



le cnam



RODD-Lot sizing

Changmin WU
Ling MA

Conservatoire National des Arts et Métiers

—
École Polytechnique

—
École Nationale Supérieure de Techniques Avancées

1 Définition du modèle

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T h_t(s_t) \\
s.c. \quad & \sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t \quad \forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket \\
& x_t^m \leq (\sum_{t'=t}^T d_{t'}) y_t^m \quad \forall t \in \llbracket 1, T \rrbracket, \forall m \in \llbracket 1, M \rrbracket \\
& \sum_{t'=t}^{t+R-1} \sum_{m=1}^M (e_{t'}^m - E_{t'}^{max}) x_{t'}^m \leq 0 \quad \forall t \in \llbracket 1, T-R+1 \rrbracket, \forall m \in \llbracket 1, M \rrbracket
\end{aligned}$$

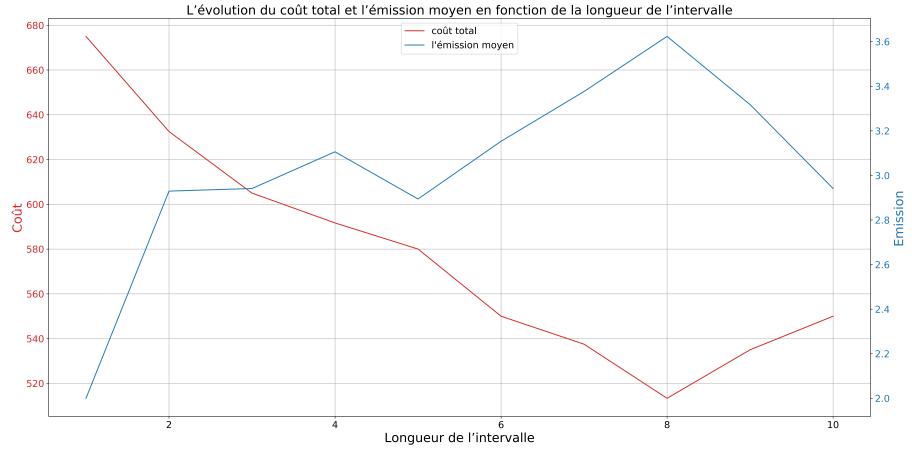
Cas particuliers :

[R=1] : Contrainte périod ;
[R=T] :Contrainte global ;

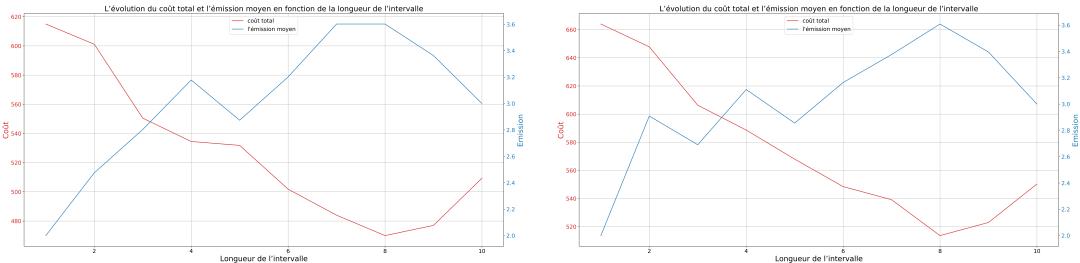
Pour le contrainte glissant, par exemple : si R=8, on a

$$\begin{aligned}
& \sum_{t'=1}^8 \sum_{m=1}^M (e_{t'}^m - E_{t'}^{max}) x_{t'}^m \leq 0 \quad \forall m \in \llbracket 1, M \rrbracket \\
& \sum_{t'=2}^9 \sum_{m=1}^M (e_{t'}^m - E_{t'}^{max}) x_{t'}^m \leq 0 \quad \forall m \in \llbracket 1, M \rrbracket \\
& \sum_{t'=3}^{10} \sum_{m=1}^M (e_{t'}^m - E_{t'}^{max}) x_{t'}^m \leq 0 \quad \forall m \in \llbracket 1, M \rrbracket
\end{aligned}$$

2 Analyser le coût total et la valeur de l'émission carbone moyenne



Cette solution est donné par une dt avec une distribution uniforme :
 $[20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65]$



$[40,30,20,50,34,53,66,80,23,31]$

$[45,38,23,56,22,56,43,56,65,66]$

3 Analyser les résultats

D'abord, On sait que $f_m = [10, 30, 60, 90]$, $e_m = [8, 6, 4, 2]$, c'est à dire, le mode qui émit plus de carbone cout moins cher. L'objective contient un coût fixé de production et un coût de stockage. Car $h_t = 1$, le coût fixé influence plus le l'objective.

Le change de distribution uniform ne change pas la tendance. Pour respecter le contrainte carbone, il faut choisir plein de fois le mode 4 avec $f_4=90, e_4=2$ qui a le plus petit émission mais cout le plus cher. Si on peut choisir d'autres modes qui sont moins chers, cela améliorera nos objectifs. Pour R=1, il faut choisir 10(T=10) fois de mode 4. Alors R=1 toujours a le coût total le plus haut.

- 1) En général, le coût total a une tendance d'abord diminuer et ensuite augmenter quand R augmente. Le coût le plus haut est quand le longeur d'intervalle est fixé à 1. Car il faut vérifier la contrainte d'émission carbone par chaque pas de temps et il existe pas de compensation entre les périodes. Quand le horizon glissant de longeur fixé devient plus grand, on peut compenser l'émission entre une plus grande intervalle, le bound pour un pas de temps est relâché, on peut lancer les modes qui émettent

plus de carbone qui coutent moins chères dans une période, si l'émission de quelques périodes dépassent le limit d'émission, on peut quand même vérifier la contrainte par diminuer ceux des autres périodes pour obtenir une solution optimal.

2) En général, l'émission carbone moyenne a une tendance d'abord augmenter et ensuite diminuer un peu quand R augmente. L'émission le plus bas est quand le longeur d'intervalle est fixé à 1. Car il n'y a pas de compensation entre les périodes, chaque pas de temps, on ne peut pas émettre plus de carbone que le limit. Mais quand R augmente, le bound pour un pas de temps est relâché grâce à la compensation , pour obtenir un coût minimum, on peut lancer les modes qui émettent plus de carbone qui coutent moins chères dans un pas de temps, si l'émission de quelques périodes dépassent le limit d'émission, on peut quand même vérifier la contrainte par diminuer ceux des autres périodes.

3) En général, le coût total a une tendance qui inverse la tendance de l'émission carbone moyenne. C'est à dire que on peut économiser plus par choisir les modes qui émettent plus de carbone.

4) Le coût total le plus bas l'émission le plus haut sont à R=8.

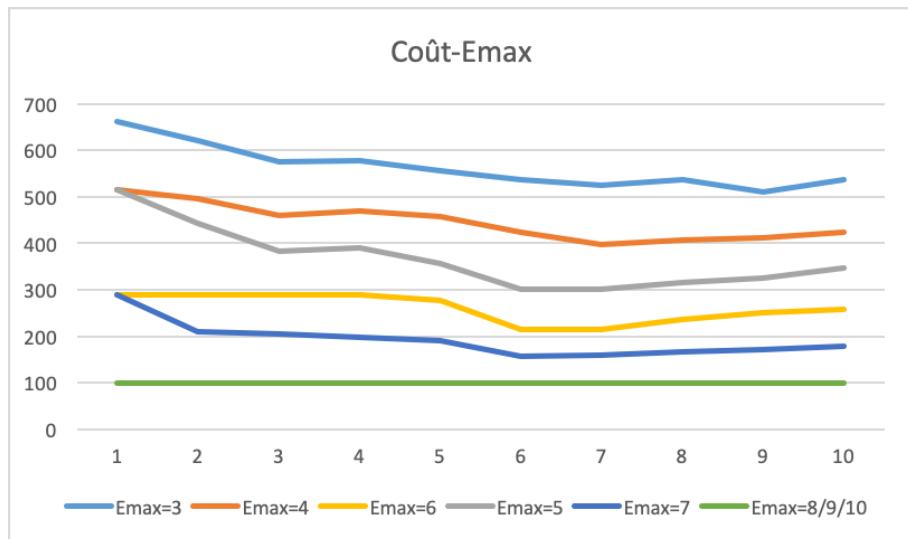
4 Analyser l'impact

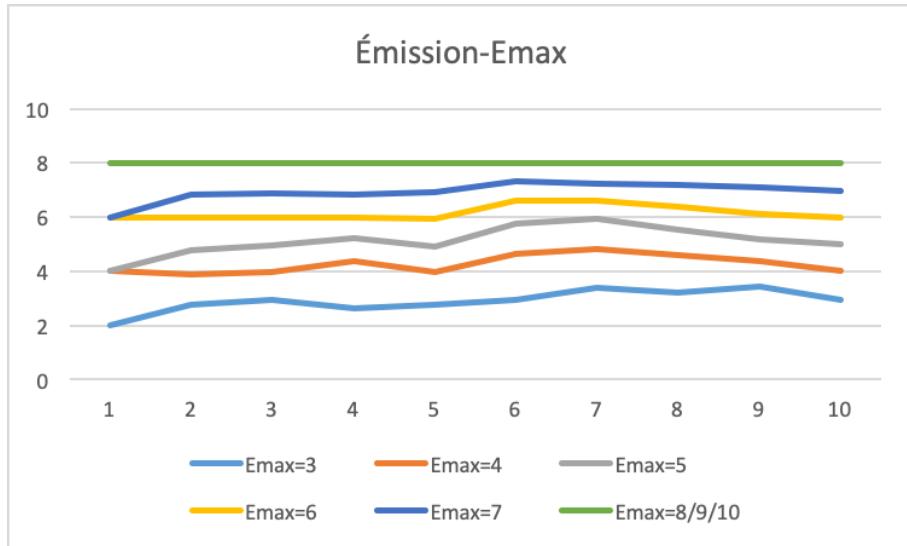
1) La tendance de coût total ne change pas avec le changement d' Emax,T,M. Le coût total va d'abord diminuer et ensuite augmenter. Et la solution de R du coût total le plus petit devient plus petit. Et la solution de R du coût total le plus grand est toujours R=1. Plus généralement, quand le R augmente, le coût total devient plus petit.

2) La tendance de l'émission moyenne ne change pas avec le changement d' Emax . L'émission moyenne va d'abord augmenter ensuite diminuer. Et la solution de R de l'émission moyenne le plus grand devient plus petit. Et la solution de R de l'émission moyenne le plus petit est toujours R=1. Plus généralement, quand le R augmente, l'émission moyenne devient plus grande.

3) La relation entre le coût et l'émission : En général, le coût total a une tendance qui inverse la tendance de l'émission carbone moyenne.

4.1 La limite de l'émission carbone moyenne





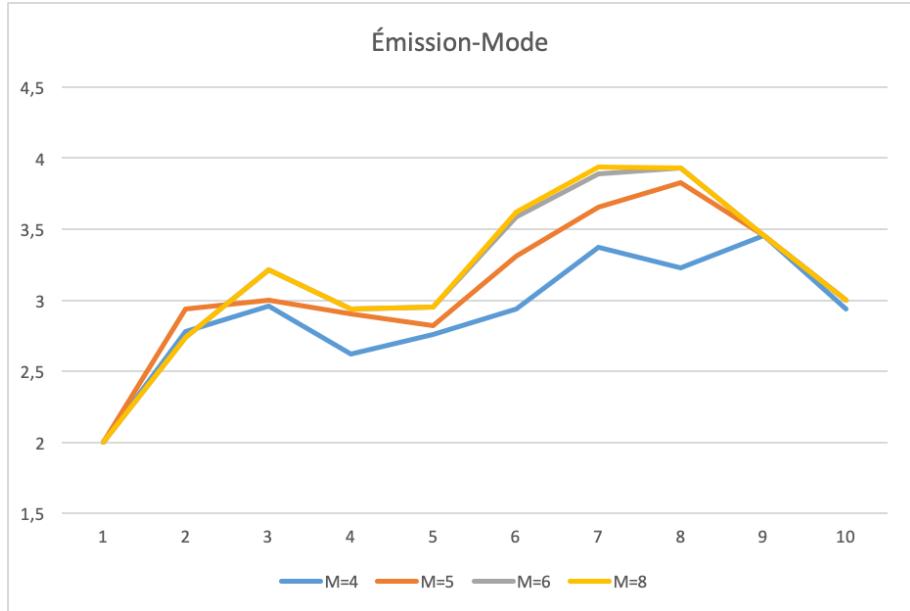
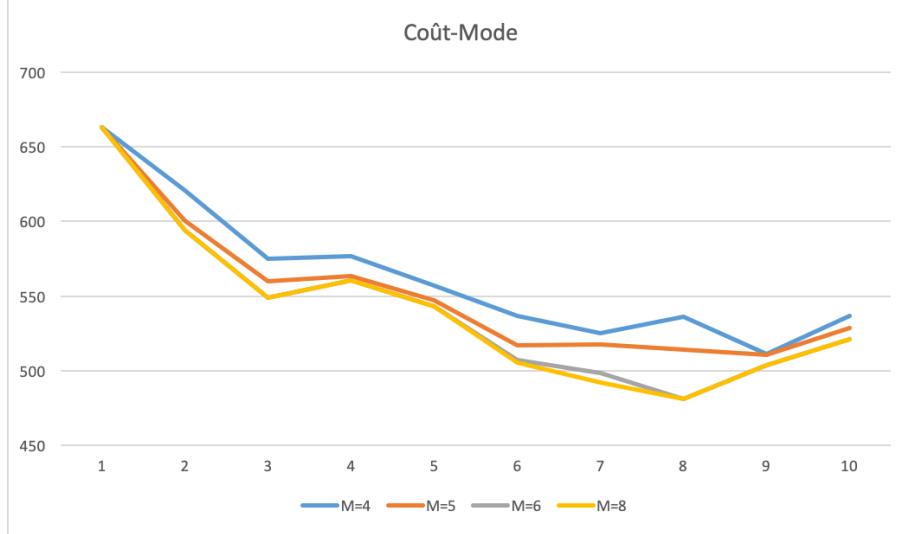
On suppose $T=10$, $M=4$, $dt=[40,55,46,35,44,65,20,29,60,47]$ fixé, on change seulement $Emax$ de 3 à 10. Le x-axis est longeur fixé d'intervalle R. Le y-axis de graphe de Coût-Eax est l'objective de modèle, le y-axis de graphe d'Émission-Emax est la limite de l'émission carbone moyenne .

1) Coût : Quand le $Emax$ augmente, en général, le coût total pour chaque R diminue. Et quand $Emax \geq 8$, le coût ne change plus et est toujours égal à 100. 100 est une borne inférieure du coût total.

2) Émission : Quand le $Emax$ augmente, en général, l'émission moyenne augmente pour chaque R . Et quand $Emax \geq 8$, le coût ne change plus et est toujours égal à 8. 8 est une borne supérieure de la limite d'émission carbon.

3) Raison : Quand $Emax = \max(e_m)$, la bonne supérieur la limite d'émission carbon est le $\max(e_m)$, la borne inférieure du coût total est le $T^* \min(f_m)$, car le $R=1$, il peut vérifier la contrainte d'émission carbone, si le $R=1$ peut vérifier ce contrainte, les autres longeur qui a une compensation peuvent tous vérifier la contrainte d'émission carbon. On peut choisir le mode qui a $\min(f_m)$ pour tous les $t \in T$. Alors on peut toujours vérifier la contrainte $\sum_{t'=2}^9 \sum_{m=1}^M (e_{t'}^m - E_{t'}^{max}) x_{t'}^m \leq 0$ et mettre $s_t=0$. Alors, on peut obtenir la borne inférieure.

4.2 nombre de mode



On suppose $T=10$, $E_{max}=3$, $dt=[40,55,46,35,44,65,20,29,60,47]$ fixé, on change seulement M de 4 à 10. On ajoute f_m et e_m pour le nouveau mode par la relation : si e_m est grand, f_m est petit.

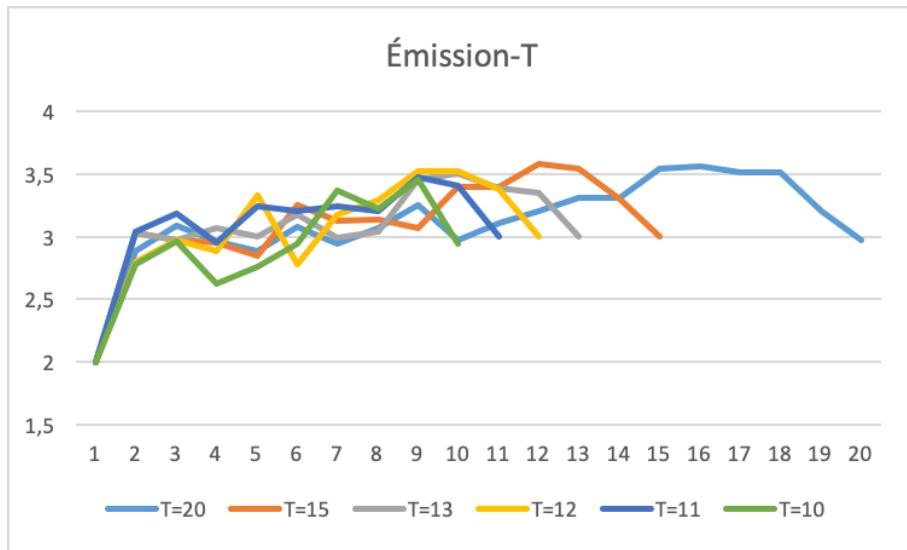
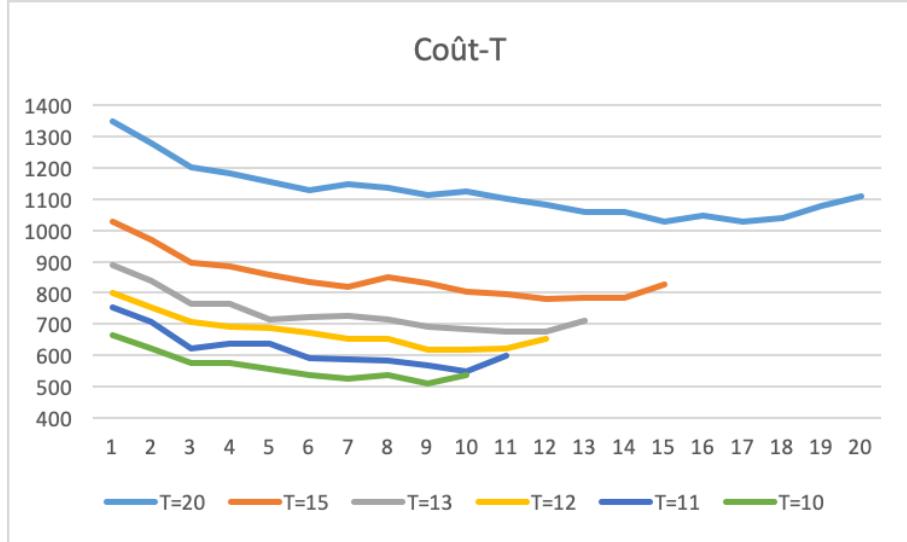
Quand $M=9$ ou 10 , le coût total et l'émission moyenne variant sur R sont les mêmes quand $M=8$. Le x-axis est longeur fixé d'intervalle R . Le y-axis de graphe de Coût-Mode est l'objective de modèle, le y-axis de graphe d'Émission-Mode est la limite de l'émission carbone moyenne .

- 1) Coût : Quand le M augmente, en général, le coût total pour chaque R diminue un peu mais pas beaucoup. Et quand $M \geq 8$, le coût total de chaque R ne diminue plus avec M croissant.

2) Émission : Quand le M augmente, en général, l'émission moyenne augmente un peu pour chaque R . Et quand $M \geq 8$, l'émission moyenne de chaque R ne croît plus avec le M croissant. Et pour le $R=T$, l'émission moyenne pour chaque T est E_{max} . Et pour le $R=1$, l'émission moyenne pour chaque T est la même.

3) Raison : Quand M devient plus grand, c'est à dire que on a plus de modes à choisir. On doit toujours respecter la contrainte et choisir le mode qui a plus d'émission mais coute moins cher pour obtenir une meilleure solution, plus de modes nous fournissent plus de meilleure choix. Mais si les meilleures modes sont déjà dans le M qui vérifient d'autres contraintes aussi, ça va pas changer grand chose car on peut seulement faire T choix maximum.

4.3 longeur de l'horizon



On suppose $M=4$, $E_{max}=3$, $dt=[40,55,46,35,44,65,20,29,60,47]$ fixé, on change seulement T . $T=[10,11,12,13,15,20]$. Le x-axis est longeur fixé d'intervalle R. Le y-axis de graphe de Coût-T est l'objective de modèle, le y-axis de graphe d'Émission-T est la limit de l'émission carbone moyenne .

- 1) Coût : Quand le T augmente, en général, le coût total pour chaque R augmente.
- 2) Émission : Quand le T augmente, en général, l'émission moyenne devient stable entre [3,3.5]. Et pour le $R=T$, l'émission moyenne pour chaque T est E_{max} . Et pour le $R=1$, l'émission moyenne pour chaque T est la même.
- 3) Raison : Si T devient plus grand, on a plus de demand en total à satisfaire, alors le coût total pour chaque R devient plus grand.

5 Conclusion

Pour conclure, La tendance de coût total ne change pas par R avec le changement d' Emax,T, M. Le coût total va d'abord diminuer et ensuite augmenter. Et solution de R du coût total le plus grand est toujours R=1. En général, le coût total a une tendance qui inverse la tendance de l'émission carbone moyenne par chaque R.

Si Emax croissant, le coût total décroissant, l'émission moyenne croissant. Si T croissant, le coût total croissant, l'émission moyenne devient stable. Si on M croissant, le coût total décroissant et ensuite stable, l'émission moyenne croissant et ensuite stable.

L'objectif est déterminé par le coût fixe et le coût de stockage. Car le h_s est 1, l'objectif est plutôt déterminé par le coût fixe de mode. Quand le R de a une intervalle plus grande, on a une période plus longue pour compensation, on peut alors choisir les modes qui ont coût fixe moins cher mais émettent plus de carbone pour obtenir une solution moins cher et émettre plus de carbone.

Si on peut avoir un mode qui émet moins de carbone et coûte moins cher, on peut optimiser notre objectif.