一、选择题　　　　电磁感应

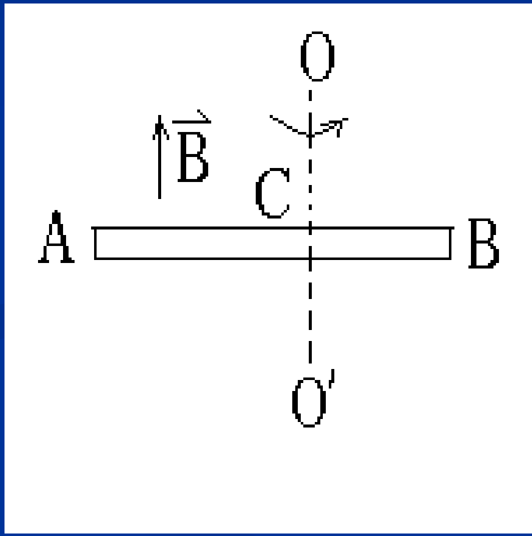
1、如图，导体棒AB在均匀磁场B中绕过C点的垂直于棒长且沿磁场方向的轴OO’转动（角速度 $\vec{\omega}$ 与 $\vec{B}$ 同方向），BC的长度为棒长的1/3，则　　[A]

(A) A点比B点电势高

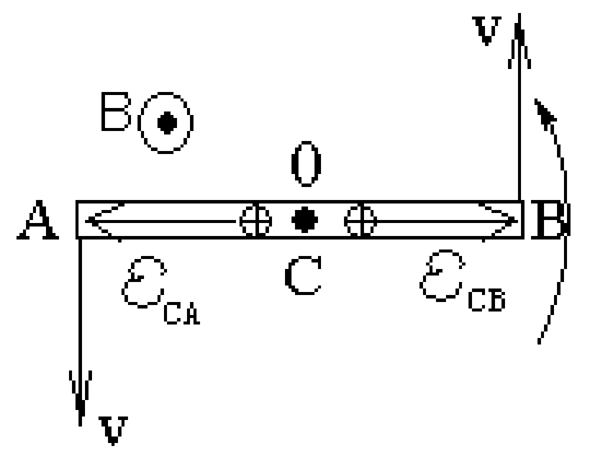
(B) A点与B点电势相等

(C) A点比B点电势低

(D) 有稳恒电流从A点流向B点



$$d\varepsilon = \left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}$$



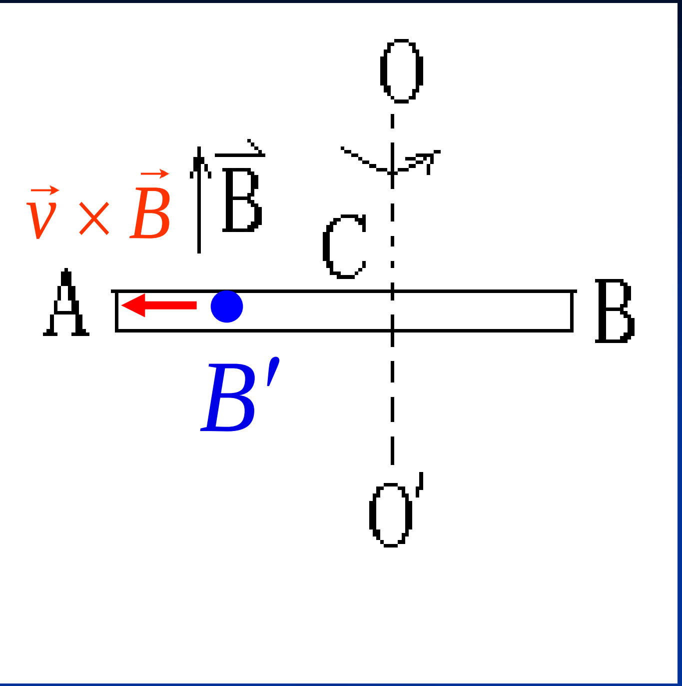
$$d\varepsilon = vB\,\mathrm{d}\,r = \omega B r dr$$

$$\varepsilon_{CB} = \frac{1}{2}B\omega\overline{CB}^2 = U_B - U_C$$

$$\varepsilon_{CA} = \frac{1}{2}B\omega\overline{CA}^2 = U_A - U_C$$

$\therefore U_A > U_B$

定性解法：



在左侧取B点的对称点 B'

显然：$U_B = U_{B'}$

而在 AB' 部分：

$\vec{v}\times\vec{B}$ 水平向左

所以，该段电动势方向为 $B' \to A$

$\therefore U_A > U_{B'} = U_B$

2.有两个线圈，线圈1对线圈2的互感系数为M21，而线圈2对线圈1的互感系数为M12。若它们分别流过i1和i2的变化电流且 $\left|\frac{di_1}{dt}\right| > \left|\frac{di_2}{dt}\right|$ ，并设由i2变化在线圈1中产生的互感电动势为 ε_{12}，由i1变化在线圈2中产生的互感电动势为 ε_{21}，判断下述哪个论断正确[C]

(A) $M_{12} = M_{21}, \varepsilon_{21} = \varepsilon_{12}$

(B) $M_{12} \neq M_{21}, \varepsilon_{21} \neq \varepsilon_{12}$

(C) $M_{12} = M_{21}, \varepsilon_{21} > \varepsilon_{12}$

(D) $M_{12} = M_{21}, \varepsilon_{21} < \varepsilon_{12}$

$$\varepsilon_{21} = -M_{21}\frac{di_1}{dt} \qquad \varepsilon_{12} = -M_{12}\frac{di_2}{dt}$$

而 $\boxed{M_{12} = M_{21}}$ $\qquad \dfrac{\varepsilon_{21}}{\varepsilon_{12}} = \dfrac{di_1/dt}{di_2/dt}$

$\because \left|\frac{di_1}{dt}\right| > \left|\frac{di_2}{dt}\right|$ $\qquad \boxed{\therefore\ \varepsilon_{21} > \varepsilon_{12}}$

注：电动势中的正负号表示方向，是楞次定律的体现

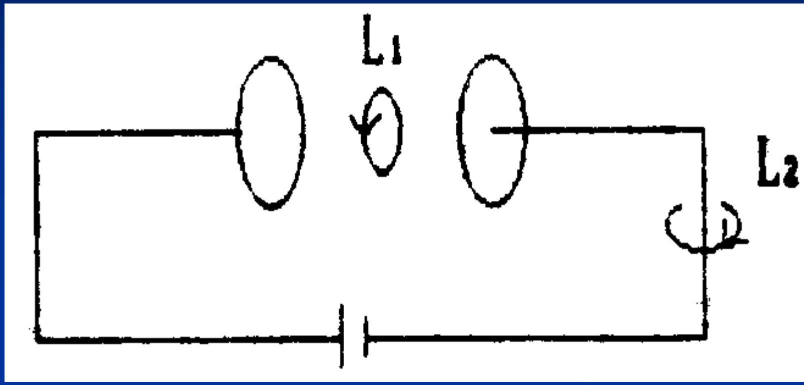
3.如图，平板电容器（忽略边缘效应）充电时，沿环路 L1、L2磁场强度 的环流中，必有： [C]

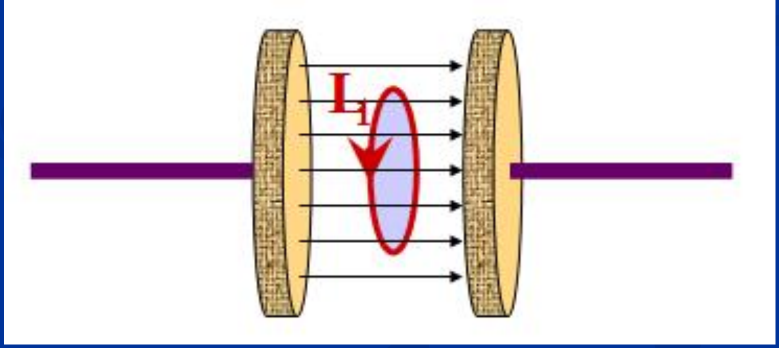
(A) $\oint_{L1}\vec{H}\cdot d\vec{l} > \oint_{L2}\vec{H}\cdot d\vec{l}$

(B) $\oint_{L1}\vec{H}\cdot d\vec{l} = \oint_{L2}\vec{H}\cdot d\vec{l}$

(C) $\oint_{L1}\vec{H}\cdot d\vec{l} < \oint_{L2}\vec{H}\cdot d\vec{l}$

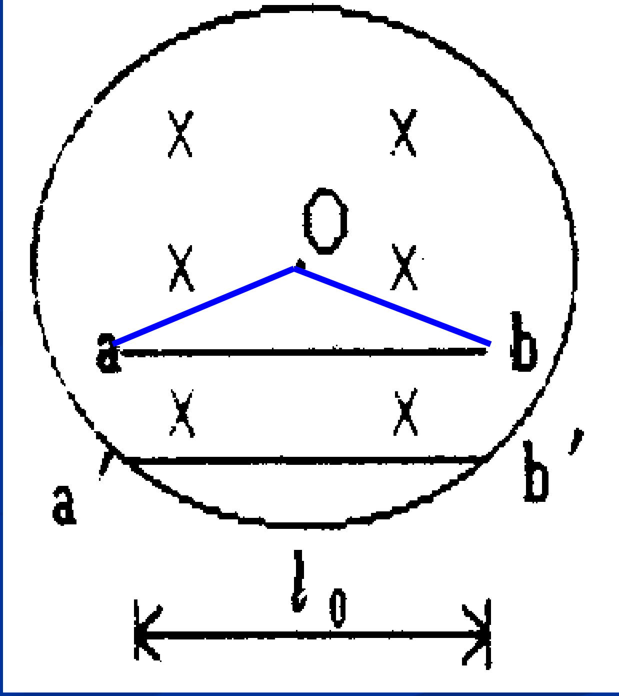
(D) $\oint_{L1}\vec{H}\cdot d\vec{l} = 0$





$$\oint_{L_2}\vec{H}\cdot d\vec{l} = I_c \qquad \oint_{L_1}\vec{H}\cdot d\vec{l} = I_d = \frac{\partial D}{\partial t}\pi r^2 = \frac{I_c}{\pi R^2}\pi r^2 < I_c$$

4. 在圆柱形空间内有一磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场，如图所示，$\vec{B}$ 的大小以速率 dB/dt 变化。有一长度为 l_0 的金属棒先后放在磁场的两个不同位置1(ab)和2($a'b'$)，则金属棒在这两个位置时棒内的磁感应电动势的大小关系为 [B]



(A) $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 \neq 0$ (B) $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$

(C) $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$ (D) $\varepsilon_2 = \varepsilon_1 = 0$

解：作三角形回路oab，回路中

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -S\frac{dB}{dt} = -\frac{l_0 h}{2}\frac{dB}{dt}$$

oa、ob中不存在电动势，棒中电动势大小 $\varepsilon_{ab} = \dfrac{l_0 h}{2}\dfrac{dB}{dt}$

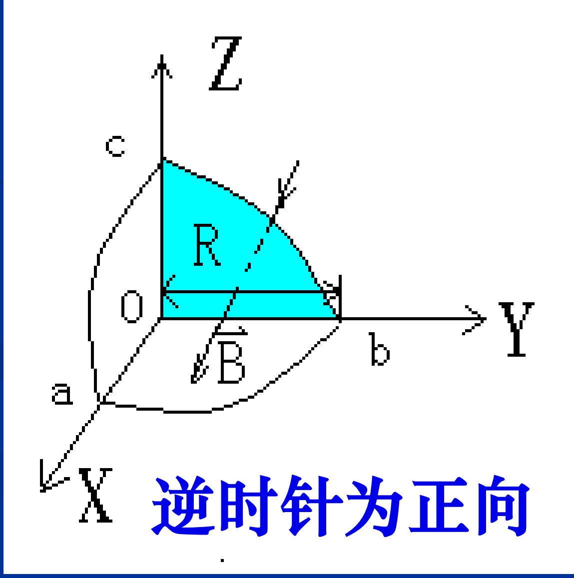
二、填空题：

1.一段导线被弯成圆心在O点、半径为R 的三段圆弧 $\overline{ab}$、$\overline{bc}$、$\overline{ca}$，它们构成了一个闭合回路，$\overline{ab}$位于XOY平面内，$\overline{bc}$和 $\overline{ca}$分别位于另两个坐标面中（如图）。均匀磁场沿X轴正方向穿过圆弧 $\overline{bc}$ 与坐标轴所围成的平面。设磁感应强度随时间的变化率为K(K>0)，则闭合回路a b c a中 ε 的数值为 $\boxed{\frac{k}{4}\pi R^2}$；圆弧 $\overline{bc}$中感应电流的方向是 $\boxed{c \to b}$

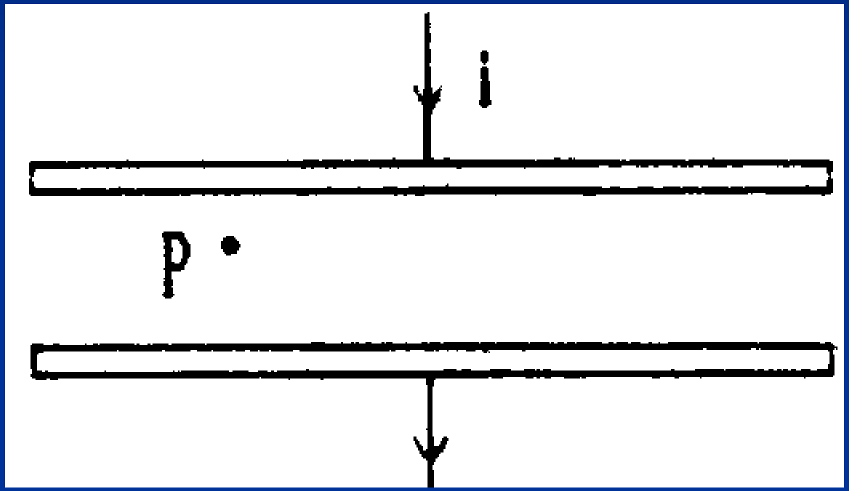
解：将闭合回路abca向垂直于磁场的方向投影，得到有效面积obc

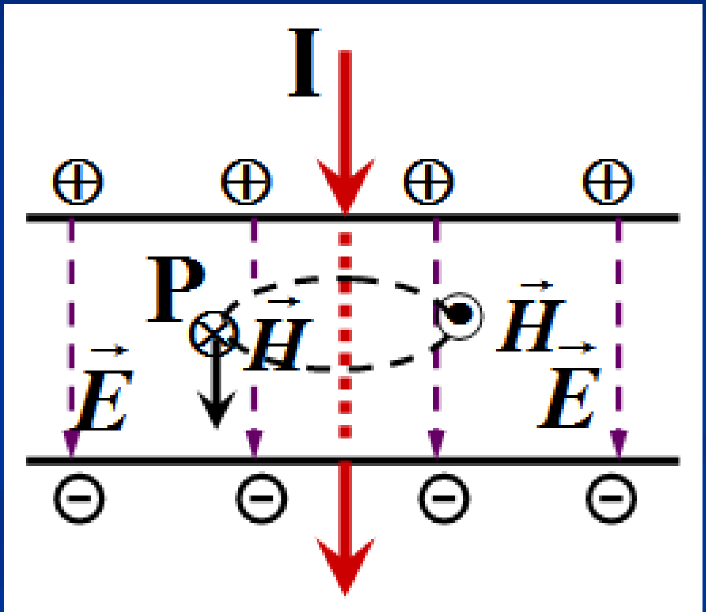
$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{dB}{dt}\frac{\pi R^2}{4} = -\frac{k}{4}\pi R^2 < 0$$

$$\boxed{\therefore c \to b}$$



2*. 圆形平行板电容器，从q=0开始充电，试画出充电过程中，极板间某点P处电场强度的方向和磁场强度的方向。





解：充电过程E增大， I_d与E都向下，与传导电流一致

I_d产生的磁场是以轴线为中心的同心圆环。

根据右手螺旋可知，P点处磁场方向垂直纸面向里。

3.反映电磁场基本性质和规律的Maxwell方程组积分形式为

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_i \quad ①$$

①静电场是有源场，场源是自由电荷；涡旋电场是无源场

$$\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l}=-\frac{d\Phi_m}{dt} \quad ②$$

②静电场是保守场；涡旋电场是非保守场，由变化磁场产生

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0 \quad ③$$

③磁场是无源场，磁场线闭合，无头无尾

$$\oint_L \vec{H}\cdot d\vec{l}=\sum I_i+\frac{d\Phi_e}{dt} \quad ④$$

④磁场是非保守场，由Ic或Id产生

试判断下列结论是包含于或等效于哪一个Maxwell方程的。

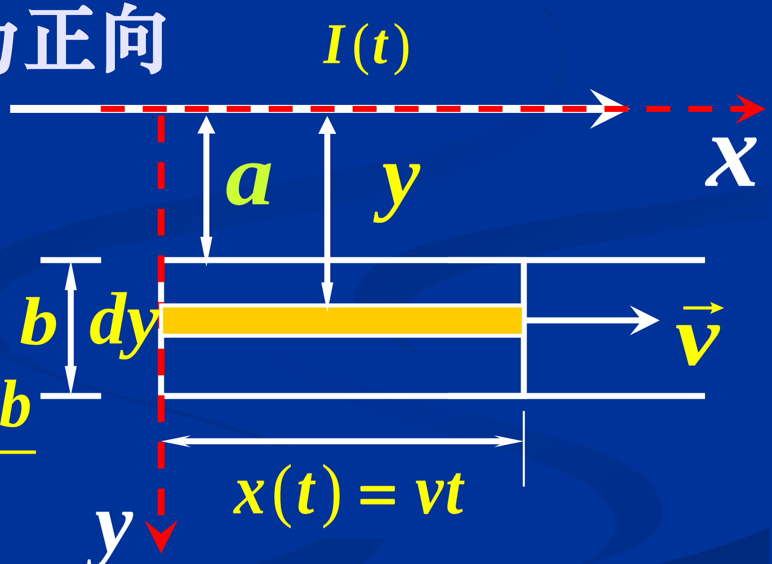
（1）变化的磁场一定伴随有电场__②__；

（2）磁感应线是无头无尾的，__③__；

（3）电荷总伴随有电场，__①__；

1、如图所示，真空中一长直导线通有电流 $I(t)=I_0e^{-\lambda t}$ (I_0、λ为常量)，有一矩形导线框与导线平行共面，二者相距a。线框的滑动边与长直导线垂直，它的长度为b，并且以匀速 v 滑动。若忽略线框中的自感电动势，开始时滑动边与对边重合，试求矩形线框内的感应电动势。

解：建立如图0xy坐标系，顺时针为正向



$$dS = x(t)dy$$

$$d\phi = BdS = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi y}x(t)dy$$

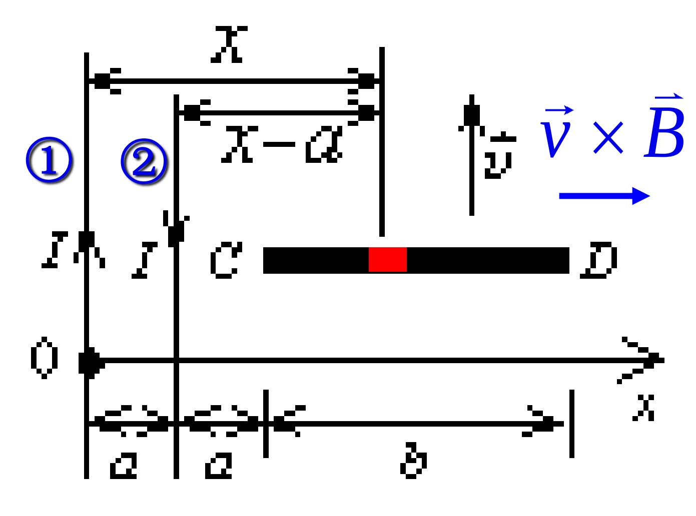
$$\phi = \int_a^{a+b}\frac{\mu_0 I(t)}{2\pi y}x(t)dy = \frac{\mu_0 I(t)x(t)}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\mu_0}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}\left[\frac{dI(t)}{dt}x(t)+I(t)\frac{dx(t)}{dt}\right] = \frac{\mu_0 v}{2\pi}\ln\frac{a+b}{a}I_0e^{-\lambda t}(\lambda t-1)$$

方向：当 $\lambda t>1$ 时沿顺时针；当 $\lambda t<1$ 时沿逆时针。

2、两相互平行无限长的直导线载有大小相等方向相反的电流，长度为b的金属杆CD与两导线共面且垂直，相对位置如图。CD杆以速度 v 平行直线电流运动，求CD杆中的感应电动势，并判断C、D两端哪端电势较高?

解：建立如图0x坐标系



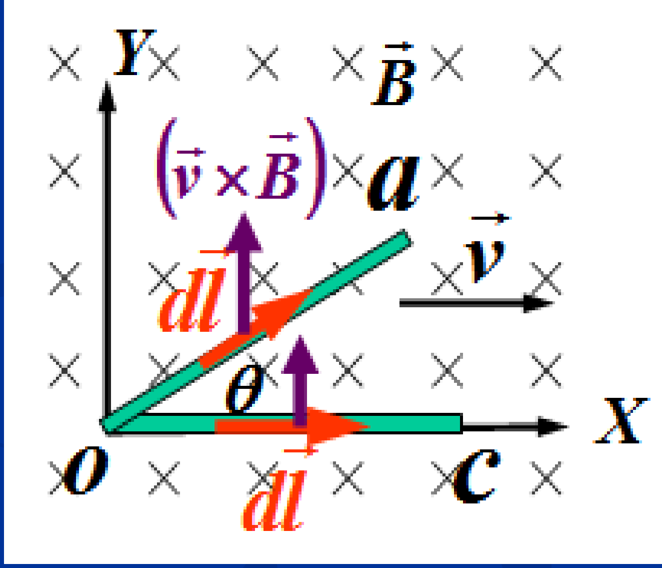
$$B=\underset{②}{\frac{\mu_0 I}{2\pi(x-a)}}-\underset{①}{\frac{\mu_0 I}{2\pi x}} \quad \text{方向}\odot$$

$$d\varepsilon=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=vB\,\mathrm{d}\,x$$

$$\varepsilon=\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\int_{2a}^{2a+b}\left(\frac{1}{x-a}-\frac{1}{x}\right)dx=\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{2(a+b)}{2a+b}>0$$

电动势方向为$C\rightarrow D$，故D端电势较高。

2. 如图，aoc为一折成∠形的金属导线(oa=oc= L)，位于XY平面中；磁感应强度为 $\vec{B}$ 的匀强磁场垂直于XY平面。当aoc以速度 $\vec{v}$ 沿X轴正向运动时，导线上a、c两点间电势差为 $U_{ac}=$ $\underline{vBL\sin\theta}$；当aoc以速度 $\vec{v}$ 沿Y 轴正向运动时，a 、c两点中是___a___点电势高。



①当V水平向右运动

$\vec{v}\times\vec{B}$ 竖直向上

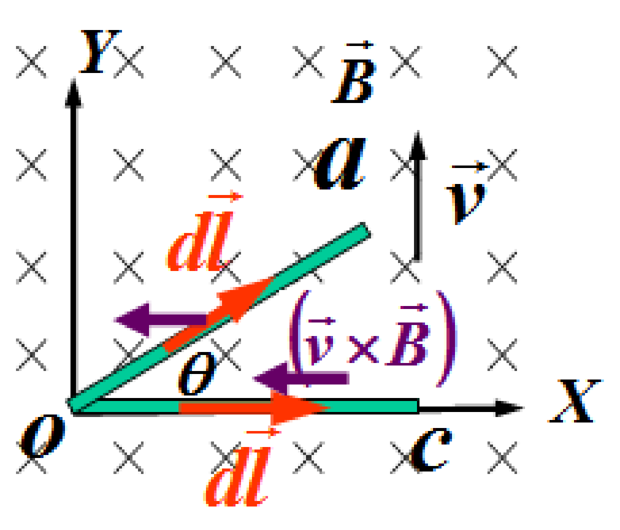
取oa、oc为dl 方向

显然： $\varepsilon_{oc}=0$

$$\varepsilon_{oa}=\int\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot d\vec{l}=\int_{o}^{a}vBdl\cos(90^{\circ}-\theta)=vBL\sin\theta$$

$$\therefore U_{ac}=U_{ao}=\varepsilon_{oa}=vBL\sin\theta$$

2. 如图，aoc为一折成∠形的金属导线(ao=oc= L)，位于XY平面中；磁感应强度为 $\vec{B}$ 的匀强磁场垂直于XY平面。当aoc以速度 $\vec{v}$ 沿X轴正向运动时，导线上a、c两点间电势差为$U_{ac}=$ $\underline{vBL\sin\theta}$；当aoc以速度 $\vec{v}$ 沿Y 轴正向运动时，a 、c两点中是__a__点电势高。



②当V竖直向上运动 $\vec{v}\times\vec{B}$ 水平向左

仍取oa、oc为dl 方向

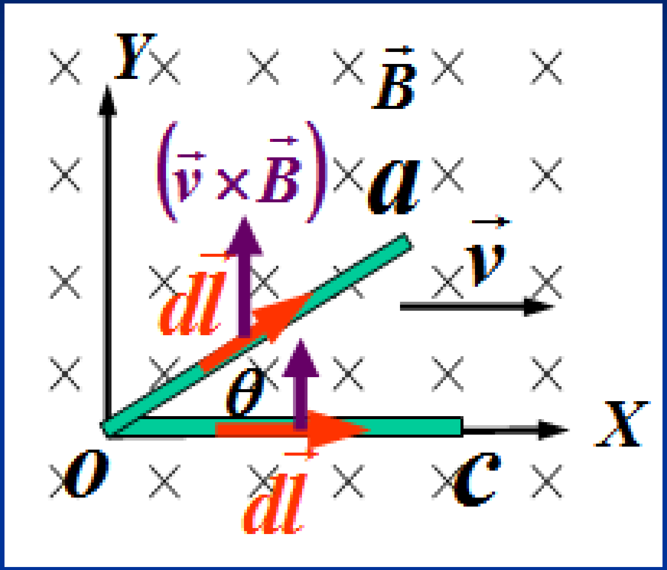
$$\varepsilon_{oc}=-\int_o^c vBdl=-vBL=U_c-U_o$$

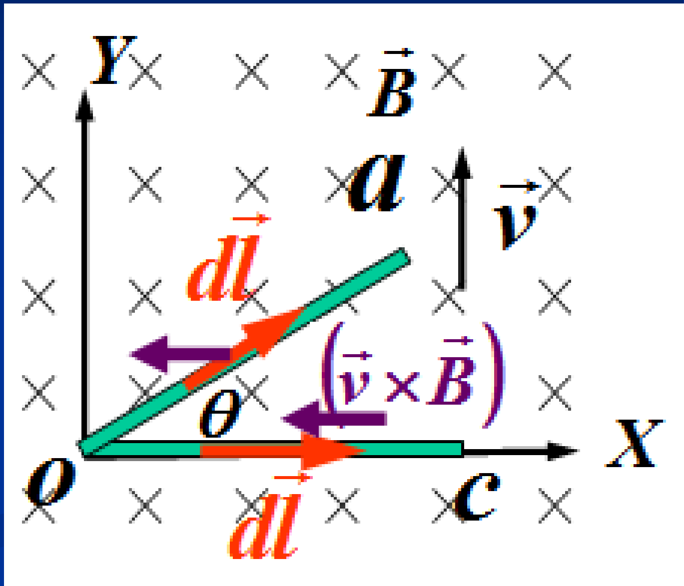
$$\varepsilon_{oa}=-\int_o^a vBdl\cos\theta=-vBL\cos\theta=U_a-U_o$$

$$\boxed{\therefore U_{ac}=U_a-U_c=vBL(1-\cos\theta)>0}$$

简便解法：将运动导线向垂直于速度方向投影

$$\varepsilon = BLv(L = L_{投影})$$





将oa、oc向Y轴投影

$L_{oa} = L\sin\theta \qquad L_{oc} = 0$

$\varepsilon_{oa} = BLv\sin\theta$

$\varepsilon_{oc} = 0$

将oa、oc向X轴投影

$L_{oa} = L\cos\theta \qquad L_{oc} = L$

$\varepsilon_{oa} = BLv\cos\theta$

$\varepsilon_{oc} = BLv$