

## 无穷级数（一）测试题

1、已知  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n = 2$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} u_{2n} = 3$ , 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n = ( \quad )$

- (A)  $-1$ , (B)  $4$ , (C)  $5$ , (D)  $2$ .

2、设  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  的前  $n$  项部分和为  $S_n$ , 下列结论正确的是 ( )

(A) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0$ ; (B) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ ;

(C) 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ , 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛; (D) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  发散, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n \neq 0$ 。

3、若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则错误的是 ( )

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} 2u_{n+20}$  收敛; (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + u_{n+20})$  收敛;

(C)  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_{2n} - u_{n+20})$  收敛; (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + 20)$  收敛。

4、下列级数收敛的是 ( )

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n(n^2+1)}}$ ; (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n^2} + \frac{1}{2^n} + \frac{1}{\sqrt[n]{2}})$  (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^{2n+1}}{2^{3n+2}}$ ; (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^3+2}$ 。

5、下列正项级数发散的是 ( )

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n + n}$ ; (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n n!}$ ; (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{3n^3 - 2}$ ; (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \tan \frac{\pi}{2^{n+1}}$ 。

6、正项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{(1+a^n)n}$  的敛散性为 ( )

- (A) 当  $a > 0$  时它收敛; (B) 当  $a > 1$  时它收敛;  
(C) 当  $0 < a \leq 1$  时它收敛; (D) 当  $1 \leq a < 2$  时它收敛;

7、绝对收敛的是 ( )

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[n]{n+1}}$ ; (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{n^2}}{n!}$ ; (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n+1}{n^2+1}$ ; (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos(2n)}{n\sqrt{n+2}}$ 。

8、设  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  为正项级数, 则正确的是 ( )

(A) 若  $u_n > \frac{1}{n}$ , 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛; (B) 若  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{1+\alpha} u_n = 1 (\alpha > 0)$ , 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛;

(C) 若  $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ , 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛; (D) 若  $\sqrt[n]{u_n} < 1$ , 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛。

9、  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}(\cos n + k \sin n!)}{n^2 + 2}$  ( )

(A) 绝对收敛; (B) 条件收敛; (C) 发散; (D) 敛散性与  $k$  有关。

10、若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n u_{n+1}}{n}$  ( )

(A) 绝对收敛; (B) 条件收敛; (C) 发散; (D) 不能确定。

11、设  $a > 0$ , 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\arctan an}{n}$  的敛散性为 ( )

(A) 绝对收敛; (B) 条件收敛; (C) 发散; (D) 与常数  $a$  有关。

12、若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^p}$  与反常积分  $\int_0^{+\infty} e^{3-p} dx$  都收敛, 则 ( )

(A)  $p > 0$ ; (B)  $0 < p < 1$ ; (C)  $p > 3$ ; (D)  $p \geq 3$ 。

13、下列级数发散的是 ( )

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} (e^{\frac{1}{n}} - 1 - \frac{1}{n})$ ; (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{\pi}{n} - \ln \frac{n+\pi}{n})$ ;

(C)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n+2} \ln(1 + \frac{1}{n})$ ; (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \cos \frac{\pi}{n})$ 。

14、设  $u_n \neq 0$ , 且  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{u_n} = 1$ , 则  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} (\frac{1}{u_n} + \frac{1}{u_{n+1}})$  ( )

(A) 绝对收敛; (B) 条件收敛; (C) 发散; (D) 不能确定。

15、若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则必收敛的是 ( )

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ ; (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n u_n$ ; (C)  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n u_{n+1}$ ; (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n + u_{n+1}}{2}$ 。

16、已知  $u_n = (-1)^n \sin \frac{\pi}{n}$ , 则 ( )

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n, \sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$  都收敛; (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n, \sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$  都发散;

(C)  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  发散,  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$  收敛; (D)  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  发散,  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$  发散;

17、设  $v_n = \frac{|u_n| + u_n}{2}$ ;  $w_n = \frac{|u_n| - u_n}{2}$  ( $n=1,2,\dots$ ), 则错误的是 ( )

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} w_n$  均为正项级数;

(B) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  绝对收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} w_n$  均收敛;

(C) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  条件收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} w_n$  均收敛;

(D) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  绝对收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n| = \sum_{n=1}^{\infty} v_n + \sum_{n=1}^{\infty} w_n$ 。

18、对于两个数列  $a_n, b_n$ , 有  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ , 则 ( )

(A) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$  收敛; (B) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  发散, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$  发散;

(C) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 b_n^2$  收敛; (D) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$  发散, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 b_n^2$  发散。

19、下列说法正确的是 ( )

(A) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^{2018}$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^{2019}$  条件收敛;

(B) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^{2018}$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^{2019}$  绝对收敛;

(C) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^{2019}$  条件收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^{2020}$  绝对收敛;

(D) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^{2019}$  绝对收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^{2020}$  条件收敛;

20、收敛的是 ( )

(A)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+a)^n}{n^{n+a}}$  ( $0 < a \leq 1$ ) (B)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\int_0^n \sqrt[4]{1+x^4} dx}$ ;

$$(C) \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{x^2+1} dx \qquad (D) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n - e^n}{\pi^n - 3^n}.$$

答案: BBDDB            BDBAD  
           BCCBD            ACCBA