

تمرین شماره ۳ درس ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

۱- چگونه می‌توان با استفاده از یک صف اولویت (priority-queue)، یک صف معمولی (که عناصر به همان ترتیبی که درج شده‌اند، از صف بیرون خواهند آمد که به FIFO معروف است) را پیاده‌سازی کرد. (۱ نمره)

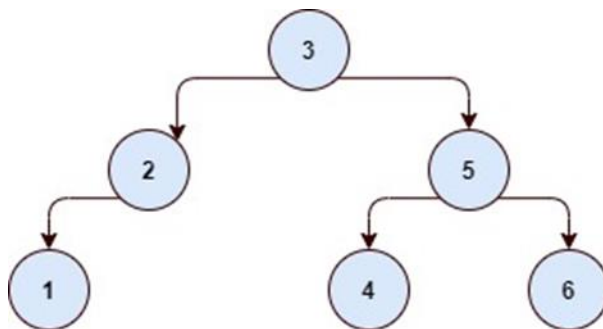
۲- فرض کنید تعداد درخت‌های دودویی جستجوی مختلفی را که برای n عدد متفاوت می‌توان ساخت را با t_n نمایش بدهیم. یک رابطه بازگشتی برای محاسبه t_n بر اساس t_1 تا t_{n-1} ارائه دهید (توضیح دهید که چرا می‌توان t_n را اینگونه حساب کرد). (۱ نمره)

۳- به توجه به ساختار درخت جستجوی دودویی، درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را با ارائه دلیل بررسی کنید.

الف) اگر عنصر x که قبلاً در درخت وجود نداشته است را اضافه کنیم و سپس بلافاصله آن را از درخت حذف کنیم، ساختار درخت نهایی با درخت ابتدایی (قبل از این عملیات) یکسان خواهد بود. (۱ نمره)

ب) اگر ابتدا عنصر x و سپس عنصر y را به درخت اضافه کنیم، ساختار نهایی درخت با حالتی که اول y و سپس x را اضافه کنیم یکسان خواهد بود. (۱ نمره)

۴- درخت قرمز-سیاه زیر چند حالت معتبر برای رنگ آمیزی دارد؟ آن‌ها را رنگ آمیزی کنید و بیان کنید که چرا حالت‌های دیگری به جز جوابتان وجود ندارد. (۱ نمره)



۵- الگوریتمی ارائه دهید که در زمان خطی $O(n)$ بررسی کند که آیا یک درخت دودویی، درخت جستجو دودویی نیز هست یا خیر. (۱ نمره)

۶- کلیدهای ۳، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۷، ۳۳ را به همین ترتیب از راست به چپ در یک درخت قرمز-سیاه خالی درج کنید. درخت حاصل را پس از درج در هر مرحله رسم کرده و شرح دهید که کدام حالت درج رخ می‌دهد. (۱ نمره)

۷- فرض کنید دو لیست پیوندی داریم که طول اولی m و دومی n است (نمی‌دانیم که $n < m$ است یا برعکس). همچنین می‌دانیم که این دو لیست پیوندی از یک گره خاص به بعد یکسان هستند (مقادیر یکسان دارند). الگوریتمی ارائه دهید که در زمان $O(m+n)$ اولین گره مشترک این دو لیست پیوندی را که از آنجا یکسان هستند، پیدا کند. (۱ نمره)

۸- یک درخت قرمز سیاه که با درج n گره توسط الگوریتم درج بیان شده در کلاس به وجود آمده را در نظر بگیرید. ثابت کنید که اگر $n > 1$ باشد، درخت حداقل یک گره قرمز دارد. (۱ نمره)

۹- الگوریتمی ارائه دهید که بدون استفاده از هیچ حافظه اضافه‌ای، یک پشته پیاده‌سازی شده با آرایه را در زمان $O(n)$ برعکس کند. (۱ نمره)

۱۰- تمرین برنامه‌نویسی قرار داده شده در سایت کوئرا. (۱۰ نمره)