bahwa pemerintah meningkatkan jumlah uang beredar dengan faktor yang sama di setiap periode.

**Distribusi Peningkatan Uang Beredar**

$P_t T_t = \Delta M_t$ ... (10.88)

- Persamaan ini menjelaskan bagaimana peningkatan jumlah uang beredar didistribusikan kepada rumah tangga
- pemerintah mendistribusikan peningkatan jumlah uang beredar (ΔMt) kepada rumah tangga dalam bentuk transfer tunai lump-sum nominal
- Transfer tunai dari pemerintah, yang berasal dari peningkatan jumlah uang beredar, akan mempengaruhi kendala anggaran rumah tangga. Rumah tangga akan memiliki lebih banyak sumber daya nominal yang dapat dialokasikan untuk konsumsi atau simpanan.

- Untuk mendistribusikan uang baru ini, pemerintah memberikan transfer tunai kepada rumah tangga (persamaan 10.88).
- Besarnya transfer tersebut sama dengan peningkatan jumlah uang beredar.
- Dengan demikian, persamaan 10.88 menunjukkan mekanisme distribusi uang baru yang diciptakan oleh pemerintah melalui kebijakan moneter yang dijelaskan dalam persamaan 10.87.

- Persamaan 10.85 s.d 10.88 saling terkait dalam model ekuilibrium umum ini. Pertumbuhan penawaran uang yang ditentukan oleh pemerintah (10.87) menentukan jumlah transfer yang diterima rumah tangga (10.88), yang pada gilirannya memengaruhi kendala anggaran mereka di setiap periode (10.85 dan 10.86).
- Model ini mengasumsikan bahwa rumah tangga memaksimalkan utilitas seumur hidup (diberikan dalam persamaan 10.84) dengan memilih tingkat konsumsi dan saldo uang riil di setiap periode, dengan mempertimbangkan kendala anggaran mereka.

Tujuan akhir model pada bagian ini adalah untuk menentukan jumlah uang yang optimal secara sosial, dengan mempertimbangkan efeknya pada kesejahteraan rumah tangga. Sehingga persamaan dinamisnya:

**Kondisi Optimal Dinamis**

$$\frac{U_C(C_1,m_1)}{P_1} = \frac{U_m(C_1,m_1)}{P_1} + \frac{1}{1+\rho}\frac{U_c(C_2,m_2)}{P_2} \text{ ...(10.89)}$$

$$U_C(C_2,m_2) = U_m(C_2,m_2) \text{ ... (10.90)}$$

- $\frac{U_C(C_1,m_1)}{P_1}$ : Merepresentasikan utilitas marjinal konsumsi pada periode 1, disesuaikan dengan tingkat harga P1

- Persamaan 10.89 dan 10.90 merupakan kondisi first-order yang muncul dari proses optimasi yang dilakukan oleh agen representatif dalam model ekonomi dua periode
- Periode 2 (10.90) merupakan periode terakhir dalam model, dan uang hanya digunakan untuk konsumsi karena tidak ada lagi manfaat store of value. Akibatnya, utilitas marjinal konsumsi $U_C(C_2, m_2)$ harus sama dengan utilitas marjinal saldo uang riil $U_m(C_2, m_2)$
- Agen bertujuan untuk memaksimalkan utilitas seumur hidupnya dengan mempertimbangkan kendala anggaran pada periode 1 dan 2 serta peran uang dalam perekonomian

- $\frac{U_m(C_1,m_1)}{P_1}$ : Menunjukkan utilitas marjinal saldo uang riil pada periode 1, yang berasal dari pengurangan biaya transaksi, juga disesuaikan dengan tingkat harga P1
- $\frac{1}{1+\rho}\frac{U_c(C_2,m_2)}{P_2}$ : Merepresentasikan nilai sekarang dari utilitas marjinal konsumsi pada periode 2, di mana ρ adalah tingkat preferensi waktu dan P2 adalah tingkat harga pada periode 2. Uang di sini berfungsi sebagai penyimpan nilai (store of value) yang memungkinkan agen untuk mengkonsumsi di masa depan.

Penurunan Matematis persamaan 10.89 dan 10.90 (Metode Lagrange)
Untuk maksimasi (10.84) subject to constraint (10.85) & (10.86)

**Define Fungsi Objektif (Utilitas)** Pers. (10.84)

$V = U(C_1, m_1) + \frac{1}{1+\rho} \cup (C_2, m_2)$ ... (10.84)

**Set Constraint (Budget)**
Pers. (10.85) dan (10.86)
Dengan penyesuaian nilai uang antar periode

$P_1Y + M_0 + P_1T_1 = P_1C_1 + M_1$ ... (10.85) ➔

Dengan memperhitungkan penyesuaian nilai uang antar periode melalui rasio harga (nilai riil), maka pers menjadi:

$Y + \frac{P_0}{P_1}m_0 + T_1 - C_1 - m_1 = 0$ ... (10.85a)

$Y + \frac{P_1}{P_2}m_1 + T_2 - C_2 - m_2 = 0$ ... (10.86a)

$P_2Y + M_1 + P_2T_2 = P_2C_2 + M_2$ ...
(10.86) ➔

**Setup Lagrange**
(asumsi solusi interior)

$$\mathcal{L} = U(C_1, m_1) + \frac{1}{1+\rho}U(C_2, m_2) + \lambda_{1,t}\left(Y + \frac{P_0}{P_1}m_0 + T_1 - C_1 - m_1\right) + \lambda_{2,t}\left(Y + \frac{P_1}{P_2}m_1 + T_2 - C_2 - m_2\right)$$

**Kondisi Optimum (FOC)**

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_1} = U_C(C_1, m_1) - \lambda_{1,t} = 0$ ➔ $\lambda_{1,t} = U_C(C_1, m_1)$ ... (1)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_2} = \frac{1}{1+\rho}U_C(C_2, m_2) - \lambda_{2,t} = 0$ ➔ $\lambda_{2,t} = \frac{1}{1+\rho}U_C(C_2, m_2)$ ... (2)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_1} = U_m(C_1, m_1) - \lambda_{1,t} + \lambda_{2,t}\frac{P_1}{P_2} = 0$ ➔ $U_m(C_1, m_1) = \lambda_{1,t} - \lambda_{2,t}\frac{P_1}{P_2}$ ... (3)

$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m_2} = \frac{1}{1+\rho}U_m(C_2, m_2) - \lambda_{2,t} = 0$ ➔ $\lambda_{2,t} = \frac{1}{1+\rho}U_m(C_2, m_2)$ ... (4)

**Memperoleh 10.89**
Subtitusi nilai [$\lambda_1$] pers. (1) dan [$\lambda_2$] pers. (2) ke pers. (3)

$U_m(C_1, m_1) = \lambda_{1,t} - \lambda_{2,t}\frac{P_1}{P_2}$ ... (3)

$$U_m(C_1, m_1) = U_C(C_1, m_1) - \frac{1}{1+\rho}U_C(C_2, m_2)\frac{P_1}{P_2}$$

Atur $U_C$:

$U_C(C_1, m_1) = U_m(C_1, m_1) + \frac{1}{1+\rho}\frac{U_C(C_2, m_2)}{P_2}$

Kali kedua sisi dengan $\frac{1}{P_1}$:

$\frac{U_C(C_1, m_1)}{P_1} = \frac{U_m(C_1, m_1)}{P_1} + \frac{1}{1+\rho}\frac{U_C(C_2, m_2)}{P_2}$ ... (10.89)

**Memperoleh 10.90**
Substitusi nilai [$\lambda_2$] pers. (2) ke pers. (4)

$\lambda_2 = \frac{1}{1+\rho}U_m(C_2, m_2)$ ... (4)

$\cancel{\frac{1}{1+\rho}}U_C(C_2, m_2) = \cancel{\frac{1}{1+\rho}}U_m(C_2, m_2)$ ➔ $U_C(C_2, m_2) = U_m(C_2, m_2)$ ... (10.90)

Asumsi Kondisi Market Clearence (Tidak ada konsumsi pemerintah, dan Investasi Publik/Swasta)

Kondisi Market Clearing

$Y = C_1 = C_2$ ... (10.91)

- Persamaan ini menyatakan kondisi market clearing di pasar barang, yaitu kesetaraan antara pendapatan endowment (Y) dengan konsumsi rumah tangga di kedua periode ($C_1$ dan $C_2$)
- Asumsi: tidak ada konsumsi pemerintah, investasi publik maupun swasta

**Keseimbangan Perfect Foresight**

$[U_c(Y, m_1) - U_m(Y, m_1)].m_1 = m_2 \frac{U_c(Y, m_2)}{(1+\rho)(1+\mu)'}$ ... (10.92)

$U_c(Y, m_2) = U_m(Y, m_2)$... (10.93)

- Persamaan ini menunjukkan keseimbangan perfect foresight untuk perekonomian di periode 1 dan 2
- Kedua persamaan ini secara rekursif menentukan nilai keseimbangan jumlah uang beredar riil.

Persamaan (10.92)

- Sisi kiri persamaan menunjukkan selisih antara utilitas marginal konsumsi dan utilitas marginal memegang uang di periode pertama, dikalikan dengan jumlah uang riil di periode pertama (m1).
- Sisi kanan persamaan menunjukkan utilitas marginal konsumsi di periode kedua dikalikan dengan jumlah uang riil di periode kedua (m2), dibagi dengan faktor diskonto (1 + ρ) dan tingkat pertumbuhan uang (1 + μ).

Persamaan 10.93

- menyatakan bahwa pada periode kedua, utilitas marginal konsumsi sama dengan utilitas marginal memegang uang.

- Hal ini karena pada periode terakhir, uang tidak lagi berfungsi sebagai penyimpan nilai, sehingga hanya motif permintaan uang untuk transaksi yang berlaku

Penurunan Matematis persamaan 10.92 dan 10.93
Dengan mengalikan ekspresi dalam (10.89) dengan M1 dan menggunakan (10.87), (10.90), dan (10.91),

**Recall 10.89**

$\frac{U_C(C_1,m_1)}{P_1} = \frac{U_m(C_1,m_1)}{P_1} + \frac{1}{1+\rho}\frac{U_c(C_2,m_2)}{P_2}$ ...(10.89)

Dikalikan dengan M1 dikedua sisi

$$\frac{U_C(C_1,m_1)}{P_1}M_1 = \frac{U_m(C_1,m_1)}{P_1}M_1 + \frac{1}{1+\rho}\frac{U_c(C_2,m_2)}{P_2}M_1$$

Subtitusi asumsi Kondisi Market Clearance $Y = C_1 = C_2$ ... (10.91)

$$\frac{U_C(Y,m_1)}{P_1}M_1 = \frac{U_m(Y,m_1)}{P_1}M_1 + \frac{1}{1+\rho}\frac{U_c(Y,m_2)}{P_2}M_1$$

$$U_C(Y,m_1)m_1 = U_m(Y,m_1)m_1 + \frac{1}{1+\rho}\frac{U_c(Y,m_2)}{P_2}M_1$$

$$\frac{M_1}{P_1} = m_1$$

$$U_C(Y,m_1)m_1 = U_m(Y,m_1)m_1 + \frac{1}{1+\rho}\frac{U_c(Y,m_2).m_2}{M_2}M_1$$

$P_2 = \frac{M_2}{m_2}$, sehingga

$\frac{1}{P_2} = \frac{m_2}{M_2}$

$$U_C(Y,m_1)m_1 = U_m(Y,m_1)m_1 + \frac{1}{1+\rho}\frac{U_c(Y,m_2).m_2}{1+\mu}$$

$\frac{M_2}{M_1} = 1+\mu$ ,

sehingga $\frac{M_1}{M_2} = \frac{1}{1+\mu}$

Susun periode 1 = periode 2

$U_C(Y,m_1)m_1 - U_m(Y,m_1)m_1 = m_2\frac{U_c(Y,m_2)}{(1+\rho)(1+\mu)}$ ... (10.92)

**Recal (10.90)**

$U_C(C_2,m_2) = U_m(C_2,m_2)$ ... (10.90)

Subtitusi asumsi Kondisi Market Clearance $Y = C_1 = C_2$ ... (10.91)

$U_C(Y,m_2) = U_m(Y,m_2)$ ... (10.93)

**Fungsi Utilitas diasumsikan bersifat additively separable**

$U(C_t, m_t) \equiv u(C_t) + v(m_t)$ ... (10.94)

- Fungsi utilitas diasumsikan additively separable yang artinya utilitas total dapat dipisahkan menjadi utilitas dari konsumsi ($u(C_t)$) dan utilitas dari memegang saldo uang riil ($v(m_t)$)

Asumsi tambahan:

- u'(Ct) > 0: Utilitas marginal dari konsumsi selalu positif.
- u''(Ct) < 0: Utilitas marginal dari konsumsi menurun.
- v'(mt) = 0 untuk mt = m∗t: Terdapat tingkat saldo uang riil optimal (m∗t) di mana utilitas marginal dari memegang uang adalah nol (mencapai titik jenuh).
- v''(mt) < 0: Utilitas marginal dari memegang uang menurun

**Keseimbangan Perfect Foresight (10.92) & (10.93) setelah fungsi utilitas diasumsikan additively separable**

$[u'(Y) - v'(m_1)].m_1 = m_2.\frac{u'(Y)}{(1+\rho)(1+\mu)}$ ... (10.95)

$u'(Y) = v'(m_2)$ ... (10.96)

- Persamaan 10.95 adalah persamaan Euler yang dimodifikasi, menghubungkan utilitas marginal konsumsi dan uang pada periode pertama dengan periode kedua, dengan mempertimbangkan tingkat pertumbuhan uang (μ) dan tingkat preferensi waktu (ρ)
- Persamaan 10.96 merupakan kondisi "terminal" yang menyatakan bahwa pada periode kedua (periode terakhir), utilitas marginal dari konsumsi harus sama dengan utilitas marginal dari memegang saldo uang riil

**Ilustrafi grafik kondisi Keseimbangan moneter Perfect Foresight dua periode (asumsi fungsi utilitas additive separable)**

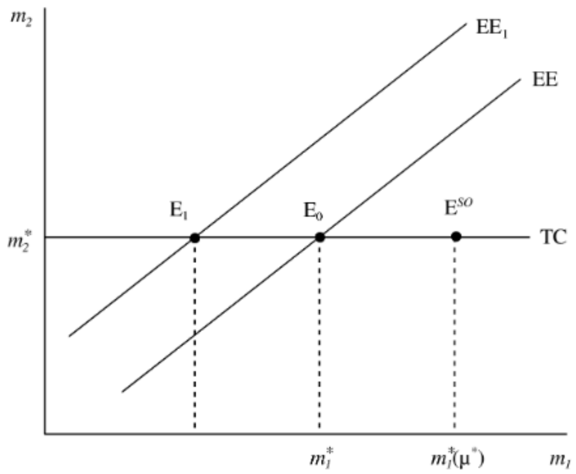


**Figure 10.7: Monetary equilibrium in a perfect foresight model**

Gambar ini menggambarkan keseimbangan moneter dalam model dengan asumsi **perfect foresight** pada dua periode dengan fungsi utilitas yang **additively separable**. Berikut adalah penjelasan yang lebih terperinci terkait hubungan antara saldo uang riil, tingkat pertumbuhan uang, dan preferensi waktu, serta bagaimana agen rasional bereaksi terhadap kebijakan moneter:

**1. Sumbu Grafik**

- **Sumbu Horizontal ($m_1$):** Merepresentasikan saldo uang riil pada periode pertama.
- **Sumbu Vertikal ($m_2$):** Merepresentasikan saldo uang riil pada periode kedua.

**2. Garis TC (Terminal Condition)**

- **Definisi:** Garis horizontal yang menggambarkan keseimbangan utilitas marginal antara konsumsi dan memegang saldo uang riil pada periode kedua.
- **Fungsi Matematis:** Representasi persamaan $v'(m2) = 0v$, di mana utilitas marginal dari saldo uang riil pada periode kedua tidak berubah meskipun ada variasi tingkat pertumbuhan uang.
- **Karakteristik:**
  - Tetap **horizontal** karena saldo uang riil periode kedua $(m2*)$ tidak dipengaruhi oleh perubahan tingkat pertumbuhan uang $(\mu)$.
  - Menunjukkan bahwa keseimbangan di $m2*$ konstan untuk semua nilai μ.

**3. Garis EE (Euler Equation)**

- **Definisi:** Garis dengan kemiringan positif yang menggambarkan hubungan dinamis antara saldo uang riil pada periode pertama $(m1)$ dan kedua $(m2)$.
- **Fungsi Matematis:** Representasi persamaan dinamis $v'(m1) = (1 + \rho)v'(m2)$, di mana:
  - ρ: Tingkat preferensi waktu.
  - μ: Tingkat pertumbuhan uang.
- **Karakteristik:**
  - Garis EE bergeser ke **atas** jika μ meningkat (misalnya, menjadi EE1).
  - Hubungan positif berarti peningkatan $m_1$ cenderung meningkatkan $m_2$.

**4. Titik-Titik Keseimbangan**

- **$E_0$ (Keseimbangan Awal):**
  - Terletak pada perpotongan EE dan TC.
  - Menunjukkan saldo uang riil optimal dalam dua periode tanpa adanya perubahan tingkat pertumbuhan uang.
- **$E_1$ (Efek Peningkatan μ):**
  - Ketika μ meningkat (tingkat pertumbuhan uang lebih tinggi), garis EE bergeser ke atas menjadi EE1.
  - Keseimbangan bergeser ke $E_1$, mengakibatkan penurunan saldo uang riil pada periode pertama ($m_1^*$).
  - Namun, saldo uang riil pada periode kedua ($m_2^*$) tetap tidak berubah.
- **$E^{os}$ (Keseimbangan Sosial Optimal):**
  - Titik ini merepresentasikan kejenuhan saldo uang riil di periode pertama ($v'(m_1) = 0$).
  - Menggambarkan hasil **full liquidity** dari Friedman, di mana kebijakan moneter optimal mengarah pada utilitas marginal saldo uang riil mendekati nol.

**5. Penyesuaian Agen terhadap Perubahan μ**

- **Mekanisme Inflasi:**
  - Peningkatan μ menaikkan saldo uang nominal di masa depan.
  - Agen dengan pandangan ke depan sempurna mengantisipasi dampak inflasi.
  - Hal ini menyebabkan agen meningkatkan konsumsi sekarang untuk menghindari harga yang lebih tinggi di masa depan.
- **Efek pada Tingkat Harga:**
  - Permintaan agregat meningkat saat ini, mendorong kenaikan harga.
  - Tingkat harga nominal tidak hanya meningkat di masa depan, tetapi juga sekarang.

**6. Efek Perubahan Preferensi Waktu (ρ)**

- **Peningkatan ρ:**
  - Meningkatkan preferensi konsumsi sekarang dibanding masa depan.
  - Agen mengurangi tabungan dan meningkatkan konsumsi saat ini.
  - Permintaan agregat meningkat, yang dapat mendorong inflasi.

**7. Intuisi Kebijakan Moneter Optimal**

- **Keseimbangan Sosial Optimal ($E^{os}$):**
  - Kebijakan moneter optimal diarahkan untuk mencapai kondisi keseimbangan di mana $v'(m1) \approx 0$

Ini sesuai dengan teori Friedman tentang **full liquidity**, di mana kejenuhan saldo uang memberikan kesejahteraan maksimal bagi agen.