大学物理练习题六

一、选择题

1．关于电场强度定义式 $\vec{E}=\vec{F}/q$，下列说法中哪个是正确的？ [B]

(A) 场强 $\vec{E}$ 的大小与试探电荷 q_0 的大小成反比。

(B) 对场中某点，试探电荷受力 $\vec{F}$ 与 q_0 的比值不因 q_0 而变。

(C) 试探电荷受力 $\vec{F}$ 的方向就是场强 $\vec{E}$ 的方向。

(D) 若场中某点不放试探电荷，则 $\vec{F}=0$，从而 $\vec{E}=0$。

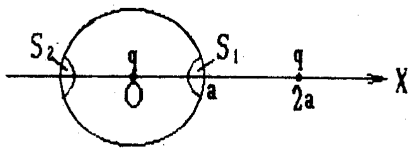
2．有两个点电荷电量都是+q，相距为 2 a。今以左边的点电荷所在处为球心，以 a 为半径作一球形高斯面。在球面上取两块相等的小面积 S_1 和 S_2，其位置如图所示。设通过 S_1 和 S_2 的电场强度通量分别为 Φ_1 和 Φ_2，通过整个球面的电场强度通量为 Φ_s，则 [D]

(A) $\Phi_1>\Phi_2,\Phi_s=q/\varepsilon_0$

(B) $\Phi_1<\Phi_2,\Phi_s=2q/\varepsilon_0$

(C) $\Phi_1=\Phi_2,\Phi_s=q/\varepsilon_0$

(D) $\Phi_1<\Phi_2,\Phi_s=q/\varepsilon_0$



解：[D] 对整个球面，由高斯定理有 $\Phi_s=\dfrac{q}{\varepsilon_0}$；

在左、右两小面元处

$$E_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}[\frac{q}{a^2}-\frac{q}{a^2}]=0,\quad \Phi_1=E_1S_1=0$$

$$E_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}[\frac{q}{a^2}+\frac{q}{(2a)^2}]$$ 向左，S_2 法向向左，$\Phi_2=E_2S_2>0$

比较可知答案为 D。

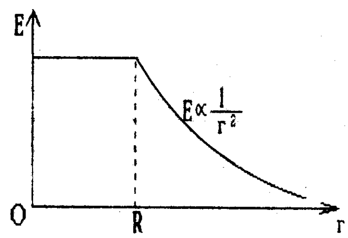
3．图示为一具有球对称性分布的静电场的 E-r 关系曲线。请指出该静电场是由下列哪种带电体产生的？ [D]

(A) 半径为 R 的均匀带电球面。

(B) 半径为 R 的均匀带电球体。

(C) 半径为 R、电荷体密度 $\rho=Ar$ (A 为常数)的非均匀带电球体。

(D) 半径为 R、电荷体密度 $\rho=A/r$ (A 为常数)的非均匀带电球体。



解：（1）在球面内（r<R）：

在半径为 r 处取厚度为 dr 的球壳，体积元 $\mathrm{d}V=4\pi r^2\mathrm{d}r$。

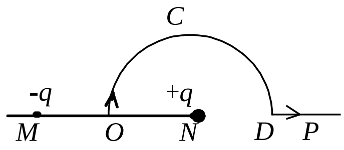
球壳内的电荷 $dq=\rho\cdot4\pi r^2dr=\dfrac{A}{r}4\pi r^2dr$

球面内的电荷为 $\sum q_i=\int_0^r\rho4\pi r^2dr=\int_0^r\frac{A}{r}4\pi r^2dr=A2\pi r^2$

由高斯定理有 $E_1\cdot4\pi r^2=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i=\dfrac{1}{\varepsilon_0}A2\pi r^2$，$E_1=\dfrac{A}{2\varepsilon_0}$

（2）在球面外（r≥R）： 由高斯定理有 $E_2 \cdot 4\pi r^2 = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$，故 $E_2 = \dfrac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$

4. 如图示，直线 MN 长为 2 L，弧 OCD 是以点 N 为中心，L 为半径的半圆弧，N 点有正电荷+q，M 点有负电荷-q。今将一试验电荷$+q_0$从 O 点出发沿路径 OCDP 移到无穷远处，设无穷远处电势为零，则电场力作功 [D]



（A）A<0 且为有限常量, （B）A>0 且为有限常量,

（C）A=∞, （D）A=0

解： $U_0 = \dfrac{+q}{4\pi\varepsilon_0 r_{oM}} + \dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r_{oN}} = 0$，$U_\infty = 0$

试验电荷$+q_0$从 O 点移到无穷远处，电场力作功 $A = q(U_0 - U_\infty) = 0$

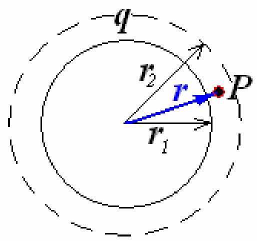
5. 在静电场中，下列说法中哪一个是正确的？ [B]

（A）带正电的物体，其电势一定是正值； （B）场强相等处，电势梯度矢量一定相等；

（C）场强为零砟，电势也一定为零； （D）等势面上各点的场强一定相等。

二、填空题

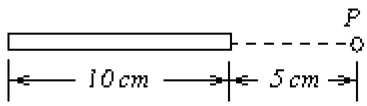
1．有一个球形的橡皮膜气球，电荷 q 均匀地分布在表面上，在此气球被吹大的过程中，被气球表面掠过的点（该点与球中心距离为 r），其电场强度的大小将由 $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ 变为 0 。



解：当 $r > r_1$时，P 点在带电球面外，$E_P = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$；

当 $r < r_2$ 时，P 点在带电球面内，$E_P = 0$

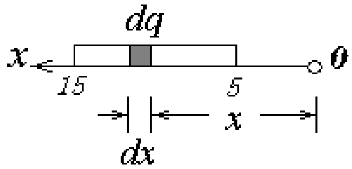
2．如图所示，一长为 10cm 的均匀带电细杆，其电荷为$1.5\times10^{-8}C$，试求在杆的延长线上距杆的端点 5cm 处的 P 点的电场强度________________。



解：取坐标轴如图，取电荷元 $dq = \dfrac{Q}{L}dx$，它在 P 点产生的场强

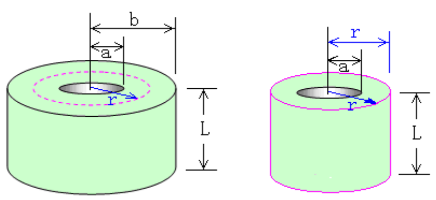
$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{x^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\frac{dx}{x^2}$$

$$E_p = \int dE = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\int_5^{15}\frac{dx}{x^2}$$

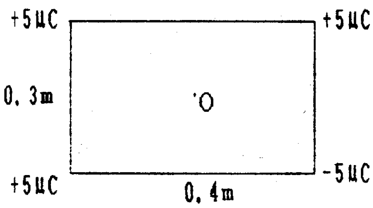


$$= 9\times10^9 \times \frac{1.5\times10^{-8}}{0.1} \times \frac{2}{15\times10^{-2}} = 1.8\times10^4\ (N/C)$$

3．一“无限长”均匀带电的空心圆柱体，内半径为 a，外半径为 b，电荷体密度为 ρ。若作一半径为 r(a<r<b)、长度为 L 的同轴圆柱形高斯柱面，则其中包含的电量 q= $\rho\pi L(r^2 - a^2)$。



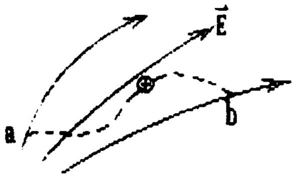
4. 四个带电量已知的点电荷分别置于一矩形的四个顶角上，如图所示。此矩形中心 O 的电势 U= 3.6×10^5 伏（以无穷远处为电势零点）。



解： $r = \dfrac{1}{2}\sqrt{0.3^2 + 0.4^2} = \dfrac{1}{4}$(m)

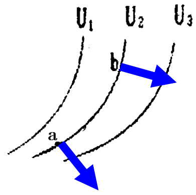
$$U_0=\sum_{i=1}^{4}U_{0i}=3\times\frac{5\mu c}{4\pi\varepsilon_0 r}+(-\frac{5\mu c}{4\pi\varepsilon_0 r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{10\mu c}{r}$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{10\mu c}{1/4}=9\times10^9\times40\times10^{-6}=3.6\times10^5\ (V)$$



5．图中所示为静电场的电力线图。若将一正电荷从 a 点经任意路径匀速移到 b 点，外力作正功还是负功？外力作负功；其电势能是增加还是减少？ 减少 。从 a 点到 b 点电场力作正功。

解：正电荷沿电场方向移动是电场力作正功。匀速移动时电场力与反向外力相等，因此外力作负功。



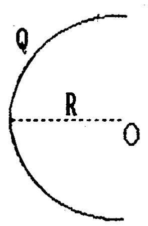
6．图中所示为静电场的等势（位）线图，已知$U_1>U_2>U_3$。在图上画出 a、b 两点的电场强度方向，并比较它们的大小。E_a > E_b （填<、=、>）。

解：沿电场线方向电势降低，场强方向如图。

7．一均匀静电场，电场强度$\vec{E}=(400\vec{i}+600\vec{j})V\cdot m^{-1}$，则点 a（3，2）和点 b（1，0）之间的电势差$U_{ab}=$______。（x，y 以米计）

解：$\overrightarrow{ab}=(1-3)\vec{i}+(0-2)\vec{j}=-2\vec{i}-2\vec{j}$

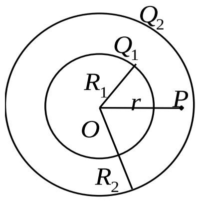
$U_{ab}=\vec{E}\cdot\overrightarrow{ab}=(400\vec{i}+600\vec{j})\cdot(-2\vec{i}-2\vec{j})=-2000$ 伏。



8.真空中有一半径为 R 的半圆细环，均匀带电 Q，如图所示。设无穷远处为电势零点，则圆心 O 点处的电势 U_0=______________，若将一带电量为 q 的点电荷从无穷远处移到圆心 O 点，则电场力作功 A=____________。

解：$U_0=\int_0^Q\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$， $U_\infty=0$

$$A=q(U_\infty-U_0)=-qU_0=-\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R}$$



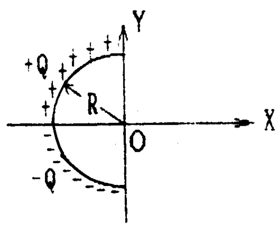
9．如图所示，两个同心的均匀带电球面，内球面半径为 R_1、带电荷 Q_1，外球面半径为 R_2、带电荷 Q_2 。设无穷远处为电势零点，则在两个球面之间、距离球心为 r 处的 P 点的电场强度 $\vec{E}$ =_____________，电势 U=______________ 。

解：有高斯定理求得电场分布

$$E=\begin{cases}\dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(R_1<r<R_2)\\ \dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(r>R_2)\end{cases}\quad\therefore\vec{E}=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$

$$U_P=\int_r^{R_2}\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr+\int_{R_2}^{\infty}\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}+\frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

三、计算题

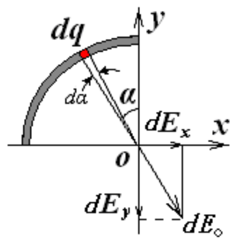


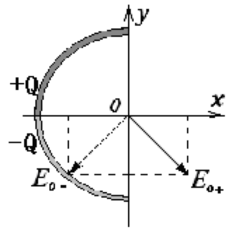
1．一个细玻璃棒被弯成半径为 R 的半圆形，沿其上半部分均匀分布有电量+Q，沿其下半部分均匀分布有电量−Q，如图所示。试求：圆心 O 处的电场强度；

解：根据对称性， −Q 产生的场强与+Q 产生的场强的 x 分量正好抵消

$$dq=\lambda dl=\lambda Rd\alpha，$$

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R} d\alpha$$ （不同位置的 dq 方向不同）





分量 $dE_y = -dE\cos\alpha$

$$E_0 = 2\int dE_y = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\alpha d\alpha = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R} = -\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2},$$

方向竖直向下

2．一半径为 R 的带电球体，其电荷体密度分布为

$\rho = Ar \quad (r \le R)$，$\rho = 0 \quad (r > R)$

A 为一常量。试求球体内外的场强分布。

解：过场点 P 取高斯面，$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = E\cdot 4\pi r^2$，取薄球壳 $dq = \rho dV = Ar\cdot 4\pi r^2 dr$，

由高斯定律 $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q$ 可得 $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sum q$

（1）$r \le R$：$\sum q = \int dq = 4\pi A\int_0^r r^3 dr = \pi A r^4$，球内场强 $E = \frac{Ar^2}{4\varepsilon_0}$

（2）$r > R$：$\sum q = \int dq = 4\pi A\int_0^R r^3 dr = \pi A R^4$，球外场强 $E = \frac{AR^4}{4\varepsilon_0 r^2}$