

---

# 《计算理论导引》期末试卷

南京大学计算机科学与技术系

2019 年 12 月

本试卷满分 100 分，共七题。考试时间 2 小时。开卷。

姓名	学号	成绩

一. (30 分)

- (1) 什么是 Church-Turing Thesis? 你拥护吗?
- (2) 什么是通用 Turing 机?
- (3) 什么是部分递归函数?
- (4) 什么是  $\lambda\beta$  系统的 CR 性质?
- (5) 什么是配对函数组?
- (6) 什么是停机问题?

[illegible]

三. (10 分) 设  $\mathcal{K}, \mathcal{S} \subseteq \mathbb{N}$  是可判定的 (decidable), 证明

- (1)  $\mathbb{N} - \mathcal{S}$  是可判定的;
- (2)  $\mathcal{K} \cap \mathcal{S}$  是可判定的;
- (3)  $\mathcal{K} \cup \mathcal{S}$  是可判定的。

四. (10 分) 设数论函数  $f(n) = \lfloor (\sqrt{6} + \sqrt{5})^{2n} \rfloor$ ,

- (1) 计算  $f(3)$  的值;
- (2) 证明  $f(n)$  为初等函数.

五. (10 分) 若在系统  $\lambda\beta$  中加入

$$(\star) \quad \mathbf{I} = \mathbf{S}$$

作为额外公理, 则对任何的  $M, N \in \Lambda$ ,  $\lambda\beta + (\star) \vdash M = N$ 。

六. (10 分) 构造机器计算函数  $f(x) = x^4$ ;  
(注: 构造时可利用已有机器)

七. (10 分)

Let  $f(n)$  be the  $n$ -th digit in the decimal expansion of the real number  $e$ . For example, suppose that  $e = a_0.a_1a_2a_3\cdots$ , then  $f(0) = a_0, f(1) = a_1, f(2) = a_2, \cdots$ . Prove that function  $f$  is Turing-computable. Furthermore, prove that it is elementary.

令  $f(n)$  为实数  $e$  的十进制展开式中的第  $n$  位数字。例如, 假设  $e = a_0.a_1a_2a_3\cdots$ , 那么  $f(0) = a_0, f(1) = a_1, f(2) = a_2, \cdots$ 。证明函数  $f$  是 Turing 可计算的。进而, 证明  $f$  是初等函数。