

به نام خدا

تمرین ششم مدارهای منطقی

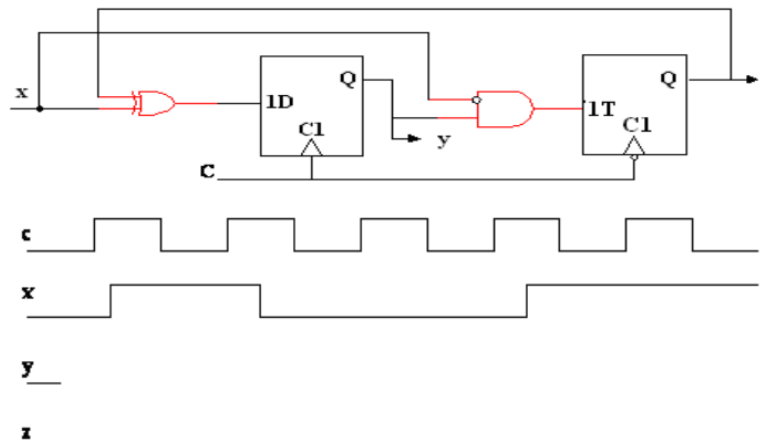
چمران معینی

۹۹۳۱۰۵۳

■ بخش دوم: سوالات اصلی

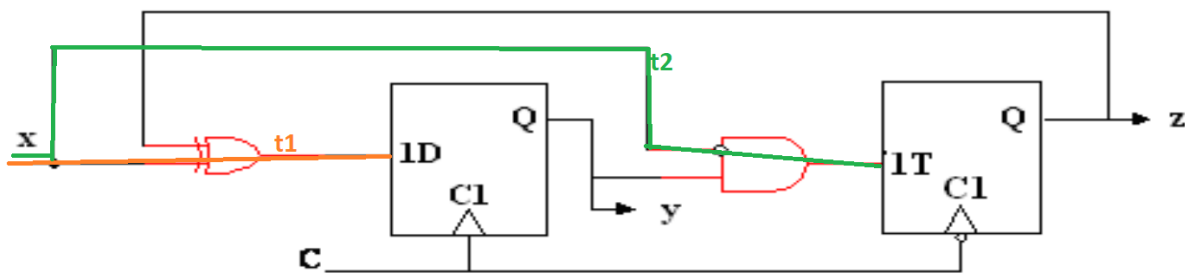
۱. با فرض ۱ نانوثانیه تاخیر برای هر گیت ترکیبی، ۲ نانوثانیه تاخیر برای هر فلیپ‌فلاپ، ۲ نانوثانیه زمان setup و ۱ نانوثانیه زمان hold به سوالات زیر پاسخ دهید. (توجه کنید که لبه فعال فلیپ‌فلاپ‌ها با هم متفاوت است).

الف) حداکثر فرکانس کلاک مدار زیر چقدر است؟
ب) دیاگرام زمانی خروجی‌های Y و Z را رسم کنید. (۴۰ نمره)



(الف)

حداکثر فرکانس کلاک هنگامی به دست می‌آید که دوره‌ی کلاک، کم‌ترین مقدار را داشته باشد. پس باید محاسبه کنیم که حداقل مقدار مجاز برای هر دوره‌ی کلاک، چقدر است.



$$t_1 = t_{cq} + t_{xor} + t_{setup} = 2 + 1 + 2 = 5 \text{ ns}, \quad t_2 = t_{cq} + t_{and} + t_{setup} = 2 + 1 + 2 = 5 \text{ ns},$$

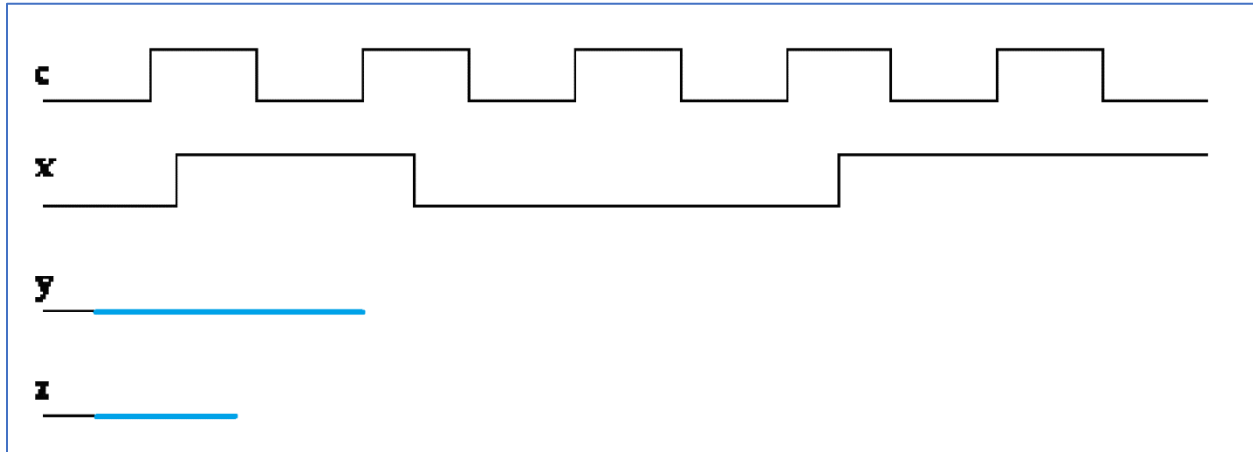
$$T_{min} = t_1 + t_2 = 10 \text{ ns}$$

$$f_{max} = \frac{1}{T_{min}} = \frac{1}{10 \text{ ns}} = \frac{1}{10^{-8}} = 10^8 \text{ s}$$

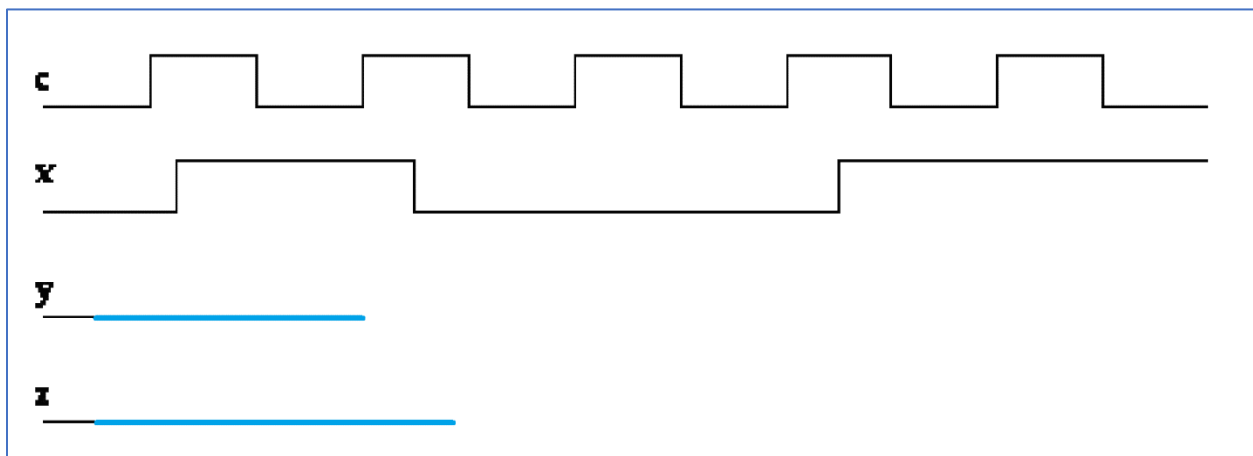
(ب)

در لحظه‌ی صفرم، تمام مقادیر صفر هستند.

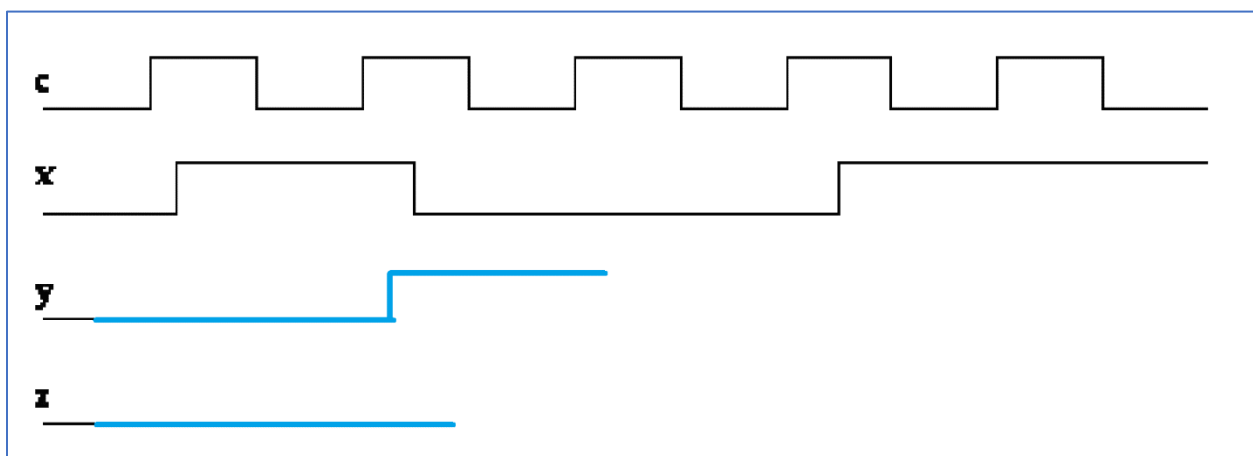
هر دو ورودی گیت XOR برابر با صفر هستند، پس خروجی آن (ورودی فلیپ‌فلاپ چپی) برابر با صفر است، پس با رسیدن به لبه‌ی بالارونده‌ی کلاک، خروجی فلیپ‌فلاپ یعنی y برابر با ورودی آن (که گفتیم صفر است) خواهد شد. می‌دانیم که این مقدار، تا رسیدن به لبه‌ی بالارونده‌ی بعدی، نمی‌تواند تغییری داشته باشد.



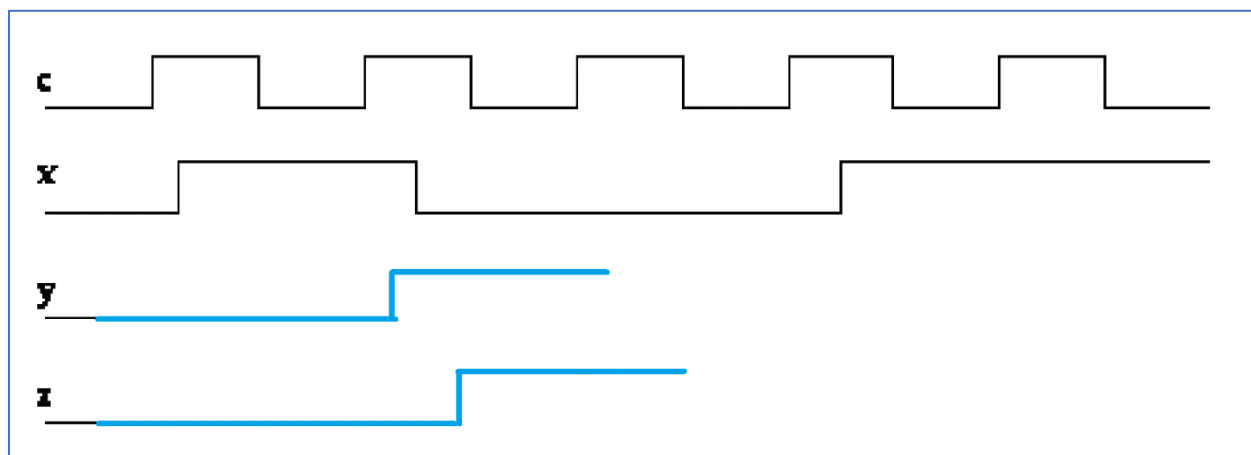
ورودی‌های گیت and هم، یکی‌شان y است که تا وقتی صفر باشد، ورودی فلیپ‌فلاپ سمت راستی هم برابر صفر خواهد ماند، پس با رسیدن به لبه‌ی پائین‌رونده، همچنان مقدار z برابر با صفر خواهد بود و تا لبه‌ی پائین‌رونده بعدی هم همین مقدار را خواهد داشت.



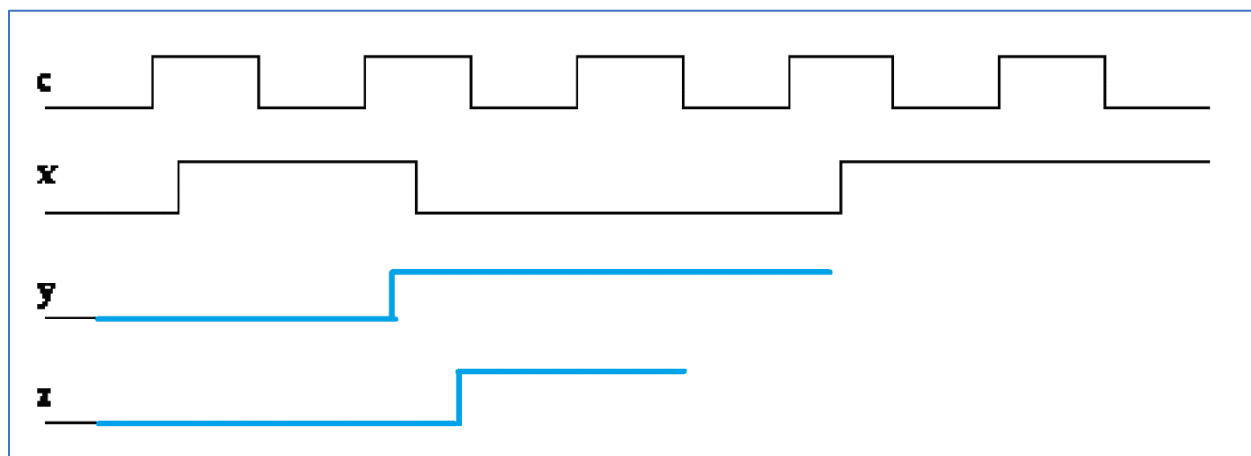
در لبه‌ی بالارونده‌ی بعدی، می‌بینیم که مقدار x برابر با ۱ است و مقدار z برابر با صفر است، در نتیجه خروجی $1 \text{ xor } 0$ برابر با یک خواهد شد و مقدار خروجی این فلیپ‌فلاپ یعنی y با کمی تأخیر برابر با ۱ می‌شود و تا لبه‌ی بالارونده‌ی بعدی، همین مقدار را خواهد داشت.



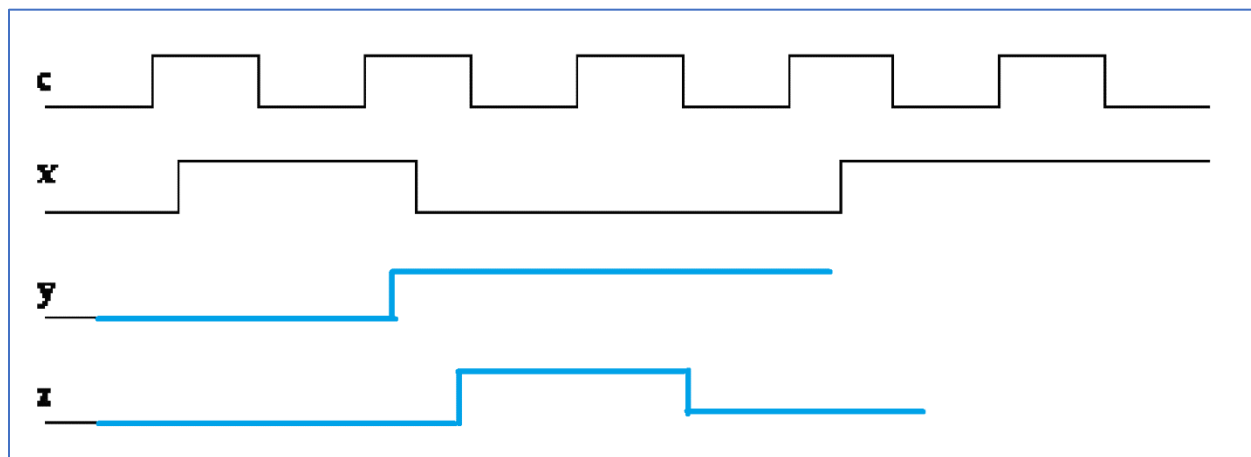
به لبه‌ی پائین‌رونده می‌رسیم. مقدار x برابر با صفر است، پس ورودی x' در گیت and برابر با یک می‌شود. ورودی دیگر گیت and برابر است با y که می‌دانیم در لبه‌ی پائین‌رونده بی‌تغییر است و همچنان یک است، در نتیجه z که برابر است با $1 \text{ and } 1$ برابر با ذره‌ای تاخیر یک می‌شود و تا لبه‌ی پائین‌رونده‌ی بعدی این مقدار را نگاه خواهد داشت.



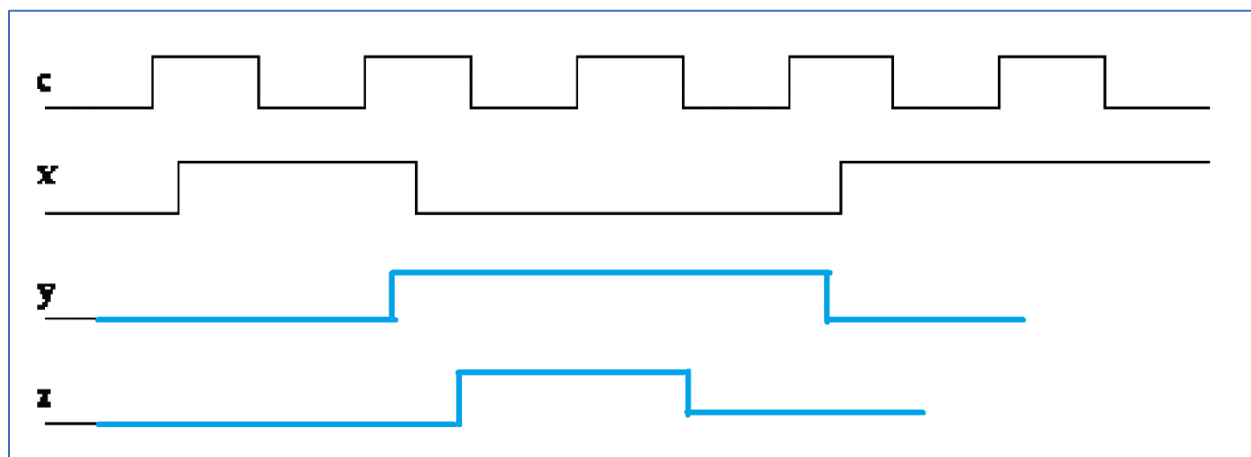
در لبه‌ی بالا رونده‌ی بعدی، براساس $x = 0, z = 1$ و ورودی فلیپ‌فلاپ که برابر است با $1 \text{ xor } 0 == 1$ ، پس مقدار y تا لبه‌ی بالا رونده‌ی بعدی، یک می‌ماند.



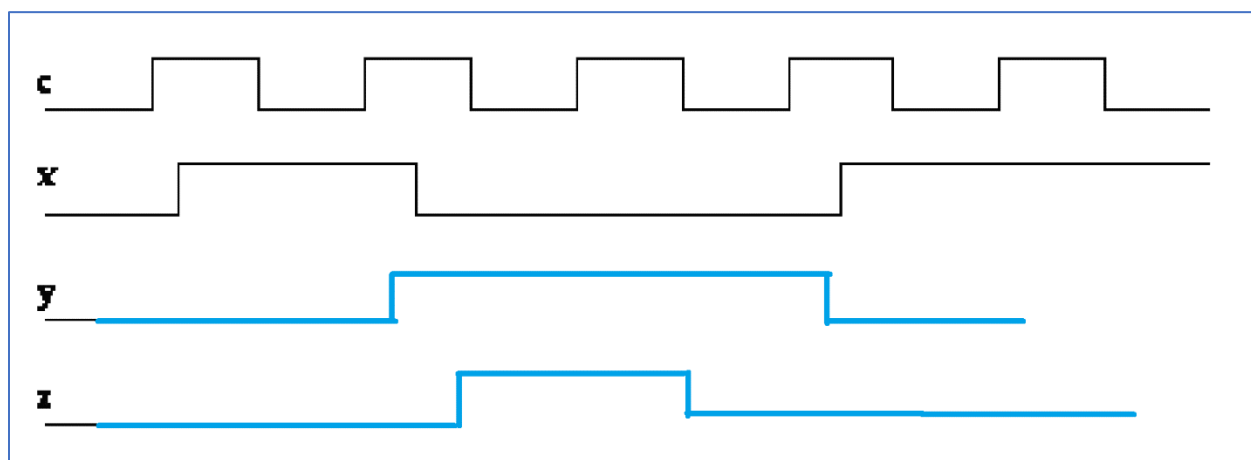
سراغ بررسی z در لبه‌ی پائین‌رونده می‌رویم. مقدار این لبه، ۱ بوده، پس مقدار بعدی آن، نات مقدار جدید ورودی خواهد بود. می‌بینیم که تغییری در x و y ایجاد نشده، پس ورودی آن مشابه قبل یک است، پس خروجی جدید صفر خواهد شد.



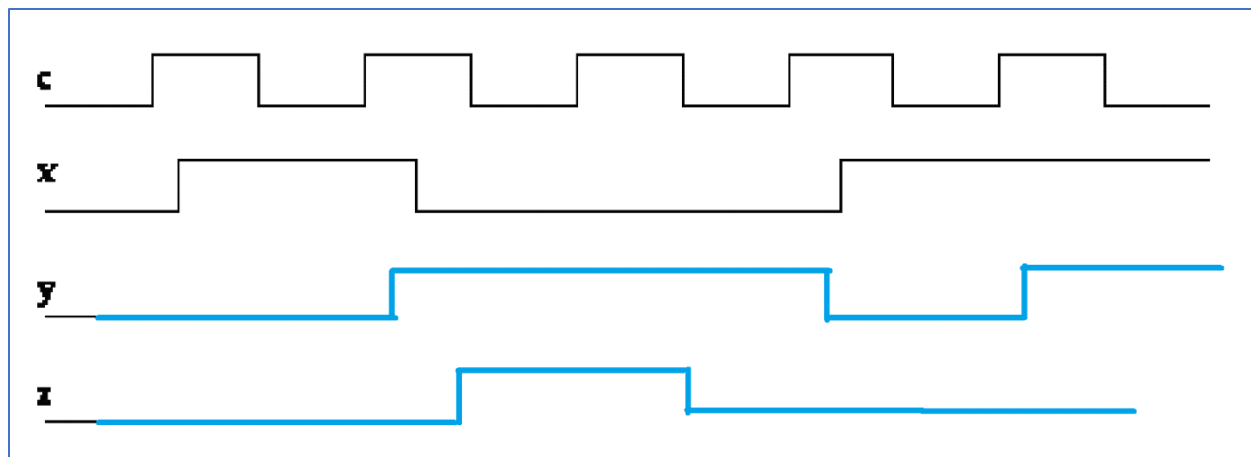
سراغ DFF و لبه‌ی بالارونده می‌رویم. چون $0 \text{ xor } 0 == 0$ ، پس مقدار آن صفر خواهد شد.



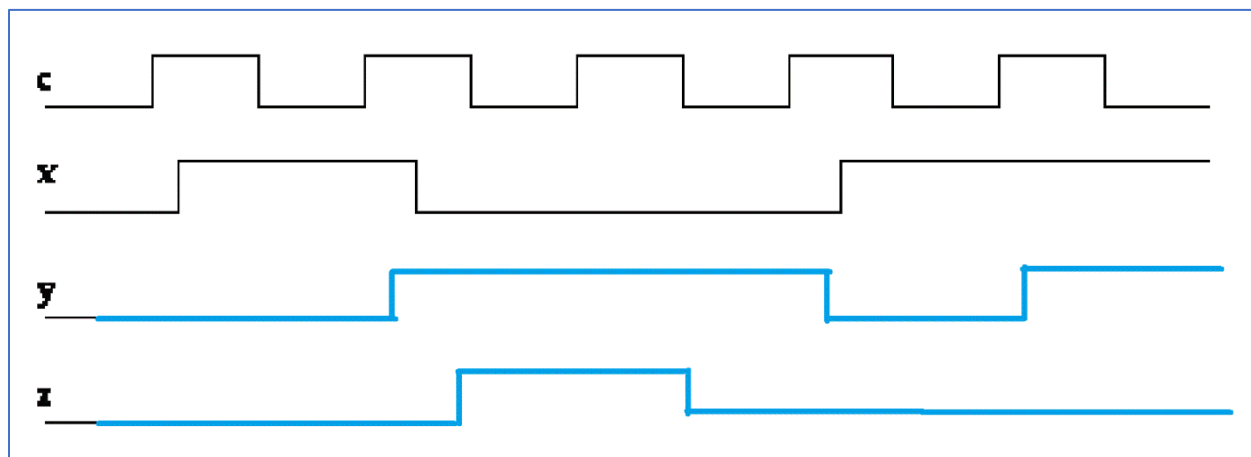
مقدار TFF هم، با رسیدن لبه‌ی پایین‌رونده تغییر نمی‌کند، زیرا **y** صفر است، که باعث می‌شود ورودی صفر شود و خروجی ثابت بماند.



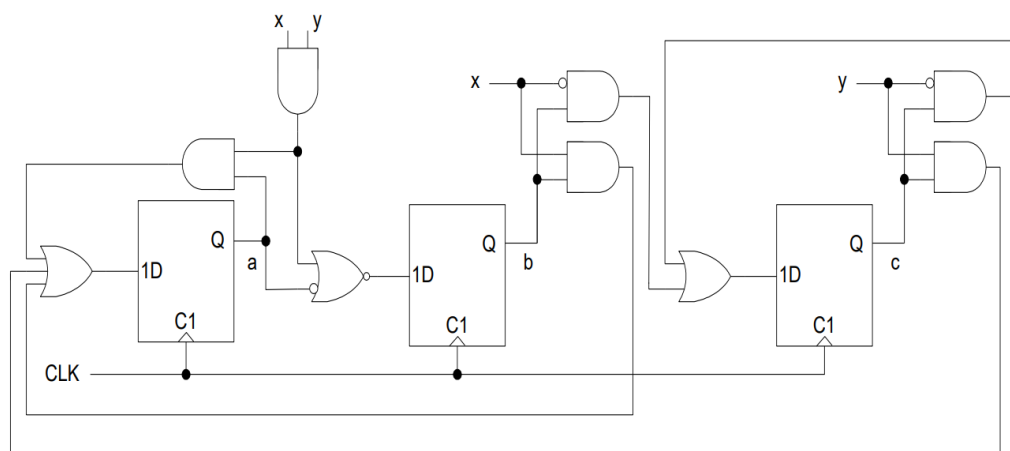
در لبه‌ی بالارونده‌ی بعدی، مقدار **y** برابر با یک می‌شود، زیرا **x** برابر با یک شده و $1 \text{ xor } 0 == 1$ ، پس ورودی یک می‌شود.



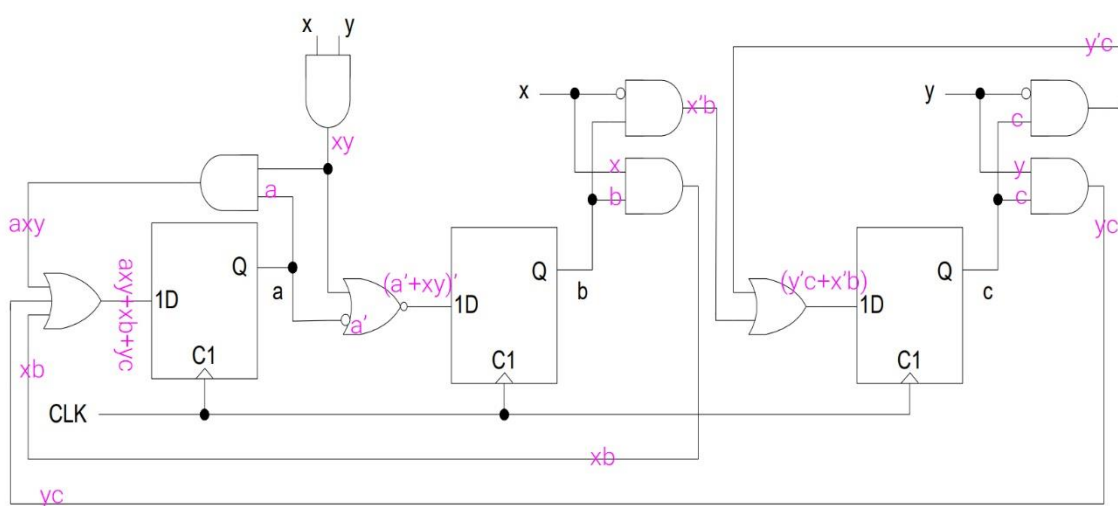
در آخرین لبه‌ی پائین‌رونده نیز، چون X برابر با یک است، پس X' برابر با صفر می‌شود، ورودی دی‌فلیپ‌فلاپ هم صفر می‌شود و مدار مقدار قبلی را نگه می‌دارد.



۲. دیاگرام حالت مدار زیر را رسم کنید. (۳۰ نمره)



۲. دیاگرام حالت مدار زیر را رسم کنید. (۳۰ نمره)



$$a^+ = axy + xb + yc$$

$$b^+ = (a' + xy)' \rightarrow DeMorgan \rightarrow b^+ = a(xy)' \rightarrow DeMorgan \rightarrow b^+ = a(x' + y')$$

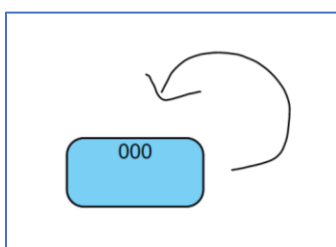
$$\rightarrow b^+ = ax' + ay'$$

$$c^+ = y'c + x'b$$

از حالتی که abc برابر با ۰۰۰ باشد، شروع می‌کنیم:

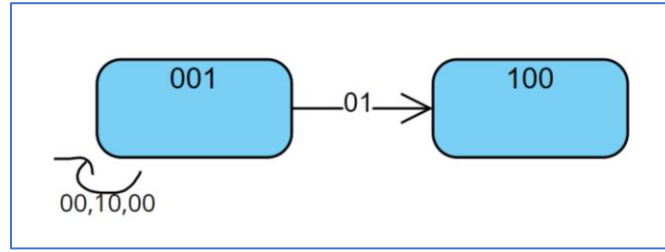
$$a^+ = 0xy + 0x + 0y = 0, \quad b^+ = 0(x' + y') = 0, \quad c^+ = y'0 + x'0 = 0$$

پس تکه‌ای از دیاگرام مان به این شکل خواهد بود:



حال به سراغ بررسی حالت 001 می‌رویم.

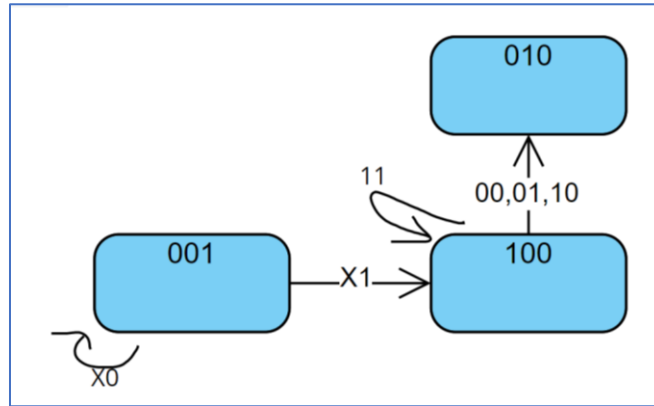
$$a^+ = 0xy + 0x + 1y = y, \quad b^+ = 0(x' + y') = 0, \quad c^+ = y'1 + x'0 = y'$$



حالت‌های 100 را بررسی می‌کنیم:

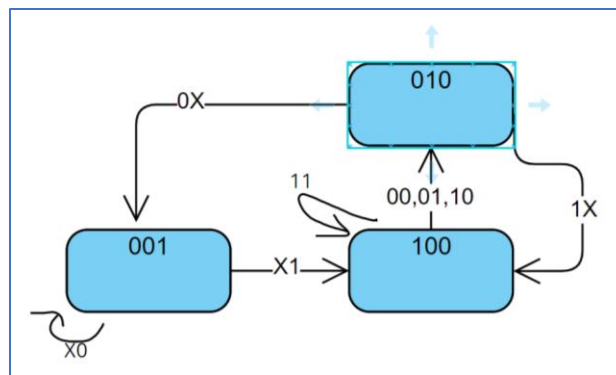
$$a^+ = 1xy + 0x + 0y = xy, \quad b^+ = 1(x' + y') = x' + y', \quad c^+ = y'0 + x'0 = 0$$

(در مورد حالت 001 اشتباهی در دیاگرام وجود داشت که الان متوجه آن شدم و از این جا به بعد تصحیح شده است.)



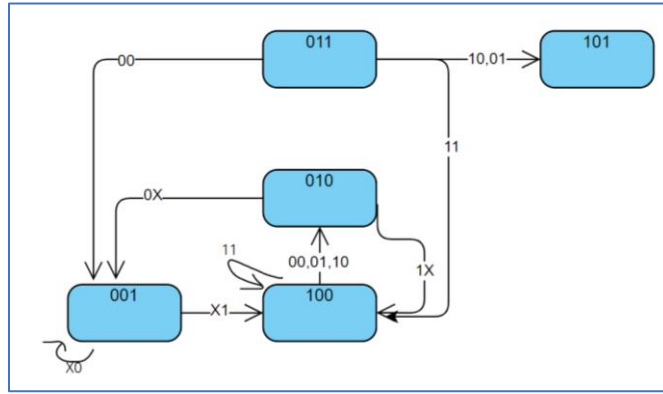
حالت‌های 010 را بررسی می‌کنیم:

$$a^+ = 0xy + 1x + 0y = x, \quad b^+ = 0(x' + y') = 0, \quad c^+ = y'0 + x'1 = x'$$



حالت جدیدی ایجاد نشد که به بررسی آن بپردازیم. پس بر حسب ترتیب، پس از 000 و 001 و 010، سراغ 011 می‌رویم.

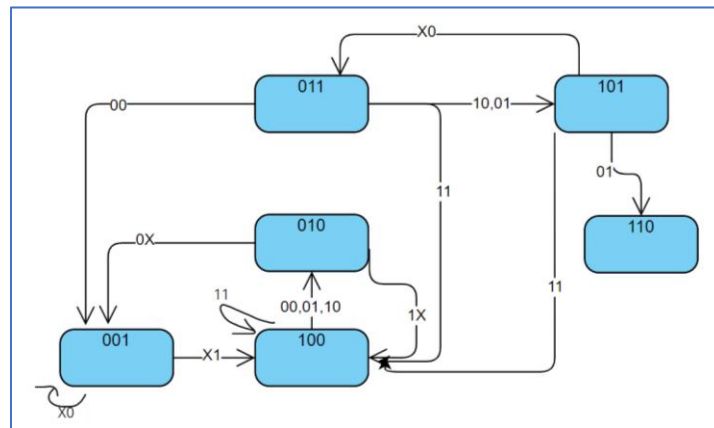
$$a^+ = 0xy + 1x + 1y = x + y, \quad b^+ = 0(x' + y') = 0, \quad c^+ = y'1 + x'1 = x' + y'$$



حال ۱۰۱ را بررسی می کنیم:

$$a^+ = 1xy + 0x + 1y = xy + y = y, \quad b^+ = 1(x' + y') = x' + y', \quad c^+ = y'1 + x'0 = y'$$

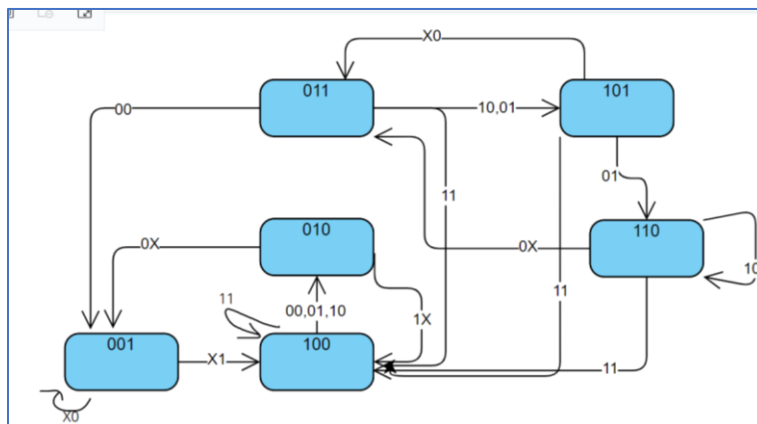
$$00 \rightarrow 011, \quad 01 \rightarrow 110, \quad 10 \rightarrow 011, \quad 11 \rightarrow 100$$



حالت ۱۱۰ را بررسی می کنیم:

$$a^+ = 1xy + 1x + 0y = xy + x = x, \quad b^+ = 1(x' + y') = x' + y', \quad c^+ = y'0 + x'1 = x'$$

$$00 \rightarrow 011, \quad 01 \rightarrow 011, \quad 10 \rightarrow 110, \quad 11 \rightarrow 100$$

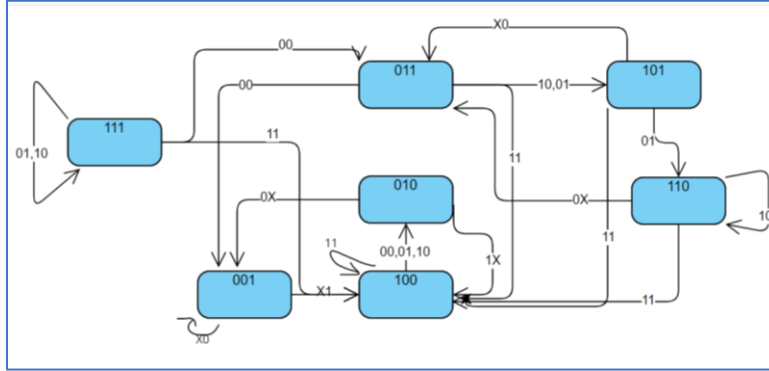


فقط حالت 111 باقی مانده است که آن را هم بررسی می کنیم:

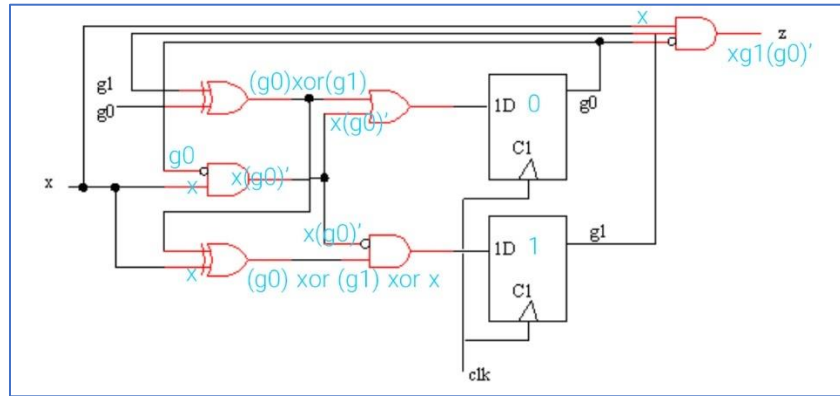
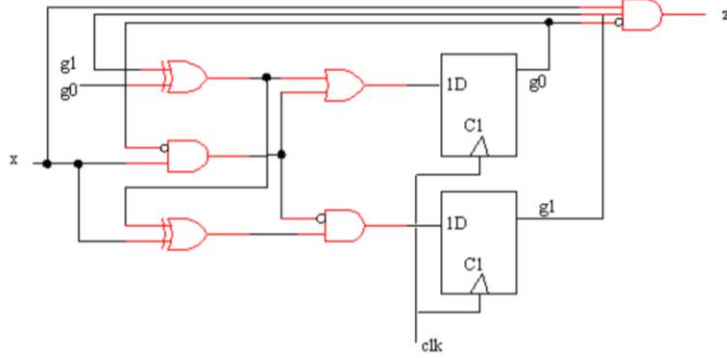
$$a^+ = 1xy + 1x + 1y = xy + x + y = x + y, \quad b^+ = 1(x' + y') = x' + y',$$

$$c^+ = y'1 + x'1 = x' + y'$$

$$00 \rightarrow 011, \quad 01 \rightarrow 111, \quad 10 \rightarrow 111, \quad 11 \rightarrow 100$$



۳. جدول حالت، دیاگرام حالت و معادله خروجی Z را در مدار زیر بدست آورید. نوع این مدار (میلی یا مور) را تعیین کنید. (۵۰ نمره)



می بینیم که X مستقیماً به خروجی متصل است، پس مدارمان میلی است.

$$z = xg_0'g_1$$

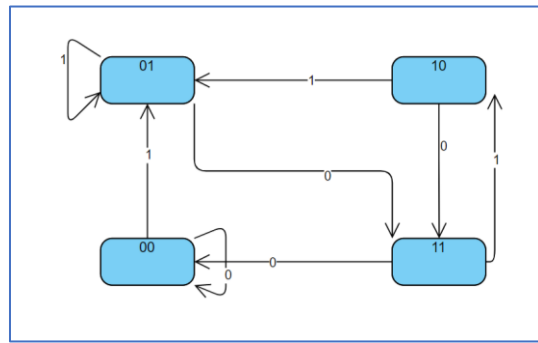
$$D_0 \cong g_0^+ = (g_0 \oplus g_1) + (xg_0')$$

$$D_1 \cong g_1^+ = (xg_0')'(g_0 \oplus g_1 \oplus x) \rightarrow \text{DeMorgan} \rightarrow g_1^+ = (x' + g_0)(g_0 \oplus g_1 \oplus x)$$

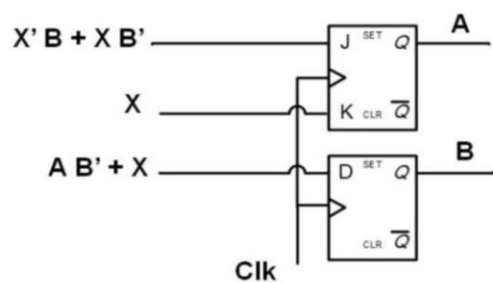
مشابه معادله‌ی زیر را برای تمام سطرهای جدول می نویسیم تا *next state* ها را محاسبه کنیم:

$$x = 0, g_0 = 0, g_1 = 0 \rightarrow g_0^+ = (0 \oplus 0) + (1 * 0) = 0 \rightarrow g_1^+ = (1 + 0)(0 \oplus 0 \oplus 0) = (1)(0) = 0$$

x	g_1	g_0	g_1^{++}	g_0^{++}	z
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	0	0



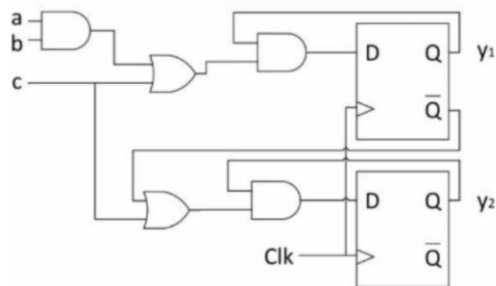
۴. نمودار حالت مدار زیر را رسم کنید. (۲۰ نمره)



$$Z = ABX'$$

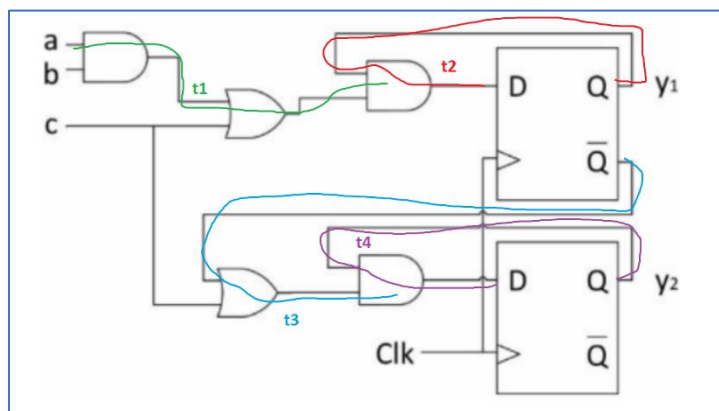
A	B	X	$X \text{ xor } B$	$AB' + X$	$A++$	$B++$	Z
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1	1	0
1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	0	1	0	1	0

۵. ماکزیمم فرکانس کلاک برای مدار زیر را پیدا کنید. تاخیر هر کدام از گیت‌های AND و OR را ۰.۲۵ نانوثانیه در نظر بگیرید. همچنین برای فلیپ‌فلاپ‌ها زمان تاخیر کلاک به Q به t_{cq} را ۰.۵ نانوثانیه و زمان‌های $setup$ و $hold$ را به ترتیب ۰.۱ نانوثانیه و ۰.۲۵ نانوثانیه فرض کنید. (فرض کنید که زمان کلاک به Q و \bar{Q} برابرند.) (۲۰ نمره)



$$f_{MAX} = \frac{1}{T_{MIN}} \rightarrow T_{MIN} = ?$$

$$T_{MIN} = (\max(t_1, t_2, t_3, t_4)) + t_{setup} + t_{cq}$$



$$t_1 = t_{and} + t_{or} = 0.5 \text{ ns}$$

$$t_2 = t_{and} = 0.25 \text{ ns}$$

$$t_3 = t_{or} = 0.25 \text{ ns}$$

$$t_4 = t_{and} = 0.25 \text{ ns}$$

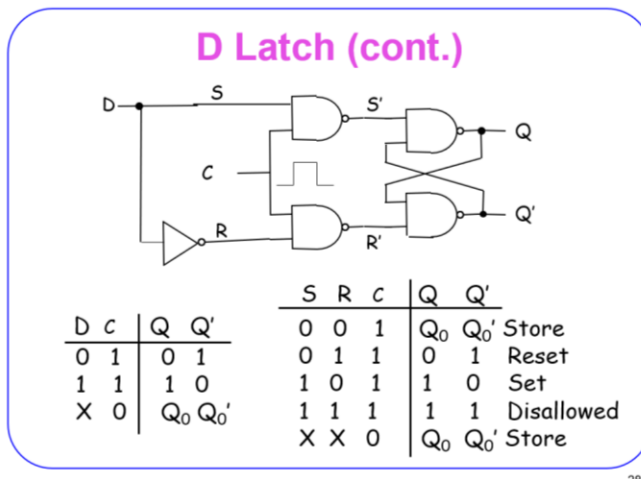
$$T_{MIN} = (\max(t_1, t_2, t_3, t_4)) + t_{setup} + t_{cq} = 0.5 + 0.5 + 0.25 = 1.25 \text{ ns}$$

$$f_{MAX} = \frac{1}{T_{MIN}} = \frac{1}{1.25 \text{ ns}} = \frac{10^9}{1.25} = 8 * 10^8 \text{ s}$$

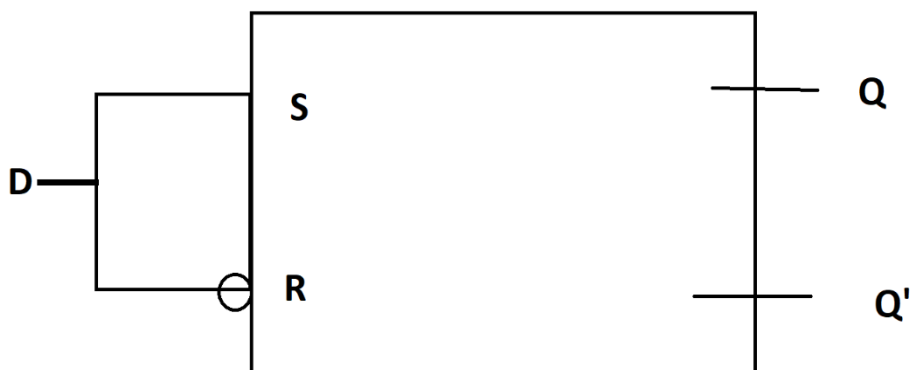
۶. الف) با استفاده از فلیپ‌فلاپ SR و وارون‌کننده یک فلیپ‌فلاپ D بسازید.

ب) اگر تاخیر انتشار (propagation delay) و setup time در فلیپ‌فلاپ SR بخش الف به ترتیب برابر ۲.۵ نانوثانیه و ۱.۵ نانوثانیه باشد، همچنین تاخیر وارون‌کننده برابر ۱ نانوثانیه باشد تاخیر انتشار و setup time در فلیپ‌فلاپ D را محاسبه کنید. (۳۰ نمره)

الف) طبق ارائه‌های درس، این کار را می‌توان به این شکل انجام داد:



که آن را می‌توان به این شکل نیز نشان داد:

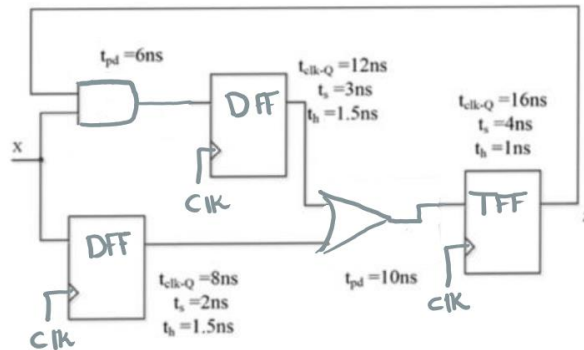


ب)

می‌دانیم که تاخیر انتشار تغییری نخواهد کرد، اما *SETUP TIME* با تاخیر نانوثانیه جمع خواهد شد، که مشخصاً جواب برابر با ۲.۵ نانوثانیه خواهد شد.

■ بخش سوم: سوالات امتیازی

۷. حداقل دوره تناوب سیگنال ساعت مدار سنکرون شکل زیر را برای عملکرد صحیح آن بیابید. (۳۰ نمره)



حداقل دوره‌ی تناوب، باید برابر با حداکثر زمان مورد نیاز هریک از فلیپ‌فلاپ‌ها باشد، پس این مقادیر را محاسبه می‌کنیم و مقدار حداکثر را انتخاب می‌کنیم:

(فلیپ فلاپ D بالایی را ۱، و پایینی را ۲ می‌نامیم)

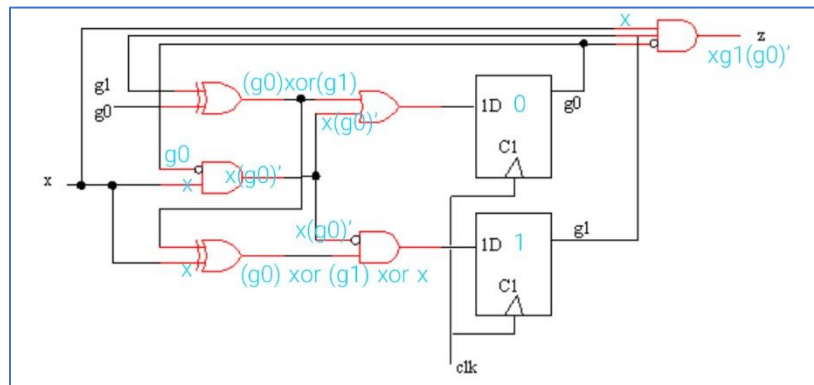
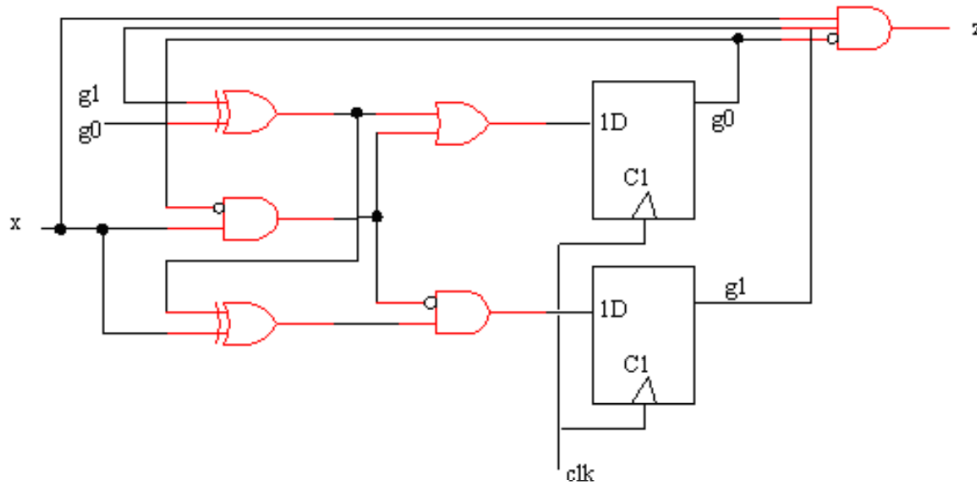
$$t_{DFF1} = t_{setup} = 2 \text{ ns}$$

$$t_{DFF1} = t_{pd_{and}} + t_{setup} + t_{ckl-Q_{TFF}} = 6 + 3 + 16 = 25 \text{ ns}$$

$$t_{TFF} = \max(t_{ckl-Q_{DFF1}}, t_{ckl-Q_{DFF2}}) + t_{pd_{or}} + t_{setup} = 12 + 10 + 4 = 26 \text{ ns}$$

مشخص است که حداقل دوره‌ی تناوب، می‌تواند ۲۶ نانوثانیه باشد.

۳. جدول حالت، دیاگرام حالت و معادلات خروجی Z را در مدار زیر بدست آورید. نوع این مدار (میلی یا مور) را تعیین کنید. (۵۰ نمره)



$$z = xg_0'g_1$$

می‌بینیم که X مستقیماً به خروجی متصل است، پس مشخص است که مداری میلی است.

$$D_0 \cong g_0^+ = (xg_0') + (g_0 \oplus g_1)$$

$$D_1 \cong g_1^+ = (xg_0')'(g_0 \oplus g_1 \oplus x) \rightarrow \text{DeMorgan} \rightarrow (x' + g_0)(g_0 \oplus g_1 \oplus x)$$

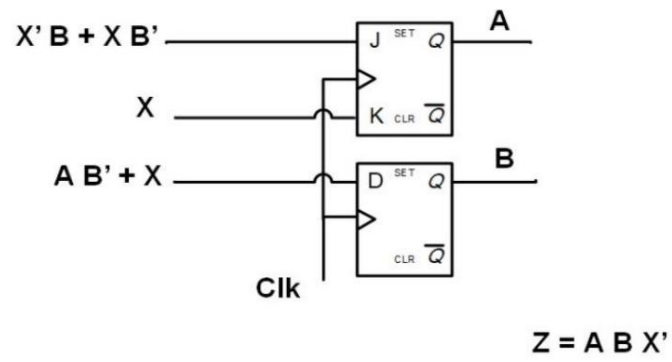
مطابق معادله‌ی زیر را برای همه‌ی سطرهای جدول می‌نویسیم:

$$x = 0, g_0 = 0, g_1 = 0 \rightarrow \cdot \cdot \times +$$

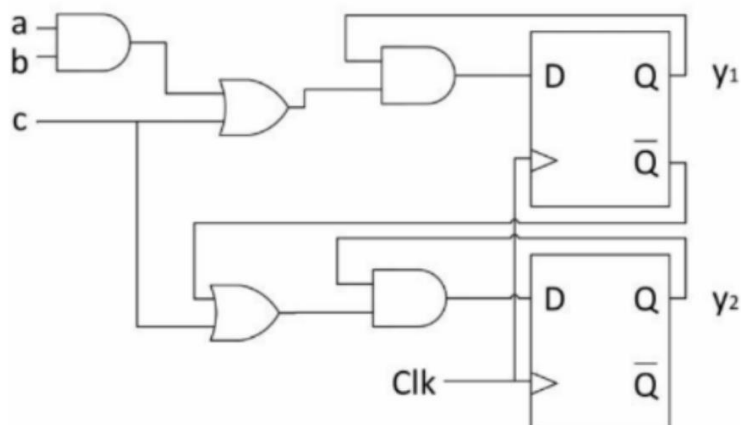
x	g_0	g_1	g_0^+	g_1^+	z
0	0	0			0
0	0	1			0
0	1	0			0
0	1	1			0
1	0	0			
1	0	1			
1	1	0			

<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>			
-----------------	-----------------	-----------------	--	--	--

۴. نمودار حالت مدار زیر را رسم کنید. (۲۰ نمره)



۵. ماکزیمم فرکانس کلاک برای مدار زیر را پیدا کنید. تاخیر هر کدام از گیت‌های AND و OR را ۰.۲۵ نانوثانیه در نظر بگیرید. همچنین برای فلیپ‌فلاپ‌ها زمان تاخیر کلاک به Q (t_{cq}) را ۰.۵ نانوثانیه و زمان‌های hold و setup را به ترتیب ۰.۱ نانوثانیه و ۰.۲۵ نانوثانیه فرض کنید. (فرض کنید که زمان کلاک به Q و کلاک به \bar{Q} برابرند). (۲۰ نمره)



۴. الف) با استفاده از فلیپ‌فلاپ SR و وارون‌کننده یک فلیپ‌فلاپ D بسازید.

ب) اگر تاخیر انتشار (propagation delay) و setup time در فلیپ‌فلاپ SR بخش الف به ترتیب برابر ۲.۵ نانوثانیه و ۱.۵ نانوثانیه باشد، همچنین تاخیر وارون‌کننده برابر ۱ نانوثانیه باشد تاخیر انتشار و setup time در فلیپ‌فلاپ D را محاسبه کنید. (۳۰ نمره)

■ بخش سوم: سوالات امتیازی

۷. حداقل دوره تناوب سیگنال ساعت مدار سنکرون شکل زیر را برای عملکرد صحیح آن بیابید. (۳۰ نمره)

