题　型

一、判断对错（每小题 2 分，共 20 分）
二、填空题（每空 2 分，共 20 分）
三、简答题（每小题 10 分，共 20 分）
四、基础题（每小题 5 分，共 10 分）
五、计算题（本题 10 分）
六、应用题（本题 10 分）
七、证明题（本题 10 分）

知识点

（01）命题、命题符号化、命题联结词、命题的真值、真值表、公式及分类等等。

1）“3+2=6，当且仅当 4+4=9”，该命题真值为 1。（会用真值表判断命题的真假）

A	B	A↔B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

解答：A:3+2=6，B：4+4=9。则，A=0，B=0。
如上表。答案为：对。（A、B 可能出现的四种状态，举例说明。）
本题考查：命题符号化、命题联结词、真值表等知识。
思考题 1：“3+2=6，并且 4+4=9”，该命题真值为 1？
思考题 2：“3+2=6，或者 4+4=9”，该命题真值为 1？
思考题 3：“若 3+2=6，则 4+4=9”，该命题真值为 1？
思考题 4：“3+2=6 不对”，该命题真值为 1？
2）举例说明：谓词逻辑中，颠倒量词的顺序会影响原命题的含义。
解答：F（x，y）：表示 x+y=9。则∀x∃yF（x，y）表示“任意的 x，都存在 y，使得 x+y=9。”这是个真命题，但是如果改变量词的顺序：∃x∀yF（x，y）则表示“存在 x，对任意的 y，使得 x+y=9。”，而这是一个假命题。
3）命题的分类（永真式、永假式、可满足式）
∀xF(x)→∃xF(x)是逻辑有效式。
解答：例题 4.10。真命题。
思考题 1：∃xF(x)→∀xF(x)是逻辑有效式。
思考题 2：∃xF(x)→∃xF(x)是逻辑有效式。
4）∃x(A(x)∨B(x))与∃xA(x)∨∃xB(x)等值。
解答：量词分配等值式，以及例题 5.2。假命题。
思考题：∀x(A(x)∨B(x))与∀xA(x)∨∀xB(x)等值。
5）一艘宇宙飞船上只有两类乘客：火星人和木星人，火星人说的都是真话，而木星人只会

说假话。甲和乙是飞船上的两个人，如果甲说“我们当中至少一人是木星人”，乙没有说话。则乙是木星人，说明你的理由。

解答：

自然思维方式：如表所示。

甲的身份	甲说的话	乙的身份
火星人	真的，所以推出乙的身份是木星人	木星人
木星人	假的，即甲乙都是火星人，现在甲是木星人，矛盾！所以，甲不能是木星人，只能是火星人。因此乙为木星人。	木星人

命题推理方式：

假设：F（x）：x 是火星人，G（y）：y 是木星人。

第一种情况：

前提：F（甲），G（甲）∨G（乙）

结论：G（乙）

1）F（甲）　　前提引入

2）¬G（甲）　　1）的否定

3）G（甲）∨G（乙）　　前提引入

4）G（乙）　　2）3）析取三段论

第二种情况：

前提：G（甲），¬（G（甲）∨G（乙））=¬G（甲）∧¬G（乙）即，F（甲）∧F（乙）

结论：G（乙）

1）G（甲）　　前提引入

2）¬F（甲）　　1）的否定

3）F（甲）∧F（乙）　　前提引入

4）¬F（甲）∧F（甲）　　矛盾！

5）甲不能是木星人，即甲是火星人，所以，乙是木星人。

思考题：修改甲说的话“我们两人都是木星人”或“我们两人都不是木星人”结果如何？

6）$\forall x\forall y((x>0)\wedge(y>0)\rightarrow xy>0))$（个体域是 Q）的含义为：

_____有理数域上任意两个正数之乘积仍是正数。_______

解答：谓词逻辑、命题符号化。

思考题 1：$\forall x\exists y((x>0)\wedge(y>0)\rightarrow xy>0))$（个体域是 Q）的含义为：

思考题 2：$\exists x\forall y((x>0)\wedge(y>0)\rightarrow xy>0))$（个体域是 Q）的含义为：

7）“尽管他不是党员，但他还是来参加了抗洪”，用命题逻辑符号化表示为:

解答：设 A：他是党员，B：他来参加了抗洪，$\neg A\wedge B$。（命题符号化、命题联结词。）

或：设 A：他不是党员，B：他来参加了抗洪，$A\wedge B$。

或：设 A：他不是党员，B：他不来参加了抗洪，$A\wedge\neg B$。

或：设 A：他是党员，B：他不来参加了抗洪，$\neg A\wedge\neg B$。（命题含义不同，表示方式变化。）

8）“有些人不会唱歌”，用一阶谓词前束范式符号化表示：$\exists x(M(x)\wedge\neg S(x))$，M(x)：x 是人；S(x)：x 会唱歌。

思考题：“所有的的人都会唱歌”、“并非所有的的人都会唱歌”、“有些人对某些花过敏。”

解答：谓词逻辑、命题符号化。

（02）范式、主析取范式、主合取范式、前束范式等等。

1）任何命题公式都存在与之等值的主析取范式和主合取范式，并且各自都是唯一的。

思考题：任何命题公式都存在与之等值的析取范式和合取范式，并且与之等值的析取范式与合取范式是唯一的。

解答：例题 2.7。不唯一。

2）例题 2. 8、2. 9 **以及用真值表的方法**（两种方法）求主析取范式和主合取范式。

（03）命题逻辑的推理理论。

复习例题 3.5，例题 3.6。

P59 习题 18：

如果今天是星期六，我们就要到颐和园或圆明园去玩，如果颐和园游人太多，我们就不去颐和园玩。今天是星期六，颐和园游人太多。所以我们去圆明园。

证明：

设 A：今天星期六。B：我们去颐和园玩。

C：我们去圆明园玩。D：颐和园游人太多。

前提：A→（B∨C），D→¬B，A，D

结论：C

（或者 A→B∨C）∧（D→¬B∧A∧D→C）

1）A→（B∨C）　　前提引入

2）A　　前提引入

3）B∨C　　（1）（2）假言推理

4）D　　前提引入

5）D→¬B　　前提引入

6）¬B　　4）5）假言推理

7）C　　3）6）析取三段论

（04）集合的运算、关系图、关系的闭包、等价关系、偏序关系、哈斯图、等价关系的分类等等。

1）举例说明，集合的对称差运算不满足幂等律。

解：A={1，2，3}，，A⊕A=ϕ≠A。

思考题：那些运算满足：幂等律、交换律、结合律等等。

2）A 上的全域关系其关系矩阵的元素全为 1，恒等关系的关系矩阵的元素全为 1。

解：A 上的全域关系其关系矩阵的元素全为 1。

A 上的恒等关系其关系矩阵的主对角线元素全为 1，其余元素全为 0。

3）同事关系既是等价关系，也是偏序关系。

解：不满足传递性。也不是偏序关系。

4）设 S={a，b，c}，则在 S 上可以定义__512___个不同的关系。

解：S╳S 的元素有 9 个，S╳S 的子集有 2^9=512 个，故不同的关系个数为 512 个。

思考题：函数可以有多少个？

5）设 S={a，b，c}，R 为 S 上的关系，

R={<b，a>，<a，c>，<b，c>}∪I_S，则关系 R 满足性质____________。

思考题：R={<a，a>，<b，b>，<c，c>}，则关系 R 满足性质____________。

6）设 A={1，2，3，4}，B={3，4，5}，

则差集、对称差：A-B={1，2}，B-A={5}，A⊕B={1，2，5}，

幂集：P（B）=_{ϕ，{3}，{4}，{5}，{3，4}，{4，5}，{3，5}，{3，4，5}}，P（A）=?

7）有偏序集<A，≤>的哈斯图如下图，该偏序集的极大元为___。

例题 7.19，7.20，7.21。

8）设 A={1，2，3}，R={<1，2>，<2，1>，<1，3>，<3，1>，<1，1>，<2，2>}。

a）求 R 的关系矩阵。

b）求自反闭包 r（R），对称闭包 s（R），传递闭包 t（R）。

c）判断 R 的性质。

d）求 R^0。

e）求 R^2 和 R^3。**（集合表示、关系矩阵、关系图）。**

9）设 A={a，b，c}，给定 A 上等价关系的一个划分为

π_3={{a，c}，{b}}、π_4={{a，b}，{c}}。

a）请用关系图和集合表示π_3, π_4 对应的等价关系。

b）分别求出 c 的等价类[c]。

c）集合 A 最多可以有几种划分？

例题：7.18（等价类和划分的关系）。

10）已知集合 A={2，3，4，5，6，15，30}，≤是 A 上的整除关系，

a）请给出<A，≤>的哈斯图。

b）已知 B={3，5}，求 B 的上确界、下确界。**P143，T46、T47。**

答：

a）略。

b）B={3，5}上确界是 5，下确界是 3。

11）**P143，T44。**

（05）函数、代数系统、半群、群、结合律、单位元、幂等元、分配律、交换律、逆元等等。

1）1 是 Q 上加法的单位元，0 是 Q 上加法的零元。

解：0 是 Q 上加法的单位元，没有零元。

复习各类特殊元素：零元、单位元、逆元、幂等元。

2）如果一个代数系统具有交换律（结合律、幂等律），其运算表关于主对角线对称。

解：正确。

3）给定函数 f：R→R，f（x）=3x+7，则 f 是满射函数。

解：验证既是单射，也是满射。就是一条直线。

复习函数的定义、特殊函数：特征函数、单调函数、单射、满射、双射（一一对应）。

4）环和域是具有三个二元运算的代数系统。

解：查看定义。

复习典型代数系统的定义：半群、独异点、环、域。

5）整数集合上加法、乘法、减法是半群。

解：减法不满足结合律。

6）Z 上的除法是代数系统。

解：减法不满足封闭性。

复习代数系统的定义。

7）已知 Z_5={ 0， 1， 2， 3， 4}，（为 Z_5 上的运算，（表示模 5 加法，则 2^{-1}=______。

解：2⊕3=0（5），2 和 3 互为逆元，0 是单位元。

8）设 A={i，1，-i，-1}，则 A 关于普通加法、减法、乘法、除法中，乘法、除法运算是封闭的。（i 是虚数单位，i^2=-1）

解：按定义验证。

9）设在实数集合 R 上有运算*定义如下：a*b=a+b+5ab。

（1）（R，*）是代数系统吗？

（2）（R，*）是半群吗？是可换半群吗？

（3）（R，*）有单位元吗？单位元是什么？

（4）（R，*）中每个元素有逆元吗？任意元素 a 的逆元素是什么？

解：（1）任意两个实数可以参加运算，且运算的结果还是实数，故（R，*）是代数系统。

（2）(a*b)*c=a*b+c+5(a*b)c

=a+b+5ab+c+5(a+b+5ab)c

=a+b+c+5ab+5ac+5bc+25abc

=a*(b*c)

故，(R，*)满足结合律。因此(R，*)是半群。

（3）设(R，*)有单位元e，则对任意实数a，有e*a=a*e=a+e+5ae=a，即e=0。

（4）设a有逆元x，则x*a=a*x=e=0，即a+x+5ax=0或(5a+1)x=-a，

当a=-1/5时，a的逆元为全体实数；

当 a≠-1/5 时，a 的逆元为 $-\dfrac{a}{5a+1}$。

注意：半群、群、环和域的定义。

10）已知 Z_5={0，1，2，3，4}，⊕为 Z_5 上的运算，⊕表示模 5 乘法，即 x⊕y=(xy)mod5，

a）请给出<Z_5，⊕>上的运算表。

b）求<Z_5, ⊕>的单位元。

c）求 1 在<Z_5, ⊕>上的逆元。

d）<Z_5, ⊕>是否是群？

答：

a）

⊕	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

b）单位元：0。

c）$1^{-1}=4$。

d）是群。（每个元素都有逆元的独异点：封闭性、结合律、单位元、任意元素有逆元）

复习群的定义，复习 Z_p 的定义及其运算和性质。

（06）平面图、二部图、Hamilton 图、Euler 图、树、图论基本定理（图论第一定理）、连通平面图的欧拉公式（n-m+r=2）、完全图和补图、（n，m）图、图的同构、通路（简单通路、初等通路）和回路、圈（circle 和 loop）、树的性质（m=n-1）、邻接矩阵和可达矩阵、关键路径、根树、哈夫曼树（最优二叉树）最短路径、连通二部图的充要条件：没有奇圈（边数是奇数）。

1）K_1、K_2、K_3、K_4、K_5 是 Hamilton 图，也是 Euler 图，平面图，二部图，树。

	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
Euler 图	×	×	√	√	√
Hamilton 图	×	×	√	√	√
平面图	√	√	√	√	×
二部图	×	×	×	×	×
树	√	√	×	×	×

请说明理由。（是 Euler 图或是 Hamilton 图的请画出相应的 Euler 圈或 Hamilton 圈）

2）无向图和有向图的可达矩阵的特征。

3）最短路径，关键路径（从起点到终点权值最长的路径）的理解。

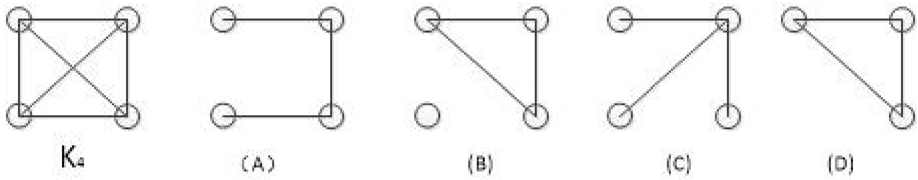
4）根数、无向树、有向树及其关系。

5）完全图 K_4、K_5 的所有非同构的生成子图中，3 条边的分别有_______个和_______个。

思考题 1：3 条边的生成树有多少个？

思考题 2：3 条边的子图有多少个？

解答：提示，生成子图的结点数和母图一样多。生成树首先是生成子图，且不含圈。子图中结点数可以少于母图。答案如下。（以 K_4 为例）



生成子图：三条边的非同构的生成子图（A）、（B）、（C）。
生成树：三条边的非同构的生成树（A）、（C）。
子图：三条边的非同构的子图（A）、（B）、（C）、（D）。

6）二部图 $K_{3,3}$ 有____条边。

解：$K_{2,3}$，K_4，K_5 各有多少条边？

7）5 阶非同构的无向树最多有__________棵。

解：5 个顶点的树。6 个顶点和 7 个顶点？

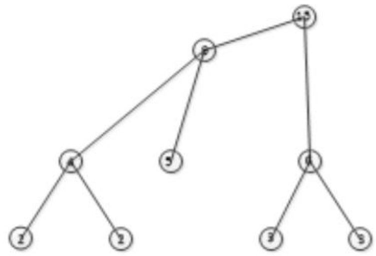
（首先，边数是 4，由握手定理，所有点的度数之和是 8。其次，每一个节点的度数介于 1 与 4 之间。所以度数序列有以下几种形式：①1，1，1，1，4；②1，1，1，2，3；③1，1，2，2，2）

（首先，边数是 5，由握手定理，所有点的度数之和是 10。其次，每一个节点的度数介于 1 与 5 之间。所以度数序列有以下几种形式：
①1，1，1，1，1，5；②1，1，1，1，2，4；③1，1，1，1，3，3；④1，1，1，2，2，3；⑤1，1，2，2，2，2。其中④对应两棵不同构的树，一棵中 2 个 2 度节点相邻，在另一棵中不相邻。）

8）设无向图中有 7 条边，3 度的顶点有 2 个，其余都是 2 度顶点，该图的顶点数有____个。

9）用 Huffman 算法求权数序列为 2，2，3，3，5 的最优二叉树。

答：例题 16.5。根结点到该叶子结点的边数=该叶子结点的层数-1。
W（T）=2*3+2*3+3*2+3*2+5*2=34。∑（叶子结点的权值*根结点到该叶子结点的边数）



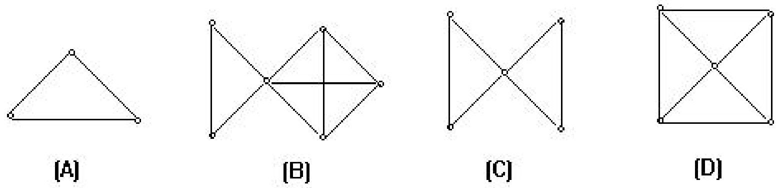
复习例题：15.6。习题 21。Dijkstra 标号法。

10）在一棵树中有 7 片树叶，3 个 3 度结点，其余都是 4 度结点则该树有（　　　）个 4 度结点。

A．1；　　B．2；　　C．3；　　D．4。

解答：设树有 y 个 4 度的结点，由图论第一定理（握手定理或图论基本定理）
1*7+3*3+4y=2*（7+3+y-1）得 y=1。（图的结点数 7+3+y，因此由树的性质，边数为 7+3+y-1）（这里面用到了树的基本性质：点数-1=边数！）。

11）判断下列图的类别。（哈密尔顿图，也是欧拉图，平面图，二部图，树。）



	A	B	C	D
Euler 图	√	×	√	×
Hamilton 图	√	×	×	√
平面图	√	√	√	√
二部图	×	×	×	×
树	×	×	×	×

12）已知完全图 K_5。

（1）求它的补图。

（2）它是连通图吗？求各顶点的度数。

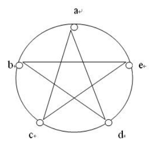
（3）它有欧拉回路吗?

（4）画出它的两条哈米尔顿回路。

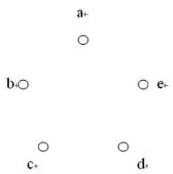
（5）它是二部图吗？它是平面图吗？

（6）画出它的生成树。

解：（1）K_5 的图示为：



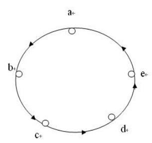
其补图为：

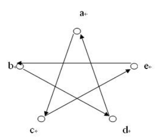


（2）是连通图，d(a)=d(b)=d(c)=d(e)=d(d)=4

（3）有欧拉回路，因为各点的度数为偶数。

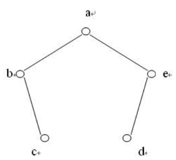
（4）





（5）非平面图，非二部图。

（6）



考试安排：

6613	离散数学	16计算1-2（70）	闭卷	杨智	12月22日	2-002	16周 周五（12）	3	杨智
6613	离散数学	16计算9-10（70）	闭卷	杨智	12月22日	2-003	16周 周五（12）	3	
6613	离散数学	16计算 5-6（70）	闭卷	陈卓	12月22日	2-004	16周 周五（12）	3	陈卓
6614	离散数学	16计算 7-8（70）	闭卷	王岌	12月22日	3-002	16周 周五（12）	3	王岌
6616	离散数学	16计算3-4 (70)	闭卷	徐丽	12月22日	工1-A004	16周 周五（12）	3	徐丽、
6614	离散数学	16计算 11-12（70）	闭卷	胡延忠	12月22日	3-003	16周 周五（12）	3	胡延忠
6614	离散数学	16计算机信息 1-2班（76） 理学院	闭卷	胡延忠	12月22日	工1-A001	16周 周五（12）	4	理学院安排