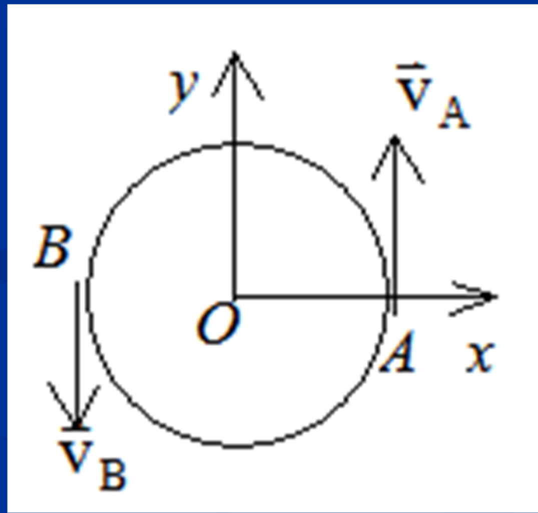
$\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} = 2I$

质点动力学

一、选择题：

1. 质量为m的小球在向心力作用下，在水平面内作半径为R、速率为v的匀速圆周运动，如下左图所示。小球自A点逆时针运动到B点的半周内，动量的增量应为：　　[B]



(A) $2m v\vec{j}$

(B) $-2m v\vec{j}$

(C) $2m v\vec{i}$

(D) $-2m v\vec{i}$

解：注意动量的矢量性

$$m\vec{v}_B - m\vec{v}_A = -mv\vec{j} - mv\vec{j} = -2mv\vec{j}$$

2．在升降机天花板上拴有轻绳，其下端系一重物，当升降机以加速度a_1上升时，绳中的张力正好等于绳子所能承受的最大张力的一半，问升降机以多大加速度上升时，绳子刚好被拉断？ ［ C ］

(A) $2a_1$ (B) $2(a_1+g)$

(C) $2a_1+g$ (D) a_1+g

解：设绳子最大张力为T_0

$$\frac{T_0}{2}-mg=ma_1$$

$$T_0-mg=ma_2$$

$$\therefore a_2=2a_1+g$$

3．一质点在力 $F = 5m(5-2t)$（SI）（式中 m 为质点的质量，t 为时间）的作用下，$t=0$ 时从静止开始作直线运动，则当 $t = 5s$ 时，质点的速率为

[C]

(A) $50m/s$　　(B) $25m/s$

(C) 0　　(D) $-50m/s$

解：根据动量定理 I=△P=mv-0

$$I = \int_0^5 F dt = \int_0^5 5m(5-2t)dt = 5m(5t - t^2)\Big|_0^5 = 5m(25-25) = 0$$

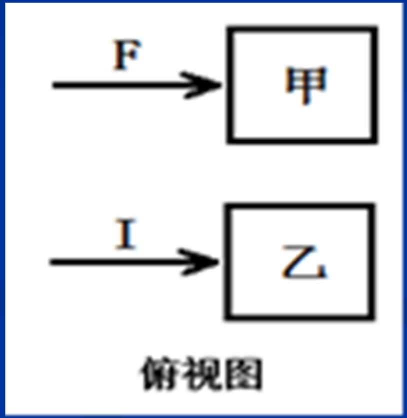
另解：由运动学求出v(t)

$$a = \frac{F}{m} = 5(5-2t) = \frac{dv}{dt}$$

$$\int_0^v dv = \int_0^5 (25-10t)dt$$

$$\therefore v = 0$$

4．质量相等的两个物体甲和乙，并排静止在光滑水平面上，现用一水平恒力F作用在物体甲上，同时给物体乙一个与F同方向的瞬时冲量I，使两物体沿同一方向运动，则两物体再次达到并排的位置所经过的时间为[B]



(A) I/F (B) $2I/F$

(C) $2F/I$ (D) F/I

解：甲作匀加速直线运动，乙获得瞬时冲量作匀速直线

$$x_{甲}=\frac{1}{2}\frac{F}{m}t^2 \quad = \quad x_{乙}=\frac{I}{m}t$$

$$\therefore t=\frac{2I}{F}$$

5．一个质点同时在几个力作用下的位移为：

$\Delta\vec{r} = 4\vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{k}$ （SI） 其中一个力为恒力

$\vec{F} = -3\vec{i} - 5\vec{j} + 9\vec{k}$ （SI），则此力在该位移

过程中所作的功为 [A]

(A) 67J　(B) 91J　(C) 17J　(D) -67J

解：这是恒力的功

$$A = \vec{F} \bullet \Delta\vec{r} = (-3\vec{i} - 5\vec{j} + 9\vec{k}) \bullet (4\vec{i} - 5\vec{j} + 6\vec{k})$$

$$= -12 + 25 + 54 = 67J$$

6．对功的概念有以下几种说法：

（1）保守力作正功时，系统内相应的势能增加。

（2）质点运动经一闭合路径，保守力对质点作的功为零。（3）作用力和反作用力大小相等、方向相反，所以两者所做功的代数和必为零。

在上述说法中： [C]

（A）（1）、（2）是正确的。

（B）（2）、（3）是正确的。

（C）只有（2）是正确的。

（D）只有（3）是正确的。

7．机枪每分钟可射出质量为20g的子弹900颗，子弹射出的速率为800m/s ，则射击时的平均反冲力大小为[C]

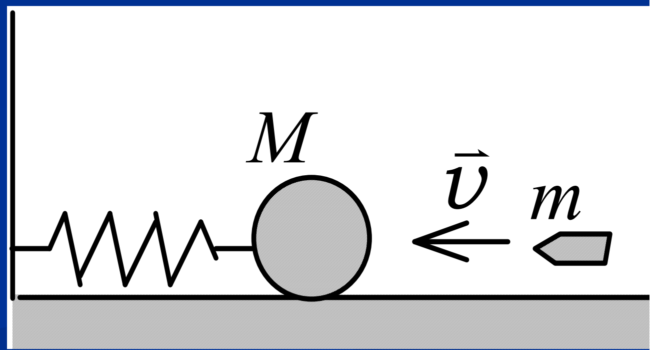
(A) 0.267N (B) 16N (C) 240N (D) 14400N

解：这里求平均冲力

$$\int_{t_0}^{t}\vec{F}dt=\overline{F}\Delta t=mv-mv_0$$

$$\therefore \overline{F}=\frac{mv-mv_0}{\Delta t}=\frac{20\times10^{-3}\cdot 800\times 900}{60}=240N$$

8．一质量为M的弹簧振子，水平放置且静止在平衡位置，如图所示．一质量为m的子弹以水平速度v射入振子中，并随之一起运动．如果水平面光滑，此后弹簧的最大势能为 [B]



(A) $\frac{1}{2}mv^2$ (B) $\frac{m^2v^2}{2(M+m)}$

(C) $(M+m)\frac{m^2}{2M^2}v^2$ (D) $\frac{m^2}{2M}v^2$

解：碰撞动量守恒

$$mv=(m+M)v_{共}$$

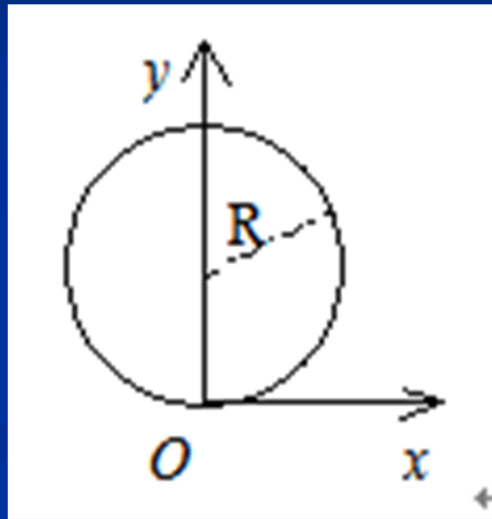
$$\therefore v_{共}=\frac{mv}{M+m}$$

之后，机械能守恒

$$E_{P\max}=E_k=\frac{1}{2}(M+m)v_{共}^2=\frac{m^2v^2}{2(M+m)}$$

9．一质点在如图所示的坐标平面内作圆周运动，有一力 $\vec{F}=F_0(x\vec{i}+y\vec{j})$ 作用在质点上，在该质点从坐标原点运动到 $(0,2R)$ 位置的过程中，力F对它所做的功为［ B ］ (A) F_0R^2 (B) $2F_0R^2$

(C) $3F_0R^2$ (D) $4F_0R^2$



解：这是变力的功

$$A=\int \vec{F}\cdot d\vec{r}=\int F_0(x\vec{i}+y\vec{j})\cdot(dx\vec{i}+dy\vec{j})$$

$$=\int_0^0 F_0xdx+\int_0^{2R} F_0ydy=\frac{1}{2}F_0(2R)^2=2F_0R^2$$

10．质量为0.10kg的质点，由静止开始沿曲线

$\vec{r}=\frac{5}{3}t^3\vec{i}+2\vec{j}$ （SI）运动，则在t=0到t=2s的时间内，

作用在该质点上的合外力所做的功为[B]

(A) $\frac{5}{4}J$ (B) $20J$ (C) $\frac{75}{4}J$ (D) $40J$

解：合外力的功=动能增量

$$\boxed{\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=5t^2\vec{i}}$$

$v_{t=0}=0$

$v_{t=2}=20$

另解：功的定义

$$\therefore A=\Delta E_K=20J$$

$$\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{d}{dt}(5t^2\vec{i})=10t\vec{i}$$

$$\vec{F}=m\vec{a}=0.10\times10t\vec{i}$$

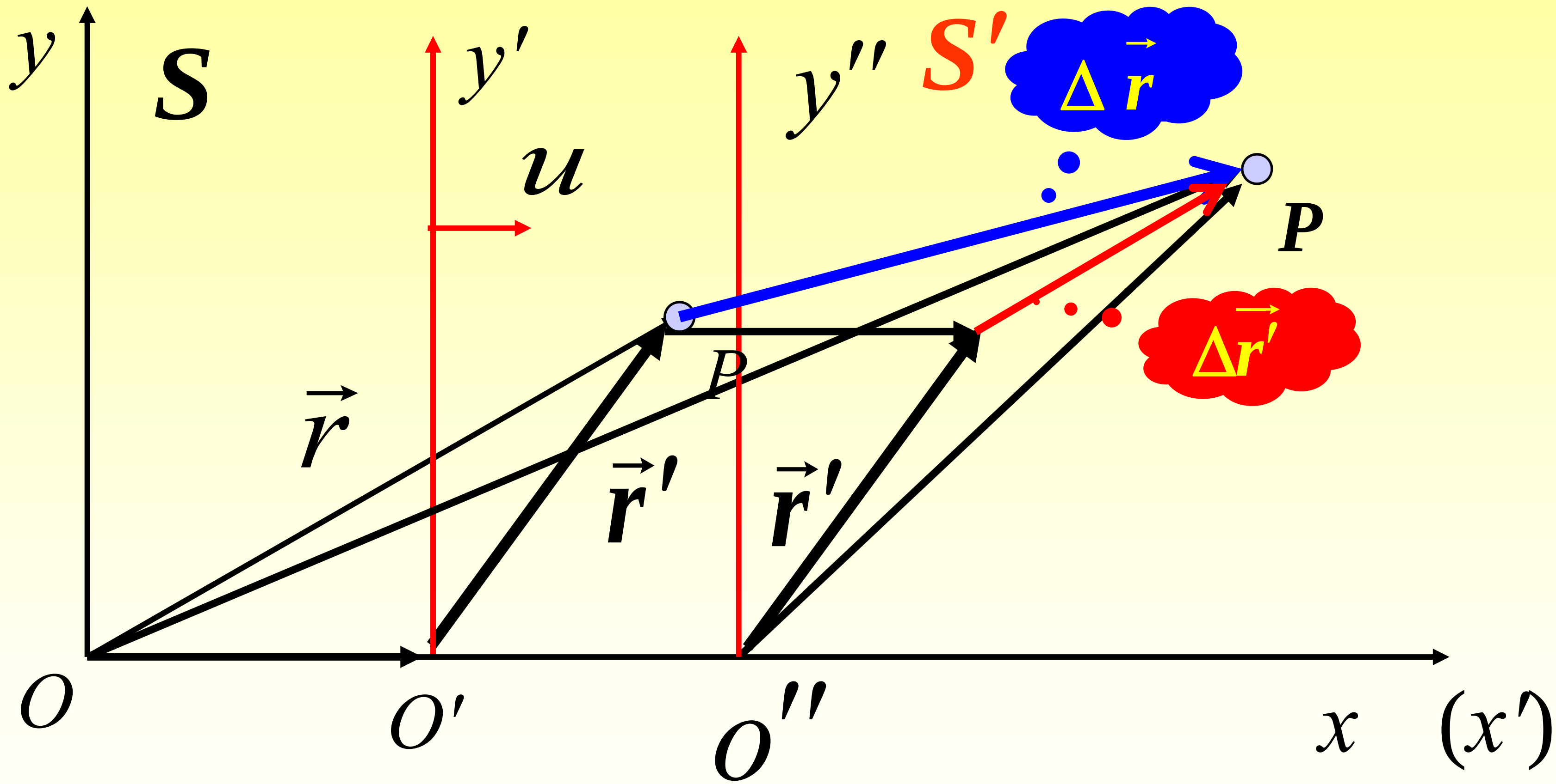
$$A=\int\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int t\vec{i}\cdot5t^2dt\vec{i}=\int_0^2 5t^3dt=\frac{5}{4}t^4\Big|_0^2=20J$$

二. 填空题：

1．下列物理量：质量、动量、冲量、动能、势能、功。其中与参照系的选取有关的物理量是（不考虑相对论效应）__________

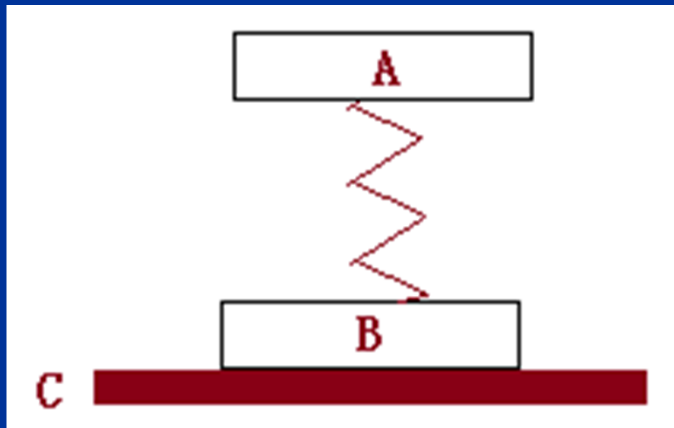
解：质量，力，时间与参照系的选取无关，而位移、速度与参照系的选取有关。因此，与位移，速度有关的物理量动量，动能，功与参照系的选取有关

位移的相对性



$$\Delta\vec{r} = \overrightarrow{o'o''} + \Delta\vec{r}'$$

2．质量相等的两物体A和B，分别固定在弹簧的两端，竖直放在光滑水平面C上，弹簧的质量可忽略不计，或把支持面C讯速移走，则在移开的一瞬间，A的加速度大小为 $a_A =$ <u>0</u>，B的加速度大小为 $a_B =$ <u>2g</u>。



3.质量为 m 的子弹以速度 v_0 水平射入沙土中，设子弹所受阻力与速度反向，大小与速度成正比，比例系数为 k ，忽略子弹的重力，求：

(1）子弹射入沙土后，速度随时间变化的函数式________;

(2)子弹进入沙土的最大深度__________________.

解：子弹进入沙土后受力为 $-kv$，由牛顿定律

$$-kv = m\frac{dv}{dt} \qquad -\frac{k}{m}dt = \frac{dv}{v}$$

$$\int_0^t -\frac{k}{m}dt = \int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v} \qquad \upsilon = \upsilon_0 e^{-\frac{k}{m}t}$$

3.质量为 m 的子弹以速度 v_0 水平射入沙土中，设子弹所受阻力与速度反向，大小与速度成正比，比例系数为 k ，忽略子弹的重力，求：

(1）子弹射入沙土后，速度随时间变化的函数式________；

(2)子弹进入沙土的最大深度________________________.

解：（2）解法一（推荐）

$$-kv = m\frac{dv}{dt} = mv\frac{dv}{dx} \qquad -\frac{k}{m}dx = dv$$

$$\int_0^{x_m} -\frac{k}{m}dx = \int_{v_0}^{0} dv \qquad x_m = \frac{mv_0}{k}$$

3.质量为 m的子弹以速度 v_0 水平射入沙土中，设子弹所受阻力与速度反向，大小与速度成正比，比例系数为 k ，忽略子弹的重力，求:

(1）子弹射入沙土后，速度随时间变化的函数式________;

(2)子弹进入沙土的最大深度______________________.

解：（2）解法二

$$v = \frac{dx}{dt} \qquad dx = v dt = \upsilon_0 e^{-\frac{k}{m}t} dt \qquad \int_0^x dx = \int_0^t \upsilon_0 e^{-\frac{k}{m}t} dt$$

$$x = \frac{m\upsilon_0}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right) \qquad x_m = \frac{m\upsilon_0}{k}$$

4．质量m＝ 1 kg的物体，在坐标原点处从静止出发在水平面内沿X轴运动，其所受合力方向与运动方向相同，合力大小为F=3+2x（ＳＩ），那么，物体在开始运动的 3 m内，合力所作功A＝______________；且x=3m时，其速率 v ＝______________.

解法一：根据功的定义和动能定理（推荐）

$$A=\int F dx=\int_0^3 (3+2x)dx=(3x+x^2)\Big|_0^3=18J$$

$$A=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2 \qquad v=6m/s$$

4．质量m＝ 1 kg的物体，在坐标原点处从静止出发在水平面内沿X轴运动，其所受合力方向与运动方向相同，合力大小为F=3+2x（ＳＩ），那么，物体在开始运动的 3 m内，合力所作功A＝____________；且x=3m时，其速率 v ＝____________.

解法二：由牛顿第二定律和加速度定义求解

$$a=\frac{F}{m}=3+2x=\frac{dv}{dt}\qquad 3+2x=\frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}=v\frac{dv}{dx}$$

$$\int_0^v v\,dv=\int_0^3(3+2x)dx\qquad v=6m/s\qquad A=\frac{1}{2}mv^2=18J$$

5．有一人造地球卫星，质量为m，在地球表面上空 2 倍于地球半径R的高度沿圆轨道运行，用m、R、引力常数G和地球的质量M表示

（1）卫星的动能为____________；（2）卫星的引力势能为____________。

解：(1)圆周运动的向心力 $$G\frac{Mm}{(3R)^2}=m\frac{v^2}{3R}$$

卫星的动能为： $$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{GMm}{6R}$$

(2) 引力势能的公式为 $$-\frac{GMm}{r}=-\frac{GMm}{3R}$$

6．一质量为M的质点沿x轴正向运动，假设质点通过坐标为x时的速度为 kx^2(k为正常量)，则此时作用于该质点上的力F=____________________；该质点从$x = x_0$点出发到$x = x_1$处所经历的时间△t＝____________________。

解：（1）求 F

$$v = kx^2 \qquad a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} = 2kx\cdot(kx^2) = 2k^2x^3$$

$$F = ma = 2Mk^2x^3$$

（2）求 Δt

$$v = \frac{dx}{dt} = kx^2 \qquad \int_{x_0}^{x_1}\frac{1}{kx^2}dx = \int_0^t dt$$

$$\Delta t = \frac{1}{k}\left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_1}\right)$$

7．一个力作用在质量为１.０Kg的质点上，使之沿Ｘ轴运动。已知在此力作用下质点的运动方程为

$$X = 3t - 4t^2 + 2t^3$$

在０到４ s 的时间间隔内，

（１）力Ｆ的冲量大小Ｉ＝________________．

（２）力Ｆ对质点所作的功Ｗ＝________________．

解:(1)求冲量。

$$v = \frac{dx}{dt} = 6t^2 - 8t + 3 \qquad v_0 = 3m/s \qquad v_4 = 67m/s$$

$$I = mv_4 - mv_0 = 64N \cdot S$$

(2）由动能定理 $A = \frac{1}{2}mv_4^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = 2240J$

8． 质量为**m**的物体，初速度为零，从原点起沿**x**轴正向运动。所受外力方向沿**x**轴正向，大小为$F=kx$.物体从原点运动到坐标为**x0**点的过程中所受的外力冲量大小为 $\sqrt{mk}x_0$。

解：根据动能定理

$$A=\int Fdx=\int_0^{x_0}kxdx=\frac{1}{2}kx_0^2=\Delta E_k=\frac{1}{2}mv^2-0$$

$$\therefore v=\sqrt{\frac{k}{m}}x_0$$

再根据动量定理

$$I=m\Delta v=mv-0=\sqrt{mk}x_0$$

9．一物体按规律 $x = ct^2$ 在媒质中作直线运动，式中c为常量，t为时间。设媒质对物体的阻力正比于速度的平方，阻力系数为k，则物体由x =0运动到x = L时，阻力所作的功为______。

$$v = \frac{dx}{dt} = 2ct \qquad f = -kv^2 = -4kc^2t^2 = -4kcx$$

$$A = \int_0^L f dx = -\int_0^L 4kcx dx = -2kcL^2$$

另解： $f = -kv^2 = -4kc^2t^2$

$$A = \int_{x_1}^{x_2} f dx = \int_{x_1}^{x_2} f \cdot v dt = -8kc^3 \int_0^{\sqrt{L/c}} t^3 dt = -2kcL^2$$

10．一陨石从距地面高 $h=5R$ （R为地球半径)处由静止开始落向地面，忽略空气阻力。则陨石下落过程中，万有引力的功A=____；陨石落地的速度v=______。

$$A=E_{p1}-E_{p2}=(-\frac{GMm}{6R})-(-\frac{GMm}{R})=\frac{5GMm}{6R}$$

$$A=\Delta E_k=\frac{1}{2}mv^2-0 \qquad v=\sqrt{\frac{5GM}{3R}}$$