

1、第一遍复习一定要认真按考试大纲要求将本学期所学习内容系统复习一遍。

把课件上例题及课后习题认真做一遍。

3、第二遍复习把随后发去的练习题认真做一遍，检验一下第一遍与第二遍复习情况，要真理解，注意做题思路与方法。

离散数学综合练习题

一、选择题

1、下列句子中，()是命题。

- A. 2 是常数。 B. 这朵花多好看呀！
C. 请把门关上！ D. 下午有会吗？

2、令 p : 今天下雪了, q :路滑, r :他迟到了。则命题“下雪路滑, 他迟到了”可符号化为 ()。

- A. $p \wedge q \rightarrow r$ B. $p \vee q \rightarrow r$
C. $p \wedge q \wedge r$ D. $p \vee q \leftrightarrow r$

3、令 p :今天下雪了, q :路滑, 则命题“虽然今天下雪了, 但是路不滑”可符号化为 ()。

- A. $p \wedge \neg q$ B. $p \wedge q$
C. $p \vee \neg q$ D. $p \rightarrow \neg q$

4、设 $P(x)$: x 是鸟, $Q(x)$: x 会飞, 命题“有的鸟不会飞”可符号化为 ()。

- A. $\neg(\forall x)(P(x) \rightarrow Q(x))$ B. $\neg(\forall x)(P(x) \wedge Q(x))$
C. $\neg(\exists x)(P(x) \rightarrow Q(x))$ D. $\neg(\exists x)(P(x) \wedge Q(x))$

5、设 $P(x)$: x 是整数, $f(x)$: x 的绝对值, $L(x, y)$: x 大于等于 y ; 命题“所有整数的绝对值大于等于 0”可符号化为 ()。

- A. $\forall x(P(x) \wedge L(f(x), 0))$ B. $\forall x(P(x) \rightarrow L(f(x), 0))$
C. $\forall xP(x) \wedge L(f(x), 0)$ D. $\forall xP(x) \rightarrow L(f(x), 0)$

6、设 $F(x)$: x 是人, $G(x)$: x 犯错误, 命题“没有不犯错误的人”符号化为 ()。

- A. $\forall x(F(x) \wedge G(x))$ B. $\neg\exists x(F(x) \rightarrow \neg G(x))$
C. $\neg\exists x(F(x) \wedge G(x))$ D. $\neg\exists x(F(x) \wedge \neg G(x))$

7、下列命题公式不是永真式的是 ()。

- A. $(p \rightarrow q) \rightarrow p$ B. $p \rightarrow (q \rightarrow p)$
C. $\neg p \vee (q \rightarrow p)$ D. $(p \rightarrow q) \vee p$

8、设 $R(x)$: x 为有理数; $Q(x)$: x 为实数。命题“任何有理数都是实数”的符号化为

()

A. $(\exists x)(R(x) \wedge Q(x))$

B. $(\forall x)(R(x) \wedge Q(x))$

C. $(\forall x)(R(x) \rightarrow Q(x))$

D. $\exists x(R(x) \rightarrow Q(x))$

9、设个体域 $D = \{a, b\}$ ，与公式 $\forall x A(x)$ 等价的命题公式是()

A. $A(a) \wedge A(b)$

B. $A(a) \rightarrow A(b)$

C. $A(a) \vee A(b)$

D. $A(b) \rightarrow A(a)$

10、下列等价式不正确的是 ()。

A. $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$

B. $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) \Leftrightarrow \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$

C. $\exists x(P(x) \vee Q(x)) \Leftrightarrow \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$

D. $\forall x(P(x) \wedge Q) \Leftrightarrow \forall x P(x) \wedge Q$

11、设个体域 $D = \{a, b\}$ ，与公式 $\exists x A(x)$ 等价的命题公式是()

A. $A(a) \wedge A(b)$

B. $A(a) \rightarrow A(b)$

C. $A(a) \vee A(b)$

D. $A(b) \rightarrow A(a)$

12、下列谓词公式中是前束范式的是 ()。

A. $\forall x F(x) \wedge \neg(\exists x) G(x)$

B. $\forall x F(x) \vee \forall y G(y)$

C. $\forall x(P(x) \rightarrow \exists y Q(x, y))$

D. $\forall x \exists y(P(x) \rightarrow Q(x, y))$

13、下列式子为矛盾式的是 ()。

A. $p \vee (p \wedge q)$

B. $p \vee \neg p$

C. $p \wedge \neg p$

D. $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$

14、设 $X = \{\emptyset, \{a\}, \{a, \emptyset\}\}$ ，则下列陈述正确的是 ()。

A. $a \in X$

B. $\{a, \emptyset\} \subseteq X$

C. $\{\{a, \emptyset\}\} \subseteq X$

D. $\{\emptyset\} \in X$

15、下列公式是前束范式的是 ()。

A. $(\forall x)(\forall y)(\neg F(z, x) \vee G(y))$

B. $(\neg(\exists x)F(x) \vee (\forall y)G(y)) \wedge H(z)$

C. $(\exists x)F(x, y) \rightarrow (\forall y)G(y)$

D. $(\forall x)(F(x, y) \rightarrow (\forall y)G(x, y))$

16、设 A 有 5 个元素，则其幂集 $P(A)$ 的元素总个数为 ()。

A. 32

B. 25

C. 50

D. 5

17、设 $A = \{a, b, c\}$ ，则下列是集合 A 的划分的是()。

A. $\{\{b, c\}, \{c\}\}$

B. $\{\{a\}, \{b, c\}\}$

C. $\{\{a, b\}, \{a, c\}\}$

D. $\{\{a, b\}, c\}$

18、设 $A = \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$ 则其幂集 $P(A)$ 的元素总个数为 ()。

A. 3

B. 4

C. 8

D. 16

19、设 $M = \{x | f_1(x) = 0\}$, $N = \{x | f_2(x) = 0\}$, 则方程 $f_1(x) \cdot f_2(x) = 0$ 的解为 ()

A. $M \cap N$

B. $M \cup N$

C. $M \oplus N$

C. $M - N$

20、设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, A 上的等价关系 $R = \{<1, 1>, <3, 2>, <2, 3>, <4, 4>\} \cup I_A$, 则对应于 R 的划分是 ()。

A. $\{\{1\}, \{2, 3\}, \{4\}\}$

B. $\{\{1, 3\}, \{2, 4\}\}$

C. $\{\{1, 3\}, \{2\}, \{4\}\}$

D. $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\}$

21、设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, A 上的等价关系 $R = \{<1, 3>, <3, 1>, <2, 4>, <4, 2>\} \cup I_A$, 则对应于 R 的划分是 ()。

A. $\{\{1\}, \{2, 3\}, \{4\}\}$

B. $\{\{1, 3\}, \{2, 4\}\}$

C. $\{\{1, 3\}, \{2\}, \{4\}\}$

D. $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}\}$

22、设 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$, $f = \{<1, a>, <2, b>, <3, c>\}$, 则 f 是 ()。

A. 从 X 到 Y 的双射

B. 从 X 到 Y 的满射, 但不是单射

C. 从 X 到 Y 的单射, 但不是满射

D. 从 X 到 Y 的二元关系, 但不是从 X 到 Y 的映射

23、设集合 $A = \{a, b, c\}$, A 上的关系 $R = \{<a, a>, <a, c>, <c, a>\}$, 则 R 是 ()

A. 自反的

B. 对称的

C. 传递的

D. 反对称的

24、设 R_1, R_2 是集合 $A = \{a, b, c, d\}$ 上的两个关系, 其中 $R_1 = \{<a, a>, <b, b>, <b, c>, <d, d>\}$, $R_2 = \{<a, a>, <b, b>, <c, b>, <b, c>, <d, d>\}$, 则 R_2 是 R_1 的 () 闭包。

A. 自反

B. 对称

C. 传递

D. 自反、对称且传递闭包

25、设 R 为实数集, 函数 $f: R \rightarrow R$, $f(x) = -x^2 + 2x + 5$, 则 f 是 ()。

A. 单射而非满射

B. 满射而非单射

C. 双射

D. 既不是单射, 也不是满射

26、设集合 $A = \{a, b, c\}$ 上的关系如下, 具有传递性的是 ()。

A. $R = \{<a, c>, <c, a>, <a, b>, <b, a>\}$

B. $R = \{<a, c>, <c, a>\}$

C. $R = \{<a, b>, <c, c>, <b, a>, <b, c>\}$

D. $R = \{<a, a>\}$

27、设简单图 G 所有结点的度数之和为 50, 则 G 的边数为 ()。

A. 50

B. 25

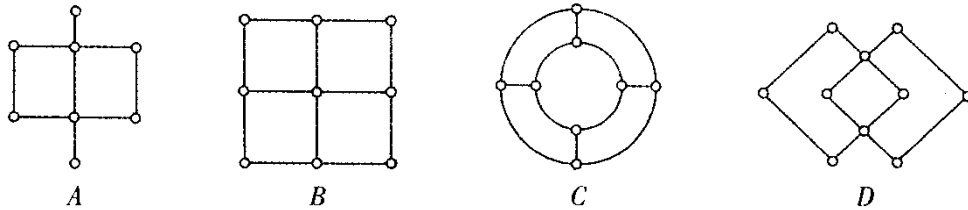
C. 10

D. 5

28、有向图 D 是连通图，当且仅当（ ）。

- A. 图 D 中至少有一条通路
- B. 图 D 中有通过每个顶点至少一次的通路
- C. 图 D 的连通分支数为一
- D. 图 D 中有通过每个顶点至少一次的回路

29、下列图是欧拉图的是（ ）。



30、给定一个有 n 个结点的无向树，下列陈述不正确的是（ ）。

- A. 所有结点的度数 ≥ 2
- B. 无回路但若增加一条新边就会变成回路
- C. 连通且 $e = v - 1$ ，其中 e 是边数， v 是结点数
- D. 无回路的连通图

31、若供选择答案中的数值表示一个简单图中各个顶点的度，能画出图的是（ ）。

- A. (1,2,2,3,4,5)
- B. (1,2,3,4,5,5)
- C. (1,1,1,2,3)
- D. (2,3,3,4,5,6)

32、无向图 G 是欧拉图，当且仅当（ ）。

- A. G 的所有结点的度数全为偶数
- B. G 中所有结点的度数全为奇数
- C. G 连通且所有结点度数全为奇数
- D. G 连通且所有结点度数全为偶数

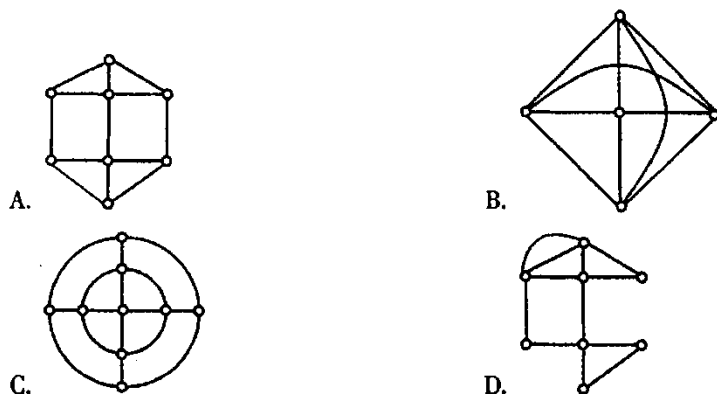
33、下列不一定是树的是（ ）

- A. 无回路的连通图
- B. 有 n 个结点， $n-1$ 条边的连通图
- C. 每对结点之间都有通路的图
- D. 连通但删去一条边则不连通的图

34、设简单图 G 所有结点的度数之和为 48，则 G 的边数为（ ）

- A. 48
- B. 24
- C. 16
- D. 12

35、下面既是哈密顿图又是欧拉图的图形是（ ）。



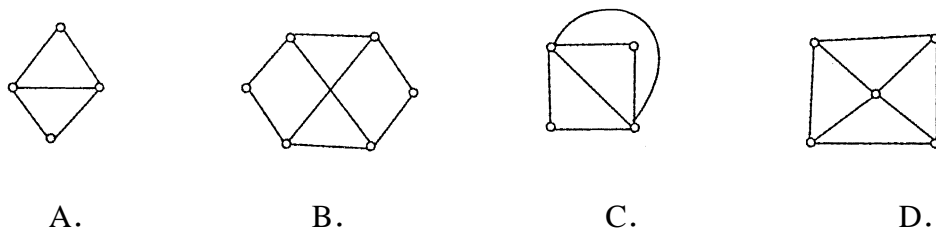
36、下列必为欧拉图的是 ()

- A. 有回路的连通图 B. 不可以一笔画的图
C. 有 1 个奇数度结点的连通图 D. 无奇数度结点的连通图

37、偶图 $K_{3,3}$ 是 ()。

- A. 欧拉图 B. 哈密顿图
C. 平面图 D. 完全图

38、下列各图中既是欧拉图，又是汉密尔顿图的是 ()。



二、填空题

- 命题公式 $\neg(p \rightarrow q)$ 的成真指派为_____，成假指派为_____。
- 命题公式 $p \rightarrow (p \wedge q)$ 的成真指派为_____，成假指派为_____。
- 公式 $(\forall x)(\forall y)(P(y) \rightarrow Q(x, z)) \wedge (\exists y)R(x, y)$ 约束变元为_____，自由变元为_____。
- 公式 $\forall x(P(x) \vee \exists yR(y)) \rightarrow Q(x, z)$ 约束变元为_____，自由变元为_____。
- 设个体域是实数集，命题 $\forall x(x - 3 < x)$ 的真值为_____；命题 $\exists x(x^2 + 1 = 0)$ 的真值为_____。
- 设 $A = \{a, b, \{a, b\}\}$ ， $B = \{a, b\}$ ，则 $B - A =$ _____， $A \oplus B =$ _____。
- 设 $A = \{1, 2, 3\}$ ， A 上的关系 $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle\}$ ，则对称闭包 $s(R) =$ _____，传递闭包 $t(R) =$ _____。

- 8、设 $A = \{a, b, \{a, b\}\}$, $B = \{a, b, c\}$, 则 $A \oplus A =$ _____, $A \oplus B =$ _____。
- 9、设 $f(x) = x - 1$, $g(x) = x^2$, 则复合函数 $(f \circ g)(x) = (x - 1)^2$, $(g \circ f)(x) = x^2 - 1$ 。
- 10、设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, A 上的二元关系 $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$, $S = \{\langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 4, 3 \rangle\}$, 则 $R \circ S =$ _____, $(R \circ S)^{-1} =$ _____。
- 11、设 $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 3, 5 \rangle\}$ 和 $S = \{\langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 5, 5 \rangle\}$ 是集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 上的两个关系, 则 $R \circ S =$ _____, $S^{-1} \circ R^{-1} =$ _____。
- 12、设复合函数 $g \circ f$ 是从 A 到 C 的函数, 如果 $g \circ f$ 是满射, 那么 _____ 必是满射, 如果 $g \circ f$ 是单射, 那么 _____ 必是单射。
- 13、给出 $A = \{1, 2\}$ 上的一个等价关系 _____, 并给出其对应的划分 _____。
- 14、给定集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 在集合 A 上定义两种关系: $R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 2, 2 \rangle\}$, $S = \{\langle 4, 2 \rangle, \langle 2, 5 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle\}$, 则 $R \circ S =$ _____。
- 15、设 $A = \{a, b, c, d\}$, A 上的二元关系 $R = \{\langle a, b \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, b \rangle\}$, 则 R 的自反闭包 $r(R) =$ _____, 传递闭包 $t(R) =$ _____。
- 16、设 $A = \{0, 1, 2, 3, 6\}$, $R = \{\langle x, y \rangle \mid x, y \in A \wedge x \neq y \wedge x \equiv y \pmod{3}\}$ 则 $\text{dom}R =$ _____, $\text{ran}R =$ _____。
- 17、设 $f: R \rightarrow R, f(x) = x + 3, g: R \rightarrow R, g(x) = 2x + 1$, 则复合函数 $(f \circ g)(x) =$ _____, $(g \circ f)(x) =$ _____。
- 18、一棵无向树的顶点数 n 与边数 m 关系是 _____。设 G 是具有 8 个顶点的树, 则 G 中增加 _____ 条边才能把 G 变成完全图。
- 19、一个结点为 n 的无向完全图, 其边的数目为 _____, 顶点的度为 _____。
- 20、已知 n 阶无向简单图 G 有 m 条边, 则 G 的补图 \bar{G} 中有 _____ 条边。

三、计算题

- 1、已知命题公式 $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r)$
- (1) 构造真值表
 - (2) 求出公式的主析取范式
- 2、已知命题公式 $(p \vee q) \rightarrow \neg(p \vee r)$
- (1) 构造真值表;
 - (2) 用等值演算法求公式的主析取范式。
- 3、求公式 $(p \rightarrow (r \vee p)) \wedge (q \rightarrow p)$ 的主合取范式及主析取范式。
- 4、设解释 I 为: (a) 个体域 $D = \{2, 3, 6\}$; (b) 一元谓词 $F(x): x \leq 3, G(x): x \geq 5$, 在 I 下求下列公式的真值: $\forall x (F(x) \wedge G(x))$ 。
- 5、在 1 到 100 的整数中, 求: (1) 同时能被 2, 3, 5 整除的数的个数; (2) 不能被 2 或 3 或 5 整除的数的个数。(8 分)

7、设 $A = \{a, b, c\}$, R 是 A 上的二元关系, 且 $R = \{ \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle \}$, 求 $r(R)$ 、 $s(R)$ 和 $t(R)$ 。

8、设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, R 是 A 上的二元关系, 且 $R = \{ \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 5 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 5, 2 \rangle \}$, 求 $r(R)$ 、 $s(R)$ 和 $t(R)$ 。

解: $r(R) = R \cup I$

$s(R) = R \cup R^{-1}$

$t(R) = \{ \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 5 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 5, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 5, 5 \rangle \}$

9、设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 上的关系 $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 6 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 5 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 3, 6 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 5, 2 \rangle, \langle 5, 5 \rangle, \langle 6, 1 \rangle, \langle 6, 3 \rangle, \langle 6, 6 \rangle \}$

(1) 画出 R 的关系图, 并写出 R 的关系矩阵;

(2) R 是否为等价关系? 若是, 写出 R 的所有等价类。

10、设 $R = \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 1 \rangle \}$ 是 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的二元关系。

(1) 画出 R 的关系图;

(2) 写出 R 的关系矩阵;

(3) 讨论 R 的性质。

11、设 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 24, 54\}$, \leq 为整除关系。

(1) 画出偏序集 $\langle A, \leq \rangle$ 的哈斯图;

(2) 求 A 中的极大元;

(3) 求子集 $B = \{3, 6, 9\}$ 的上确界与下确界。

12、设 $A = \{1, 3, 5, 9, 45\}$, \leq 为 A 上的整除关系。

$\langle A, \leq \rangle$ 是否为偏序集, 若是, 画出其哈斯图;

13、设 $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 - 2$, $g: R \rightarrow R, g(x) = x + 4$, $h: R \rightarrow R, h(x) = x^3 - 1$, 其中 R 表示实数集。

(1) 求函数 $f \circ g$, $g \circ f$;

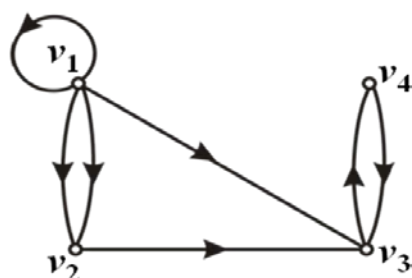
(2) f, g, h 哪些函数有反函数? 如果有, 求出这些反函数。

14、设有向图 D 如图所示, 用邻接矩阵完成以下计算。

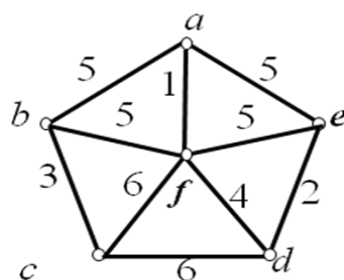
(1) v_1 到 v_4 长度小于或等于 4 的通路数;

(2) v_1 到自身长度小于或等于 4 的回路数;

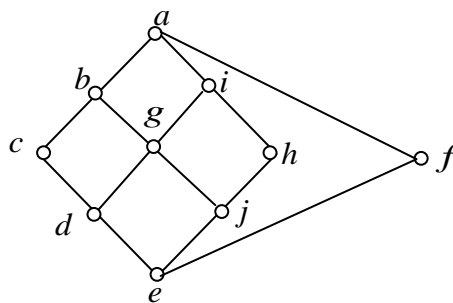
(3) 求出 D 的可达矩阵, 并说明 D 的连通性。



- 15、一棵（无向）树有 2 结点的度为 2， 1 个结点的度为 3， 3 个结点的度为 4， 其余都是叶结点， 问该树有几个叶结点？
- 16、一棵无向树 T 有 5 片树叶， 3 个 2 度分支点， 其余的分支点都是 3 度顶点， 问 T 有几个顶点？
- 17、下图为一连通赋权图， 计算该图的最小生成树和权值。



- 18、判断下图是否为偶图？若是，找出它的互补结点子集。它是否为哈密顿图？若是，找出一条哈密顿回路。



四、证明题

1. 用一阶逻辑的推理理论证明：

前提： $\forall x(F(x) \rightarrow \neg G(x))$, $\forall x(F(x) \vee H(x))$, $\exists x \neg H(x)$

结论： $\exists x \neg G(x)$

2. 设 $A = \{ \langle x, y \rangle \mid x, y \text{ 为正整数} \}$ ，在 A 上定义二元关系 R 如下： $\langle x, y \rangle R \langle u, v \rangle$ 当且仅当 $x - y = u - v$ 。
证明： R 是一个等价关系。

3. 设 R 是 A 上的关系，如果 R 满足以下两条件：

- (1) 对于任意的 $a \in R$ ， 都有 aRa ,
- (2) 若 aRb, aRc , 则有 bRc ,

证明： R 是等价关系

五、应用题

1、构造下列推理的证明。

如果今天是星期一，则要进行英语或离散数学考试。如果英语老师有会，则不考英语。今天是星期一，英语老师有会，所以进行离散数学考试。

2、用一阶逻辑推理证明。

每个喜欢步行的人都不喜欢骑自行车，每个人或喜欢骑自行车或者喜欢乘汽车。有的人不喜欢乘汽车，所以，有的人不喜欢步行（个体域为人类集合）

3、今有于 a, b, c, d, e, f 7 个人，已知下列事实： a 会讲英语； b 会讲英语和汉语； c 会讲英语、意大利语和俄语； d 会讲日语和汉语； e 会讲德国和意大利语； f 会讲法语、日语和俄语； g 会讲法语和德语。试问这七个人应如何排座位，才能使每个人都能和他身边的人交谈？

4、一次学术会议的理事会共有 20 个人参加，他们之间有的互相认识但有的互相不认识。但对任意两个人，他们各自认识的人的数目之和不小于 20。问能否把这 20 个人排在圆桌旁，使得任意一个人认识其旁边的两个人？根据是什么？

5、设有 7 个城市 v_1, v_2, \dots, v_7 ，任意两个城市之间直接通信线路及通信线路预算造价如带权图所示，试给出一个设计方案，使得各城市间能够通信，而且总造价最低。写出求解过程，并计算出最低总造价。

