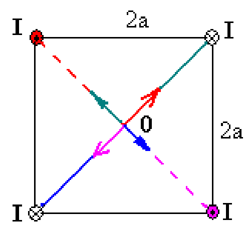
大学物理练习题七

一、选择题

1．四条皆垂直于纸面的载流细长直导线，每条中的电流皆为 I。这四条导线被纸面截得的断面，如图所示，它们组成了边长为 2a 的正方形的四个角顶。每条导线中的电流流向亦如图所示，则在图中正方形中心 O 点的磁感应强度的大小为　　　　　　　　　　　　　　　　[C]

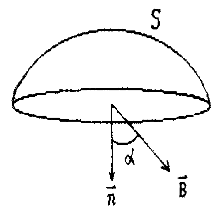


(A) $B=\frac{2\mu_0}{\pi a}I$　　　　(B) $B=\frac{\sqrt{2}\mu_0}{2\pi a}I$

(C) $B=0$　　　　(D) $B=\frac{\mu_0}{\pi a}I$

解：对于正方形，每个顶点的电流在 O 点产生的磁感应强度相等且对称，所以 O 点的 B=0。

2. 在磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中作一半径为 r 的半球面 S，S 边线所在平面的法线方向单位矢量 $\vec{n}$ 与 $\vec{B}$ 的夹角为 α，则通过半球面 S 的磁通量为　　　　　　　　　　[D]



(A) $\pi r^2 B$　　　　(B) $2\pi r^2 B$

(C) $-\pi r^2 B\sin\alpha$　　　　(D) $-\pi r^2 B\cos\alpha$

解：穿过半球面的磁通量与穿过底面的相等，且 $\Phi_m<0$。

$$\Phi_m=-\iint_{底} B\cdot dS=-BS_{底}\cos\alpha=-B\cos\alpha\cdot\pi r^2$$

3. 取一闭合积分回路 L，使三根载流导线穿过它所围成的面。现改变三根导线之间的相互间隔，但不越出积分回路，则　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[B]

（A）回路 L 内的 $\sum I$ 不变，L 上各点的 $\vec{B}$ 不变。

（B）回路 L 内的 $\sum I$ 不变，L 上各点的 $\vec{B}$ 改变。

（C）回路 L 内的 $\sum I$ 改变，L 上各点的 $\vec{B}$ 不变。

（D）回路 L 内的 $\sum I$ 改变，L 上各点的 $\vec{B}$ 改变。

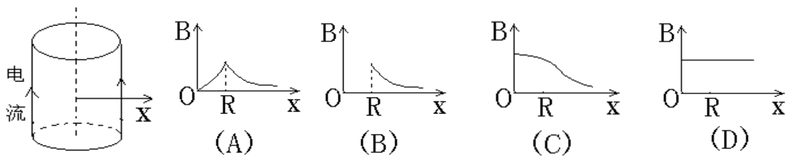
解：在安培环路定理 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I_i$ 中，

（1）式右的 I_i 是闭合回路包围的电流。所以 $\sum I_i$ 不变；

（2）式左的 B 是空间中所有电流产生的磁场。电流分布变了，磁场分布也变了，因此 L 上各点的磁场改变。

注意：式左的积分值也不变化。

4. 磁场由沿空心长圆筒形导体的均匀分布的电流产生，圆筒半径为 R，x 坐标轴垂直圆筒轴线，原点在中心轴线上，图(A)～(E)哪一条曲线表示 B-x 的关系？　　　　　　　　　　　　　　　　[B]



解：（1）在圆筒内垂直于轴的方向取圆形回路（包围的电流为零），由安培定理知，筒内 B=0 ；

（2）在垂直于轴的方向取圆形回路（回路半径 x>R，包围的电流为 I），由安培定理有 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=B\cdot 2\pi x=\mu_0 I$

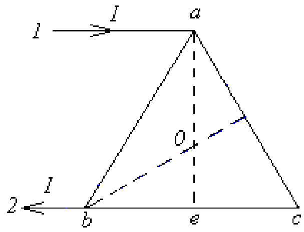
筒外 x 处的磁场 $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$　（B-x 是双曲线）

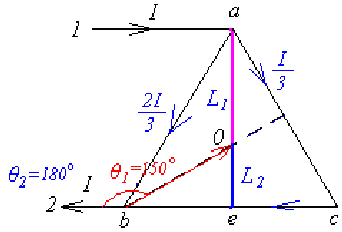
二、填空题

1. 一长直螺线管是由直径 d=0.2mm 的漆包线密绕而成。当它通以 I=0.5A 的电流时，其内部的磁感应强度 B=$\pi\times10^{-3}(T)$。（忽略绝缘层厚度）

解：单位长度的匝数 $n=\frac{1}{d}$，$B=\mu_0 nI=\mu_0 I/d=\pi\times10^{-3}(T)$

2. 电流由长直导线 1 沿半径方向经 a 点流入一均匀导线构成的等边三角形，再由 b 点流出，经长导线 2 返回电源（如图）。已知直导线上电流强度为 I，三角形的边长为 L。则在三角形中心 O 点产生的磁感应强度的大小 $\frac{3\mu_0 I}{4\pi L}(\sqrt{3}-1)$；方向 垂直向里 。





解：由对称性知，Δabc 电流在 O 点产生的场强 $B_{abc}=0$，

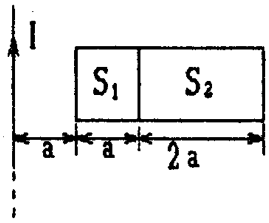
图中 $L_1=\frac{L}{\sqrt{3}}$，$L_2=\frac{L}{2\sqrt{3}}$。取垂直纸面向里为磁场正向。

$$B_{1a}=\frac{\mu_0 I}{4\pi L_1}=\frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{4\pi L},$$

$$B_{b2}=\frac{\mu_0 I}{4\pi L_2}(\cos150^0-\cos180^0)=\frac{\mu_0 I}{4\pi L_2}(1-\frac{\sqrt{3}}{2})=\frac{\mu_0 I}{4\pi L}(2\sqrt{3}-3)$$

$$B_0=B_{1a}+B_{abc}+B_{b2}=\frac{\mu_0 I}{4\pi L}(3\sqrt{3}-3)=\frac{3\mu_0 I}{4\pi L}(\sqrt{3}-1)$$，向里

3. 如图，在无限长直载流导线的右侧有面积为 S_1 和 S_2 两个矩形回路。两个回路与长直载流导线在同一平面，且矩形回路的一边与长直载流导线平行，则通过面积为 S_1 的矩形回路的磁通量与通过面积为 S_2 的矩形回路的磁通量之比为 1：1 。

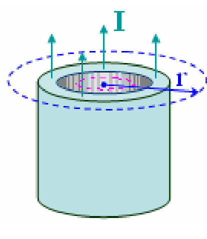


解：设矩形高为 h，在平行于电流的方向取面积元 $ds=hdx$，

面元内的磁感应强度处处相等，且 $B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$，x 是面元到电流的垂直距离。

$$\Phi_1=\int_{S_1}BdS=\int_a^{2a}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}hdx=\frac{\mu_0 Ih}{2\pi}\ln2,\qquad \Phi_2=\int_{2a}^{4a}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}hdx=\frac{\mu_0 Ih}{2\pi}\ln2$$

4. 有一长直金属圆筒，沿长度方向有稳恒电流 I 通过，在横截面上电流均匀分布。筒内空腔各处的磁感应强度大小为 0；筒外空间中离轴线 r 处的磁感应强度大小为 $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$。



解：示意图如右。由 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum I_i$ 可知

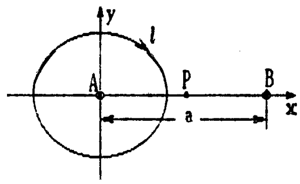
对筒内：$\sum I_i=0$，$B_{内}=0$

在筒外：$\sum I_i=I$，$B_{外}=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

5. 如图，平行的无限长直载流导线 A 和 B，电流强度为 I，垂直纸面向外，两根载流导线之间相距为 a，则

（1）$\overline{AB}$ 中点（p 点）的磁感应强度 $\vec{B}_p = \underline{0}$。

（2）磁感应强度 $\vec{B}$ 沿图中环路 L 的线积分 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \underline{-\mu_0 I}$。



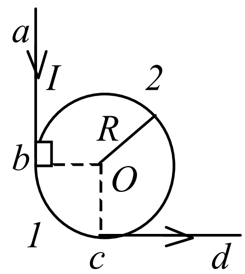
解：（1）A、B 两点的电流大小与方向相同，到 P 点距离相等，它们在 P 点产生的磁感应强度相抵消，故 $B_p = 0$。

（2）图中回路的正向为顺时针方向，A 点电流在安培回路定律中取负。

三、计算题

1．半径为 R 的均匀环形导线在 b、c 两点处分别与两根互相垂直的载流导线相连接，已知环与二导线共面，如图所示。若直导线中的电流强度为 I，求：环心 O 处磁感强度的大小和方向。

解：ab,cd 为半无限长



$$B_{ab} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos 0 - \cos\frac{\pi}{2}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\odot$$

$$B_{ab} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\frac{\pi}{2} - \cos\pi) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\odot$$

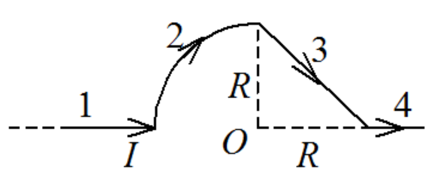
$$I_{b1c} = 3I/4,\ \ I_{b2c} = I/4,$$

$$B_{b1c} = \frac{\mu_0 I_{b1c}}{2R}\frac{\varphi_1}{2\pi} = \frac{\mu_0}{2R}\frac{3I}{4}\frac{\pi/2}{2\pi} = \frac{3\mu_0 I}{32R}\odot$$

$$B_{b2c} = \frac{\mu_0 I_{b2c}}{2R}\frac{\varphi_2}{2\pi} = \frac{\mu_0}{2R}\frac{I}{4}\frac{3\pi/2}{2\pi} = \frac{3\mu_0 I}{32R}\otimes$$

$$B_0 = B_{ab} + B_{cd} + B_{b1c} - B_{b2c} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\odot$$

2．一根无限长导线弯成如图形状，设各线段都在同一平面内（纸面内），其中第二段是半径为 R 的四分之一圆弧，其余为直线．导线中通有电流 I，求图中 O 点处的磁感强度．



解： O 点在导线 1、4 的延长线上 $B_1 = B_4 = 0$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\varphi = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\frac{\pi}{2} = \frac{\mu_0 I}{8R}\ \otimes$$

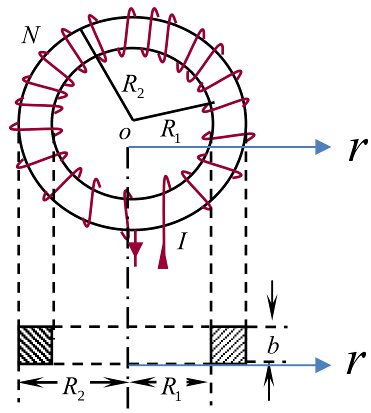
$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R/\sqrt{2}}(\cos\frac{\pi}{4} - \cos\frac{3\pi}{4}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\ \otimes$$

$$B_0 = B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} + \frac{\mu_0 I}{8R}\ \otimes$$

3. 如图所示，横截面为矩形的环形螺线管，圆环内外半径分别为 R_1 和 R_2，导线总匝数为 N，绕得很密，若线圈通电流 I，求：

⑴ 在 $r<R_1$、$R_1<r<R_2$ 和 $r>R_2$ 各个区域的 B 值；

⑵ 穿过一个截面的磁通量。



解：（1）在内外 3 个区域分别作半径为 r 的圆形环路，根据安培环路定律

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\cdot 2\pi r = \mu_0 \Sigma I$$

$r<R_1$ 时，　$\Sigma I = 0$，$B_1 = 0$

$R_1<r<R_2$ 时，$\Sigma I = NI$，$B_2 = \dfrac{\mu_0 NI}{2\pi r}$

$r>R_2$ 时，　$\Sigma I = 0$，$B_3 = 0$

（2）以 o 为原点，沿半径方向建立 or 坐标轴

$$\Phi_m = \int B ds = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} b dr = \frac{\mu_0 NIb}{2\pi}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

［附］

1. 电流由长直导线 1 沿半径方向经 a 点流入一电阻均匀分布的圆环，再由 b 点沿切向从圆环流出，经长导线 2 返回电源（如图）。已知直导线上电流强度为 I，圆环的半径为 R，且 a 、b 与圆心 0 三点在同一直线上。设直电流 1、2 及圆环电流分别在 0 点产生的磁感应强度为 $\vec{B}_1$、$\vec{B}_2$ 及 $\vec{B}_3$，则 0 点的磁感应强度的大小　　［ C ］

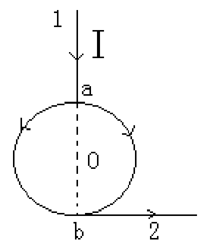
(A)　B=0，因为 $B_1=B_2=B_3=0$。

(B)　B=0，因为 $\vec{B}_1+\vec{B}_2=0$，$B_3=0$。

(C)　$B\neq 0$，因为虽然 $B_1=B_3=0$，但 $B_2\neq 0$。

(D)　$B\neq 0$，因为虽然 $B_1=B_2=0$，但 $B_3\neq 0$。

(E)　$B\neq 0$，因为虽然 $B_2=B_3=0$，但 $B_1\neq 0$。



解：（1）电流 1 在 0 点的磁场 $B_1 = 0$；

（2）两个半圆形电流在 0 点产生的磁场等值反向，故 $B_3 = 0$；$B = B_2 = B_{b2} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi R} \neq 0$