$\oint_{L_1} H \cdot dr = 2I$

机械波

一、选择题：

1．下列函数f (x, t)可表示弹性介质中的一维波动，式中A、a和b是正的常数。其中哪个函数表示沿X轴负方向传播的行波？ [A]

(A) $f(x,t)=A\cos(ax+bt)$

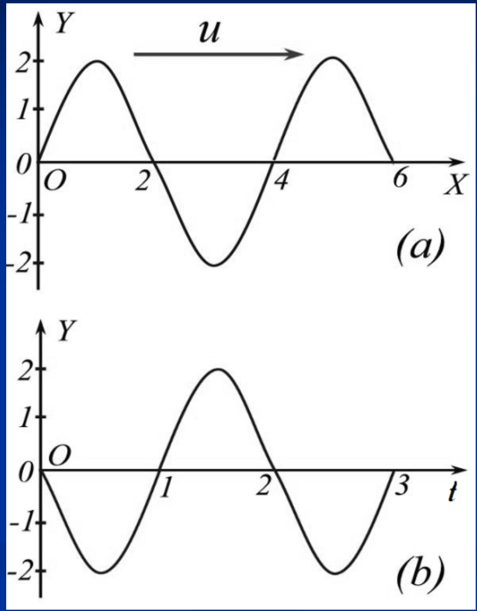
(B) $f(x,t)=A\cos(ax-bt)$

(C) $f(x,t)=A\cos ax\cdot\cos bt$

(D) $f(x,t)=A\sin ax\cdot\sin bt$

解：沿X轴负方向的波 $f(x,t)=A\cos(\omega t+kx+\varphi)$

2．某平面简谐波在t=0时的波形曲线和原点(x=0处)的振动曲线如图(a)、(b)所示，则该简谐波的波动方程(SI)为［ C ］



(A) $y = 2\cos(\pi t + \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2})$

(B) $y = 2\cos(\pi t - \frac{\pi}{2}x + \frac{3\pi}{2})$

(C) $y = 2\cos(\pi t - \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2})$

(D) $y = 2\cos(\pi t + \frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{2})$

解:由图(b)知 $A = 2m, T = 2s \therefore \omega = \pi$

根据初始条件，由旋转式量 $\varphi = \frac{\pi}{2}$

正向波，$\lambda = 4m$: $y = 2\cos(\pi t - \frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2})$

3．一平面简谐波在弹性媒质中传播，在某一瞬时，波传播到的媒质中某质元正处于平衡位置，此时它的能量是 [C]

(A) 动能为零，势能最大。

(B) 动能为零，势能为零。

(C) 动能最大，势能最大。

(D) 动能最大，势能为零。

解：① 任何位置 $E_k=E_p$;

② 质元能量不守恒，平衡位置最大，波峰波谷为零。

4.一平面简谐波在x轴上传播，波速为8m/s，波源位于坐标原点O处，且已知波源振动方程为 $y_0 = 0.02\cos 4\pi t(SI)$ ，那么，在坐标 x_p=-1m 处的P点的振动方程为 [B]

(A) $y_p = 0.02\cos(4\pi t - \pi)m$ (B) $y_p = 0.02\cos(4\pi t - \frac{\pi}{2})m$

(C) $y_p = 0.02\cos(4\pi t + \frac{\pi}{2})m$ (D) $y_p = 0.02\cos 4\pi t$

解： $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{2}s$ $\therefore \lambda = uT = 4m$

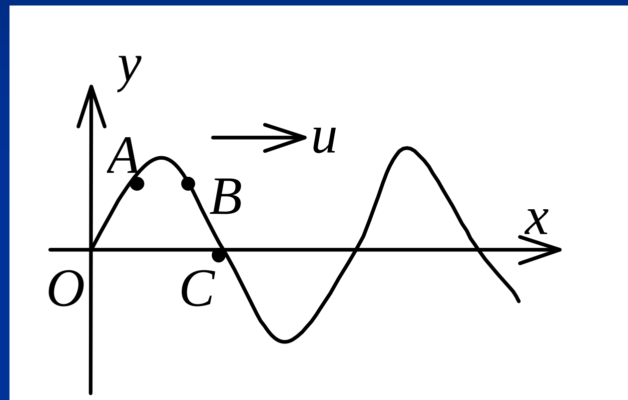
P点比O点落后的相位差： $\Delta\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x = -\frac{2\pi}{4}\times 1 = -\frac{\pi}{2}$

$$\therefore y_P = 0.02\cos[4\pi t + \Delta\varphi] = 0.02\cos(4\pi t - \frac{\pi}{2})$$

二、填空题：

1. 一个余弦横波以速度u沿X轴正向传播，t时刻波形曲线如图所示。试分别指出图中A、B、C各质点在该时刻的运动方向。

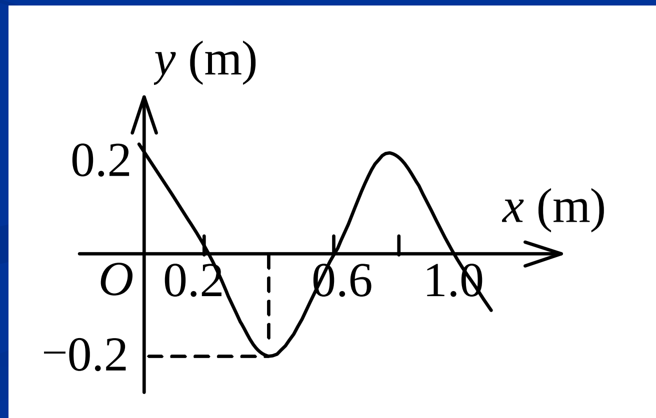
A 向下 ；B 向上 ；C 向上 。



1．一平面简谐波沿X轴正方向传播，波速u=100m/s，t=0时刻的波形曲线如图所示。

波长 λ = 0.8m；振幅A= 0.2m；

频率 ν = 125Hz



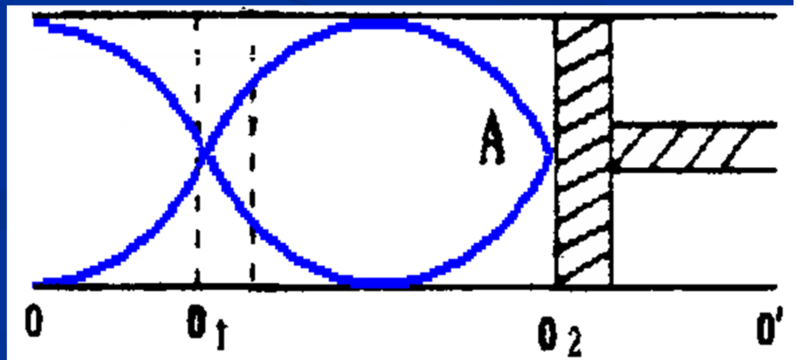
2．图中 OO' 是内径均匀的玻璃管。A是能在管内滑动的底板，在管的一端 O 附近放一频率为224Hz的持续振动的音叉，使底板A从 O 逐渐向 O' 移动。当底板移到 O_1 时管中气柱首次发生共鸣。当移到 O_2 时再次发生共鸣，O_1 与 O_2 间的距离为75.0cm。则声速是 <u>336m/s</u> 。

解：声波在管内形成驻波，当底板位于**O1**处发生第**1**次共鸣，说明**O处**形成波腹，而**O1**处则是第**1**个波节；当到达**O2**处发生第**2**次共鸣，说明**O处**仍为波腹，而**O2**处则是第**2**个波节

$$\overline{O_1O_2} = \lambda / 2 = 75cm$$

$$\lambda = 2 \times 75cm = 1.5m$$

$$u = \nu\lambda = 224 \times 1.5 = 336m/s$$



3．如果入射波的方程式是 $y_1 = A\cos 2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda})$,在x=0处发生反射后形成驻波，反射点为波腹，设反射后波的强度不变，则反射波的方程式y₂=__________；在x=2λ/3处质点合振动的振幅等于____。

解：入射波在o点的振动方程为：$y_{1o} = A\cos 2\pi\frac{t}{T}$

波腹处无半波损失，故反射波在o点的振动方程亦为

$$y_{2o} = A\cos 2\pi\frac{t}{T} \qquad \therefore y_2 = A\cos 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})$$

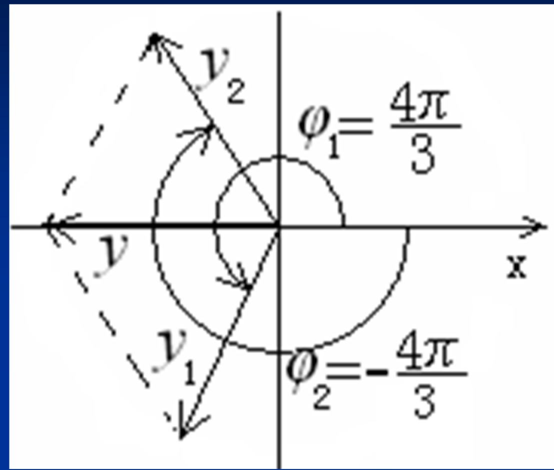
驻波方程为： $y = y_1 + y_2 = 2A\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\cos\frac{2\pi t}{T}$

当x=2λ/3 时 $y = 2A\cos\frac{4\pi}{3}\cos\frac{2\pi t}{T} = A\cos(\frac{2\pi t}{T}+\pi)$

解法二

$$y_1\Big|_{x=\frac{2\lambda}{3}} = A\cos\left(\frac{2\pi t}{T}+\frac{4\pi}{3}\right)$$

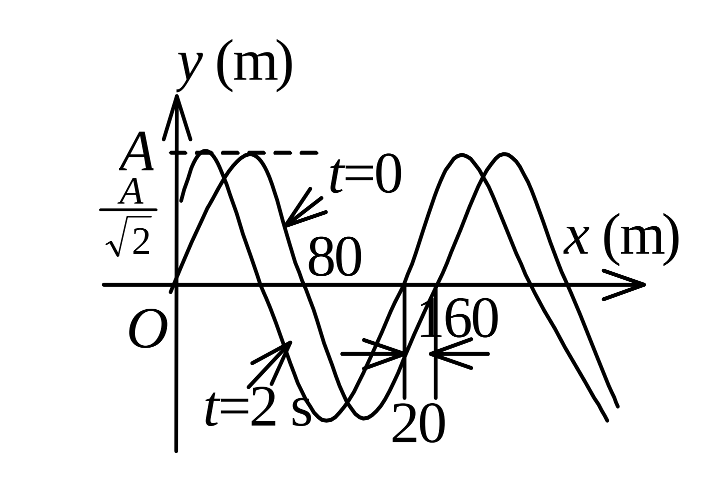
$$y_2\Big|_{x=\frac{2\lambda}{3}} = A\cos\left(\frac{2\pi t}{T}-\frac{4\pi}{3}\right)$$



作矢量图可知合振动的振幅为A。

4.一平面简谐机械波在媒质中传播时，若一媒质质元在t时刻的总机械能是10 J，则在 （T为波的周期）时刻该媒质质元的振动动能是______5______J.

1．图示一平面简谐波在t=0时刻与t=2s时刻的波形图，它在2秒内向左移动了20米。求(1) 坐标原点处介质质点的振动方程； (2) 该波的波动方程。



解：o点向上运动，故波沿x负向传播

设振动方程 $y_o = A\cos(\omega t + \varphi)$

$$u = \frac{20}{2} = 10m/s \qquad \lambda = 160m$$

$$\therefore T = \frac{\lambda}{u} = 16s,\ \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{8}\text{rad}/s$$

t=0时，0处质元 $\left.\begin{aligned} y_0 &= A\cos\varphi = 0 \\ v_0 &= -A\omega\sin\varphi > 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$

$$\therefore y_0 = A\cos(\frac{\pi}{8}t - \frac{\pi}{2})$$

波动方程 $y = A\cos[\frac{\pi}{8}(t + \frac{x}{10}) - \frac{\pi}{2}] = A\cos(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{80}x - \frac{\pi}{2})$

2. 某质点作简谐振动，周期为2s，振幅为0.06m，开始计时（t=0）,质点恰好处在负向最大位移处，求：

（1）该质点的振动方程；

（2）此振动以速度u=2m/s沿x轴正方向传播时，形成的一维简谐波的波动方程（以该质点的平衡位置为坐标原点）；（3）该波的波长。

解：　$A = 0.06m$　　$\omega = 2\pi / T = \pi \ rad / s$

t=0 时：质点恰好处在负向最大位移处，可知初相　$\varphi = \pi$

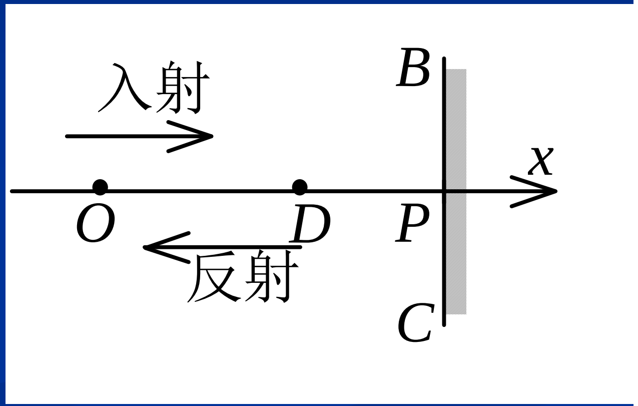
（1）振动方程　$y = 0.06\cos(\pi t + \pi)$

（3）　$\lambda = u\mathrm{T} = 4m$

（2）波沿x轴正传播

$$y = A\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}x + \varphi) = 0.06\cos(\pi t - \frac{\pi}{2}x + \pi)$$

4. 如图所示，一平面简谐波沿x轴正方向传播，BC为波密媒质的反射面。波由P点反射，OP=3λ/4。 DP=λ/4，在t=0时，原点O处质元的合振动是经过平衡位置向负方向运动。求D点处入射波与反射波的合振动方程。（设入射波和反射波的振幅皆为A，频率为ν）



解：设入射波在原点o处的振动方程为

$$y_{1o}=A\cos(2\pi\nu t+\varphi)$$

波由o点到P点，反射后再回o点，

此过程的相位落后为 $\Delta\varphi=-\frac{2\pi}{\lambda}\times 2\overline{op}+\pi=-2\pi$（P点有半波损失）

$$y_{2o}=A\cos(2\pi\nu t+\varphi+\Delta\varphi)\ =A\cos(2\pi\nu t+\varphi)$$

原点o的合振动 $y_o=y_{1o}+y_{2o}=2A\cos(2\pi\nu t+\varphi)$

t=0时，$y_0=0$，$V_0<0$ $\qquad \therefore \varphi=\frac{\pi}{2}$

解法1：求出驻波方程，再求D点合振动方程

入射波与反射波的方程 $\begin{cases} y_1 = A\cos(2\pi\nu t - \dfrac{2\pi x}{\lambda} + \dfrac{\pi}{2}) \\ y_2 = A\cos(2\pi\nu t + \dfrac{2\pi x}{\lambda} + \dfrac{\pi}{2}) \end{cases}$

驻波方程 $y = y_1 + y_2 = 2A\cos\dfrac{2\pi}{\lambda}x\cos(2\pi\nu t + \dfrac{\pi}{2})$

$x_D = \dfrac{3}{4}\lambda - \dfrac{\lambda}{4} = \dfrac{\lambda}{2}$ $\quad \therefore y_D = -2A\cos(2\pi\nu t + \dfrac{\pi}{2}) = 2A\sin(2\pi\nu t) = 2A\cos(2\pi\nu t - \dfrac{\pi}{2})$

解法2：根据 y_{1o}和 y_{2o}直接求出 y_{1D}和 y_{2D}

$$y_{1D} = A\cos(2\pi\nu t + \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}\overline{OD}) = A\cos(2\pi\nu t - \frac{\pi}{2})$$

$$y_{2D} = A\cos(2\pi\nu t + \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{\lambda}\overline{OD}) = A\cos(2\pi\nu t + \frac{3\pi}{2})$$

$$\therefore y_D = y_{1D} + y_{2D} = 2A\cos(2\pi\nu t - \frac{\pi}{2})$$

注：P点为波节，故O、D两点均为波腹，分振动同相，可简化计算

3． 已知波源在原点（x=0）的平面简谐波的方程为 $y = A\cos(Bt - Cx)$，式中A、B、C均为正的常量。试求：

(1)波的振幅、波速、频率、周期与波长；

(2)写出传播方向上距离波源 l 处一点的振动方程；

(3)在任何时刻，波的传播方向上相距为 d 的两点的相位差。

解：（1）

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu = B \qquad \therefore T = \frac{2\pi}{B}, \nu = \frac{B}{2\pi}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{u} = C \qquad \therefore \lambda = \frac{2\pi}{C}, u = \frac{B}{C}$$

（2）将 l 代入已知波动方程，得该点的振动方程

$$y = A\cos(Bt - Cl)$$

（3） $$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}d = Cd$$