\_\_\_\_\_

## 《计算理论导引》期末试卷

## 南京大学计算机科学与技术系

2017年6月

本试卷满分100分, 共六题。考试时间2小时。开卷。

姓名	学号	成绩		

## 一. (30 分)

- (1)什么是 Turing 机?
- (2)什么是 Church-Turing Thesis? 你认可它吗?
- (3)什么是 Halting Problem? 它可判定吗?

- 二.(30 分) 设A表示 $\mathcal{E}\mathcal{F}$ ,B表示 $\mathcal{P}\mathcal{R}\mathcal{F} \mathcal{E}\mathcal{F}$ ,C表示 $\mathcal{G}\mathcal{R}\mathcal{F} \mathcal{P}\mathcal{R}\mathcal{F}$ ,D表示 $\mathcal{R}\mathcal{F} \mathcal{G}\mathcal{R}\mathcal{F}$ ,E表示不可计算的数论函数类。判定下列数论函数所属的函数类,选择A、B、C、D、E之一,填在题后的表格中。
- (1)  $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ 为处处无定义的函数。
- (2)  $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ 定义为

- (3) Ackermann 函数。
- (4)  $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ 定义为

$$f(m) = \begin{cases} 0, 若存在M \in \Lambda 使 m = \lceil M \rceil LM 有 \beta - nf \\ 1, 否则 \end{cases}$$

- (5)  $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ 定义为 $f(n) = [n! \cdot \cos(1)]$ , 这里[x]为对x向下取整。
- (6)  $f: \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ 定义为

$$f(m,n) = \begin{cases} 1, 若存在M, N \in \Lambda$$
使得 $m = \lceil M \rceil, n = \lceil N \rceil$ 且 $M =_{\beta} N$ 2, 否则

(7) 
$$f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$$
定义为 $f(n) = (n+1)^{(n+1)}$ , 共 $(n+1)$ 层

(8)  $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ 定义为

$$f(n) = \begin{cases} 0, 若存在Turing机M使n = \sharp M 且M对于一切输入皆停机 1, 否则 \end{cases}$$

- (9)  $G\ddot{o}del$ 的 $\beta$ -函数。
- (10)  $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ 定义为 $f(n) = \left[\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{(n+1)^2}\right]$ ,这里[x]为对x向下取整。

对于上述各函数,判定其所属函数类,选择A、B、C、D、E之一,填在下面的表格中。

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)

三. (10 分) 构造  $L \in \Lambda^{\circ}$  使  $L\lambda$  – 定义数论函数 l , 其定义如下:

$$l(x) = \begin{cases} 0, \quad \text{若x偶} \\ 1, \quad \text{若x奇} \end{cases}$$

四. (10 分) 若在系统  $\lambda\beta$  中加入

$$(\star) \quad \lambda xy.xy = \lambda xy.yx$$

作额外公理,则对任何的 $M,N\in\Lambda,\lambda\beta+(\star)\vdash M=N$ 。

## 五. (10 分)构造机器 M 使

$$S:01^n01^m0...$$
  
输入  $\uparrow$  时  
 $t:0....01^m01^n0...$   
输出  $\uparrow$  (可利用已有机器)

六. (10 分)越来越多的人使用智能手机,人们在使用的过程中或多或少的遇到过手机死机的情况,死机的现象往往是有些 app 运行了不曾定义的数学运算造成的,此时手机的表现是无法对用户的操作做出任何反馈,我们这里把该现象描述为手机被"冻结"。

假如人们想构造一个能监测手机是否被冻结的 app。

证明不存在一个 app, 我们把它称为 Freeze Test, 简称 FT。

其满足: 当FT 检测一个 app A 时,

- (1)当 A 会冻结手机,则 FT 送回 Yes;
- (2)当 A 不会冻结手机,则 FT 送回 No.

(谨以此题向 Alan Turing 先生致敬!)