

**Titre :** Inférence Profonde pour la Démonstration Graphique de Théorèmes

**Mots clés :** Assistants de preuve, Théorie de la démonstration, Interfaces humain-machine, Mathématiques formelles, Inférence profonde, Manipulation directe

**Résumé :** Les assistants de preuve sont des logiciels permettant de vérifier rigoureusement des raisonnements mathématiques. Ils peuvent être généraux (comme Coq, Lean, Isabelle...) ou plus spécialisés (comme EasyCrypt). Ils permettent un niveau de précision qui certifie qu'aucune erreur ne peut se produire, mais restent difficiles d'utilisation.

Nous proposons un nouveau paradigme de construction de preuves formelles par actions effectuées dans une interface graphique, afin de permettre une utilisation plus confortable et plus intuitive. Intitulé Proof-by-Action, notre paradigme s'appuie sur des principes de manipulation directe, combinant des techniques d'interactions anciennes (Proof-by-Pointing) et récentes (Proof-by-Linking) qui exploitent les dernières avancées en théorie de la démonstration par inférence profonde. Nous implantons le paradigme dans un prototype d'interface graphique appelé Actema, que nous intégrons par la suite à l'assistant de preuves Coq en développant le plugin coq-actema. Puis nous explorons une série de systèmes d'inférence profonde qui donnent plus de structure à la notion de but logique. Ces systèmes ont en commun de pouvoir représenter les buts de deux

manières alternatives : soit textuellement au travers d'une syntaxe inductive standard, soit graphiquement à l'aide d'une notation métaphorique adaptée à la manipulation directe.

La première famille de systèmes, appelée calculs de bulles, est une reformulation topologique de la théorie des séquents imbriqués. Elle permet un partage efficace des hypothèses et conclusions entre sous-buts, facilitant la factorisation des étapes de raisonnement avant et arrière. Le second système, appelé calcul des fleurs, est un raffinement intuitionniste de la théorie des graphes existentiels de C. S. Peirce. Les deux types de systèmes sont démontrés analytiques et complètement réversibles, ce qui les rend adaptés à des techniques d'automatisation de la preuve.

Nous développons finalement le Flower Prover, un second prototype d'interface graphique pour la construction interactive de démonstrations basé sur le calcul des fleurs. Une caractéristique innovante du Flower Prover est l'adéquation de son interface aux appareils mobiles modernes, grâce à sa mise en page adaptative et à son support de première classe pour les interactions tactiles.

**Title :** Deep Inference for Graphical Theorem Proving

**Keywords :** Proof assistants, Proof theory, Human-computer interfaces, Formal mathematics, Deep inference, Direct manipulation

**Abstract :** Proof assistants are software systems that allow for the precise checking of mathematical reasoning. They can be general purpose (like Coq, Lean, Isabelle...) or more specialized like EasyCrypt. They enable a level of accuracy which certifies that no error can occur, but remain difficult to use.

We propose a new paradigm for constructing formal proofs through actions performed in a graphical user interface (GUI), in order to enable a more comfortable and intuitive use. Dubbed Proof-by-Action, our paradigm builds upon direct manipulation principles, combining both old (Proof-by-Pointing) and new (Proof-by-Linking) interaction techniques that exploit recent advances in deep inference proof theory. We implement the paradigm in a web-based GUI called Actema, which we subsequently integrate into the Coq proof assistant by developing the coq-actema plugin. We then explore a series of deep inference proof systems that give more structure to the notion of logical goal. These systems share the ability to represent goals in two alternative ways : either textually through

a standard inductive syntax, or graphically using a metaphorical notation well-suited to direct manipulation. The first family of systems, called bubble calculi, is a topological reformulation of the theory of nested sequents. It allows for efficient sharing of hypotheses and conclusions among subgoals, facilitating the factorization of both forward and backward proof steps. The second system, called flower calculus, is an intuitionistic refinement of C. S. Peirce's theory of existential graphs. It is thus purely diagrammatic : there are no symbolic connectives involved in the representation of logical statements. Both types of systems are shown to be analytic and fully invertible, making them amenable to proof automation techniques.

We finally go back to practical experimentation by designing and implementing the Flower Prover, another web-based GUI for interactive proof building based on the flower calculus. An innovative feature of the Flower Prover is that it works well on modern mobile devices, thanks to its responsive layout and first-class support for touch interactions.

