

1. 极限  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{3x-y}{x+y}$  ( ) (B)

A. 等于 0

B. 不存在

C. 等于  $\frac{1}{2}$

D. 存在, 但不等于 0 也不等于  $\frac{1}{2}$

2. 函数  $f(x, y) = \begin{cases} 0, & xy = 0 \\ x \sin \frac{1}{y} + y \sin \frac{1}{x}, & xy \neq 0 \end{cases}$  则极限  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y) =$  ( ) (C)

A. 等于 1

B. 等于 2

C. 等于 0

D. 不存在

3. 函数  $z = f(x, y) = \sqrt{|xy|}$  在点 (0, 0) 处 ( ) (B)

A. 连续, 但偏导数不存在

B. 偏导数存在, 但不可微

C. 可微

D. 偏导数存在且连续

4. 函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$  (A)

A. 处处连续

B. 处处有极限, 但不连续

C. 仅在 (0, 0) 点连续

D. 除 (0, 0) 点外处处连续

考虑二元函数 $f(x, y)$ 的下面4条性质 ( )

5. (1) $f(x, y)$ 在点 $(x_0, y_0)$ 处连续;(2) $f(x, y)$ 在点 $(x_0, y_0)$ 处两个偏导数连续;(A)  
(3) $f(x, y)$ 在点 $(x_0, y_0)$ 处可微;(4) $f(x, y)$ 在点 $(x_0, y_0)$ 处两个偏导数存在。

A.  $(2) \Rightarrow (3) \Rightarrow (1)$

B.  $(3) \Rightarrow (2) \Rightarrow (1)$

C.  $(3) \Rightarrow (4) \Rightarrow (1)$

D.  $(3) \Rightarrow (1) \Rightarrow (4)$

6. 若函数 $f(x, y)$ 在区域 $D$ 内具有二阶偏导数, 则下列结论正确的是 ( )(D)

A. 必有  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$

B.  $f(x, y)$ 在 $D$ 内必可微

C.  $f(x, y)$ 在 $D$ 内必连续

D. 以上三个结论都不成立

7.

设函数 $u = u(x, y)$ 满足  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  及  $u(x, 2x) = x, u'_1(x, 2x) = x^2, u$ 有二阶连续偏导数, 则 $u''_{11}(x, 2x)$

(B)

A.  $\frac{4}{3}x$

B.  $-\frac{4}{3}x$

C.  $\frac{3}{4}x$

D.  $-\frac{3}{4}x$

8. 利用变量替换 $u = x, v = \frac{y}{x}$ , 可将方程  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$  化成新方程 ( )(A)

A.  $u \frac{\partial z}{\partial u} = z$

B.  $v \frac{\partial z}{\partial v} = z$

C.  $u \frac{\partial z}{\partial v} = z$

D.  $v \frac{\partial z}{\partial u} = z$

9. 函数  $f(x, y) = \begin{cases} x^2 + y^2, & xy = 0 \\ 1, & xy \neq 0 \end{cases}$  在点  $(0, 0)$  处 ( ) (D)

- A. 连续且偏导数存在
- B. 连续且偏导数不存在
- C. 偏导数存在, 但不连续
- D. 不连续且偏导数不存在

10. 设  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{xy} \sin(x^2 y), & xy \neq 0 \\ 0, & xy = 0, \end{cases}$  则  $f'_x(0, 1) = ( )$  (B)

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

11. 下列命题中正确的是 ( ) (B)

- A.  $\lim_{x \rightarrow x_0} \lim_{y \rightarrow y_0} f(x, y)$  与  $\lim_{(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y)$  等价
- B. 函数在点  $P(x_0, y_0)$  连续, 则极限  $\lim_{(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y)$  必定存在
- C.  $\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{P_0}$  与  $\frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{P_0}$  都存在, 则  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  必连续
- D.  $\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{P_0}$  与  $\frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{P_0}$  都存在, 则  $dz = \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{P_0} dx + \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{P_0} dy$

12.

若函数  $u = xyf\left(\frac{x+y}{xy}\right)$ , 其中  $f$  是可微函数, 且  $x^2 \frac{\partial u}{\partial x} - y^2 \frac{\partial u}{\partial y} = G(x, y)u$ , 则函数  $G(x, y) = ( )$

- (B)
- A.  $x + y$
- B.  $x - y$
- C.  $x^2 - y^2$
- D.  $(x + y)^2$

设二元函数  $z = f(x, y)$  在点  $(1, 1)$  处可微,  $f(1, 1) = f'_x(1, 1) = f'_y(1, 1) = 1$ ,

13. 又知  $z = f(x, f(x, x))$ , 则  $\frac{dz}{dx} \Big|_{x=1} = ( )$  (C)

- A. 1
- B. 2
- C. 3

D. 4

14. 设函数  $f(u, v)$  满足  $f\left(x+y, \frac{y}{x}\right) = x^2 - y^2$ , 则  $\left.\frac{\partial f}{\partial u}\right|_{\substack{u=1 \\ v=1}}$  与  $\left.\frac{\partial f}{\partial v}\right|_{\substack{u=1 \\ v=1}}$  依次是 ( ) (D)

A.  $\frac{1}{2}, 0$

B.  $0, \frac{1}{2}$

C.  $-\frac{1}{2}, 0$

D.  $0, -\frac{1}{2}$

15. 设  $f(x, y) = \int_0^{xy} e^{-t^2} dt$ , 则  $\frac{x}{y} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{y}{x} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = ( )$  (A)

A.  $-2e^{-x^2 y^2}$

B.  $2e^{-x^2 y^2}$

C.  $2e^{x^2 y^2}$

D.  $-2e^{x^2 y^2}$

16 设  $f(x)$  可导,  $F(x, y) = \frac{\int_{-y}^y f(x+t) dt}{2y}$ ,  $-\infty < y < +\infty, y > 0$ . 则  $\lim_{y \rightarrow 0^+} \frac{\partial F}{\partial x} = ( )$  (B)

A.  $-f'(x)$

B.  $f'(x)$

C.  $-f(x)$

D.  $f(x)$

17. 设  $u = f(r)$ , 而  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ,  $f(r)$  具有二阶连续导数, 则  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = ( )$

(B)

A.  $-f'(x)$

B.  $f'(x)$

C.  $-f(x)$

D.  $f(x)$

18. 下列哪一个条件成立时能够推出  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  可微, 且全微分  $df = 0$  ( ) (D)

A. 在点  $(x_0, y_0)$  的两个偏导数  $f_x = 0, f_y = 0$

B.  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  的全增量  $\Delta f = \frac{\Delta x \Delta y}{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}$

C.  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  的全增量  $\Delta f = \frac{\sin[(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2]}{\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}$

D.  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  的全增量  $\Delta f = [(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2] \sin \frac{1}{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$

19. 设  $u = \arctan \frac{x+y}{1-xy}$ , 则  $\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right|_{(1,0)} = ( )$  (A)

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

20.  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  某领域内有定义, 则下列结论正确的是 ( ) (C)

A. 两个偏导数存在, 则  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处连续

B. 连续, 则  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处两个偏导数存在

C. 两个偏导数存在且有界, 则  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处连续

D. 连续, 则  $z = f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  的领域内两个偏导数有界