

---

# 《计算理论导引》期末试卷

南京大学计算机科学与技术系

2017 年 6 月

本试卷满分 100 分，共六题。考试时间 2 小时。开卷。

姓名	学号	成绩

一. (30 分)

- (1)什么是 Turing 机?
- (2)什么是 Church-Turing Thesis? 你认可它吗?
- (3)什么是 Halting Problem? 它可判定吗?

(1)  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ 为处处无定义的函数。

$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{若 } n \text{ 为素数} \\ \text{无定义}, & \text{否则} \end{cases}$$
$$f(m) = \begin{cases} 0, & \text{若存在 } M \in \Lambda \text{ 使 } m = \ulcorner M \urcorner \text{ 且 } M \text{ 有 } \beta - n \text{ 个} \\ 1, & \text{否则} \end{cases}$$
$$f(m, n) = \begin{cases} 1, & \text{若存在 } M, N \in \Lambda \text{ 使得 } m = \ulcorner M \urcorner, n = \ulcorner N \urcorner \text{ 且 } M =_{\beta} N \\ 2, & \text{否则} \end{cases}$$
$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{若存在 Turing 机 } M \text{ 使 } n = \#M \text{ 且 } M \text{ 对于一切输入皆停机} \\ 1, & \text{否则} \end{cases}$$

(10)  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  定义为  $f(n) = \left[ \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{(n+1)^2} \right]$ , 这里  $[x]$  为对  $x$  向下取整。

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

三. (10 分) 构造  $L \in \Lambda^\circ$  使  $L\lambda$ -定义数论函数  $l$ , 其定义如下:

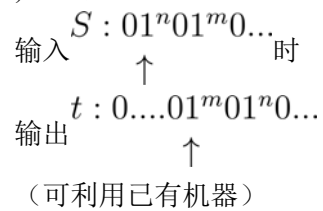
$$l(x) = \begin{cases} 0, & \text{若 } x \text{ 偶} \\ 1, & \text{若 } x \text{ 奇} \end{cases}$$

四. (10 分) 若在系统  $\lambda\beta$  中加入

$$(\star) \quad \lambda xy.xy = \lambda xy.yx$$

作额外公理, 则对任何的  $M, N \in \Lambda$ ,  $\lambda\beta + (\star) \vdash M = N$ 。

五. (10 分)构造机器 M 使



六. (10 分)越来越多的人使用智能手机，人们在使用的过程中或多或少的遇到过手机死机的情况，死机的现象往往是有些 app 运行了不曾定义的数学运算造成的，此时手机的表现是无法对用户的操作做出任何反馈，我们这里把该现象描述为手机被“冻结”。

假如人们想构造一个能监测手机是否被冻结的 app。

证明不存在一个 app，我们把它称为 Freeze Test，简称 FT。

其满足：当 FT 检测一个 app A 时，

(1)当 A 会冻结手机，则 FT 送回 Yes；

(2)当 A 不会冻结手机，则 FT 送回 No.

(谨以此题向 Alan Turing 先生致敬!)