2018-2019 学年第一学期考试试题

课程名称 《 线性代数 》 任课教师签名 ________

出题教师签名 题库出题 审题教师签名 ________

考试方式 （闭）卷 适用专业 工科本科 40 学时

考试时间 （ 120 ）分钟

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								
评卷人								

一、选择题（本题满分 16 分．共 4 个小题，每小题 4 分．在每小题的选项中，只有一项符合要求，把所选项前的字母填在题中括号内．）

1．设 $\boldsymbol{A}$ 是 n 阶方阵，$\boldsymbol{A}$ 经过若干次初等列变换变成 $\boldsymbol{B}$，则（　　）．

（A）存在可逆阵 $\boldsymbol{P}$，使 $\boldsymbol{PA}=\boldsymbol{B}$；　（B）$\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{0}$ 与 $\boldsymbol{Bx}=\boldsymbol{0}$ 同解；

（C）$\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 相似；　（D）存在可逆阵 $\boldsymbol{Q}$，使 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{BQ}$．

2．设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 都是 n 阶可逆矩阵，则（　　）．

（A）$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}$ 可逆；（B）$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ 可逆；（C）$\boldsymbol{BA}$ 可逆；（D）$\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{BA}$．

3．设向量组 A：$\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\cdots,\boldsymbol{a}_s$ 可由向量组 B：$\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_2,\cdots,\boldsymbol{b}_t$ 线性表示，则下列结论正确的是（　　）．

（A）若 A 组线性相关，则 $s\le t$；　（B）若 A 组线性无关，则 $s\le t$；

（C）若 B 组线性相关，则 $t\le s$；　（D）若 B 组线性无关，则 $t\le s$．

4．非齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 中，未知量个数为 n，方程个数为 m，$R(\boldsymbol{A})=r$，则（　　）．

（A）$r=m$ 时，方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 有解；

（B）$r=n$ 时，方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 有唯一解；

（C）$m=n$ 时，方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 有唯一解；

（D）$r<n$ 时，方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b}$ 有无穷多解．

二、填空题（本题满分 16 分．共 4 个小题，每小题 4 分．）

1．设 $\boldsymbol{A}=(2,-3,2),\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}1&2&1\\2&-1&1\\-1&1&1\end{pmatrix},\boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}-2\\1\\1\end{pmatrix}$，则 $\boldsymbol{ABC}=$________．

2．设 $\boldsymbol{A}^*$ 是 n 阶可逆矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵，则 $R(\boldsymbol{A}^*)=$________．

3．已知 $2,-2$ 是三阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的两个特征值，且 $\boldsymbol{A}$ 的主对角元之和为 0，则 $\boldsymbol{A}$ 的行列式为________．

4．二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=-4x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$ 的秩为________．

三、计算题(本题满分 30 分．共 5 个小题，每小题 6 分．)

1．设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&-1&0\\0&1&-1\\-1&0&1\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{AX}=2\boldsymbol{X}+\boldsymbol{A}$，求 $\boldsymbol{X}$．

2．计算行列式 $D=\begin{vmatrix}x&a&a&a\\a&x&a&a\\a&a&x&a\\a&a&a&x\end{vmatrix}$．

3．验证 $\boldsymbol{a}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\-4\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_2=\begin{pmatrix}-2\\2\\5\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_3=\begin{pmatrix}0\\-8\\9\end{pmatrix}$ 是 R^3 的一个基，并求 $\boldsymbol{a}=\begin{pmatrix}0\\8\\-9\end{pmatrix}$ 在该基下的坐标．

4．已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,k,1)^T$ 是矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2&1&1\\1&2&1\\1&1&2\end{pmatrix}$ 的逆矩阵 $\boldsymbol{A}^{-1}$ 的特征向量，试求常数 k 的值．

5．设 $\boldsymbol{a}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\2\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_2=\begin{pmatrix}2\\-1\\-2\\6\end{pmatrix},\boldsymbol{a}_3=\begin{pmatrix}3\\1\\t\\4\end{pmatrix},\boldsymbol{b}=\begin{pmatrix}4\\-1\\-5\\10\end{pmatrix}$，已知 $\boldsymbol{b}$ 不能由 $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3$ 线性表示，求 t 的值．

四、解答题（本题满分 8 分．）

设 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2&1&8&3&7\\2&-3&0&7&-5\\3&-2&5&8&0\\1&0&3&2&0\end{pmatrix}$，求矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的列向量组的一个极大无关组，并把其余列向量用该极大无关组线性表示．

五、解答题（本题满分 8 分．）

求方程组 $\begin{cases}x_1+2x_2+x_3+x_4-x_5=1,\\ x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=1,\\ x_1+x_2+x_4+2x_6=2,\\ 2x_2+2x_3+x_4-x_6=0\end{cases}$ 的通解．

六、**解答题（本题满分 10 分．）**求一个正交变换 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{P}\boldsymbol{y}$，将二次型

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+x_2^2+6x_3^2+4x_1x_2+6x_1x_3+6x_2x_3$$

化为标准形．

七、证明题（本题满分 12 分．共 2 个小题，其中第 1 小题 8 分，第 2 小题 4 分．）

1．设 $\boldsymbol{A}$ 是一个 r 阶方阵，$\boldsymbol{B}$ 是一个 $r\times n$ 矩阵，$R(\boldsymbol{B})=r,\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{O}$，试证：$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$．

2．设 λ_1,λ_2 是 n 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的两个不同的特征值，$\boldsymbol{p}_1,\boldsymbol{p}_2$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的依次对应于 λ_1,λ_2 的特征向量．试证：$\boldsymbol{p}_1+\boldsymbol{p}_2$ 不是 $\boldsymbol{A}$ 的特征向量．