2015-2016 学年第 1 学期考试试题 （A）卷

参考答案和评分标准

课程名称 《离散结构》 课教师签名 ____________

出题教师签名 何小亚 审题教师签名 ____________

考试方式 （闭）卷 适用专业 2014 级计算机科学与技术

考试时间 （ 120 ）分钟

一、单选题（每小题 1 分，共 10 分）

1. 下列语句中为命题的是（ A ）。
   A. 暮春三月，江南草长。B. 风景好美啊！C. 您贵庚？D. 请勿吸烟！
2. 下面哪个联结词运算不可交换？（ B ）
   A. $\wedge$ B. $\rightarrow$ C. $\vee$ D. $\uparrow$
3. 下列公式中，（ D ）是永真式。
   A. $\neg(p\rightarrow q)\wedge q$ B. $q\rightarrow p$ C. $p\leftrightarrow q$ D. $p\rightarrow q\vee p$
4. 设谓词 M(x):x 是人，F(x):x 吃饭，则（ A ）符号化为 $\forall x(M(x)\rightarrow F(x))$。
   A.没有不吃饭的人 B.有人不吃饭 C.所有人不吃饭 D.有人吃饭
5. 设 A={{1,2}}, B={2,3}，下列正确的选项是（ D ）。
   A.P(A)={Φ,{1},{2},{1,2}} B.$A\oplus B$={1,3} C.{1,2}$\subseteq$A D.Φ$\subseteq$B
6. 集合 A={1,2,…,10}上的关系 R={<x,y>|x,y∈A∧x+y=10}具有(B)。
   A.自反性 B.对称性 C.反自反性 D.传递性
7. 实数集 R 到 R 的双射是（ B ）。
   A.$f(x)=e^x$ B.f(x)=2x+1 C.f(x)=|x| D.f(x)=sinx
8. 给定下列序列，可构成无向简单图的度数序列的是（ D ）。
   A.1,1,2,2,3 B. 0,1,3,3,3 C. 1,3,4,4,5 D. 1,1,2,2,2
9. 无向图中顶点间的连通关系一定不满足（ B ）。
   A.自反性 B.反自反性 C.对称性 D.传递性
10. 5 个顶点的无向完全图 K_5 的边数等于（ C ）。
    A.0 B.5 C. 10 D.20

二、填空题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 设 p:我去教室, q:我有课，命题“我去教室,仅当我有课时”符号化为 $p\rightarrow q$ 。
2. 设个体域 A={a,b},公式$\exists x Q(x)$消去量词后为 $Q(a)\vee Q(b)$ 。
3. 设A={x|x≤3∧x∈N}，B={x|x=2k∧k∈N}，C={1,2,3,4,5}，则 $A\oplus$(C-B)= {0,2,5} 。
4. 设R是非空集合A上的二元关系，若A具有自反性、对称性和传递性，则称R是A上的等价关系。
5. 设A={1,2,3}上的等价关系R= $I_A\cup$ {<1,2>,<2,1>}（I_A是A上的恒等关系），则A在R下的商集为 {{1,2},{3}} 。
6. 设A={a,b,c},B={1,2},令f:A→B,则不同的映射的个数为 8 。
7. 设 D=〈V，E〉为有向图，V={a,b,c,d}，E={<b,a>,<b,c>,<b,d>,<d,a>,< d,c>}，则 D 是 弱 （强、弱、单向）连通图。
8. 握手定理:任何图中,所有顶点的 度数 之和等于 边数 的 2 倍。
9. 一棵树有 2 个 2 度顶点，3 个 3 度顶点，则其树叶片数等于 5 。
10. 无向图是二部图当且仅当图中无 奇数 长度的回路。

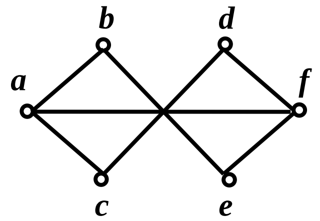
三、计算题（40 分）

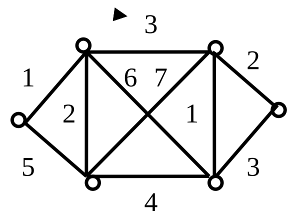
1. 利用真值表求命题公式：$(p\vee\neg q)\rightarrow r$ 的成真赋值及主析取范式。（6分）

2. 设解释 I 为：(a)个体域 D={2, 3, 6}; (b) 一元谓词 F(x): x≤3, G(x): x≥5, 在 I 下求下列公式的真值：$\forall x(F(x)\wedge G(x))$ 。（6 分）

3. 在 1 到 100 的整数中，求：(1) 同时能被 2, 3, 5 整除的数的个数；(2) 不能被 2 或 3 或 5 整除的数的个数。（8 分）

4. 设 A={1,2,3}上的关系 R = {<x, y>｜$x+y$=4, x, y∈A}，(1) 写出 R 的所有序偶；(2) 写出 R 的关系矩阵；(3) 求闭包 $r(R)$、$s(R)$、$t(R)$。（7 分）





5. 左下边的无向图是否为二部图？若是，写出它的互补顶点子集 V_1、V_2；

是否为欧拉图？若是，写出一条欧拉回路；是否为哈密顿图？若是，写出一条哈密顿回路；是否为平面图？若是，请画出它的一个平面嵌入。(7 分)

6. 求右上带权图的最小生成树及权数。(6分)

1.

p	q	r	$\neg q$	$p\vee\neg q$	$(p\vee\neg q)\to r$
0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	1

------2

成真赋值:001, 010, 011, 101, 111 ------4

主析取范式：$(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\vee(\neg p\wedge q\wedge\neg r)\vee(\neg p\wedge q\wedge r)\vee(p\wedge\neg q\wedge r)\vee$

$(p\wedge q\wedge r)$ ---------6

2. $\forall x(F(x)\wedge G(x))\Leftrightarrow(F(2)\wedge G(2))\wedge(F(3)\wedge G(3))\wedge(F(6)\wedge G(6))$------2

$\Leftrightarrow(1\wedge 0)\wedge(1\wedge 0)\wedge(0\wedge 1)$ ------4

$\Leftrightarrow 0$ -----6

3．设1到100的整数中分别被2，3，5整除的数的集合为A，B，C，

(1) 同时能被 2, 3, 5 整除的数的个数为：$|A\cap B\cap C|=\lfloor 100/[2,3,5]\rfloor=3$

----------2

(2) 能被 2 和 3 整除的数的个数为：$|A\cap B|=\lfloor 100/[2,3]\rfloor=16$

能被 2 和 5 整除的数的个数为：$|A\cap C|=\lfloor 100/[2,5]\rfloor=10$

能被 3 和 5 整除的数的个数为：$|B\cap C|=\lfloor 100/[3,5]\rfloor=6$ -----5

又 $|A|=\lfloor 100/2\rfloor=50, |B|=\lfloor 100/3\rfloor=33, |C|=\lfloor 100/5\rfloor=20$ ------- 6

所以不能被 2 或 3 或 5 整除的数的个数为：

$$|\overline{A}\cap\overline{B}\cap\overline{C}|=|\overline{A\cup B\cup C}|=100-(50+33+20-16-10-6+3)=26$$

--------8

4.(1) $R=\{<1,3>，<3,1>，<2,2>\}$ ---------2

(2) R 的关系矩阵 $M=\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}$ ---------4

(3) $r(R)=\{<1,3>，<3,1>，<1,1>，<2,2>，<3,3>\}$

$s(R)=\{<1,3>，<3,1>，<2,2>\}$

$t(R)=\{<1,3>，<3,1>，<1,1>，<2,2>，<3,3>\}$ ---------7

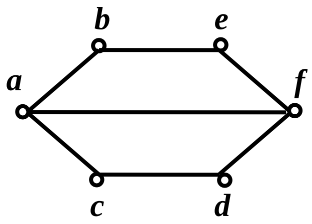
5.

是二部图，$V_1=\{a,d,e\}$ $V_2=\{b,c,f\}$， ---------2

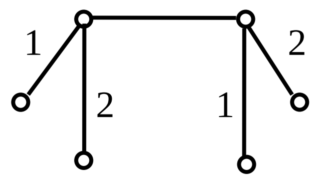
不是欧拉图， ---------3

是哈密顿图，其中一条哈密顿回路 abefdca ----------5

是平面图，平面嵌入： ----------7



6.



-------4

W(T)=9 -----------6

四、证明题（每小题10分，共20分）

1. 设 f:B→C，g:A→B，证明：如果 f、g 是双射，则复合函数 $f\circ g$ 也是双射。

2. 已知 n 阶无向简单图 G 中，有 r 个奇数度数顶点，证明：若 n 是奇数，则 G 的补图也有 r 个奇数度数顶点；若 n 是偶数，则 G 的补图有 n-r 个奇数度数顶点。

1. 证明：$\forall z\in C$，因为f是满射，必存在 $y\in B$，使得f(y)=z. --------2

对于这个y，又因为g是满射，必存在 $x\in A$，使得g(x)=y. ------4

因此，有 $x\in A$，使得 z=f(y)=f(g(x))=$f\circ g$(x)

$f\circ g$也是满射。 ---------5

$\forall x_1$、$x_2\in A$，$x_1\neq x_2$，因为g是单射，所以g(x_1)≠g(x_2)，--7

又f是单射，所以f(g(x_1))≠f(g(x_2))，即 --------9

$f\circ g(x_1)\neq f\circ g(x_2)$

$f\circ g$也是单射。

故$f\circ g$是双射。 ----------10

2. 证明：设v是n阶无向简单图G和它的补图中对应的任意顶点，它在G和G的补图中的度数分别为d和d`，由于n阶无向完全图的每个顶点的度数为n-1，所以

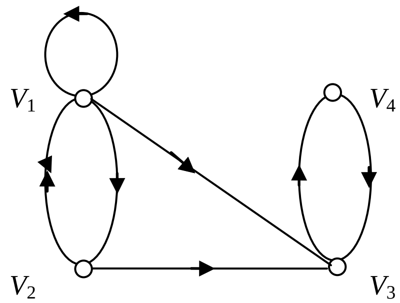
d+d`=n-1 ---------6

当n为奇数时，则d`与d奇偶性相同，所以若G有r个奇度顶点时，G的补图也有r个奇度顶点； ---------8

当n为偶数时，则d`与d奇偶性相反，所以G若有r个奇度顶点，那么G的补图应有n-r个奇度顶点. ---------10

五、应用题（10分）

给定有向图 D 如下，求：（1）v_1 的出度和入度；（2）v_1 到 v_4 长度为 3 的通路条数；（3）v_1 到 v_1 长度为 4 的回路条数；（4）D 的可达矩阵。



（1）v_1 的出度：$d^+(v_1)=3$；入度 $d^-(v_1)=2$ ------------2

（2）D 的邻接矩阵为

$$A=\begin{bmatrix}1&1&1&0\\1&0&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{bmatrix};\quad A^2=\begin{bmatrix}2&1&2&1\\1&1&1&1\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix};\quad A^3=\begin{bmatrix}3&2&4&2\\2&1&3&1\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{bmatrix};$$

$$A^4=\begin{bmatrix}5&3&7&4\\3&2&4&3\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$ ----------6

v_1 到 v_4 长度为 3 的通路条数：2 --------7

（3）v_1 到 v_1 长度为 4 的回路条数：5 --------8

（4）$B=A+A^2+A^3+A^4=\begin{bmatrix}11&7&14&7\\7&4&9&5\\0&0&2&2\\0&0&2&2\end{bmatrix}$，$D$ 的可达矩阵：

$$P=\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\0&0&1&1\\0&0&1&1\end{bmatrix}$$ -------------10