ԿԱԼՈՒԶԱ-ՔԼԱՅՆԻ ԳՐԱՎԻՏԱՑԻԱ

Հետազոտական աշխատանք

Չալյան Գոռ Վարդանի

Ակադեմիկոս Գ. Սահակյանի անվան Տեսական Ֆիզիկայի ամբիոն

Մագիստրատուրա 1 կուրս

Բովանդակություն

1 ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ 3

2 ԲԱՐՁՐ ՉԱՓՈՂԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ 4

3 ԿԱԼՈՒՁԱ-ՔԼԱՅՆԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ 4

4 ԲԱՐՁՐ ՉԱՓԱՆԻ ՄԻԱՎՈՐՈՒՄՆԵՐԻ ՄՈՏԵՑՈՒՄԸ 6

5 ԿՈՄՊԱԿՏԻՖԻԿԱՑՄԱՆ ՄՈՏԵՑՈՒՄԸ և ՄԵԽԱՆԻԶՄՆԵՐԸ 7

6 D=11 ՍՈՒՊԵՐ-ԳՐԱՎԻՏԱՑԻԱ 8

7 D=10 ՍՈՒՊԵՐ-ԼԱՐԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ 10

8 ՊՐՈՅԵԿՏՄԱՆ ՄՈՏԵՑՈՒՄԸ 11

9 ՈՉ-ԿՈՄՊԱԿՏԻՖԻԿԱՑՎԱԾ ՄՈՏԵՑՈՒՄԸ 11

10 ԿԱԼՈՒՁԱՅԻ ՄԵԽԱՆԻԶՄԸ 12

11 ՀԱՐԱԲԵՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՆՎԱԶԱԳՈՒՅՆ ԸՆԴԼԱՅՆՈՒՄԸ 13

12 ԳԼԱՆԱՅԻՆ ՊԱՅՄԱՆԸ 14

13 $\phi = const$ ԴԵՊՔԸ 14

14 $A_\alpha = 0$ ԴԵՊՔԸ, ԲՐԱՆՍ-ԴԻԿԵԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ 15

15 ՔԼԱՅՆԻ ԿՈՄՊԱԿՏԻՖԻԿԱՑՄԱՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄԸ 16

1 ՆԵՐԱԾՈՒԹՅՈՒՆ

Կալուզայի ձեռքբերումը 5-աչափ տարածությունում ձևակերպված հարաբարականության ընդհանուր տեսության՝ Էյնշտեյնի 4-աչափ գրավիտացիայի, ինչպես նաև Մաքսվելի էլեկտրամագնիսականության տեսություններն իր մեջ պարունակել ցույց տալն էր: Սակայն նա մտցրեց արհեստական թվացող մի պայման, որը կոչվում է այսպես կոչված **գլանային պայման՝** դրված նոր մտցված 5-րդ կոորդինատի վրա: Վերջինս նշանակում է, որ ուղղակի ազդեցություն չունի ֆիզիկայի օրենքների վրա: Քլայնի ներդրումն այս պայմանի քիչ արհեստական դարձնելն էր, առաջարկելով կոմպակտիֆիկացնել նոր՝ 5-րդ չափողականությունը: Այս գաղափարը մեծ ցնծությամբ ընդունվեց միացյալ տեսություն ունենալ ցանկացողների շրջանում, և երբ հերթն արդեն հասել էր ուժեղ և թույլ փոխազդեցություններն էլ միավորելուն, ենթադրվեց, որ ըստ Կալուզայի տրամաբանության ավելացված ավել չափողականությունները ևս պետք է լինեն կոմպակտ: Այս մտածելակերպը հիմք դարձավ 1980-ականներին 11 չափանի սուպեր-գրավիտացիայի տեսության, իսկ հետագայում՝ «Ամեն ինչի տեսության»:

Կալուզան միավորեց ոչ միայն էլեկտրամագնիսականությունն ու գրավիտացիան, այլ նաև նյութը և տարածության երկրաչափությունը՝ 4-աչափ տարածությունում գտնվող ֆոտոնը դիտարկելով որպես դատարկություն՝ 5-աչափ տարածությունում: Ժամանակակից Կալուզա-Քլայնի տեսությունները պահանջում են բարձր չափողականությամբ նյութի դաշտերի առկայություն՝ հաջող կոմպակտիֆիկացիա համար:

Հարց է առաջանում, արդյո՞ք սա պարտադիր պայման է, թե՞ ոչ: Պատասխանն «այո» է, եթե դնում ենք ավել չափողականությունների **իրական**, **կոմպակտ** և **տարածանման** լինելու պայմանները: Սակայն գոյություն ունեն այլ տեսություններ, որոնցում այս պայմանները չեն պահանջվում, օրինակ **պռոյեկտվող տեսությունները,** որոնցում չի պահանջվում ավել չափողականությունների իրական լինելը, կամ **ոչ-կոմպակտիֆիկացված տեսությունները**, որոնցում չի պահանջվում ավել չափողականությունների տարածանման, կամ կոմպակտ լինելը:

Այս հետազոտական աշխատանքում համառոտ ձևակերպված և թարգմանված է [1] գրականության որոշ բաժիններ, որոնցից են Կալուզա-Քլայնի տեսության պատմական ակնարկը՝ առաջացման պատճառները, տեսության մշակման ժամանակ առաջ եկած որոշ խնդիրների մոտեցումներ և այլն: [1]-ից բացի ներառված չեն այլ ցիտումներ, քանի որ դրանք արդեն առկա են հոդվածի բնօրինակում և լրացուցիչ աղբյուրներից տեղեկություններ ավելացված չեն:

2 ԲԱՐՁՐ ՉԱՓՈՂԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Մեր ամենօրյա աշխարհը 3-աչափ է: Բայց հարց է առաջանում, թե ինչու՞ է այդպես: Այս հարցին փորձել է պատասխանել դեռևս Կեպլերը, ով այս հանգամանքի պատճառը փիլիսոփայորեն հնարավոր էր համարում կապել Սուրբ երրորդության հետ: Ավելի հին պատճառաբանումներից են մոլորակային ուղեծրերի կայունությունը, ատոմում հիմնական վիճակները, բնության մեջ առկա որոշ ֆունդամենտալ հաստատուններ, ինֆորմացիայի փոխանցման համար ալիքների տարածումը և այլն: Թվարկվածները հանգում են համաձայնության, որ տարածությունը կազմված է 3 տարածական մակրոսկոպական կոորդինատներով՝ x^1, x^2, x^3:

Բարձր չափողականություններով տեսություններում ֆիզիկայի օրենքներն ընդունում են պարզ ձևակերպումներ, որոնք 3-աչափ դիտարկելիս հանգեցնում էին բարդ արտահայտությունների: Սակայն ինչպե՞ս պետք է համատեղել այս գաղափարը 3-աչափ տարածության հետ: Եվ եթե իսկապես կան ավել չափողականություններ, ինչպե՞ս է ստացվում, որ ֆիզիկան դրանցից կախված չէ:

Պետք է չմոռանանք, որ նոր մտցված ավել կոորդինատները պարտադիր չէ, որ ունենան հեռավորության չափողականություն, կամ լինեն տարածանման՝ հաշվի առնելով մետրիկայում այդ անդամի նշանը: Ավելին, Մինկովսկին 1909 թվականին ներմուծեց հենց այս երկու հանգամանքին հակասող օրինակ, որում Մաքսվելի միացյալ էլեկտրամագնիսականության ու Էյնշտեյնի հարաբերականության հատուկ տեսությունները հնարավոր եղան պատկերացնել երկրաչափորեն, եթե ժամանակը՝ տարածական կոորդինատների հետ միասին համարվեն 4-աչափ տարածություն, $x^0 = ict$-ի ներմուծմամբ: Երկար ժամանակ ֆիզիկայի՝ 3 տարածական կոորդինատներից կախված լինելու պատճառը c պարամետրի մեծ արժեք ունենալն էր, որի պատճառով տարածական և ժամանակային կոորդինատների «խառնվելը» հանդես էր գալիս միայն մեծ արագությունների դեպքում:

3 ԿԱԼՈՒՑԱ-ՔԼԱՅՆԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ

Ոգեշնչված Մինկովսկու՝ տարածության 4-աչափ նկարագրությունից, իրարից անկախ Նորդստրոմը՝ 1914 թ.-ին և Կալուցան՝ 1921 թ.-ին առաջիններից էին, ովքեր փորձեցին միավորել գրավիտացիան և էլեկտրամագնիսականությունը՝ 5-աչափ տարածության պատկերացմամբ, ավելացնելով x^4 տարածական անդամը: Երկուսի մոտ էլ առաջացավ նույն հարցը. ինչու՞ այդ 4-րդ տարածական կոորդինատը չի նշմարվում բնության մեջ:

Դեռևս Մինկովսկու ժամանակներից երևույթների՝ Լորենց ինվարիանտ լինելը մեկնաբանվում էր 4-աչափ կոորդինատների ինվարիանտությամբ: 5-աչափ տարածությունում նույնը չէր դիտվում, այդ իսկ պատճառով Նորդստրոմն ու Կալուզան զերծ էին մնում այդ հարցից և պարզապես դրեցին պահանջ, որ բոլոր ածանցյալներն ըստ x^4-ի վերանան: Այլ ձևակերպմամբ՝ ֆիզիկան պետք է դրսևորվեր 5-աչափ տարածության 4-աչափ հիպերմակերևույթի վրա(Կալուզայի գլանային պայման):

Այս ենթադրությամբ, նրանցից յուրաքանչյուրին հաջողվեց ստանալ էլեկտրամագնիսականության և գրավիտացիայի հավասարումները՝ 5-աչափ տեսությունից: Նորդստրոմը ենթադրեց սկալյար գրավիտացիոն պոտենցյալ(աշխատանքները սկսվել էին մինչև հարաբերականության ընդհանուր տեսությունը), իսկ Կալուզան օգտագործեց Էյնշտեյնի թենզոր պոտենցյալը: Ավելին, Կալուզան ցույց տվեց, որ հարաբերականության ընդհանուր տեսությունը, երբ դիտարկվում է որպես վակուումում 5-աչափ տեսություն($^5G_{AB} = 0, \quad A,B = 0,1,2,3,4$), պարունակում է 4-աչափ հարաբերականության ընդհանուր տեսություն՝ էլեկտրամագնիսական դաշտի առկայությամբ, Մաքսվելի հավասարումների հետ միասին($^4G_{\alpha\beta} =^4 T^{EM}_{\alpha\beta}, \ \alpha,\beta = 0,1,2,3$):

Առաջարկվեցին Կալուզայի 5-աչափ տեսության սխեմայի տարբեր մոդիֆիկացիաներ: Օրինակ ավել չափողականությունը կոմպակտիֆիկացնելն առաջարկեցին Էյնշտեյնը, Ջորդանը, Բերգմանը և այլոք: Սխեման չընդլայնվեց ավելի բարձր չափողականությամբ տեսությունների վրա, քանի դեռ չմշակվեցին ուժեղ և թույլ փոխազդեցությունների տեսությունները: Հարցն այն էր, թե արդյոք այս նոր ուժերը կարո՞ղ էին միավորվել էլեկտրամագնիսականության և գրավիտացիան նույն մեթոդով, թե ոչ:

Պատասխանը թաքնված էր տրամաչափային ինվարիանտության հիմքում: Օրինակ էլեկտրադինամիկան կստացվի կստացվի կիրառելով $U(1)$ տրամաչափային ինվարիանտություն ազատ մասնիկի Լագրանժյանի վրա: Այս հանգամանքն այդքան էլ զարմանալի չէ, քանի որ $U(1)$ խումբն «ավելացել» է Էյնշտեյնի հավասարումներում՝ 5-րդ չափողականության կոորդինատական ձևափոխությունների նկատմամբ ինվարիանտության անվան տակ: Այլ կերպ ասած, տրամաչափային ինվարիանտությունը բացատրվել է որպես տարածաժամանակի երկրաչափական սիմետրիա: Էլեկտրամագնիսական դաշտն այնուհետև հանդես եկավ որպես վեկտորական տրամաչափային դաշտ՝ 4-աչափ տարածությունում: Բարդ էր սա ավելի խճճված սիմետրիայով խմբերի համար ընդհանրացնելը: 1963 թ.-ին առաջին անգամ առաջարկվեց ներառել ոչ-Աբելյան $SU(2)$ խումբը $(4+d)$ չափանի Կալուզա-Քլայնի տեսությունում: Ամենաքիչը 3 նոր չափողականություն անհրաժեշտ էր: Դրված խնդիրն ամբողջովին լուծվեց 1975 թ.-ին:

4 ԲԱՐՁՐ ՉԱՓԱՆԻ ՄԻԱՎՈՐՈՒՄՆԵՐԻ ՄՈՏԵՑՈՒՄԸ

Նշենք 3 հիմնական սկզբունքները, որոնք մինչ այս դիտարկված մոդելներում հաշվի են առնվել.

1. Էյնշտեյնի պատկերացումը՝ բնությունը մաքուր երկրաչափություն դիտարկելու: Էլեկտրամագնիսական, գրավիտացիոն և Յանգ-Միլսի դաշտերն ամբողջովին պարունակվում են բարձր չափանի Էյնշտեյնի $^{(4+d)}G_{AB}$ թենզորում, և րացուցիչ $^{(4+d)}T_{AB}$ էներգիա-իմպուլսի թենզոր չի պահանջվում,

2. լրացուցիչ մաթեմատիկական անդամներ ավելացված չեն Էյնշտեյնի հարաբերականության ընդհանուր տեսության թենզորական արտահայտություններին, և միակ փոփոխությունն այն է, որ թենզորական հավասարումներում ինդեքսները փոփոխվում են 0-ից մինչև (3+d), որտեղ d-ն մտցված ավել չափողականությունների քանակն է:

3. մտցված կոորդինատները ենթարկվում են գլանային պայմանին և ներդրում չունեն երևույթների ֆիզիկայի վրա: Չկա ոչ մի մեխանիզմ, որը կբացատրի միայն առաձին 4 կոորդինատների ներդրումը:

Առաջին 2 սկզբունքներն ընդունելի եղան էլեգանտության և պարզության տեսանկյունից: Սակայն դրան զուգագեռ 3-րդն այդքան էլ մեր այսօրվա աչքին սովոր չէ:

Դեռևս Կալուզայի ժամանակներից այս պայմանը մեղմացնելու համար, բարձր չափանի միավորման տեսությունները զարգացան 3, համեմատաբար անկախ ուղղություններով, որոնցից յուրաքանչյուրը ցավոք կորցնում էր վերոնշյալ 3 պայմաններից որևէ մեկը:

Առաջին եղանակը ավել չափողականությունների կոմպակտ լինելն է, որի արդյունքում էլ տեսանելի չեն լինում և չեն գտնվում էներգիայի՝ փորձնականորեն հասանելի տիրույթներում: Այս դեպքում խնդիրն առաջանում է, երբ փորձեր են կատարում միավորել ոչ միայն գրավիտացիան և էլեկտրամագնիսականությունն, այլ նաև այլ փոխազդեցություններ, և այդ դեպքում խախտվում է 1-ին, Էյնշտեյնի՝ ֆիզիկան մաքուր երկրաչափական նկարագրությամբ պատկերացնելու սկզբունքը:

Երկրորդ եղանակի դեպքում խախտվում է 2-րդ սկզբունքը և լրացուցիչ անդամները դիտարկվում են որպես ավելի բարդ տեսության անդամներ: Սա կարող է կատարվել Էյնշտեյնի հարաբերականության ընդհանուր տեսության երկրաչափությունը փոխարինելով պրոյեկտվող երկրաչափությամբ: Լրացուցիչ չափողականությունները դառնում են զուտ տեսանելի օգնություն, որոնք ցավոք կարող է և բացատրելի չդարձնեն բնության հիմքում ընկած մաթեմատիկան:

Երրորդ եղանակի դեպքում 3-րդ՝ գլանային պայմանի անհստակեցվածություն է առաջանում: Այս դեպքում թույլատրվում է, որ ֆիզիկան կախված լինի նոր կոորդինատներից, սակայն նրանց ազդեցությունները չեն զգացվում փորձնականորեն հասանելի երևույթների դիտարկման ժամանակ, ինչպես օրինակ Մինկովսկու դեպքում ոչ-ռելյատիվիստական արագությունների ժամանակ 4-րդ կոորդինատը զգացնել չէր տալիս: Երբ հաշվի է առնվում ֆիզիկայի՝ լրացուցիչ չափողականություններից կախվածությունը, 5-աչափ Էյնշտեյնի $^5R_{AB} = 0$ հավասարումներն իրենց մեջ պարունակում են 4-աչափ $^4G_{\alpha\beta} =^4 T_{\alpha\beta}$ հավասարումները, որտեղ $^4T_{\alpha\beta}$-ն ընդհանուր էներգիա-իմպուլսի թենզորն է, ոչ թե միայն էլեկտրամագնիսականության $^4T^{EM}_{\alpha\beta}$ թենզորը:

5 ԿՈՄՊԱԿՏԻՖԻԿԱՑՄԱՆ ՄՈՏԵՑՈՒՄԸ և ՄԵԽԱՆԻԶՄՆԵՐԸ

Քլայնը 1926 թ.-ին ցույց տվեց, որ Կալուզայի գլանային պայմանը բնական կերպով կառաջանար, եթե 5-րդ կոորդինատն ունենար շրջանային տոպոլոգիա, որի դեպքում ֆիզիկան դրանից կախված կլիներ միայն պարբերական կերպով և հնարավոր կլիներ ենթարկել Ֆուրիե ձևափոխության, և այնքան փոքր, որ բացի հիմնական վիճակին համապատասխան մոդից բացի մնացած այլ մոդերի էներգիան լիներ այնքան մեծ, որ դիտելի չլիներ՝ բացառությամբ վաղ տիեզերքի: Ֆիզիկան էֆեկտիվորեն կախված չի լինի Կալուզայի 5-րդ չափողականությունից, ինչն էլ հենց պահանջվում էր: Ավելին, թվում էր էլեկտրամագնիսական դաշտի Ֆուրիե ձևափոխությունը կբացատրեր լիցքի քվանտացումը:

Հետևյալ սխեման կատարյալ չէր, դեռևս անհրաժեշ էր բացատրել ավել չափողականությունների այդքան տարբերվելը՝ տոպոլոգիայով և մասշտաբով, մյուս տարածաժամանակայիններից: Նրանց չափերը պետք է լինեին բավական փոքր՝ ատտոմետրերից քիչ(1ամ $=$ 10^{-18}մ): Կար նաև տեսությունում նոր առաջացած սկալյար դաշտը բացատրելու խնդիր, սակայն սկալյար դաշտերն այդքան էլ մեծ խնդիր չեն ներկայացնում իրենցից:

Քլայնի՝ ավել չափողականությունների կոմպակտիֆիկացման ռազմավարությունը ազդեցիկություն ձեռք բերեց միավորյալ տեսություններում:

Կոմպակտիֆիկացման ժամանակ խնդիր է առաջանում այն կիրառել անխտիր բոլոր չափողականությունների վրա, որոնք կցանկանանք. մակրոսկոպական 4-աչափ տարածաժամանակի և կոմպակտիֆիկացված լրացուցիչ չափանի տարածության կոմբինացիան պետք է լինի բարձր չափանի Էյնշտեյնի դաշտի հավասարումների լուծում: Մասնավոր դեպքում, պետք է հնարավոր լինի վերականգնել հիմնական վիճակ հանդիսացող լուծումը՝ բաղկացած Մինկովսկու 4-աչափ տարածությունից և d չափանի կոմպակտ բազմաձևությունից: Սա հստակ է Քլայնի տեսության դեպքում, երբ d=1: Մեխանիզմը ցավոք հստակ չէ ավելի բարձր չափանի տեսությունների դեպքում:

Ընդհանուր առմամբ, տարածաժամանակը հնարավոր է կոմպակտիֆիկացնել ցանկալի ձևով, ձևափոխելով բարձր չափանի Էյնշտեյնի վակուումային լուծումները, որն էլ հնարավոր կլինի մի քանի եղանակով.

1. ներառելով **ոլորում**,
2. ավելացնելով բարձր աստիճանի ածանցյալներ Էյնշտեյնի հավասարումներին,
3. տեսությանն ավելացնելով բարձր չափանի էներգիա-իմպուլսի թենզոր:

Վերոնշյալ կետերից 3-ի դեպքում, խելամիտ ընտրություն կատարելով հնարավոր կլինի ստանալ լրացուցիչ չափերի «սպոնտան կոմպակտիֆիկացում»: Ցավոք, այս մոտեցումը զոհաբերում է Էյնշտեյնի և Կալուզայի երազանքը, որն էլ բնության՝ մաքուր երկրաչափական միացյալ տեսություն ունենալն է:

6 D=11 ՍՈՒՊԵՐ-ԳՐԱՎԻՏԱՑԻԱ

Լրացուցիչ նյութական դաշտերը «ձեռքով» ավելացնելու ավելի բնական եղանակ է տեսությունը սուպերսիմետրիկ դարձնելը, այսինքն, ամեն բոզոնի համապատասխանեցնել դեռևս չբացահայտված ֆերմիոնային «սուպեր-զուգընկեր», և հակառակը: Սրա պատճառն այն է, որ Կալուզա-Քլայնի՝ բարձր չափանի տարածաժամանակային սիմետրիաները որպես տրամաչափային սիմետրիա նկարագրելու ծրագիրը կարող է առաջացնել միայն 4-աչափ տրամաչափային բոզոններ: Եթե տեսությունում պահանջում ենք ֆերմիոնային դաշտեր՝ սուպերսիմետրիայից ելնելով, ապա դրանց ավելացումը պետք է լինի ձեռքով: Վերջին նշված սահմանափակումը կարող է չվերաբերվել ոչ-կոմպակտիֆիկացված Կալուզա-Քլայնի տեսություններին, որոնցում լրացուցիչ կոորդինատներից «համեստ» կախվածությունը, որը փորձարարական սահմանափակման արդյունք է, Էյնշտեյնի հավասարումներին տալիս է բավականին հարուստ կառուցվածք՝ բարձր չափանի մաքուր երկրաչափությունից ստանալ շատ ընդհանուր տիպի նյութ՝ 4-աչափ տարածությունում: Օրինակ, 5-աչափ տարածությունում էլեկտրամագնիսականության տրամաչափային բոզոններից՝ ֆոտոններից բացի, ստացվում է փոշենման նյութ, վակուում, կամ կոշտ նյութ:

Սուպերսիմետրիկ գրավիտացիան(կամ **սուպերգրավիտացիան**), կյանք է առել որպես 4-աչափ տեսություն՝ 1976 թ.-ին, բայց կտրուկ ցատկ կատարեց ավելի բարձր չափողականություններ, որը բավականին հաջողված ստացվեց D=11 դեպքում՝ 3 հիմնական պատճառով.

1. Նամը ցույց տվեց, որ 11-ը չափողականությունների առավելագույն թիվն է, որը համատեղելի է միայնակ գրավիտոնի գաղափարի հետ: Սրան հետագայում հաջորդեն Ուիթթենի ապացույցը, որ 11-ը նաև նվազագույն թիվն է, որով հնարավոր է Կալուզա-Քլայնի տեսությամբ միավորել տարրական մասնիկների ստարնդարտ մոդելի բոլոր ուժերը(որպեսզի պարունակի ուժեղ փոխազդեցության $SU(3)$ և էլեկտրաթույլ փոխազդեցության $SU(2) \times U(1)$ տրամաչափային խմբերը),

2. 11-ից ցածր չափողականությունների դեպքում լրացուցիչ նյութական դաշտերի ընտրությունը միարժեք չէ, և Կրեմմերն ու այլոք 1978 թ.-ին ցույց տվեցին, որ D=11 դեպքում ընտրությունը միակն է, որը համատեղելի է սուպերսիմետրիայի սզբունքին(կան հավասար Բոզե և Ֆերմի ազատության աստիճաններ),

3. Ֆրեյդը և Ռուբինը 1980 թ.-ին ցույց տվեցին, որ D=11 մոդելի կոմպակտիֆիկացումը հնարավոր է միայն երկու եղանակով. կոմպակտիֆիկացնելով 4, կամ 7 չափողականությունները և մակրոսկոպական թողնել համապատասխանաբար մնացած 7, կամ 4 չափողականությունները:

Ոգևորված այս հաջողություններից, 1980-ականներին 11 չափանի սուպեր-գրավիտացիայի տեսությունը «Ամեն ինչի տեսության» առաջատար թեկնածուն էր:

Սակայն որոշ հանգամանքներ առաջ եկան, որոնք աղավաղում են այս տեսլականը: Թվարկենք դրանցից մի քանիսը.

1. Կոմպակտ բազմաձևությունները, որոնք դիտարկված էին Ուիթթենի կողմից, պարզվեց որ չեն առաջացնում քվարկեր և լեպտոններ և համատեղելի չեն սուպերսիմետրիայի հետ: Դրանց լավագույն փոխարինողները 7 չափանի սֆերան և սեղմված 7 չափանի սֆերան՝ նկարագրված համապատասխանաբար սիմետրիա $SO(8)$ և $SO(5) \times SU(2)$ խմբերով: Ցավոք այս խմբերը չեն պարունակում ստանդարտ մոդելի սիմետրիայի նվազագույն պայմանը՝ $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ խումբը: Սա հիմնականում ուղղվում է ավելացնելով նյութական դաշտեր, «բաղադրյալ տրամաչափային դաշտեր»՝ 11 չափանի Լագրանժյանին:

2. Շատ բարդ է 11 չափանի տեսությունում կառուցել քիրալություն՝ ռեալիստիկ ֆերմիոնային մոդելի համար: Սրա համար արվել են փորձեր ավելացնել բարձր չափանի տրամաչափային դաշտեր, ոչ-կոմպակտ ներքին բազմաձևություններ, և Ռիմանյան երկրաչափություն:

3. D=11 սուպեր-գրավիտացիայի տեսությունը խաթարված է 4-աչափ տարածությունում առկա կոսմոլոգիական հաստատունով, ոը հնարավոր չէ վերացնել:

4. Տեսության քվանտացումը բերում է անդարձելի անոմալիաների:

Վերոնշյալ խնդիրներից որոշ մասը հնարավոր է վերացնել՝ տեսության չափողականությունն իջեցնելով 10-ի. հեշտանում է քիրալության կառուցումը և վերանում են անոմալիաներից շատերը: Սակայն, քիրալ ֆերմիոնների ներմուծումը հանգեցնում է անոմալիաների **նոր տեսակների**: D=11 տեսության միակությունը խափանվում է, և բարձր էներգիաների տեսությունը բնականորեն չի բաժանվում 4 մակրոսկոպական և 6 կոմպակտ չափողականությունների: Եվ իսկապես, D=10 սուպերգրավիտացիայի մոդելները ոչ միայն պահանջում են բարձր չափանի նյութական դաշտեր՝ կոմպակտիֆիկացիան ապահովվելու համար, այլ նաև ամբողջովին անտեսում են Կալուցա-Քլայնի մեխանիզմով առաջացած տրամաչափային դաշտերը, և ստիպված բոլոր տրամաչափային դաշտերը տեսությանն են ավելացվում ձեռքով: Եվ վերջապես, Կալուցայի՝ մաքուր երկրաչափական նկարագրություն ունենալու սկզբունքը խախտվում է ամբողջությամբ:

7 D=10 ՍՈՒՊԵՐ-ԼԱՐԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ

D=10 տեսությունում առկա անոմալիաների խնդրի լուծման մեջ առաջխաղացում նկատվեց, երբ Գրինը և Շվարցը, ինչպես նաև Գրոսսն ու այլոք ցույց տվեցին, որ կա 10 չափանի սուպեր-գրավիտացիայի ընդամենը 2 տեսություն, որոնցում հնարավոր է կատարելապես վերացնել բոլոր անոմալիաները, որոնք համապատասխանաբար հիմնված են $SO(32)$ և $E_8 \times E_8$ խմբերի վրա: Այս դեպքում ևս պետք է ավելացվեն բարձր չափանի Լագրանժյանին, որոնք հայտնի են որպես **Չայլին-Մանտոնի անդամներ**: Սակայն այս անգամը այդպիսի անդամների ավելացումն այդքան էլ կամայական ձևով չէ. ավել անդամները նրանք էին, որոնք այսպես թե այնպես առաջանալու էին ցածր էներգիաների դեպքում որոշ տիպի սուպեր-լարերի տեսությամբ մոտարկումների դեպքում:

Կոմպակտիֆիկացված Կալուցա-Քլայնի տեսություններից սուպեր-գրավիտացիայի տեսությունների փոխարեն նախընտրելի դառան սուպեր-լարերի տեսությունները: Սուպեր-լարերը՝ լարերի սուպերսիմետրիկ ընդհանրացումները, խուսափում են լարերի առաջին տեսությունների պատճառ հանդիսացած տախյոնների ընդհանուր կանխատեսումներից, բայց պահպանում են դրանց լավագույն հատկությունը. անոմալիաներից զուրկ գրավիտացիայի քվանտային տեսություն ունենալու հավանականությունը: Վերջերս կապ է հաստատվել սուպեր-լարերի որոշ վիճակների և սև խոռոչների միջև, և նույնիսկ առաջ է քաշվել տեսլական, որ սուպեր-լարերը կարող են լուծել երկար ժամանակ բաց մնացած սև խոռոչների ինֆորմացիայի պարադոքսը:

Միակության խնդրի նման մի բանի առաջ է կանգնում D=10 սուպեր-լարերի տեսությունը, քանի որ $SO(32)$ և $E_8 \times E_8$ խմբերն առաջացնում են 5 տարբեր լարերի տեսություններ: Այս բարդությունը լուծվել է Ուիթթենի կողմից, ով ցույց է տվել, որ այդ 5 տեսությունները հնարավոր է ներկայացնել որպես 1 տեսության կերպարանքներ, որը հիմա հայտնի է որպես Մ-տեսություն: Այս տեսության ցածր էներգիական սահմանը դառնում է D=11 սուպեր-գրավիտացիան:

8 ՊՐՈՅԵԿՏՄԱՆ ՄՈՏԵՑՈՒՄԸ

Ավել չափողականությունների կոմպակտիֆիկացումը Կալուզայի գլանային պայմանի միակ բացատրությունը չէ: Այլ, քիչ հայտնի մոտեցում 1931 թ.-ին ներկայացրել են Հոֆֆմանն ու Վեբլեն: Նրանք ցույց տվեցին, որ 5-րդ չափողականությունը «կլանվում է» հասարակ 4-աչափ տարածաժամանակում, եթե հարաբերականության ընդհանուր տեսության դասական թենզորները փոխարինվեն պրոյեկտվածներով: Նոր կոորդինատներ համարվելու փոխարեն , լրացուցիչ չափողականությունները համարվեցին տեսանելի օգնություն: Խնդրի այս լուծման «գինը» Էյնշտեյնի տեսության երկրաչափական հիմքի փոփոխում է: Այս միտքը գրավեց Ջորդանի, Պաուլիի և այլ գիտնականների ուշադրությունը: Տեսության սկզբնական տարբերակները բախվել են փորձարարական սահմանափակումների՝ Բրանս-Դիկեի ω պարամետրի հետ:

Պրոյեկտման մոտեցումը «վերակենդանացավ» 2 նոր ձևակերպումներում.

1. Լեսսները սկալյար դաշտին վերագրում է զուտ միկրոսկոպական իմաստ, որն ունի հետաքրքիր հետևանքներ տարրական մասնիկների ֆիզիկայում,
2. Շմուցերն օժտել է վակուումը բարձր չափանի նյութով՝ «ոչ-երկրաչափայնացվող սուբստրատով», որի արդյունքում զոհաբերվում է Էյնշտեյնի երազանքը՝ վերածելով ֆիզիկան երկրաչափության:

Վերոնշյալ 2-րդ կետն իրականացնում է փորձարկման ենթակա որոշ կանխորոշումներ, որոնք դեռևս համատեղելի են դիտողական տվյալների հետ:

9 ՈՉ-ԿՈՄՊԱԿՏԻՖԻԿԱՑՎԱԾ ՄՈՏԵՑՈՒՄԸ

Կոմպակտիֆիկացման և պրոկտման մոտեցումների այլընտրանքային տարբերակ է ավել չափողականությունների՝ առանց կոմպակտիֆիկացման պայման դնելու հաշվի առնելը, և ենթադրելը, որ բնությունը դրանցից միայն շատ քիչ է կախված, ինչպես օրինակ Մինկովսկու դեպքում 4-րդ կոորդինատը՝ ոչ-ռելյատիվիստիկ արագությունների դեպքում: Այլ կերպ ասած այս դեպքում Կալուզայի գլանային պայմանի հարցը լուծվում է այն «բաց թողնելով»: Սակայն հարց է առաջանում, թե ո՞րն է բնության՝ **համարյա գլանային** լինելու պատճառը: Եթե լրացուցիչ չափողականությունները տարածանման են, ապա հնարավոր է ենթադրելը, որ մասնիկները, մեծ պոտենցյալային պատնեշով «բանտարկված են» 4-աչափ հիպերմակերևույթում: Այս տիպի կարծիքներ շոշափվել են դեռևս 1962 թ.-ից:

Սահմանափակող պոտենցյալների գաղափարը կոմպակտիֆիկացման մեխանիզմի համեմատ այդքան էլ ակնհայտ բարելավվում չէ: Այլընտրանք է Մինկովսկու օրինակը կրկնօրինակելը, այսինքն ավել չափողականությունների՝ օրինակ ժամանակի, տարածանման չլինելը: Այս դեպքում բնության՝ համարյա գլանային լինելը պետք է փնտրել ավել կոորդինատների ֆիզիկական նկարագրությունում, օրինակ այնպիսի արժեքներում, որոնք փոխում են չափողականությունը(ինչպես լույսի c արագությունը՝ $ct \rightarrow x$) և տալիս տարածության միավորներ: Այդպիսի առաջին առաջարկը 1983 թ.-ին արել է Վեսսոնը՝ «տարածություն-ժամանակ-զանգված» տեսությամբ, ով առաջարկեց 5-րդ չափողականությունը կապել հանգստի զանգվածի հետ՝ $x^4 = \frac{Gm}{c^2}$ առնչությամբ: 4-աչափ ֆիզիկայում այս նոր կոորդինատի ազդեցությունը երևում է մասնիկների հանգստի զանգվածի ժամանակից կախում ունենալուց: Հետևյալ մոդելը խորն ուսումնասիրվել է Վեսսոնի և ուրիշների կողմից՝ աստղաֆիզիկայում և կոսմոլոգիայում ունեցած հետևանքների պատճառով, որն էլ այնուհետև Ֆուկուի կողմից տարածվել է 5-ից ավել չափողականությունների վրա($\hbar$-ը և e-ն տանում են համապատասխանաբար c-ի և G-ի դերերը):

10 ԿԱԼՈՒՁԱՅԻ ՄԵԽԱՆԻԶՄԸ

Կալուզան միավորեց էլեկտրամագնիսականությունը գրավիտացիային, կիրառելով Էյնշտեյնի հարաբերականության ընդհանուր տեսությունը 5-աչափ տարածաժամանակային բազմաձևության վրա՝ 4-աչափի փոխարեն:

5-աչափ տարածությունում Էյնշտեյնի հավասարումներն առանց էներգիա-իմպուլսի 5-աչափ թենզորի, ընդունում են

$$\hat{G}_{AB} = 0 \tag{1}$$

տեսքը, կամ համարժեքորեն

$$\hat{R}_{AB} = 0, \tag{2}$$

որտեղ $\hat{G}_{AB} \equiv \hat{R}_{AB} - \hat{R}\frac{\hat{g}_{AB}}{2}$ Էյնշտեյնի թենզորն է, $\hat{R}_{AB}$-ն 5-աչափ Ռիչիի թենզորն է, $\hat{R} = \hat{g}_{AB}\hat{R}^{AB}$ 5-աչափ Ռիչիի սկալյարն է, իսկ $\hat{g}_{AB}$-ն 5-աչափ մետրիկական թենզորն է: Ծարադրանքում լատինական մեծատառ A,B,... ինդեքսները փոփոխվում են 0-ից 4, իսկ գլխարկով անդամները 5-աչափ մեծություններ են: Այս հավասարումները ստացվում են վարիացիայի ենթարկելով Էյնշտեյնի 5-աչափ

$$S = -\frac{1}{16\pi\hat{G}}\int \hat{R}\sqrt{-\hat{g}}d^4x\,dy \tag{3}$$

գործողությունը՝ ըստ 5-աչափ մետրիկայի, որտեղ $y = x^4$-ը նոր, 5-րդ կոորդինատն է, իսկ $\hat{G}$-ն՝ 5-աչափ «գրավիտացիոն հաստատունը»:

Հետևյալ հավասարումներում նյութի բացակայությունը հենց Կալուզայի առաջին ենթադրության մաթեմատիկական նկարգրությունն է՝ ոգեշնչված Էյնշտեյնից, ըստ որի բարձր չափանի տիեզերքը դատարկ է: Գաղափարը 4-աչափ նյութը 5-աչափ տարածությունում որպես մաքուր երկրաչափության նկարագրումն է:

11 ՀԱՐԱԲԵՐԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ԸՆԴՀԱՆՈՒՐ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՆՎԱԶԱԳՈՒՅՆ ԸՆԴԼԱՅՆՈՒՄԸ

5-աչափ Ռիչիի թենզորն ու Քրիստոֆելի սիմվոլները սահմանված են ըստ մետրիկայի այնպես, ինչպես 4-աչափ դեպքում.

$$\begin{aligned} \hat{R}_{AB} &= \partial_C\hat{\Gamma}^C_{AB} - \partial_B\hat{\Gamma}^C_{AC} + \hat{\Gamma}^C_{AB}\hat{\Gamma}^D_{CD} - \hat{\Gamma}^C_{AD}\hat{\Gamma}^D_{BC}, \\ \hat{\Gamma}^C_{AB} &= \frac{1}{2}\hat{g}^{CD}\left(\partial_A\hat{g}_{DB} + \partial_B\hat{g}_{DA} - \partial_D\hat{g}_{AB}\right): \end{aligned} \tag{4}$$

Այժմ, ամեն ինչ կախված է 5-աչափ մետրիկայի ընտրությունից: 5-աչափ մետրիկայում $\alpha\beta$-ով մասը համապատասխանում է 4-աչափ մետրիկային, $\alpha 4$-ով մասը՝ էլեկտրամագնիսականության A_α պոտենցյալին, իսկ 44-ով մասը՝ սկալյար ϕ դաշտին: Պատկերենք 5-աչափ մետրիկայի տեսքը՝ հաշվի առնելով վերջինս.

$$(\hat{g}_{AB}) = \begin{pmatrix} g_{\alpha\beta} + \kappa^2\phi^2 A_\alpha A_\beta & \kappa\phi^2 A_\alpha \\ \kappa\phi^2 A_\beta & \phi^2 \end{pmatrix}, \tag{5}$$

որտեղ էլեկտրամագնիսականության A_α պոտենցյալը փոփոխված է κ հաստատունով, որպեսզի հետագայում գործողության մեջ ստացվեն ճիշտ գործակիցներ: Շարադրանքում հունական $\alpha, \beta, ...$ փոքրատառ ինդեքսները փոփոխվում են 0-ից 3, իսկ լատինական փոքրատառ a,b,... ինդեքսները՝ 1-ից 3: Ընտրված է միավորների նորմալ համակարգը, որում վերցված են $c = 1, \hbar = 1$ և դիտարկված է 4-աչափ մետրիկայի $(+ - --)$ տեսքը:

12 ԳԼԱՆԱՅԻՆ ՊԱՅՄԱՆԸ

Եթե հաշվի առնենք Կալուզայի տեսության 3-րդ սկզբունքը և հաշվի չառնենք ըստ 5-րդ կոորդինատի բոլոր ածանցյալները, ապա հաշվի առնելով (5) մետրիկան և (4) նշանակումները, կստանանք, որ 5-աչափ դաշտի (2) հավասարումների $\alpha\beta, \alpha 4$, և 44 անդամներն ընդունում են

$$\begin{aligned} G_{\alpha\beta} &= \frac{\kappa^2\phi^2}{2}T^{EM}_{\alpha\beta} - \frac{1}{\phi}\left[\nabla_\alpha\left(\partial_\beta\phi\right) - g_{\alpha\beta}\Box\phi\right], \\ \nabla^\alpha F_{\alpha\beta} &= -3\frac{\partial^\alpha\phi}{\phi}F_{\alpha\beta}, \\ \Box\phi &= \frac{\kappa^2\phi^3}{4}F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta} \end{aligned} \tag{6}$$

տեսքերը, որոնցում $G_{\alpha\beta} \equiv R_{\alpha\beta} - \frac{Rg_{\alpha\beta}}{2}$ Էյնշտեյնի թենզորն է, $T^{EM}_{\alpha\beta} \equiv \frac{g_{\alpha\beta}F_{\gamma\delta}F^{\gamma\delta}}{4} - F^\gamma_\alpha F_{\beta\gamma}$ էլեկտրամագնիսական էներգիա-իմպուլսի թենզորն է, և $F_{\alpha\beta} \equiv \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha$: Ընդհանուր առկա է 10+4+1=15 հավասարում, ինչն էլ որ սպասվում էր, քանի որ 5-աչափ մետրիկայում կա 15 ազատ անդամ:

13 $\phi = const$ ԴԵՊՔԸ

Եթե ϕ սկալյար դաշտը հաստատուն է ամբողջ տարածաժամանակում, ապա (6)-ի առաջին 2 հավասարումները պարզապես Էյնշտեյնի և Մաքսվելի հավասարումներն են.

$$\begin{aligned} G_{\alpha\beta} &= 8\pi G\phi^2 T^{EM}_{\alpha\beta}, \\ \nabla^\alpha F_{\alpha\beta} &= 0, \end{aligned} \tag{7}$$

որտեղ κ պարամետրի արժեքն արտահայտվել է G գրավիտացիոն հաստատունի միջոցով

$$\kappa \equiv 4\sqrt{\pi G} \tag{8}$$

առնչությամբ: Այս արդյունքը սացել են Կալուզան և Քլայնը, տեղադրելով $\phi = 1$ արժեքը: Սակայն, $\phi = const$ պայմանը համատեղելի է (6) դաշտի հավասարումներից 3-ի հետ, երբ $F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta} = 0$, ինչը որ առաջին անգամ նշվել է Ջորդանի և Թիրիի կողմից: Այն հանգամանքը, որ սրա ճանաչման համար անհրաժեշտ եղավ 20 տարի, փաստում է խորը կասկածը՝ դեպի սկալյար դաշտերը:

Այժմ, նույն ստացումն արվում է վարիացիոն եղանակով: Օգտագործելով (5) մետրիկան, (4) սահմանումները, օգտագործելով գլանային պայմանը ոչ միայն հաշվի չառնելու համար ըստ 5-րդ կոորդինատի ածանցյալներն, այլ նաև գործողությունից դուրս հանելով ըստ դրա ինտեգրումը, (3)-ից կստանանք

$$S = -\int d^4x\sqrt{-g}\phi\left(\frac{R}{16\pi G} + \frac{1}{4}\phi^2 F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta} + \frac{2}{3\kappa^2}\frac{\partial^\alpha\phi\partial_\alpha\phi}{\phi^2}\right), \tag{9}$$

որտեղ G-ն սահմանված է 5-աչափ գրավիտացիոն $\hat{G}$ հաստատունի միջոցով

$$G \equiv \frac{\hat{G}}{\int dy} \tag{10}$$

առնչությամբ, որտեղ մենք $16\pi G$ անդամն ինտեգրալատակ արտահայտության մեջ մտցնելու համար օգտվել ենք (8) կապից: Ինչպես նախկինում, այնպես էլ այս դեպքում, եթե վերցնենք $\phi = const$, ապա (9)-ի առաջին 2 անդամները կլինեն Էյնշտեյն-Մաքսվելի գրավիտացիայի և էլեկտրամագնիսական ճառագայթման գործողությունները, իսկ 3-րդ անդամը կլինի Քլայն-Գորդոնի անզանգված սկալյար դաշտի գործողությունը:

Այն հանգամանքը, որ (3) գործողությունից ստացվում է (9) գործողությունը, կամ որ նույնն է՝ առանց աղբյուրի դաշտի (2) հավասարումներից ստացվում է (6)-ը՝ նյութական աղբյուրով, փաստում է Կալուցա-Քլայնի տեսության հրաշքը: Ցույց տրվեց, որ 4-աչափ տարածության նյութը(այս դեպքում էլեկտրամագնիսական ճառագայթումը) ծնվում է դատարկ 5-աչափ տարածաժամանակի մաքուր երկրաչափությունից: Հետագա շարունակական Կալուցա-Քլայնի տեսությունների նպատակն այս սկզբունքը նյութի այլ տեսակների վրա ընդլայնելն է:

14 $A_\alpha = 0$ ԴԵՊՔԸ, ԲՐԱՆՍ-ԴԻԿԵԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆԸ

Եթե չպահանջենք $\phi = const$ պայմանը, ապա Կալուցայի 5-աչափ տեսությունը էլեկտրամագնիսական երևույթներից բացի կպարունակի նաև Բրանս-Դիկեի տիպի սկալյար դաշտի տեսություն, որը պարզ է դառնում, երբ դիտարկում է էլեկտրամագնիսական պոտենցյալների վերացումը՝ $A_\alpha = 0$: Առանց գլանային պայմանի, սա ուղղակի կապված կլիներ կոորդինատների ընտրությունից, և չէինք կորցնի ոչ մի հանրահաշվական ընդհանրություն: $A_\alpha = 0$ պայմանը ֆիզիկական պայման է, որը սահմանափակում է դնում տեսության «գրավիտոն-սկալյար սեկտոր»-ի վրա:

Սա ընդունելի է որոշ դեպքերում, օրինակ, համասեռ և իզոտրոպ իրավիճակում, որի դեպքում ոչ-անկյունագծային անդամները «կնախընտրեին» ուղղություն, կամ վաղ տիեզերքի մոդելներում, որտեղ դինամիկ կերպով գերակշռում է սկալյար դաշտը: (5)-ից անտեսելով A_α դաշտերը, մետրիկան կընդունի

$$(\hat{g}_{AB}) = \begin{pmatrix} g_{\alpha\beta} & 0 \\ 0 & \phi^2 \end{pmatrix} \tag{11}$$

տեսքը: Հաշվի առնելով Կալուցայի՝ տեսության հիմքում դրած 3 պայմանները, դաշտի (2) հավասարումները՝ (3) գործողությունը պարզեցվում է

$$S = -\frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}R\phi \tag{12}$$

տեսքի: (12)-ը Բրանս-Դիկեի՝

$$S_{BD} = -\int d^4x\sqrt{-g}\left(\frac{R\phi}{16\pi G} + \omega\frac{\partial^\alpha\phi\partial_\alpha\phi}{\phi}\right) + S_m \tag{13}$$

գործողության մասնավոր դեպքն է՝ $\omega = 0$ դեպքում:

ω պարամետրի արժեքը՝ հիմնվելով դիտողական տվյալների վրա, իհարկե, մեծ է 500-ից, հետևաբար այս մոդելն այժմ հուսալի չէ: Այս սահմանափակումը հնարավոր է վերացնել, (13) գործողությունում ավելացնելով լրացուցիչ $V(\phi)$ ոչ 0-ական պոտենցյալային դաշտ, ինչպես, օրինակ երկարացված ինֆլյացիոն և այլ տեսություններում, կամ, թույլատրել Բրանս-Դիկեի ω պարամետրի՝ ϕ-ից կախվածությունը, ինչպես օրինակ հիպերերկարացված և այլ ինֆլյացիոն մոդելներում:

15 ՔԼԱՅՆԻ ԿՈՄՊԱԿՏԻՖԻԿԱՑՄԱՆ ՄԵԽԱՆԻԶՄԸ

Կալուցայի գլանային պայմանը, որ ոչ մի ֆիզիկական մեծություն կախված չէ 5-րդ չափողականությունից, միացյալ տեսության հետևորդներին թվաց խորդ: Քլայնն իր մոտեցումն առաջ քաշեց քվանտային տեսության ստեղծման ժամանակ, և, ամենևին զարմանալի չէ, որ կապեց Կալուցայի գլանային պայմանի բացատրությունը ավել չափողականության շատ փոքր լինելուն:

Քլայնը ենթադրեց, որ 5-րդ կոորդինատը տարածանման է, ինչպես առաջին 3 կոորդինատները, և վերագրեց 2 պայման.

1. շրջանային տոպոլոգիա(S^1),

2. փոքր մասշտաբներ:

Վերոնշյալ 1-ին պայմանի դեպքում կամայական $f(x,y)$ ֆունկցիա դառնում է պարբերական, որտեղ $x = (x^0, x^1, x^2, x^3)$, և $y = x^4$՝

$$f(x,y) = f(x, y+2\pi r),$$

որտեղ r-ը 5-րդ չափողականության մասշտաբային պարամետր հանդիսացող «շառավիղն» է: Հետևաբար, բոլոր դաշտերը հնարավոր է ենթարկել Ֆուրիե վերլուծության.

$$g_{\alpha\beta}(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} g_{\alpha\beta}^{(n)}(x) e^{iny/r},$$
$$A_{\alpha}(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} A_{\alpha}^{(n)}(x) e^{iny/r},$$
$$\phi(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \phi^{(n)} e^{iny/r}, \tag{14}$$

որտեղ ցուցիչում առկա (n)-ը հղում է անում n-րդ Ֆուրիե մոդին: Քվանտային տեսության շնորհիվ, այս մոդերն իրենց հետ y ուղղությամբ տանում են իմպուլս՝ $\frac{|n|}{r}$-ի կարգի: Ահա այստեղ Քլայնի երկրորդ սկզբունքն է ի հայտ գալիս. եթե r-ը բավականին փոքր լինի, ապա նույնիսկ n=1 մոդի y-իմպուլսն այնքան մեծ կլինի, որ փորձարարական սահմանից դուրս կգտնվի: Հետևաբար, տեսանելի կլինեն միայն n=0 մոդերը, որոնք կախված չեն y-ից, ինչը պահանջված էր Կալուցայի տեսությունում:

Հասկանանք, թե ինչքան մեծ կարող է լինել մասշտաբային r պարամետրը: r-ի արժեքի վրա ուժեղ սահմանափակումներ դրվում են բարձր էներգիաների տարրական մասնիկների ֆիզիկայից, որը ստուգում է համեմատաբար մեծ զանգվածներ և փոքր հեռավորություններ: Այդպիսի մի քանի փորձեր r-ի վրա դնում են ատտոմետրից(10^{-18} մ) փոքր լինելու պայման: Տեսաբանները հաճախ r-ին տալիս են Պլանկի երկարության արժեք($l_{PL} \sim 10^{-35}$ մ), որը թե՛ բնական ընտրություն է, և թե՛ այնքան փոքր է, որ n=0-ից տարբեր մոդերի զանգվածը լինի Պլանկի զանգվածից($m_{PL} \sim 10^{19}$ ԳէՎ) շատ անգամներ մեծ:

Ընդհանուր դեպքում, Կալուցայի 5-աչափ (5) մետրիկան պարունակում է բոլոր Ֆուրիե մոդերը: Վերջինից, կոմպակտիֆիկացման տեսություններում հնարավոր է ստանալ այսպես կոչված «Կալուցա-Քլայնի անսացը», որում դեն են նետված $n \neq 0$ մոդերը: 5-աչափ դեպքում անսացը դեն է նետում $g_{\alpha\beta}, A_{\alpha}, \phi$ մեծությունների y-ից կախվածությունը, սկիզբ տալով $g_{\alpha\beta}^{(0)}$ գրավիտոնի, $A_{\alpha}^{(0)}$ ֆոտոնի և $\phi^{(0)}$ սկալյարի էֆեկտիվ, 4-աչափ, «ցածր էներգիական» տեսությանը: Ավելի բարձր չափերի դեպքում սկզբնական մետրիկայի և Կալուցա-Քլայնի անսացի միջև կապն այսքան պարզ չի ստացվում:

Կարևոր է նշել «հիմնական վիճակի մետրիկա» $\hat{g}_{AB}$-ի՝ $\hat{g}_{AB}(x,y)$-ի վակուումային միջինը լինելու հանգամանքը, որը որոշում է կոմպակտ տարածության տոպոլոգիան: 5-աչափ դեպքում, որտեղ տոպոլոգիան $M^4 \times S^1$ է, վերջին դիտարկումը կընդունի

$$(\langle \hat{g}_{AB} \rangle) = \begin{pmatrix} \eta_{\alpha\beta} & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{15}$$

տեսքը, որտեղ $\eta_{\alpha\beta}$-ն Մինկովսկու 4-աչափ տարածության մետրիկան է:

Գրականություն

[1] J.M. Overduin, P.S. Wesson, Kaluza-Klein gravity, Physics Reports Volume 283, Issues 5–6, April 1997, Pages 303-378