

92(2) (i) $\cos(A + B)$ සඳහා සම්මත සූත්‍රය යොදා, $\cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$ බව පෙන්වන්න.

$\cos 2\theta \cdot \tan \theta + \sin \theta = 0$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

$2\cos^2 \theta - 2\cos^2 2\theta \equiv \cos 2\theta - \cos 4\theta$ ස්වසාමය සාධනය කර එනමින්, $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$\cos \frac{\pi}{5} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$ බව අපෝහනය කර $\cos \frac{3\pi}{5}$ සඳහා අගයක් ලබාගන්න.

(ii) $\tan(A - B) \equiv \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \cdot \tan B}$ ස්වසාමය සාධනය කරන්න.

x සඳහා පහත සඳහන් සමීකරණ විසඳන්න.

(a) $\tan x - \tan(x - \alpha) = \tan \alpha$, $\alpha \neq 0$

(b) $\tan^{-1} x + \tan^{-1}(2x) = \frac{\pi}{4}$

•) ආකලන සූත්‍ර •) ආදේශක ආශ්‍රයෙන් සුළුකිරීම් •) පරිවර්තක ස්වසාමය •) මූලික ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත

•) ත්‍රිකෝණමිතික ප්‍රකාශනයක සාධක සෙවීම •) $\sin \theta = \sin \alpha$ හි සාධාරණ විසඳුම් •) $\frac{n\pi}{6}$ කෝණ සඳහා වෘත්ත ශ්‍රිතවල

අගයන් •) ද්විත්ව කෝණ සූත්‍ර •) $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ •) $\cos \theta = \cos \alpha$ හි සාධාරණ විසඳුම් •) $a^2 - b^2$

•) $\left(\frac{n\pi}{2} \pm \theta\right)$ කෝණවල ත්‍රිකෝණමිතික සම්බන්ධතා •) මූලික ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිතවල ප්‍රස්ථාර සහ ඒවායේ ආවර්ත ගුණ

•) ව්‍යාකලන සූත්‍ර •) $\tan \theta = \tan \alpha$ හි සාධාරණ විසඳුම් •) ප්‍රතිලෝම ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත •) පරිමේය ශ්‍රිත සුළුකිරීම

(i)

$\cos(A + B)$ ආකලන සූත්‍රයෙහි, $A + B = 2\theta$ වන පරිදි A, B පදවලට සුදුසු θ අගයන් දෙකක් ආදේශ කොට සුළුකරමු

$$\cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B ; \text{ මෙහි } A = \theta, B = \theta \text{ ආදේශයෙන්}$$

$$\Rightarrow \cos(\theta + \theta) = \cos \theta \cdot \cos \theta - \sin \theta \cdot \sin \theta \quad \Rightarrow \cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

ඉහත ප්‍රකාශනයේ දකුණුපස පරිවර්තක ස්වසාමය භාවිතයෙන් සුළුකිරීමෙන් ලබාදී ඇති පිළිතුර වෙත එළඹෙමු

$$\Rightarrow \cos 2\theta = \cos^2 \theta - (1 - \cos^2 \theta) \quad \Rightarrow \cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1$$

ලබාදී ඇති සමීකරණයෙන් $\sin \theta$ පදයක් පොදු සාධකයක් ලෙස ඉවතට ගෙන අදාළ සමීකරණය සුළුකිරීම සඳහා, ප්‍රථමයෙන් එය මූලික ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත භාවිතයෙන් සුළුකරමු

$$\cos 2\theta \cdot \tan \theta + \sin \theta = 0 \quad \Rightarrow \cos 2\theta \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \sin \theta = 0 \quad \Rightarrow \cos 2\theta \cdot \sin \theta + \sin \theta \cdot \cos \theta = 0$$

$$\Rightarrow \sin \theta (\cos 2\theta + \cos \theta) = 0 \quad \Rightarrow \sin \theta = 0 \rightarrow (1) \quad \text{හෝ} \quad \cos 2\theta + \cos \theta = 0 \rightarrow (2)$$

$\frac{n\pi}{6}$ කෝණ සඳහා වෘත්ත ශ්‍රිතවල අගයන් හා $\sin \theta = \sin \alpha$ හි සාධාරණ විසඳුම් භාවිතයෙන් ඉහත (1) සමීකරණය සුළුකරමු

$$(1) \text{න්} \Rightarrow \sin \theta = 0 \quad \Rightarrow \sin \theta = \sin(0) \quad \Rightarrow \theta = n\pi ; \text{ මෙහි } n \in \mathbb{Z}$$

(2) සමීකරණයේ 2θ හා θ කෝණ පවතින බැවින්, ද්විත්ව කෝණ සූත්‍ර භාවිතයෙන් $\cos 2\theta$ පද $\cos \theta$ පදවලට පරිණාමනය කිරීමෙන් $\cos \theta$ හි වර්ගජ සමීකරණයක් සකස් කොට, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ භාවිතයෙන් එහි මූල අගයමු

$$(2) \text{න්} \Rightarrow (2\cos^2 \theta - 1) + \cos \theta = 0 \quad \Rightarrow 2\cos^2 \theta + \cos \theta - 1 = 0 \quad \Rightarrow \cos \theta = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(2)(-1)}}{2(2)}$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{4} \quad \Rightarrow \cos \theta = \frac{-1 \pm 3}{4} \quad \Rightarrow \cos \theta = -1 \rightarrow (3) \quad \text{හෝ} \quad \cos \theta = \frac{1}{2} \rightarrow (4)$$

$\frac{n\pi}{6}$ කෝණ සඳහා වෘත්ත ශ්‍රිතවල අගයන් හා $\cos \theta = \cos \alpha$ හි සාධාරණ විසඳුම් භාවිතයෙන් ඉහත (3),(4) සමීකරණ සුළුකරමු

$$(3) \text{න්} \Rightarrow \cos \theta = -1 \quad \Rightarrow \cos \theta = \cos(\pi) \quad \Rightarrow \theta = 2n\pi \pm \pi \quad \Rightarrow \theta = \pi(2n \pm 1) \quad ; \text{මෙහි } n \in \mathbb{Z}$$

$$(4) \text{න්} \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \cos \theta = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \quad \Rightarrow \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}(6n \pm 1) \quad ; \text{මෙහි } n \in \mathbb{Z}$$

ලබාදී ඇති ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාමායයේ දකුණුපසින් වම්පස වෙත ඵලශ්‍රීම සඳහා, $\cos 2\theta, \cos 4\theta$ පද ද්විත්ව කෝණ සූත්‍ර භාවිතයෙන් විභිද්වා සුළුකරමු.

$$\text{R. H. S} \equiv \cos 2\theta - \cos 4\theta \quad \Rightarrow \text{R. H. S} \equiv (2\cos^2 \theta - 1) - (2\cos^2 2\theta - 1)$$

$$\Rightarrow \text{R. H. S} \equiv 2\cos^2 \theta - 2\cos^2 2\theta \quad \Rightarrow \text{R. H. S} \equiv \text{L. H. S}$$

එනමින් බැවින්, ඉහත ප්‍රතිඵලය යොදා සාධනය කරමු

ඉහත සර්වසාමායයේ වම්පස වර්ග දෙකක අන්තරය භාවිතයෙන් සුළුකිරීමෙන් $(\cos \theta - \cos 2\theta)$ පදයක් සකසාගත හැකි බැවින්, $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5}$ ඇගයීම සඳහා ප්‍රථමයෙන් එම සර්වසාමායයේ θ සඳහා සුදුසු π අගයක් ආදේශ කොට සුළුකරමු

$$2\cos^2 \theta - 2\cos^2 2\theta \equiv \cos 2\theta - \cos 4\theta \quad ; \text{මෙහි } \theta = \frac{\pi}{5} \text{ ආදේශයෙන්}$$

$$\Rightarrow 2\cos^2\left(\frac{\pi}{5}\right) - 2\cos^2\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$$

$$\Rightarrow 2\left[\cos^2\left(\frac{\pi}{5}\right) - \cos^2\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right] = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$$

$$\Rightarrow 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right]\left[\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right] = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$$

ඉහත ප්‍රකාශනය හා සාධනය කළයුතු පිළිතුරට අනුව $\left[\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right] = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$ විය යුතු බැවින්,

ඉහත ප්‍රකාශනයේ දකුණුපස $\left[\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right]$ ලෙස දක්වා පිළිතුර වෙත ඵලශ්‍රීමට, $\left(\frac{n\pi}{2} \pm \theta\right)$ කෝණවල

ත්‍රිකෝණමිතික සම්බන්ධතා භාවිතයෙන් $\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$ පදය සුදුසු ලෙස පරිණාමනය කරගනිමු

$$\Rightarrow 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right]\left[\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right] = \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left[\pi - \left(\frac{4\pi}{5}\right)\right]$$

$$\Rightarrow 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right]\left[\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right] = \left[\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{5}\right)\right]$$

$$\Rightarrow 2\left[\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right] = 1$$

$$\Rightarrow \left[\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)\right] = \frac{1}{2} \rightarrow (5)$$

අපෝහනයක් බැවින්, ඉහත ප්‍රතිඵලයෙන් සාධනය කළ යුතුවේ

(5) සමීකරණයේ $\frac{2\pi}{5}$ හා $\frac{\pi}{5}$ කෝණ පවතින බැවින්, ද්විත්ව කෝණ සූත්‍ර භාවිතයෙන් $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ පද $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ පදවලට

පරිණාමනය කිරීමෙන් $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ හි වර්ගජ සමීකරණයක් සකස් කොට, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ භාවිතයෙන් සුළුකරමු

$$(5) \text{න්} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) - \left[2\cos^2\left(\frac{\pi}{5}\right) - 1\right] = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow 2\cos^2\left(\frac{\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) - \frac{1}{2} = 0 \quad \Rightarrow 4 \cdot \cos^2\left(\frac{\pi}{5}\right) - 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(4)(-1)}}{2(4)} \quad \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{8} \quad \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{8}$$

ඉහත අගයන් දෙකෙන් $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ ට අනුරූප වන මූලය/අගය හඳුනාගැනීමට මූලික ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිතවල ප්‍රස්ථාර පිළිබඳ දැනුම හා $\frac{n\pi}{6}$ කෝණ සඳහා වෘත්ත ශ්‍රිතවල අගයන් භාවිත කරමු

$0 < \frac{\pi}{5} < \frac{\pi}{2}$ බැවින්ද, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ පරාසය තුළදී $\cos x$ යනු අවරෝහණ ශ්‍රිතයක් වන බැවින්ද

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) > \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \quad \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) > 0$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) = \frac{2+2\sqrt{5}}{8} = \frac{1+\sqrt{5}}{4} \quad \left(\cos\left(\frac{\pi}{5}\right) \text{ යනු ඉහත ලබාගත් මූලයන් දෙකෙන් ධන මූලය වන බැවින්} \right)$$

$\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ හි අගය හා $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right), \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ පද අතර සම්බන්ධයක් දන්නා බැවින්ද, $\left(\frac{n\pi}{2} \pm \theta\right)$ කෝණවල ත්‍රිකෝණමිතික සම්බන්ධතා භාවිතයෙන් $\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$ පදය $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ ඇසුරෙන් ලබාගත හැකි බැවින්ද, $\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$ ඇගයීම සඳහා ප්‍රථමයෙන් ඉහත ලබාගත් $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ හි අගය (5)හි ආදේශයෙන් $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ අගයමු

$$(5) \text{න්} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) - \cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow -\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{1}{2} - \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) \quad \Rightarrow -\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{1}{2} - \left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)$$

$$\Rightarrow -\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{2-1-\sqrt{5}}{4} \quad \Rightarrow -\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right) = \frac{1-\sqrt{5}}{4} \quad \Rightarrow \cos\left[\pi - \left(\frac{2\pi}{5}\right)\right] = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\pi - \frac{2\pi}{5}\right) = \frac{1-\sqrt{5}}{4} \quad \Rightarrow \cos\left(\frac{3\pi}{5}\right) = \frac{1-\sqrt{5}}{4}$$

*** $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ හි අගය දන්නා බැවින් $\cos\left(\frac{3\pi}{5}\right)$ ඇගයීම සඳහා ත්‍රිත්ව කෝණ සූත්‍ර හෝ ආකලන සූත්‍ර යොදාගත හැකි වුවත්, එවිට සුළුකිරීම අපහසු බැවින් ඉහත පියවර අනුගමනය කර ඇත

(ii)

ලබාදී ඇති ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාම්‍යයේ වම්පසින් දකුණුපස වෙත එළඹීමට, ප්‍රථමයෙන් $\tan(A - B)$ පදය මූලික ත්‍රිකෝණමිතික ශ්‍රිත භාවිතයෙන් $\sin(A - B), \cos(A - B)$ පද ඇසුරෙන් දැක්වීමෙන් අනතුරුව, ව්‍යාකලන සූත්‍ර භාවිතයෙන් විහිදුවා සුළුකරමු

$$L.H.S \equiv \tan(A - B) \quad \Rightarrow L.H.S \equiv \frac{\sin(A - B)}{\cos(A - B)} \quad \Rightarrow L.H.S \equiv \frac{\sin A \cos B - \cos A \sin B}{\cos A \cos B + \sin A \sin B}$$

හරයේ 1 පදය සාදාගැනීම සඳහා, ඉහත ප්‍රකාශනයේ දකුණුපස හරය හා ලවය $\cos A \cos B$ ගුණිතයකින් බෙදා සුළුකරමු

$$\Rightarrow L.H.S \equiv \frac{\frac{(\sin A \cos B - \cos A \sin B)}{\cos A \cos B}}{\frac{(\cos A \cos B + \sin A \sin B)}{\cos A \cos B}} \quad \Rightarrow L.H.S \equiv \frac{\frac{\sin A \cos B}{\cos A \cos B} - \frac{\cos A \sin B}{\cos A \cos B}}{\frac{\cos A \cos B}{\cos A \cos B} + \frac{\sin A \sin B}{\cos A \cos B}} \quad \Rightarrow L.H.S \equiv \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A \tan B}$$

$$\Rightarrow L.H.S \equiv R.H.S$$

(a)

සුළුකිරීමේ පහසුව තකා ප්‍රථමයෙන් $x, (x - \alpha), \alpha$ කෝණ අතර සම්බන්ධයක් ගොඩනගා, එහි දෙපස \tan ශ්‍රිත සැලකීමෙන් විසඳිය යුතු සමීකරණයේ ඇති $\tan x, \tan(x - \alpha), \tan \alpha$ පද අතර සම්බන්ධයක් ලබාගනිමු

$$x - (x - \alpha) = \alpha \quad ; \text{ මෙහි දෙපසට } \tan \text{ ශ්‍රිත යෙදීමෙන්} \quad \Rightarrow \tan[x - (x - \alpha)] = \tan \alpha$$

ඉහත ප්‍රකාශනය $\tan(A - B)$ ව්‍යාකලන සූත්‍රය භාවිතයෙන් සුළුකරමු

$$\Rightarrow \frac{\tan x - \tan(x - \alpha)}{1 + \tan x \tan(x - \alpha)} = \tan \alpha \quad \Rightarrow \tan x - \tan(x - \alpha) = \tan \alpha [1 + \tan x \tan(x - \alpha)]$$

ඉහත ලබාගත් ප්‍රතිඵලය විසඳිය යුතු සමීකරණයේ යොදා, ලබාදී ඇති දත්ත භාවිතයෙන් සුළුකරමු

$$\begin{aligned}\tan x - \tan(x - \alpha) &= \tan \alpha \quad ; \text{මෙහි } \tan x - \tan(x - \alpha) = \tan \alpha [1 + \tan x \cdot \tan(x - \alpha)] \text{ ආදේශයෙන්} \\ \Rightarrow \tan \alpha [1 + \tan x \cdot \tan(x - \alpha)] &= \tan \alpha \quad \Rightarrow \tan \alpha + \tan \alpha \cdot \tan x \cdot \tan(x - \alpha) = \tan \alpha \\ \Rightarrow \tan \alpha \cdot \tan x \cdot \tan(x - \alpha) &= 0 \quad ; \text{මෙහි } \alpha \neq 0 \text{ බැවින්} \\ \Rightarrow \tan x = 0 \rightarrow (1) \quad \text{හෝ} \quad \tan(x - \alpha) = 0 \rightarrow (2) \quad (\alpha \neq 0 \Rightarrow \tan \alpha \neq 0 \text{ බැවින්})\end{aligned}$$

$\frac{n\pi}{6}$ කෝණ සඳහා වෘත්ත ශ්‍රිතවල අගයන් හා $\tan \theta = \tan \alpha$ හි සාධාරණ විසඳුම් භාවිතයෙන් (1),(2) සමීකරණ සුළුකරමු

$$\begin{aligned}(1)\text{න්} \Rightarrow \tan x &= 0 & \Rightarrow \tan x &= \tan(0) & \Rightarrow x &= n\pi \quad ; \text{මෙහි } n \in \mathbb{Z} \\ (2)\text{න්} \Rightarrow \tan(x - \alpha) &= 0 & \Rightarrow \tan(x - \alpha) &= \tan(0) & \Rightarrow (x - \alpha) &= n\pi & \Rightarrow x &= n\pi + \alpha \quad ; n \in \mathbb{Z}\end{aligned}$$

(b)

ප්‍රථමයෙන් ලබාදී ඇති ප්‍රකාශනයේ ප්‍රතිලෝම ශ්‍රිතවලට ආදේශක යොදා, අදාළ සමීකරණය එම ආදේශක ඇසුරෙන් දක්වමු

$$\tan^{-1} x = \alpha, \quad \tan^{-1} 2x = \beta \quad \text{ලෙස ගනිමු} \quad \Rightarrow \tan \alpha = x, \quad \tan \beta = 2x$$

$$\tan^{-1} x + \tan^{-1}(2x) = \frac{\pi}{4} \quad \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$$

α, β පද \tan ශ්‍රිත ලෙස දන්නා බැවින් $\tan(\alpha + \beta)$ ආකලන සූත්‍රය හා $\frac{n\pi}{6}$ කෝණ සඳහා වෘත්ත ශ්‍රිතවල අගයන් භාවිතයෙන් සුළුකිරීමෙන් x හි සමීකරණයක් ලබාගනිමු

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{4} \quad ; \text{මෙහි දෙපසට } \tan \text{ ශ්‍රිත යෙදීමෙන්}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow \tan(\alpha + \beta) &= \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) & \Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} &= 1 & \Rightarrow \frac{x + 2x}{1 - x \cdot 2x} &= 1 \\ \Rightarrow \frac{3x}{1 - 2x^2} &= 1 & \Rightarrow 3x &= 1 - 2x^2 & \Rightarrow 2x^2 + 3x - 1 &= 0\end{aligned}$$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ භාවිතයෙන් ඉහත ලබාගත් x හි වර්ගජ සමීකරණයේ මූල අගයමු

$$\Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)(-1)}}{2(2)} \quad \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+8}}{4} \quad \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$$

x සඳහා ඉහත ලබාගත් අගයන් $\tan^{-1} x + \tan^{-1}(2x) = \frac{\pi}{4}$ සමීකරණය තෘප්ත කළ යුතු බව භාවිතයෙන්, එම සමීකරණයේ විසඳුම් හඳුනාගනිමු

$$\begin{aligned}x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{4} \text{ විට ;} \quad \text{L. H. S} &\equiv \tan^{-1}\left(\frac{-3 + \sqrt{17}}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{-3 + \sqrt{17}}{2}\right) & \Rightarrow \text{L. H. S} &\equiv 15.68^\circ + 29.32^\circ \\ \Rightarrow \text{L. H. S} &\equiv \frac{\pi}{4} & \Rightarrow \text{L. H. S} &\equiv \text{R. H. S}\end{aligned}$$

$$\text{එබැවින් } x = \frac{-3 + \sqrt{17}}{4}, \quad \tan^{-1} x + \tan^{-1}(2x) = \frac{\pi}{4} \text{ සමීකරණයේ විසඳුමකි}$$

$$\begin{aligned}x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{4} \text{ විට ;} \quad \text{L. H. S} &\equiv \tan^{-1}\left(\frac{-3 - \sqrt{17}}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{-3 - \sqrt{17}}{2}\right) & \Rightarrow \text{L. H. S} &\equiv -60.68^\circ - 74.32^\circ \\ \Rightarrow \text{L. H. S} &\equiv -\frac{3\pi}{4} & \Rightarrow \text{L. H. S} &\neq \text{R. H. S}\end{aligned}$$

$$\text{එබැවින් } x = \frac{-3 - \sqrt{17}}{4}, \quad \tan^{-1} x + \tan^{-1}(2x) = \frac{\pi}{4} \text{ සමීකරණයේ විසඳුමක් නොවේ}$$