Problème de planification culturale durable *

Ling MA and Changmin WU

March 27, 2019

Contents

1 Quelques notations

- $\mathcal{T}$: $\{1, \ldots, T\}$ le horizon de planification.
- $\mathcal{P}$: $\{1, \ldots, P\}$ ensemble des parcelles utilisables.
- $s(t)$: $s(t) = 1$ temps impair; $s(t) = 2$ temps pair.
- $C(s(t))$: ensemble des cultures cultivables au temps t.
- $D_{j,t}$: demande en tonnes de culture j au temps t.
- (l, a, j): état d'une parcelle où
  - l: le nombre de temps consécutifs de jachère.
  - a: le nombre de temps consécutifs de culture (si $j \neq 0$).
  - j: $C \cup \{0\}$ où C l'ensemble des cultures cultivables et 0 la jachère.
- $(l', a', i) -> (l, a, j)$: une transition d'une parcelle d'état (l', a', i) à (l, a, j) qui est associé avec un rendement $\text{REND}(l, a, i, j)$.

*Ce rapport est destiné au TP7 de cours Recherche Opérationnelle et Développement Durable du programme MPRO encadré par Professeur Agnès Plateau sur le sujet de la planification culturale.

2 Une représentation du graphe

Figure 1 présente un tel graphe dont chaque sommet désigne un état possible de la forme (l, a, j). Un chemin qui commence par $(2, 0, 0)$ (et de longueur 5) est donc une rotation de $T = 5$ sur la parcelle p, par exemple, le chemin $(2, 0, 0)- >$ $(2, 1, R)- > (2, 2, H)- > (1, 0, 0)- > (1, 1, H)- > (1, 0, 0)$. Notons que chaque

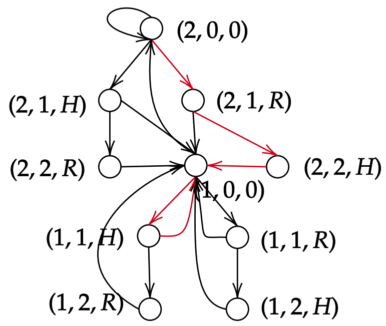

Figure 1: Graphe G: les arcs rouges correspondent à une rotation possible; R est *riz* et H est *haricot*

arc désigne une transition $(l', a', i)- > (l, a, j)$, on peut donc associer chaque arc un rendement $\text{REND}_{arc} = \text{REND}(l, arc, i, j)$ où $arc = (l', a', i)- > (l, a, j)$

3 Modélisation PLNE

Étant donnée la représentation du graphe, on peut modéliser ce problème de planification comme P problème de flot sur P graphe G qui satisfit une contrainte globale.

$$(P1) \begin{cases} \min \quad \sum_{p \in P} \sum_{t=1} \sum_{arc \in Arcs^-_{(2,0,0)}} x_{p,t,arc} & \\ \text{s.t.} \quad \sum_{p \in P} \sum_{arc \in Arcs^-_j} \text{REND}_{arc} x_{p,t,arc} \geq D_{j,t} & \forall t \in \mathcal{T}, j \in C(s(t)) \\ \sum_{arc \in Arcs^-_v} x_{p,t,arc} = \sum_{b \in Arcs^+_v} x_{p,t+1,b} & \forall t \in \mathcal{T} \backslash \{1, T\}, p \in \mathcal{P}, v \in V(G) \\ \sum_{arc \in Arcs^-_{(2,0,0)}} x_{p,1,arc} \leq 1 & \forall p \in \mathcal{P} \\ \sum_{arc \notin Arcs^-_{(2,0,0)}} x_{p,1,arc} = 0 & \forall p \in \mathcal{P} \\ x_{p,t,arc} \in \{0, 1\} & \forall t \in \mathcal{T}, p \in \mathcal{P}, arc \in Arcs \end{cases}$$

où $x_{p,t,a}$ désigne si la transition représentée par a s'effectue au temps t sur la parcelle p. Arc^-_j désigne tous arcs de G incident à j et Arc^+_j les arcs émergent

Temps de calcul	Nbr Noeuds développés	Nbr Parcelles Cultivées
2.47s	1344	19

Table 1: Information de la solution trouvée

de j. La première contrainte est la contrainte de la demande. La deuxième contrainte est celui de la conservation du flot et les deux prochaines sont les contraintes d'état initial (tout chemin commence de $(2, 0, 0)$).

4 Résultat

Voir tableau 1.

5 Une ré-formulation

Supposons que les rotations r sont énumérable, et elle est représentée par une suite de transitions (arcs). on a

$$(P2)\begin{cases} \min & \sum_{r \in R} x_r \\ \text{s.t.} & \sum_{r \in R} A_{j,t,r} x_r \geq D_{j,t} \quad \forall t \in \mathcal{T}, j \in C(s(t)) \\ & x_r \in \mathbb{Z}_+ \quad \forall r \end{cases}$$

où r_t est la transition de la rotation r au temps t, $A_{j,t,r} = \text{REND}_{r_t}$ si $r_t \in Arcs_j^-$ et 0 autrement.

6 Génération de colonnes

Quand on applique l'algorithme de la génération de colonnes, tout d'abord on cherche la solution pour le dual du programme $P2$ (ou sa relaxation) avec variables duales $z_{j,t}$. Après avec la solution trouvée de $z_{j,t}$, on cherche un nouveau colonne A_k qui minimise le coût réduit négatif $1 - \sum_{j,t} z_{j,t} A_{j,t,k}$. Donc si on associe à chaque arc de G un coût de $-z_{j,t}\text{REND}_{arc}$, le problème peut être réduit à un problème du plus court chemin dans un graphe pondéré, que on peut résoudre facilement par l'algorithme de Bellman à chaque itération du processus de génération de colonnes jusqu'à où on ne peut plus trouver un chemin dont le coût réduit est négatif.