

# 人工智能的数学基础作业 2

刘常靖

2022 年 3 月 15 日

## 1 卷积定理证明

1.1 证明  $\mathcal{F}\{f * g\} = \mathcal{F}\{f\} \cdot \mathcal{F}\{g\}$

$\mathcal{F}\{v\} = \mathcal{F}\{f\}(v) = \int_R$   
已知  $ReLU(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(y)dy$ , 对  $ReLU(x)$  傅里叶变换, 有:

$ReLU(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} Re\hat{L}U(\xi) \cdot e^{2\pi i \xi x} d\xi$ , 对  $x$  求 2 阶导:

$\frac{d(ReLU(x))}{dx^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} Re\hat{L}U(\xi) \cdot e^{2\pi i \xi x} \cdot (2\pi i \xi)^2 d\xi$ , 而:

$\frac{d(ReLU(x))}{dx^2} = \frac{dH(x)}{d(x)} = \delta(x) = \int 1 \cdot e^{2\pi i \xi x} d\xi$ , 有:

$Re\hat{L}U(\xi) = \frac{1}{(2\pi i \xi)^2}$ , 故:

$|Re\hat{L}U(\xi)| \sim \frac{1}{|\xi|^2}$