

# Problème de planification culturelle durable \*

Ling MA and Changmin WU

March 27, 2019

## Contents

|          |                                     |          |
|----------|-------------------------------------|----------|
| <b>1</b> | <b>Quelques notations</b>           | <b>1</b> |
| <b>2</b> | <b>Une représentation du graphe</b> | <b>2</b> |
| <b>3</b> | <b>Modélisation PLNE</b>            | <b>2</b> |
| <b>4</b> | <b>Résultat</b>                     | <b>3</b> |
| <b>5</b> | <b>Une ré-formulation</b>           | <b>3</b> |
| <b>6</b> | <b>Génération de colonnes</b>       | <b>3</b> |

## 1 Quelques notations

- $\mathcal{T}$ :  $\{1, \dots, T\}$  le horizon de planification.
- $\mathcal{P}$ :  $\{1, \dots, P\}$  ensemble des parcelles utilisables.
- $s(t)$ :  $s(t) = 1$  temps impair;  $s(t) = 2$  temps pair.
- $C(s(t))$ : ensemble des cultures cultivables au temps  $t$ .
- $D_{j,t}$ : demande en tonnes de culture  $j$  au temps  $t$ .
- $(l, a, j)$ : état d'une parcelle où
  - $l$ : le nombre de temps consécutifs de jachère.
  - $a$ : le nombre de temps consécutifs de culture (si  $j \neq 0$ ).
  - $j$ :  $C \cup \{0\}$  où  $C$  l'ensemble des cultures cultivables et 0 la jachère.
- $(l', a', i) \rightarrow (l, a, j)$ : une transition d'une parcelle d'état  $(l', a', i)$  à  $(l, a, j)$  qui est associé avec un rendement  $\text{REND}(l, a, i, j)$ .

---

\*Ce rapport est destiné au TP7 de cours Recherche Opérationnelle et Développement Durable du programme MPRO encadré par Professeur Agnès Plateau sur le sujet de la planification culturelle.

## 2 Une représentation du graphe

Figure 1 présente un tel graphe dont chaque sommet désigne un état possible de la forme  $(l, a, j)$ . Un chemin qui commence par  $(2, 0, 0)$  (et de longueur 5) est donc une rotation de  $T = 5$  sur la parcelle  $p$ , par exemple, le chemin  $(2, 0, 0) \rightarrow (2, 1, R) \rightarrow (2, 2, H) \rightarrow (1, 0, 0) \rightarrow (1, 1, H) \rightarrow (1, 0, 0)$ . Notons que chaque

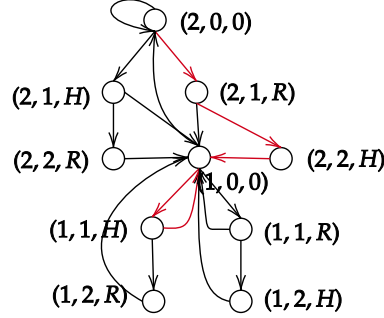


Figure 1: Graphe  $G$ : les arcs rouges correspondent à une rotation possible;  $R$  est *riz* et  $H$  est *haricot*

arc désigne une transition  $(l', a', i) \rightarrow (l, a, j)$ , on peut donc associer chaque arc un rendement  $\text{REND}_{\text{arc}} = \text{REND}(l, \text{arc}, i, j)$  où  $\text{arc} = (l', a', i) \rightarrow (l, a, j)$

## 3 Modélisation PLNE

Étant donnée la représentation du graphe, on peut modéliser ce problème de planification comme  $P$  problème de flot sur  $P$  graphe  $G$  qui satisfait une contrainte globale.

$$(P1) \left\{ \begin{array}{ll} \min & \sum_{p \in P} \sum_{t=1} \sum_{\text{arc} \in \text{Arcs}_{(2,0,0)}^-} x_{p,t,\text{arc}} \\ \text{s.t.} & \sum_{p \in P} \sum_{\text{arc} \in \text{Arcs}_j^-} \text{REND}_{\text{arc}} x_{p,t,\text{arc}} \geq D_{j,t} \quad \forall t \in \mathcal{T}, j \in C(s(t)) \\ & \sum_{\text{arc} \in \text{Arcs}_v^-} x_{p,t,\text{arc}} = \sum_{b \in \text{Arcs}_v^+} x_{p,t+1,b} \quad \forall t \in \mathcal{T} \setminus \{1, T\}, p \in \mathcal{P}, v \in V(G) \\ & \sum_{\text{arc} \in \text{Arcs}_{(2,0,0)}^-} x_{p,1,\text{arc}} \leq 1 \quad \forall p \in \mathcal{P} \\ & \sum_{\text{arc} \notin \text{Arcs}_{(2,0,0)}^-} x_{p,1,\text{arc}} = 0 \quad \forall p \in \mathcal{P} \\ & x_{p,t,\text{arc}} \in \{0, 1\} \quad \forall t \in \mathcal{T}, p \in \mathcal{P}, \text{arc} \in \text{Arcs} \end{array} \right.$$

où  $x_{p,t,a}$  désigne si la transition représentée par  $a$  s'effectue au temps  $t$  sur la parcelle  $p$ .  $\text{Arcs}_j^-$  désigne tous arcs de  $G$  incident à  $j$  et  $\text{Arcs}_j^+$  les arcs émergent

| Temps de calcul | Nbr Noeuds développés | Nbr Parcelles Cultivées |
|-----------------|-----------------------|-------------------------|
| 2.47s           | 1344                  | 19                      |

Table 1: Information de la solution trouvée

de  $j$ . La première contrainte est la contrainte de la demande. La deuxième contrainte est celui de la conservation du flot et les deux prochaines sont les contraintes d'état initial (tout chemin commence de  $(2, 0, 0)$ ).

## 4 Résultat

Voir tableau 1.

## 5 Une ré-formulation

Each rotation is a chemin from  $t=1$  to  $t=T$ , the objective is to find the chemin which use the least parcelle. And every chemin need to satisfy the demande of every period. To make it more clear, every  $r$  has  $T+1$  variable. For example, a solution chemin(rotation)  $r$ :  $(2, 0, 0) - > (2, 1, R) - > (2, 2, H) - > (1, 0, 0) - > (1, 1, H) - > (1, 0, 0)$  where  $x_r=1$ ,  $r_{t1} = (2, 0, 0)$ ,  $r_{t2} = (2, 1, R), \dots, r_{t5} = (1, 1, H)$  and  $r_{t6} = (1, 0, 0)$ . The constraints is at everytime  $t \in T$ , the demand  $D_t$  is satisfied. We suppose that we can make the rotation  $r$  on the one parcelle.

$$(P2) \begin{cases} \min & \sum_{r \in Rotations} x_r \\ \text{s.t.} & \sum_{r \in R} A_{j,t,r} x_r \geq D_{j,t,r} \quad \forall t \in \mathcal{T}, j \in C(s(t)) \\ & x_r \in \mathbb{Z}_+ \quad \forall r \end{cases}$$

où  $r_t$  est la transition de la rotation  $r$  au temps  $t$ ,  $A_{j,r} = REND_{r_t}$  is the rendment at the period  $t$  of rotation  $r$ .

## 6 Génération de colonnes

We define a colonne for the path satisfait all the demand. For example in Question 1, a solution chemin  $P$ :  $(2, 0, 0) - > (2, 1, R) - > (2, 2, H) - > (1, 0, 0) - > (1, 1, H) - > (1, 0, 0)$ .

Colonne  $R$  correspondant à  $A$  is  $[(2,0,0),(2,1,R),(2,2,H),(1,0,0),(1,1,H),(1,0,0)]$ . Each colonne has  $T+1$  variable. For example, this colonne  $R$  has 6 variable.

Algorithm of generation colonne:

Create initial columns;  
Repeat:  
Solve master problem find  $dual[i]$ ;  
Solve subproblem;

Add new column to master problem;

Until  $z_{sub} \geq 0$

We start from a init solution which can satiffait all the demand of different of time periode. We define a variable  $choose_r$ , if  $choose_r=1$ , that means we choose the colonne, if  $choose_r=0$ ; that means we won't choose the chemin. With the contraintes, demande of every time t is satisfied. Here we doesn't show the model of the contraintes in details.

$$(master) \left\{ \min \sum_{r \in Rotations} choose_r \right.$$

We dualize contrainte of the master problem, and put them into dual variable  $dual_{j,t}$ .

$$(slave) \left\{ \min 1 - \sum_{j,t} newcolonne_{j,t} \cdot dual_{j,t} \right.$$

Every time when we solve the slave problem, the solution  $newcolonne_{j,t}$  we get is a new solution, or we say it, a new chemin réalisable for the master problem.

As the process of algo, we will have more and more colonnes to make a choice among them (every time we generate a new colonne by slave problem, we solve master problem another time).

If the coût réduit is négatif, we can keep on generate new colonne, until the coût réduit  $\geq 0$ , we stop generate new colonne, and the current solution of master problem is optimal.