



# Mémoire

## Data Repairing

**Project made by :** Maxime Van Herzeele  
**Academic Year :** 2017-2018  
**Dissertation director :** Jef Wijsen  
**Section :** 2<sup>nd</sup> Master Bloc in ComputerSciences

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Les contraintes d'intégrité</b>	<b>3</b>
2.1	Base de données . . . . .	3
2.2	Contraintes sur les bases de données . . . . .	6
2.3	Les Denials constraints . . . . .	7
2.3.1	Quelques définition et propriétés . . . . .	9
2.3.2	Différence par rapport à l'article de base . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Data Repairing</b>	<b>13</b>
3.1	Integrity constraints variations . . . . .	15
3.1.1	Maximal Constraint Variants . . . . .	17
3.1.2	Pruning our candidates . . . . .	19
3.2	$\theta$ -tolerant model . . . . .	21
3.3	Minimum Data Repair and Violation Free . . . . .	24
3.3.1	Suspect identification . . . . .	24
3.3.2	Repair context over suspects . . . . .	25
3.4	Other repairing . . . . .	26
3.4.1	Holistic data repair . . . . .	26
3.4.2	... . . . .	26
<b>4</b>	<b>Implementation and comparison with others models</b>	<b>27</b>
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>28</b>

# Table des figures

2.1	A denial constraint(DC) can express many type of others constraints . . . .	9
3.1	All the violation for $\varphi$ . . . . .	15
3.2	All the violation for $\varphi'$ . . . . .	17
3.3	Conflict hypergraph for $\varphi$ . . . . .	20
3.4	Conflict hypergraph for $\Sigma_2$ with : . . . . .	23
3.5	All the violations for $\varphi''$ . . . . .	24
3.6	Suspect condition . . . . .	25

# Liste des tableaux

2.1	Base de données de l'article principal [4] . . . . .	4
2.2	La table Personne . . . . .	5
2.3	Element de OP, le powerset of $\{<, =, >\}$ . . . . .	7
3.1	Example of repair $I'$ with Tax for $\varphi$ . . . . .	14
3.2	Example of repair with Tax . . . . .	17
3.3	Correction with $\varphi_2$ : 7 changes needed only for the collumn CP. . . . .	18
3.4	Correction with $\varphi_1$ : only 3 changes are needed. . . . .	18

# Chapitre 1

## Introduction

De nombreuses institutions et entreprises collectent, stockent et utilisent de nombreuses informations. Ces données peuvent être *erronées* ce qui peut induire en erreur n'importe quelle personne voulant utiliser la base de données. Afin d'éviter ce problème, les données devraient respecter les contraintes d'intégrités. Ces contraintes sont des règles devant être respectées par les données, et n'importe quelle information qui ne les respecte pas est considérée comme étant erronée. Malheureusement, ces contraintes peuvent être imprécises et par conséquent elle peuvent échouer dans la différenciation entre les bonnes données et les données erronées. Pour cette raison, certaines données sont identifiées comme étant des violations de ces contraintes (données erronées) malgré qu'elles ne le devraient pas et d'un autre côté, certaines données ne sont pas identifiées comme étant des violations alors qu'elles le devraient. Ces erreurs à la fois sur les données et sur les contraintes, sont un problème pour quiconque souhaite utiliser la base de donnée.

Par exemple, durant mon stage en entreprise, j'ai pu travailler sur un projet associé de près à une base de données ayant ce problème semblable. Cela a eu un énorme impact sur une partie de mon projet. Le projet de réparation de ces données est prévu pour le courant de l'année 2018.

Le terme *Data repairing* ou réparation de données signifie réparer les données mais aussi réparer les contraintes d'intégrité. Il serait naïf de penser que l'on puisse supprimer des données erronées comme on le souhaite. La perte d'information serait important parce que une telle pratique demanderait d'effacer une ligne complète de la table et ce malgré qu'il n'y ait qu'une seule erreur dans la ligne. En outre, les contraintes d'intégrité peuvent aussi ne pas être correcte ce qui veut dire que l'on pourrait supprimer une ligne ne contenant que des données correctes. Pour cette raison, nous avons besoin de techniques afin de réparer à la fois les données et les contraintes et ce sans perdre trop d'information tout en évitant d'échouer dans la détection d'erreurs dans les données.

Dans cette thèse de mémoire, nous allons analyser le *modèle de réparation  $\theta$ -tolérant*

comme il a été introduit dans un papier scientifique[4]. Dans un premier temps nous allons introduire le concept de *denial constraint*, une forme de contraintes d'intégrité qui va nous aider à définir et comprendre le concept du modèle de réparation  $\theta$ -tolérant. Nous allons également introduire quelques bases de données que nous utiliserons pour illustrer les différentes notions que nous allons aborder. Ensuite, nous allons présenter une implémentation du modèle  $\theta$ -tolérant. Et enfin, nous terminerons par une analyse des performances de l'implémentation du modèle.

# Chapitre 2

## Les contraintes d'intégrité

Dans ce chapitre, nous allons rappeler quelques notions bien connues mais nous allons également introduire de nouveaux concepts. Dans un premier temps nous allons introduire quelques bases de données que nous utiliserons en tant qu'exemple pour expliquer et illustrer de nombreuses propriétés et définitions. Ces bases de données suivent le modèle relationnel qui a été introduit par E.F. Codd [2]. Ensuite nous allons travailler sur les contraintes d'intégrités et nous allons introduire un nouveau type de contrainte appelé *denial constraint*. Nous allons expliquer plusieurs caractéristiques et propriétés de ces contraintes et expliquer pourquoi nous n'utilisons pas une forme plus conventionnelle de contrainte, comme par exemple les dépendances fonctionnelles.

### 2.1 Base de données

Dans cette section nous allons présenter des bases de données que nous allons utiliser comme exemple dans cette thèse de mémoire. Nous utiliser ces bases de données pour illustrer le modèle de réparation de données  $\theta$ -tolérant ainsi que d'autres notions que nous définirons.

La première base de données est tirée de l'article principal utilisés dans la bibliographie de cette thèse [4].

	Nom	Anniversaire	NumTel	Année	Revenu	Taxe
t1	Ayres	8-8-1984	322-573	2007	21k	0
t2	Ayres	5-1-1960	***-389	2007	22k	0
t3	Ayres	5-1-1960	564-389	2007	22k	0
t4	Stanley	13-8-1987	868-701	2007	23k	3k
t5	Stanley	31-7-1983	***-198	2007	24k	0
t6	Stanley	31-7-1983	930-198	2008	24k	0
t7	Dustin	2-12-1985	179-924	2008	25k	0
t8	Dustin	5-9-1980	***-870	2008	100k	21k
t9	Dustin	5-9-1980	824-870	2009	100k	21k
t10	Dustin	9-4-1984	387-215	2009	150k	40k

TABLE 2.1 – Base de données de l'article principal [4]

La seconde base de données que nous allons utiliser est inspiré d'une expérience personnelle. Lors d'un stage en entreprise, j'ai pu travailler sur un projet lié à une base de donnée contenant des données erronées. Ces données ne pouvant pas être utilisé en dehors de l'entreprise, nous utiliserons une base de données reprenant l'idée générale. C'est une table appelée 'Personne' contenant différentes informations basiques sur des personnes en Belgique<sup>1</sup>.

- **NISS** : Le numéro national de la personne. Un numéro national est unique. En règle général, un NISS est formé de la manière suivante : [1]
  - Il commence avec la date de naissance de la personne dans un format YY-MM-DD. Des exceptions existe pour les étranger (c'est à dire des personne n'ayant pas la nationalité Belge) mais nous n'allons pas considérer ces cas. En effet ces cas peuvent être difficile à comprendre et ne sont aucunement intéressant pour la suite.
  - Le nombre composé du septième, huitième et neuvième chiffres est pair pour les hommes et impair pour les femmes
  - Le nombre composé des deux derniers chiffres est le resultat de  $n \bmod 97$  avec n le nombre formé des 9 premiers chiffres
- **Nom** : Nom de famille de la personne.
- **Prénom** : Prénom de la personne.
- **Nai\_Date** : Date de naissance de la personne dans le format DD-MM-YYYY.
- **Dec\_Date** : Date de décès de la personne dans le format DD-MM-YYYY.
- **Etat\_Civil** : État civil courant de la personne, celui ci doit être parmi les suivants : (célibataire, décédés, marié, divorcé, décédé, veuf)

---

1. Les données sont fictives



- **Ville** : La ville où la personne vit.
- **Code\_Post** : Le code postal de la ville.
- **Salaire** : Le salaire perçu par la personne en une année.
- **Taxe** : Le montant de taxe payé par la personne en une année.
- **Enfant** : Le nombre d'enfant que la personne a à charge.

	Niss	Nom	Prénom	Nai_Date	Dec_Date	Etat_Civil	Ville	Code_Post	Salaire	Taxe	Enfant
t1	14050250845	Dupont	Jean	14-05-1902	18-05-1962	décédé	Ath	7822	25k	4k	2
t2	08042910402	Brel	Jacques	08-04-1929	09-10-1978	décédé	Schaerbeek	1030	100k	8k	1
t3	45060710204	Merckx	Eddy	07-06-1945	null	décédé	Schaerbeek	1030	125k	9k	2

TABLE 2.2 – La table Personne

## 2.2 Contraintes sur les bases de données

Les bases de données devraient n'accepter que des valeurs qui respectent certaines normes en relation avec la base de données. Ce serait un problème si on pouvait ajouter n'importe quelle valeur à chaque colonne d'une base de données. Pour éviter ce problème nous avons recours à des règles sur les bases de données. Ces règles sont appelées *contraintes d'intégrité* et fonctionnent de la manière suivante : Si un tuple  $t$  respecte toutes les conditions alors les données sont acceptables. Sinon  $t$  n'est pas correcte et au moins une des valeurs du tuple est erronée.

Le modèle relationnel des bases de données introduit la notion de *dépendance fonctionnelle* :

**Définition 1.** Une **dépendance fonctionnelle (DF)** est une expression  $X \rightarrow Y$  avec  $X, Y \subseteq \text{sort}(R)$  et où  $\text{sort}(R) = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$

En d'autre mots, la contrainte  $X \rightarrow Y$  signifie que pour une valeur spécifique de  $X$ , il n'y a au plus une valeur possible pour  $Y$ . Si la DF est respectée sur la relation  $R$ , nous pouvons dire que  $R$  satisfait la DF. Prenons quelques exemple sur la table 2.2 :

1. *Un NISS identifie une personne* : En d'autre mot, pour une valeur spécifique du NISS, il n'y a qu'une seule valeur possible pour tout le reste de la table. Cela peut se décrire par la DF suivante :  $\text{NISS} \rightarrow \text{Nom}, \text{Prnom}, \text{Nai\_Date}, \text{Dec\_Date}, \text{Etat\_Civil}, \text{Ville}, \text{Code\_Post}, \text{Sa}$
2. *Deux personnes avec le même code postal vivent dans la même ville.* : Pour une valeur spécifique de *Code\_Post* dans notre table il n'y a qu'une valeur possible de *Ville*. Par exemple si la valeur de *Code\_Post* d'une personne est '7822', la seule valeur possible pour l'attribut *Ville* est 'Ath'. La dépendance fonctionnelle dans ce cas est  $\text{Code\_Post} \rightarrow \text{Ville}$ .

Si pour chaque tuple de la relation  $R$ , la DF  $\tau$  est respectée, nous disons que la relation  $R$  satisfait  $\tau$ . Cela se note  $R \models \tau$ . Évidemment, certaines bases de données ne contiennent pas qu'une seule contrainte mais plusieurs. Il est important qu'elle soient toute respectée. Définissons cela comme ceci :

**Définition 2.** Soit un ensemble  $\Sigma$  de DF sur la relation  $R$ . On dit que la relation  $R$  satisfait  $\Sigma$  noté  $R \models \Sigma$  si pour chaque DF  $\tau \in \Sigma$ , on a  $R \models \tau$

Malheureusement les dépendances fonctionnelles sont limitées en terme de puissance. En effet, il existe de nombreuses contraintes que nous ne pouvons pas exprimer avec une DF. Par exemple, si nous souhaitons exprimer le fait que 'Une personne ne peut être née avant sa propre mort', nous avons besoin de comparer la *Nai\_Date* et la *Dec\_Date* de la personne et de s'assurer que la date de décès ne soit antérieure à la date de naissance. Les dépendances fonctionnelles ne permettent pas d'utiliser des opérateurs de comparaison, il est donc nécessaire d'exprimer les contraintes d'une autre façon. Pour ce faire nous allons introduire un nouveau type de contrainte qui répondra bien à nos besoins : les *denial constraints*.

Élément	Abréviation	inverse	réciproque	implication
$\emptyset$	$\perp$	$\top$	$\perp$	$\{\perp\}$
$\{<\}$	$<$	$\geq$	$>$	$\{<, \leq, \neq, \top\}$
$\{=\}$	$=$	$\neq$	$=$	$\{=, \leq, \geq, \top\}$
$\{>\}$	$>$	$\leq$	$<$	$\{>, \geq, \neq, \top\}$
$\{<, =\}$	$\leq$	$>$	$\geq$	$\{\leq, \top\}$
$\{<, >\}$	$\neq$	$=$	$\neq$	$\{\geq, \top\}$
$\{>, =\}$	$\geq$	$<$	$\leq$	$\{\neq, \top\}$
$\{<, =, >\}$	$\top$	$\perp$	$\top$	$\{\top\}$

TABLE 2.3 – Element de OP, le powerset of  $\{<, =, >\}$ 

## 2.3 Les Denials constraints

Dans cette section nous allons définir ce qu'est une denial constraint. Nous allons aussi expliquer son utilisation dans les bases de données et nous allons également lister et expliquer plusieurs propriétés que peuvent avoir ces contraintes. Commençons d'abord par définir la denial constraint

**Définition 3.** Considérons un schéma de relation  $R$  avec un ensemble  $S$  fini d'*attribut*. Une *denial constraint* (DC) sur l'ensemble  $S$  est une fonction partielle qui associe l'ensemble  $S$  vers le powerset  $OP$  de  $\{<, =, >\}$ . Nous utiliserons la lettre grecque  $\varphi$  pour représenter une DC

**Définition 4.** Soit  $(\text{dom}, \leq)$  un domaine totalement ordonné contenant au moins deux éléments distincts. Un *tuple* sur  $S$  est une fonction totale de  $S$  à  $\text{dom}$ . Une *relation* sur  $S$  est un ensemble fini de tuples sur  $S$ .

Par définition le powerset d'un ensemble  $S$  noté  $\mathcal{P}(S)$  est l'ensemble de tous les sous-ensemble de  $S$ . Cela inclut l'ensemble  $S$  lui même mais aussi l'ensemble vide  $\emptyset$ . Par exemple le powerset de  $OP$  est  $\mathcal{P}(OP) = \{\emptyset, \{<\}, \{=\}, \{>\}, \{<, =\}, \{=, >\}, \{<, >\}, \{<, =, >\}\}$ . Il existe différentes abréviations pour les éléments de  $OP$ , ceux-ci étant répertorié dans la table 2.3. Nous avons eu besoin d'introduire 2 nouveaux opérateur  $\top$  et  $\perp$ , chacun étant l'abréviation pour l'ensemble  $\{<, =, >\}$  et  $\emptyset$  respectivement. Nous les définissons comme tel :  $\forall a, b \in \text{dom}$ , nous avons  $d_1 \perp d_2$  est toujours faux et  $d_1 \top d_2$  est toujours vrai. Nous utiliserons la lettre grecque  $\phi$  ou  $\theta$  pour représenter un opérateur.

Expliquons maintenant la sémantique qui se cache derrière la denial constraint.

**Définition 5.** On dit qu'une relation  $I$  sur  $S$  *satisfait* la DC  $\varphi$ , noté  $I \models \varphi$  si il **n'existe pas** deux tuples  $s, t \in I$  tel que pour chaque attribut  $A$  dans le domaine de  $\varphi$ , nous avons  $s(A)\theta t(A)$  avec  $\theta = \varphi(A)$

Prenons un exemple sur la table 2.1, nous avons  $S = \{Nom, Anniversaire, NumTel, Anne, Revenu, T\}$ . Une DC pour  $S$  est  $\varphi = \{(Nom, =), (Anniversaire, =), (NumTel, \neq), (Annee, \top), (Revenu, \top), (Taxe, \top)\}$ . Celle-ci est satisfaite par la relation  $I$  si il n'existe pas deux tuples  $s, t \in I$  tel que  $s(Nom) = t(Nom) \wedge s(Anniversaire) = t(Anniversaire) \wedge s(NumTel) \neq t(NumTel) \wedge s(Annee) \top t(Annee) \wedge s(Revenu) \top t(Revenu) \wedge s(Taxe) \top t(Taxe)$ .

Soit  $\varphi$  une DC sur  $S$ . Nous appellerons *prédicat*  $P$  de  $\varphi$  l'expression de la forme  $(A, \theta)$  avec  $A \in S$  que l'on appelle attribut du prédicat et  $\theta = \varphi(A)$  que l'on appelle opérateur du prédicat. Soit  $pred(\varphi)$  l'ensemble des prédicats de la DC  $\varphi$ . Soit  $I$  une relation sur  $S$ . Dès lors on peut dire que  $\varphi$  est satisfaite si au moins un des prédicats est faux. Si un prédicat  $P$  a pour opérateur  $\top$  alors  $P$  sera toujours vrai pour tout  $t, s \in I$ . Dès lors à l'avenir, nous ne noterons plus les prédicats ayant *top* pour opérateur par facilité syntaxique. L'exemple précédent s'écrira désormais  $\varphi = \{(Nom, =), (Anniversaire, =)\}$ . Si un prédicat a pour opérateur  $\perp$ , il sera toujours faux. Dès lors  $I \not\models \varphi$ . La DC  $\varphi = \{(A_1, \top), (A_2, \top), \dots, (A_n, \top)\} \equiv \{\}$  n'est satisfaite par aucune relation excepté par une relation vide.

Si nous prenons  $I$  comme étant la table 2.1, nous avons  $I \not\models \varphi$ . En effet prenons  $s = t_2$  et  $t = t_3$  nous avons bien  $t_2(Nom) = t_3(Nom) \wedge t_2(Anniversaire) = t_3(Anniversaire) \wedge t_2(NumTel) \neq t_3(NumTel)$ . On dit que  $\langle t_2, t_3 \rangle$  viole la contrainte  $\varphi$ .

Pour chaque opérateur dans  $OP$  nous pouvons définir son inverse, sa réciproque et son implication. Les valeurs de l'inverse, la réciproque et l'implication de chaque élément de  $OP$  se trouve également à la table 2.3.

**Définition 6.** Soit  $\phi$  un élément de  $OP$

L'inverse de  $\phi$  noté  $\bar{\phi}$  est égal à  $\{<, =, >\} \setminus \emptyset$

La réciproque de  $\phi$  noté  $\hat{\phi}$  s'obtient en inter-changeant  $<$  et  $>$  dans  $\phi$

L'implication de  $\phi$  noté  $Imp(\phi)$  est un ensemble d'élément de  $OP$  tel que pour n'importe quelle valeur  $a$  et  $b$ , si  $a\phi_2b$  **implique**<sup>2</sup> **toujours**  $a\phi_1b$  alors  $\phi_2 \in Imp(\phi_1)$ .

Notons que  $\forall \phi_1, \phi_2$ , si  $\phi_2 \in Imp(\phi_1)$  alors  $\phi$  est un sous ensemble de  $\phi_2$ . Par exemple  $\neq \in Imp(>)$  et  $\{>\} \in \{<, >\}$ .

Une DC peut être *sur-simplifiée* ce qui veut dire qu'une donnée correcte peut être considérée comme une violation. Prenons un exemple sur la table 2.1 avec la denial constraint suivante :

$$\varphi_2 = (Nom, =)(NumTel, \neq)$$

Cette contrainte veut dire que si une personne possède le même nom qu'une autre, alors elle ne peut pas avoir un numéro de téléphone différent. Ceci est bien sûr incorrect, en effet deux personnes différentes ne peuvent avoir le même numéro de téléphone. Le

2. Tout tuple qui satisfait  $a\phi_2b$  satisfait  $a\phi_1b$

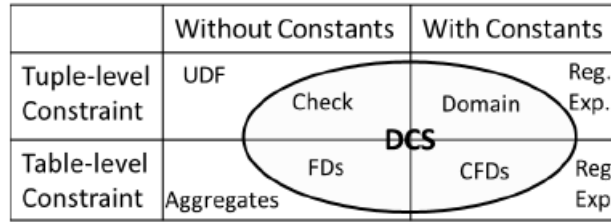


FIGURE 2.1 – A denial constraint(DC) can express many type of others constraints

nom seul ne suffit pas à identifier si deux personnes sont identiques. Prenons par exemples  $t_1$  et  $t_2$ , ils ne satisfont pas  $\varphi_2$ . Si l'on regarde de plus près, on peut facilement comprendre qu'il s'agit de deux personnes différentes. Ces deux personnes n'ont pas le même âge i.e elles ont une date d'Anniversaire différent. Si nous souhaitons améliorer la précision de la contrainte et éviter que  $\langle t_1, t_2 \rangle$  soit considéré comme une violation, nous avons besoins de regarder l'attribut *Anniversaire*. Une meilleure DC serait :

$$\varphi'_2 = (Nom, =), (Anniversaire, =), (NumTel, \neq)$$

Une DC peut être également *sur-raffiné* ce qui entraîne qu'une donnée erronée peut être considérée comme correcte par la DC. Prenons un exemple sur la table 2.1 avec la denial constraint suivante :

$$\varphi'_2 = (Nom, =), (Anniversaire, =), (NumTel, \neq), (Anne, =)$$

Dans ce cas, l'information *Anne* n'est pas utile pour distinguer deux personnes différentes. Dans la table, l'attribut année correspond à l'année où les autres attributs ont été encodés. Un même personne peut être encodé deux fois à deux années différentes. Avec cette DC on ne reconnait pas  $\langle t_5, t_8 \rangle$  comme étant une violation.

### 2.3.1 Quelques définition et propriétés

Dans cette sous-section, nous allons définir quelques notions et propriétés sur les DC qui ne serviront dans les chapitres qui suivront.

#### 2.3.1.1 Satisfiabilité

**Définition 7.** Soit  $\varphi$  DC sur  $S$ . On dit que  $\varphi$  est *satisfiable* si elle peut être satisfaite par une relation non vide sur  $S$ , i.e Si  $\exists I$  over  $S$  avec  $I$  non vide tel que  $I \models \varphi$ , alors  $\varphi$  est *satisfiable*.

Si  $\varphi$  n'est pas satisfiable, nous dirons qu'il est *insatisfiable*

Il est intéressant de savoir à l'avance si une denial constraint est satisfiable ou pas. Le lemme

**Lemme 1.** Soit  $\varphi$  une denial constraint sur  $S$ , alors  $\varphi$  est satisfiable si et seulement si il existe un prédicat  $P_i \in \text{pred}(\varphi)$  de la forme  $(A_i, \theta_i)$  tel que  $\theta_i$  ne contient pas  $=$ , i.e

*Démonstration.*

$\Rightarrow$  Supposons que pour tout  $P \in \text{pred}(\varphi)$ ,  $\theta$  contient  $=$ . Alors pour chaque tuple  $s$  sur  $S$ , pour chaque  $P_i \in \text{pred}(\varphi)$  on a  $s(A_i)\theta_i s(A_i)$ . Il s'ensuit que toute relation non vide ne satisfait pas  $\varphi$

$\Leftarrow$  Supposons  $B \in S$  tel que  $B$  ne contient pas  $=$ . Alors pour chaque tuple  $s$  sur  $S$ , nous avons que  $s(B) \theta s(B)$  avec  $\theta = \varphi(B)$  faux. Il s'ensuit que n'importe quelle relation avec exactement un tuple satisfait  $\varphi$ . □

### 2.3.1.2 Implication logique

**Définition 8.** Soit  $\varphi_1, \varphi_2$  deux DC sur  $S$ . On dit que  $\varphi_1$  *implique*  $\varphi_2$ , que l'on note  $\varphi_1 \models \varphi_2$ , si pour chaque relation  $I$  sur  $S$ , si  $I \models \varphi_2$  alors on a  $I \models \varphi_1$ . On dira aussi que  $\varphi_2$  est *plus faible* que  $\varphi_1$  ou bien que  $\varphi_1$  est *plus fort* que  $\varphi_2$

### 2.3.1.3 Trivial DC

Une DC peut être inutile et toujours vraie. De telles DC ne devraient pas être présentes dans la base de données puisqu'ils ne détecteront jamais aucune violation. Dans ce cas on dira que le DC est *triviale*.

**Définition 9.** Une DC  $\varphi$  est dite *triviale* si  $\forall I$  sur  $S$ , on a  $I \models \varphi$

**Lemme 2.** Soit  $\varphi$  une denial constraint sur  $S$ . alors  $\varphi$  est triviale si et seulement si  $\varphi(A) = \perp$  pour un prédicat  $P = (A, \theta) \in \text{pred}(\varphi)$ .

*Démonstration.*

$\Rightarrow$  Supposons que pour chaque prédicat  $P = (A, \theta) \in \text{pred}(\varphi)$ . Soit  $s, t$  deux tuples tel que pour chaque  $P = (B, \theta)$ , nous avons  $s(B) \theta t(B)$  vrai. Puisque  $\theta \neq \perp$  et que  $\text{dom}$  contient au moins deux éléments,  $s, t$  peuvent être construit. Dès lors  $\{s, t\}$  ne satisfont pas  $\varphi$  puisque  $\varphi$  n'est pas triviale.

$\Leftarrow$  Supposons qu'il existe un prédicat  $P = (A, \theta) \in \text{pred}(\varphi)$  tel que  $\theta = \perp$ . Puisque  $s(A) \perp t(A)$  est faux pour tout tuples  $s, t$  sur  $S$ , aucune relation ne peut contenir deux tuples  $s, t$  tel que  $s(A) \perp t(A)$  est vrai. □

It's quite easy to discover trivial denial constraint with the following property [3] :

**Propriété 1.** Soit  $\varphi$  une denial constraint sur  $S$ . Alors,  $\varphi$  est triviale si et seulement  $\exists P_i \in \text{pred}(\varphi)$  tel que l'opérateur  $\theta_i = \perp$

If we say for data the table 2.1 :

$$\varphi : t_\alpha, t_\beta \in R \neg(t_\alpha.Tax = t_\beta.Tax \wedge t_\alpha.Tax < t_\beta.Tax)$$

It's a trivial by property 1 It's quite obvious it's impossible that two persons have the same tax rate and one's tax rate is greater than the other. For the rest of this study we won't consider trivial DCs

### 2.3.1.4 Augmentation

Further in this report, we'll see addition and deletion operations in order to perform data repairing on these constraints. But adding predicates to valid DCs is useless because of the augmentation property [3] :

**Propriété 2.** If  $\varphi = \neg(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n)$  is a valid DC, then  $\varphi' = \neg(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \wedge Q)$  is also a valide DC

This property is quite trivial. Remember that  $\varphi$  is a valid DC over  $I$  means  $I \models \varphi$  so  $\forall t \in I$  we have  $\neg(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n)$  true. Then  $\neg(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \wedge Q)$  is true too.

### 2.3.1.5 Transitivity

In [3] they defined the transitivity of DCs as :

**Propriété 3.** If  $\varphi = \neg(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \wedge Q_1)$  and  $\varphi' = \neg(R_1 \wedge R_2 \wedge \dots \wedge R_n \wedge Q_2)$  are both valid DCs and  $Q_2 \in Imp(\overline{Q_1})$ , then  $\varphi'' = \neg(P_1 \wedge \dots \wedge P_n \wedge R_1 \wedge \dots \wedge R_n)$  is also a valid DC.

In other words if two **valid** DCs, each with one predicate that can't be false in the same time, then merging those DCs and removing the two predicates will produce a **valid** DC.

It's possible to prove that :

*Démonstration.*

$\varphi$  is a valid DC :  $\neg(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n \wedge Q_1)$  is true.

$\varphi'$  is a valid DC :  $\neg(R_1 \wedge R_2 \wedge \dots \wedge R_n \wedge Q_2)$  is true.

$Q_2 \in Imp(\overline{Q_1})$  :  $Q_1 \oplus Q_2$  is true

then  $\neg(P_1 \wedge \dots \wedge P_n) \vee \neg(R_1 \wedge \dots \wedge R_n \wedge Q_2) \equiv \varphi''$  is true<sup>3</sup>

□

### 2.3.1.6 Refinement

In [4] they define the refinement of a DC as :

**Définition 10.**  $\varphi_2$  is a **refinement** of  $\varphi_1$ , denoted by  $\varphi_1 \preceq \varphi_2$ , if for each  $P_i \in pred(\varphi)$  there exists  $Q_j$  such that  $P_i$  is implied by  $Q_j$ .

---

3.  $\neg p \vee \neg q \equiv \neg(p \wedge q)$

**Exemple 1.** Let  $\varphi : \neg(s.Tax \leq t.Tax \wedge s.Income > 25k)$  and  $\varphi' : \neg(s.Tax < t.Tax \wedge s.Income > 25k \wedge s.Year = t.Year)$  we have  $\varphi \preceq \varphi'$  because  $s.Tax \leq t.Tax$  implies  $s.Tax < t.Tax$  and  $s.Income > 25k$  implies  $s.Income > 25k$

As we can see, if we insert an additional predicates in a DC  $\varphi$ , the variant  $\varphi'$  is a refinement of  $\varphi$

**Définition 11.**  $\Sigma_2$  is a **refinement** of  $\Sigma_1$ , denoted by  $\Sigma_1 \preceq \Sigma_2$ , if for each  $\varphi_2 \in \Sigma_2$ , there exists a  $\varphi_1 \in \Sigma_1$  such that  $\varphi_1 \preceq \varphi_2$

As we can see, if you want to change less data, you should refine your DCs with insertion or substitution. For example if our DC is  $t_\alpha.Tax \leq t_\beta.Tax$  and we change it to  $t_\alpha.Tax < t_\beta.Tax$  you'll change less data.

### 2.3.2 Différence par rapport à l'article de base



# Chapitre 3

## Data Repairing

Errors are frequent in database and these anomalies can make applications unreliable. Some methods detect them but don't repair the detected anomalies. But if one simply filters the dirty data you've detected, applications could still be unreliable. [5] Instead of only detecting errors and filter them, it's better to repair the dirty data.

**Définition 12.** We define  $cell(\varphi)$  as :

$$cell(\varphi) = \{t.A|P : t.A\phi c \in pred(\varphi)\} \cup \{t.A, s.A|P : t.A\phi s.A \in pred(\varphi)\}$$

So  $cell(\varphi)$  are all the  $t.A$  involved in  $\varphi$ . We can also define  $cell(\Sigma)$  as  $\cup_{\varphi \in \Sigma} cell(\varphi)$ . If  $t.A$  is not in  $cell(\Sigma)$ , it cannot be a violation of a constraint and therefore don't need to be repair.

The goal of data repairing is to find a modification  $I'$  for an instance  $I$  of  $R$ , in which all of the violations in the constraints set  $\Sigma$  are eliminated. In other words, we want  $I' \models \Sigma$  ( $I'$  satisfy  $\Sigma$ ). Data repairing process follows the minimum change principle : the data repair  $I'$  have to minimize the data repair cost define as [4] :

**Définition 13.** If  $I'$  is a repair for  $I$  instance of  $R$  by modifying attribute values without any deletion or insertion tuples, the data repair cost is :

$$\Delta(I, I') = \sum_{t \in I, A \in attr(R)} w(t.A).dist(I(t.A), I'(t.A))$$

where :

- $dist(I(t.A), I'(t.A))$  is the distance between two values on  $t.A$  in  $I$  and  $I'$ .
- $w(t.A)$  is the weight of cell  $t.A$ .

We can see that the cost can be the number of values in  $cell(\varphi)$  we changed if we put :

$$dist(I(t.A), I'(t.A)) = \begin{cases} 1 & \text{if } I(t.A) \neq I'(t.A) \text{ (the value changed)} \\ 0 & \text{otherwise (no changes were made)} \end{cases}$$

We can put the distance for numerical values on the difference of the two values. For string values we can use the edit distance.

The weight  $w(t.A)$  can show the trust of the original value in cell which is subjective or simply be a constant if we don't have a lot of knowledge about the data. For example in the table 2.2, we can expect a child attribute value to be more accurate than a Salary or Tax attribute value.

It is important to notice it is possible we are not able to find any repair  $I'$  that can eliminates all the violations. Sometimes there is no value in  $dom(A)$  that can fit the constraint. In that case, we use a *freshvariable* outside the  $dom(A)$  in order to extend the domain. A fresh variable is a value that does not satisfy any predicate (all predicates are false), we are sure that we can satisfy the DC. (it's satisfy if at least one of the predicates is false). Each time we are not able to find a value in the  $dom(A)$  to repair a cell, we put a new fresh variable  $fv$

Let us take an example on the table 2.1. Let's say our Denial Constraint is the following one :

$$\varphi : t_\alpha, t_\beta \in R, \neg(t_\alpha.Income > t_\beta.Income \wedge t_\alpha.Tax \leq t_\beta.Tax)$$

In other words, we supposed that if someone get a higher income than another person then he should paid an higher tax every year. We have  $\langle t_2, t_1 \rangle \not\models \varphi$  because  $t_1.Income < t_2.Income$  and  $t_2.Tax \leq t_1.Tax$ . Same problem with  $\langle t_3, t_1 \rangle$ ,  $\langle t_5, t_1 \rangle$ , ect... one can find all the violation in the figure 3.1 A repair  $I'$  could be the following one :

	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_8$	$t_9$	$t_{10}$
Tax	0	$fv_1$	$fv_2$	3k	$fv_3$	$fv_4$	$fv_5$	21k	21k	40k

TABLE 3.1 – Example of repair  $I'$  with Tax for  $\varphi$

The reason we put  $fv_1$  as Tax value for  $t_2$  is because we knew the following things :

1.  $I(t_1.Tax) = 0$  so  $I'(t_2.Tax) > 0$  because  $I(t_1.Income) < I(t_2.Income)$
2.  $I(t_3.Tax) = 3$  so  $I'(t_2.Tax) < 3$  because  $I(t_2.Income) < I(t_3.Income)$
3.  $dom(Tax) = \{0, 3k, 21k, 40k\}$

Because we had no values in the  $dom(Tax)$  that would respect 1 and 2, we need to use a fresh variable  $fv_1$  out of the  $dom(Tax)$ . The same logic can be used to understand why we had to use  $fv_2$  to  $fv_5$ . We could put random value instead but it could be a problem if we insert correct value in the future (These correct values could be see as dirty one). We only know that  $0 < fv_1, fv_2 < 3k$  in order to respect 1 and 2. In the same idea, we have  $3k < fv_3, fv_4, fv_5 < 21k$ .

$/$	$t_\beta$										
$t_\alpha$	$/$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	$/$	V	V	V	V	V	V	V	V	V
	2	F	$/$	V	V	V	V	V	V	V	V
	3	F	V	$/$	V	V	V	V	V	V	V
	4	V	V	V	$/$	V	V	V	V	V	V
	5	F	F	F	F	$/$	V	V	V	V	V
	6	F	F	F	F	V	$/$	V	V	V	V
	7	F	F	F	F	F	F	$/$	V	V	V
	8	V	V	V	V	V	V	V	$/$	V	V
	9	V	V	V	V	V	V	V	V	$/$	V
10	V	V	V	V	V	V	V	V	V	$/$	

FIGURE 3.1 – All the violation for  $\varphi$ 

We can compute the repair cost for  $Tax$  in this table. Let's say that :

$$\forall a, b \in \text{dom}(A) \text{ with } a \neq b. \begin{cases} \text{dist}(a, a) = 0 \\ \text{dist}(a, b) = 1 \\ \text{dist}(a, fv) = 1.5 \end{cases}$$

When we don't change anything, the distance is obviously equal to zero.  $\text{dist}(a, fv)$  have to be higher than  $\text{dist}(a, b)$  otherwise the cost for a non-domain value will be lower than a domain value and we want to avoid fresh variable as much as possible<sup>1</sup>. If we had  $\text{dist}(a, fv)$  lower than  $\text{dist}(a, b)$ , any repair that uses fresh variable outside the domain would be better and of course it's not a good behavior. In our example, with the value said just before, we can compute a  $\Delta(I, I') = 7.5$

### 3.1 Integrity constraints variations

We saw earlier that a constraint can be overrefined failing to detect some error or in the opposite a constraint can be oversimplified leading to consider some good data as an error. Because constraints can be inaccurate we need to modify them. We'll consider two types of constraint variance : predicate deletion and in the opposite predicate insertion.

When we perform a predicate insertion, some tuples no longer violate the DC. With this variation we can repair a oversimplified constraint but we need to be careful otherwise the DC can be useless. We need to avoid insertion which can lead to a trivial DC or

1. it's always better to work with values in  $\text{dom}(A)$  when it's possible

insertion of predicates with obvious constants (like  $t_\alpha.Salary < 0$  in the table 2.2).

An example of trivial DC is a DC  $\varphi$  with a predicate  $P_i : x\phi_i y$  and we had another predicate  $P_j : x\phi_j y$  in the DC with  $\overline{\phi_j} \in Imp(\phi_i)$ .

For overrefined DCs, we need to remove some predicates but we need to be careful. If too many predicates are withdrawn, we can get new oversimplified DCs. The more the predicates are deleted, the higher the data repair cost will be as stated in Lemma 1 in [4]. In the other hand the more the predicates are added, the lower the data repair will be. So if you add more predicates than you remove, there will be less data to change. In the opposite, if you remove more predicates than you add, there will be more data to change. The *data repair cost function* takes this effect into consideration. It counts positively predicate insertion and negatively predicate addition. For  $\Sigma'$  a variant of  $\Sigma$  in which all  $\varphi' \in \Sigma'$  are obtained by insertion or deletion of predicates for corresponding  $\varphi \in \Sigma$ , in [4] they define the constraint variation cost :

**Définition 14.** For a variant  $\Sigma'$  of  $\Sigma$ , the constraint variation cost is defined as

$$\Theta(\Sigma, \Sigma') = \sum_{\varphi \in \Sigma} edit(\varphi, \varphi')$$

where  $\varphi'$  is a variant of  $\varphi$  and  $edit(\varphi, \varphi')$  is the corresponding cost.

the  $edit(\varphi, \varphi')$  indicates the cost of changing  $\varphi$  to  $\varphi'$  is defined as :

**Définition 15.**

$$edit(\varphi, \varphi') = \sum_{P \in \varphi \setminus \varphi'} c(P) + \lambda \sum_{P \in \varphi' \setminus \varphi} c(P)$$

where  $c(P)$  denote the weighted cost of predicate  $P$  and  $\lambda$  is the weight of a deletion compare to an addition and  $-1 < \lambda < 0$ .

We don't have to use  $\lambda = -1$  otherwise a deletion followed by an addition would have a cost equal to 0 (and it's a bad idea for predicate substitution). For example if we have :

$$\varphi : t_\alpha, t_\beta \in R, \neg(t_\alpha.Income > t_\beta.Income \wedge t_\alpha.Tax \leq t_\beta.Tax)$$

This DC expresses the fact that if I get a higher income than someone else, I should pay a higher tax rate. We'll change this DC by deleting  $t_\alpha.Tax \leq t_\beta.Tax$  and add  $t_\alpha.Tax < t_\beta.Tax$ . It can express the fact that someone with a very low Income could get a Tax equals to 0.

$$\varphi' : t_\alpha, t_\beta \in R, \neg(t_\alpha.Income > t_\beta.Income \wedge t_\alpha.Tax < t_\beta.Tax)$$

The constraint variation with  $\lambda = \frac{1}{2}$  and  $c(P) = 0$  is :  $edit(\varphi, \varphi') = c(t_\alpha.Tax < t_\beta.Tax) + \frac{1}{2}c(t_\alpha.Tax \leq t_\beta.Tax) = \frac{1}{2}$ .

$/$	$t_\beta$										
$t_\alpha$	$/$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	$/$	V	V	V	V	V	V	V	V	V
	2	V	$/$	V	V	V	V	V	V	V	V
	3	V	V	$/$	V	V	V	V	V	V	V
	4	V	V	V	$/$	V	V	V	V	V	V
	5	V	V	V	F	$/$	V	V	V	V	V
	6	V	V	V	F	V	$/$	V	V	V	V
	7	V	V	V	F	V	V	$/$	V	V	V
	8	V	V	V	V	V	V	V	$/$	V	V
	9	V	V	V	V	V	V	V	V	$/$	V
10	V	V	V	V	V	V	V	V	V	$/$	

FIGURE 3.2 – All the violation for  $\varphi'$ 

With this new constraint, we got less violations. All the violations can be found the figure 3.2. The modifications we made in table 3.1 are :

	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$	$t_7$	$t_{18}$	$t_9$	$t_{10}$
Tax	0	0	0	0	0	0	0	21k	21k	40k

TABLE 3.2 – Example of repair with Tax

Indeed, a repair for a column with one correction is better than the previous repair with 5 fresh variables (see table 3.1) as a correction. On our new DC, only the  $(t_4.Tax)=3k$  have to be changed with the value 0. Further in this thesis, we'll see how we can reach these repairs.

When we do constraint modification, we should not consider the case where we delete an entire constraint. We should not remove all the predicates because a DC like  $\neg()$  doesn't mean anything. We can't even say if it's always true or always false.

### 3.1.1 Maximal Constraint Variants

Every constraint variant  $\Sigma'$  with cost  $\Theta(\Sigma, \Sigma')$  shouldn't be considered. They're some variation that we're sure they are worst than any another? To perform a pruning of constraints variant that doesn't generate minimum data repair, we'll use the definition of refinement we explained in the previous chapter at the section 2.3.1.6.

**Définition 16.** [4] We say that a variant  $\varphi'$  of a constraint  $\varphi$  with  $\varphi \preceq \varphi'$  is **maximal**, if there does not exist another  $\varphi''$  such that  $\varphi' \preceq \varphi''$  and  $edit(\varphi, \varphi'') = edit(\varphi, \varphi')$

**Propriété 4.** [4]

For any inserted predicate  $P : x\phi y \in \text{pred}(\varphi') \setminus \text{pred}(\varphi)$ , if  $\phi \in \{\leq, \geq, \neq\}$ , then  $\varphi'$  is not maximal.

This property comes from the  $\text{Imp}(\varphi)$  definition. If  $\text{Varphi}_1 \in \text{Imp}(\varphi_2)$  then  $a\varphi_1b$  implies  $a\varphi_2b$ .  $\leq, \geq$  and  $\neq$  are the 3 operators who implies operator that are no themselves (see table ??). With this property we see that it's useless to insert every predicate that you're able to construct. We only have to insert predicates with operators  $>, <, =$  when considering variants of  $\varphi$ . Let's illustrate that with an example. We'll take two denial constraint on table 2.1 for this.

$$\varphi_1 : \forall t_\alpha, t_\beta \in R, \neg(t_\alpha.\text{Name} = t_\beta.\text{Name} \wedge t_\alpha.\text{Income} = t_\beta.\text{Income} \wedge t_\alpha.\text{CP} \neq t_\beta.\text{CP})$$

$$\varphi_2 : \forall t_\alpha, t_\beta \in R, \neg(t_\alpha.\text{Name} = t_\beta.\text{Name} \wedge t_\alpha.\text{Income} \leq t_\beta.\text{Income} \wedge t_\alpha.\text{CP} \neq t_\beta.\text{CP})$$

We know that  $\leq \in \text{Imp}(=)$  (see table ??) for Income so we have  $\varphi_2 \preceq \varphi_1$ . By the last property we know that  $\varphi_2$  is not maximal because it contains  $\leq$  operator. In this scenario the data repair cost is 7 for  $\varphi_2$  and  $\varphi$  will get a data repair cost equal to 3.

	Name	Cellphone Number	Income
t1	Ayres	564-389	22k
t2	Ayres	564-389	22k
t3	Ayres	564-389	22k
t4	Stanley	930-198	24k
t5	Stanley	930-198	24k
t6	Stanley	930-198	24k
t7	Dustin	824-870	100k
t8	Dustin	824-870	100k
t9	Dustin	824-870	100k
t10	Dustin	824-870	100k

TABLE 3.3 – Correction with  $\varphi_2$  : 7 changes needed only for the collumn CP.

	Name	Cellphone Number	Income
t1	Ayres	322-573	21k
t2	Ayres	564-389	22k
t3	Ayres	564-389	22k
t4	Stanley	868-701	23k
t5	Stanley	930-198	24k
t6	Stanley	930-198	24k
t7	Dustin	179-924	25k
t8	Dustin	824-870	100k
t9	Dustin	824-870	100k
t10	Dustin	387-215	150k

TABLE 3.4 – Correction with  $\varphi_1$  : only 3 changes are needed.

We see that the refinement got a better data repair cost. It's not a coincidence because the following lemma exist : [4]

**Lemme 3.** Given two constraints variants  $\Sigma_1, \Sigma_2$  of  $\Sigma$  such that  $\Sigma_2$  is also a refinement of  $\Sigma_1$ , have  $\Sigma \preceq \Sigma_1 \preceq \Sigma_2$ , is always has  $\Delta(I, I_1) \geq \Delta(I, I_2)$ , where  $I_1$  and  $I_2$  are the minimum data repairs with regards to  $\Sigma_1$  and  $\Sigma_2$ , respectively.

As a consequence of this Lemma, any non-maximal set of denial constraint  $\Sigma$  can be removed from the possibilities of good repair

### 3.1.2 Pruning our candidates

In this subsection we'll focus on removing the constraint variant  $\Sigma'$  that can't generate the minimum data repair. We already have seen that  $\Sigma$  with a non maximal constraint  $\varphi$  can be remove. To go further, we will consider two bounds of possible minimum data repairs cost for the instance  $I$  : the lower bound noted as  $\delta_l(\Sigma', I)$  and the upper bound noted  $\delta_u(\Sigma, I)$ . We consider the following property :

**Propriété 5.** For two constraints variants  $\Sigma_1$  and  $\Sigma_2$  for the instance  $I$  of  $R$ , if  $\delta_u(\Sigma_1, I) < \delta_l(\Sigma_2, I)$  then  $\Sigma_2$  can be discarded.

It means the worst bound(upper) of repair for  $\Sigma_1$  is still better than the best bound(lower) of repair for  $\Sigma_2$ , then  $\Sigma_2$  is useless and can be ignored.

#### 3.1.2.1 Conflict Graph

Now, we'll introduce the conflict graph which can represent the violations in an instance  $I$  of  $R$ . In the first place, we need to find all the violations and we could get the data repair cost bound from them. We define the violation set as : [4]

**Définition 17.** The violation set noted as  $viol(I, \varphi) = \{\langle t_i, t_j, \dots \rangle \mid \langle t_i, t_j, \dots \rangle \not\models \varphi \text{ with } t_i, t_j, \dots \in I\}$  is a set of tuple lists that violate  $\varphi$ . The violation set of  $\Sigma$  is  $viol(I, \Sigma) = \cup_{\varphi \in \Sigma} viol(I, \varphi)$ .

With the conflict hypergraph  $G$  we can represent the violations in I. For each violation tuples  $\langle t_i, t_j, \dots \rangle \in viol(I, \varphi)$  there are an edge for  $cell(t_i, t_j, \dots, \varphi)$  in  $G$ . A good repairing  $I'$  consists in correcting the data base to be able to remove all the edges on the graph. The hypergraph of  $I'$  should be empty.

Let's take an example on the table 2.1 with a denial constraint we already used :

$$\varphi' : \forall t_\alpha, t_\beta \in R, \neg(t_\alpha.Income > t_\beta.Income \wedge t_\alpha.Tax < t_\beta.Tax)$$

For this relation the violation set is (see Figure 3.2) :

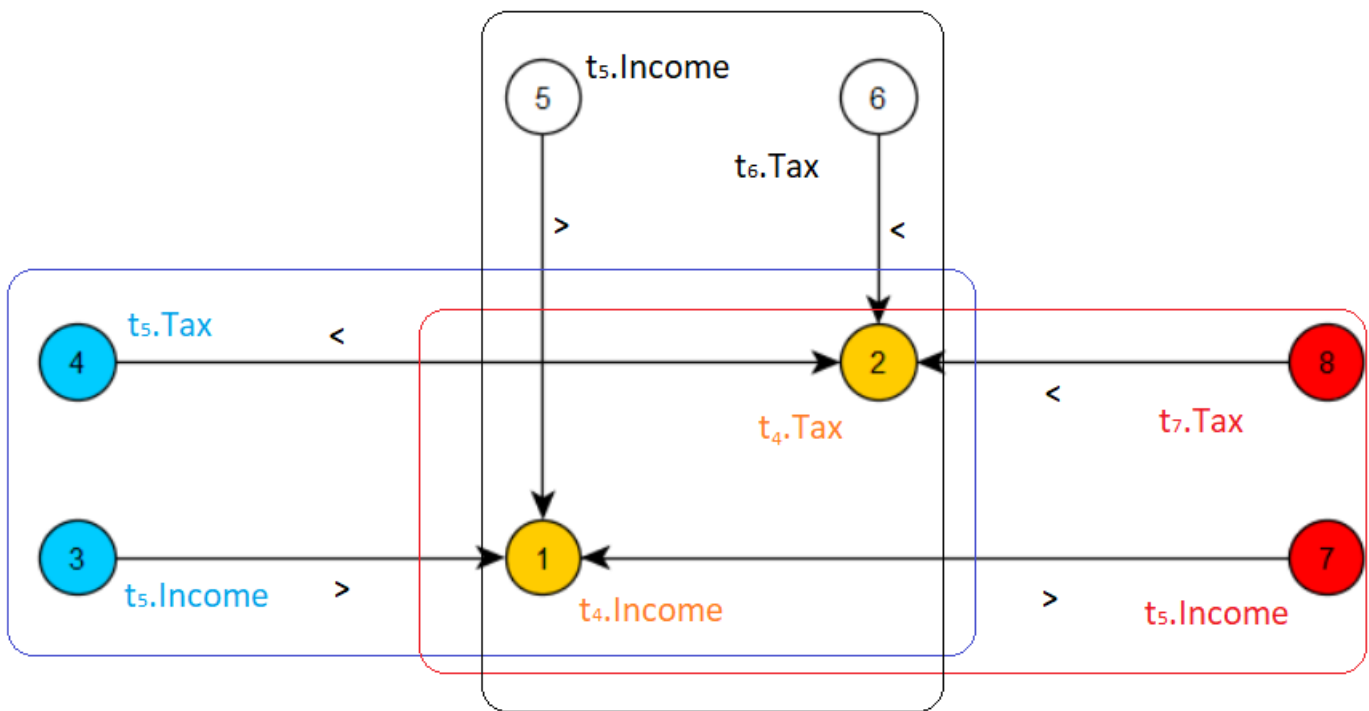
$$viol(I, \varphi') = \{\langle t_5, t_4 \rangle, \langle t_6, t_4 \rangle, \langle t_7, t_4 \rangle\}$$

On our hypergraph,  $\langle t_5, t_4 \rangle \in viol(I, \varphi')$  consist of  $cell(t_5, t_4; \varphi')$  which is equal to  $\{t_5.income, t_4.Income, t_5.Tax, t_4.Tax\}$ . We want to remove a vertex, i.e eliminate a conflict. Let's first introduce some definition and a Lemma : [4]

**Définition 18.** We denote  $\min_{a \in dom(A)} dist(I(t.A), a)$  the weight of a vertex  $t.A$ , i.e, the minimum cost should be paid to repair  $t.A$ .

**Définition 19.**  $\mathbb{V}(G)$  is the **minimum weighted vertex cover** of the hypergraph  $G$  corresponding to  $\Sigma$  with weight

$$||\mathbb{V} * (G)|| = \sum_{t.A \in \mathbb{V}(G)} \min_{a \in dom(A)} dist(I(t.A), a)$$

FIGURE 3.3 – Conflict hypergraph for  $\varphi$



**Lemme 4.** For any valid repair  $I'$  of  $I$ , i.e,  $I' \models \Sigma$ , we have  $\Delta(I, I') \leq \|V * (G)\|$ .

In [4] they define the upper and lower bound of repair cost in this way :

$$\delta_l(\Sigma, I) = \frac{\|\mathbb{V}(G)\|}{Deg((\Sigma))}$$

$$\delta_u(\Sigma, I) = \sum_{t.A \in \mathbb{V}(G)} dist(I(t.A), fv)$$

If we come back to our example and suppose that we have :

$$\forall a, b \in dom(A) \text{ with } a \neq b. \begin{cases} dist(a, a) = 0 \\ dist(a, b) = 1 \\ dist(a, fv) = 1.1 \end{cases}$$

So if each vertex has a weight of 1 ( $=dist(a, b)$ ) and if we put  $\mathbb{V}(G) = \{t_4.Tax\}$  we get  $\|\mathbb{V}(G)\| = 1$ . We also have  $Deg(\varpi') = 4$ , so with formula we have we know upper and lower bound :  $\delta_l(\Sigma, I) = \frac{\|\mathbb{V}(G)\|}{Deg((\Sigma))} = \frac{1}{4} = 0.25$  and  $\delta_u(\Sigma, I) = \sum_{t.A \in \mathbb{V}(G)} dist(I(t.A), fv) = dist(a, fv) = 1.1$ .

### 3.2 $\theta$ -tolerant model

In this section we'll talk about the  $\theta$ -tolerant repair model which is the main models we want to study.  $\theta$  is a threshold on the variation on the set of constraint  $\Sigma$ , so we don't want a constraint variation cost greater than  $\theta$  :  $\Theta(\Sigma, \Sigma') \leq \theta$ . It helps to avoid any kind of over-refinement and so some undetected dirty data. To avoid the over-simplification and identify correct data as dirty data, the repairing should pursue the minimum change principle. We need to find a repair  $I'$  of the original instance  $I$  and minimize the repair cost  $\Delta(I, I')$ .

Finding the best (minimum)  $\theta$ -tolerant repair is difficult, it's a NP-hard problem. An NP-hard problem is a class of decision problems which are at least as hard as the hardest problems in NP<sup>2</sup>. What we have to remind is it's not possible to resolve it in a polynomial time. Even is the first approach we could made is to get all the constraints variant  $\Sigma'$  and then compute  $\Theta(\Sigma, \Sigma')$ , look if it's lower than  $\theta$  and then find the minimum data repair  $I'$ . But this way is obviously high in complexity

We saw that we could replace some value by a fresh variable  $fv$ . It's better to not turn all of them in a fresh variable mainly because  $fv$  is not  $dom(A)$  and also a repair like this will never return the optimal repair because we want to minimize the repair cost.

---

2. problems whose a solution can be verified as good one in a polynomial time

Now, consider  $\mathbb{D} = \Sigma'_1 x \Sigma'_2 x \dots \Sigma'_{|\Sigma|}$  where each  $\Sigma'_i \in \mathbb{D}$  is a variant of  $\Sigma$  obtained by previous variations. Consider those variations bounded by  $\theta$  so we have  $\Theta(\Sigma, \Sigma') \leq \theta$ . The algorithm 1 return the best instance  $I_{min}$  for our set of constraint variation  $\Sigma$ . The algorithm is simple. For each  $\Sigma_i$ , if the lower bound is lower than the previous upper bound (remember the property 5). we update the value of  $\delta_{min}$  if a better repaired instance comes from  $I_i$ .

---

**Algorithm 1** :  $\theta$ -TolerantRepair( $\mathbb{D}, \Sigma, I$ )

---

**Input** : Instance  $I$ , a constraint set  $\Sigma$ , a set  $\mathbb{D}$  of constraint variants with variation bound by  $\theta$

**Output** : A minimum data repair  $I_{min}$

```

1  $\delta_{min} = \delta_u(\Sigma, I)$ 
2 for each constraint variant  $\Sigma_i \in \mathbb{D}$  do
3   if  $\delta_l(\Sigma_i, I) \leq \delta_{min}$  then
4      $I_i = \text{DATA REPAIR}(\Sigma_i, I, \mathbb{V}(G_i), \delta_{min})$ 
5     if  $\Delta(I, I_i) \leq \delta_{min}$  then
6        $\delta_{min} = \Delta(I, I_i)$ 
7        $I_{min} = I_i$ 
8 return  $I_{min}$ 
```

---

To get an example, imagine we have for a  $\theta = \frac{1}{2}$ , a set of constraint variation  $\mathbb{D} = \{\Sigma_1, \Sigma_2\}$  with the first set of constraints  $\Sigma_1 = \{\varphi'\}$  and the second set of constraints  $\Sigma_2 = \{\varphi''\}$  with :

$$\varphi' : \forall t_\alpha, t_\beta \in R, \neg(t_\alpha.Income > t_\beta.Income \wedge t_\alpha.Tax < t_\beta.Tax)$$

$$\varphi'' : \forall t_\alpha, t_\beta \in R, \neg(t_\alpha.Income > t_\beta.Income \wedge t_\alpha.Tax = t_\beta.Tax)$$

We already have done the conflict hypergraph for  $\varphi$  in figure 3.3 we also know that  $\delta(\Sigma_1, I) = 1.1$

For  $\Sigma_2$  we obtain the hypergraph in figure 3.4 (and the violations in figure 3.5) with  $\mathbb{V}(G_2) = \{t_2.Tax, t_3.Tax, t_5.Tax, t_6.Tax, t_7.Tax\}$ . We have  $Deg(\Sigma_2) = Deg(\varphi')^3$ , so we have  $\delta_l(\Sigma_2, I) = \frac{6}{2} = 1.5$ . Remember that  $\delta_u(\Sigma_1, I) = 1.1$ , so we have  $\delta_u(\Sigma_1, I) < \delta_l(\Sigma_2, I)$  which means we can ignore  $\Sigma_2$  and don't call the DATA REPAIR function on it. We will talk about the DATA REPAIR function later.

Let's talk about the complexity. If we say that  $l$  is the maximum number involved in a constraint of  $\Sigma$  then we can say that the construction of  $G_i$  for each  $\Sigma_i \in \mathbb{D}$  cost  $O(|I|^l)$ . The data repairing algorithm get a complexity in time of  $O(|I|^l)$  and the algorithm 1 runs in  $O(|I|^l |\mathbb{D}|)$  time. Usually a denial constraint get 2 tuples [4].

---

3. same reasoning : 4 cells involved.

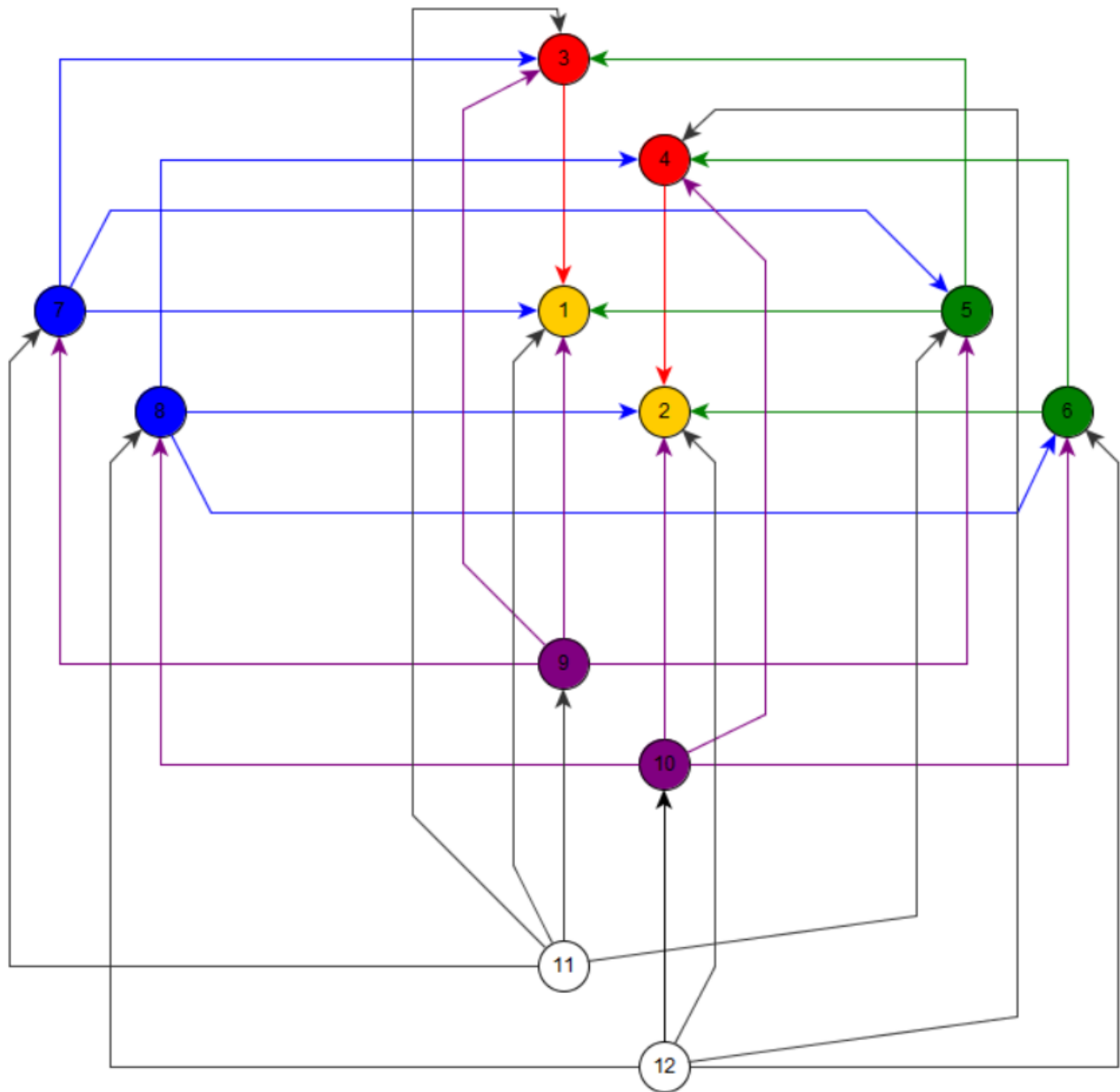


FIGURE 3.4 – Conflict hypergraph for  $\Sigma_2$  with :  
 odd number for Tax, even number for Income.  
 $t_1$  in yellow,  $t_2$  in red,  $t_3$  in green,  
 $t_4$  in blue,  $t_5$  in purple and  $t_6$  in white.

$/$	$t_\beta$										
$t_\alpha$	$/$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	1	$/$	V	V	V	V	V	V	V	V	V
	2	F	$/$	V	V	V	V	V	V	V	V
	3	F	V	$/$	V	V	V	V	V	V	V
	4	V	V	V	$/$	V	V	V	V	V	V
	5	F	F	F	V	$/$	V	V	V	V	V
	6	F	F	F	V	V	$/$	V	V	V	V
	7	F	F	F	V	F	F	$/$	V	V	V
	8	V	V	V	V	V	V	V	$/$	V	V
	9	V	V	V	V	V	V	V	V	$/$	V
10	V	V	V	V	V	V	V	V	V	$/$	

FIGURE 3.5 – All the violations for  $\varphi''$ 

### 3.3 Minimum Data Repair and Violation Free

After using the  $\theta$ -tolerant model, we know which constraint set  $\Sigma'$  derived from  $\Sigma$  we have to use to perform a repairing. But we haven't see how to repair yet. In this section we'll focus on the minimum data repair  $I'$  based on the  $\Sigma'$ . To make this we'll use the violation free principle to be sure we don't create any violation after correcting one data. For example, if we put  $t5.Tax$  to 22, we solved the violation  $\langle t_5, t_4 \rangle$  we had with  $\varphi'$ <sup>4</sup> but we introduce a new violation  $\langle t_8, t_5 \rangle$ .

Remember we already said that finding a minimum repairing is NP-hard problem. For this reason we need to make some approximation in order to repair. For the following explanation and definition we'll note  $\mathbb{C}$  the selected cells  $\mathbb{V}(G)$

#### 3.3.1 Suspect identification

**Définition 20.** [4] The suspect set  $susp(\mathbb{C}, \varphi)$  of a  $\varphi$  is a set of tuple lists  $\langle t_i, t_j, \dots : \varphi \rangle$  satisfying all the predicates in  $\varphi$  which do not involve cells in  $\mathbb{C}$ .

and they satisfy the suspect condition :

$$sc(t_\alpha, t_\beta, \dots : \varphi) = \{I(v_1)\phi c | P : v_1\phi c \in pred(\varphi), v_1 \in \{C\}\} \cup \{I(v_1)\phi v_2 | P : v_1\phi v_2 \in pred(\varphi), v_1, v_2 \in \{C\}\}$$

Any violation is of course in the suspect list, which lead to the trivial lemma :

---

4. remember the  $\varphi : \forall t_\alpha, t_\beta \in R, \neg(t_\alpha.Income > t_\beta.Income \wedge t_\alpha.Tax < t_\beta.Tax)$  we used many times

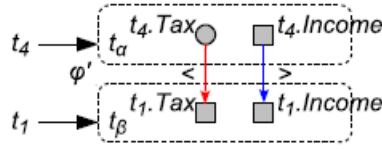


FIGURE 3.6 – Suspect condition represented by blue arrows and repair context represented by red arrows (with inverse operator).

**Lemme 5.** For any  $\mathbb{C}$ , it always has  $viol(I, \varphi) \subseteq susp(\mathbb{C}, \varphi)$

And by this way, if we catch all the suspect, we also get all the violation.

To explain it, let's return on the example  $\varphi'$  related with the hypergraph at figure 3.3. We will change only  $t_4.Tax$  as we made in the table 3.1. So we have  $\mathbb{C} = \{t_4.Tax\}$  and  $susp(\mathbb{C}, \varphi') = \{\langle t_4, t_1 \rangle, \langle t_4, t_2 \rangle, \langle t_4, t_3 \rangle, \langle t_5, t_4 \rangle, \langle t_6, t_4 \rangle, \langle t_7, t_4 \rangle, \langle t_8, t_4 \rangle, \langle t_9, t_4 \rangle, \langle t_{10}, t_4 \rangle\}$  If we get  $\langle t_4, t_1 \rangle$ , we have  $t_4.Income > t_1.Income$  but there is a chance that any change on  $t_4.Tax$  leads to a new violation ( $I'(t_4.Tax) < I(t_1.Tax)$ ). This is the reason why it's on the suspect list. In the figure 3.6 we have a graph in which every cells not in  $\mathbb{C}$  are represented by circles and cell in  $\mathbb{C}$  are represented by squares. Red arrows are respected predicates and blue arrows are respected predicates.

### 3.3.2 Repair context over suspects

We can now define a repair context. The repair context of a suspect tuple is something that makes sure the suspects will not satisfy the predicates declared on  $\mathbb{C}$ . The reason why we need it is because a denial constraint needs at least one false predicate for every rows of the database. The repair context takes the inverse operator of predicates in  $\mathbb{C}$ . In [4], the repair context  $rc(t_i, t_j, \dots : \varphi)$  of a suspect  $\langle t_i, t_j, \dots \rangle$  is defined as :

**Définition 21.**

$$\begin{aligned}
 rc(t_\alpha, t_\beta, \dots : \varphi) = & \{I'(v_1)\bar{\phi}c | P : v_i\phi c \in pred(\varphi), v_1 \in \mathbb{C}\} \cup \\
 & \{I'(v_1)\bar{\phi}I'(v_2) | P : v_i\phi v_2 \in pred(\varphi), v_1, v_2 \in \mathbb{C}\} \cup \\
 & \{I'(v_1)\bar{\phi}'(v_2) | P : v_i\phi v_2 \in pred(\varphi), v_1 \in \mathbb{C}, v_2 \notin \mathbb{C}\} \cup \\
 & \{I(v_1)\bar{\phi}I'(v_2) | P : v_i\phi v_2 \in pred(\varphi), v_2 \in \mathbb{C}, v_1 \notin \mathbb{C}\}.
 \end{aligned}$$

**Propriété 6.** Any assignment that satisfies all the repair contexts forms a valid repair  $I'$  without introducing any new violations, i.e,  $I' \preceq \Sigma$

If we continue with our previous example with  $\varphi'$ , we have  $rc(t_4, t_1 : \varphi') = \{I'(t_4.Tax \geq I(t_1.Tax))\}$ ,  $\geq$  is the inverse operator of  $<$  and we only consider predicates of  $\varphi'$  with cells from  $\mathbb{C}$  which are red arrows on the figure 3.6. We also have  $rc(t_5, t_4 : \varphi') = \{I'(t_5.Tax \geq I(t_4.Tax))\}$ . With both of these repair constraint we have  $0 = t_1.Tax \leq t_4.Tax \leq t_5.Tax = 0$  which lead to only one possible value :  $t_4.Tax = 0$ . Remember that previously we put a fresh variable  $fv$  instead of 0 (see the table 3.1 in the previous chapter).

We want a repair cost as small as possible, which leads to to minimize the repair cost under repair cost constraint. We have to solve the following problem :

$$\min \sum_{t_i.A \in \mathbb{C}} dst(I(t_i.A), I'(t_i.A))$$

*under the constraint :  $rc(t_i, t_j, \dots : \varphi)$  with  $\langle t_i, t_j, \dots \rangle \in susp(\mathbb{C}, \varphi), \varphi \in \Sigma$*

But it could be possible we can't assign any value (in our domain) that can fit all the repair context. In these case, we can't put any value except a fresh variable. If we decide to assign a fresh variable  $fv$  to a cell can remove every repair context with this cell. The reason is that  $fv$  are defined as a way they don't satisfy any kind of predicates which include predicates in repair context. If we are not able to solve our problems i.e we can't found value in  $\text{dom}(A)$  for a repaired instance  $I'$ , we'll assign a fresh variable until the problems is solvable. It's better to start by cells with the largest number of appearance in predicates in the repair context. We can say  $I'(t.A) = fv$  if  $rc(t.A, \Sigma)$  which represent all the repair context declared between a constant or between  $t.A$  and  $v_i \notin \mathbb{C}$ .

If we come back to one of our first example :  $\varphi : t_\alpha, t_\beta \in R, \neg(t_\alpha.Income > t_\beta.Income \wedge t_\alpha.Tax \leq t_\beta.Tax)$  For  $t_2$  we have  $rc(t_2.Tax, \{\varphi\}) = \{I'(t_2.Tax) > I(t_1.Tax), I(t_4.Tax) > I'(t_2.Tax), I(t_8.Tax) > I'(t_2.Tax), I(t_9.Tax) > I'(t_2.Tax), I(t_{10}.Tax) > I'(t_2.Tax)\}$  In the same way we did for  $\varphi'$ , here we have  $0 = I(t_1.Tax) < I'(t_2.Tax) < I(t_4.Tax) = 3k$  and there is no value who respect it in  $\text{dom}(A) = \{0, 3k, 21k, 40\}$ . The only possible solution in this case is to assign a fresh variable  $fv$  to  $t_2.Tax$ . When we do this, we can remove every red arrows related from the hypergraph. But we didn't solve all of the repair contexts.

## 3.4 Other repairing

TODO

### 3.4.1 Holistic data repair

### 3.4.2 ...

# Chapitre 4

## Implementation and comparison with others models

TODO

# Chapitre 5

## Conclusion

TODO



# Bibliographie

- [1] Description des données du registre national et du registre bcss. [https://www.ksz-bcss.fgov.be/sites/default/files/assets/services/\\_et/\\_support/cbss\\_manual\\_fr.pdf](https://www.ksz-bcss.fgov.be/sites/default/files/assets/services/_et/_support/cbss_manual_fr.pdf). accessed : 2018-02-15.
- [2] ics relational database model. [http://databasemanagement.wikia.com/wiki/Relational\\_Database\\_Model](http://databasemanagement.wikia.com/wiki/Relational_Database_Model). Accessed : 2018-02-13.
- [3] Xu Chu, Ihab F. Ilyas, and Paolo Papotti. Discovering denial constraint. Technical report, University of Waterloo and QCRI, 2013.
- [4] Shaoxu Song, Han Zhu, and Jianmin Wang. Constraint-variance tolerant data repairing. Technical report, Tsinghua National Laboratory of Information Science and Technology, 2016.
- [5] Aoqian Zhang, Shaoxu Song, Jianmin Wang, and Philip S. Yu. Time series data cleaning : From anomaly detection to anomaly repairing. Technical report, Tsinghua National Laboratory of Information Science and Technology, 2017.