# 《计算理论导引》期末试卷

## 南京大学计算机科学与技术系

### 2016年6月

本试卷满分100分,共六题。考试时间2小时。开卷。

姓名	学号	成绩

#### 一. (30分)

- (1) 什么是 Turing 机?
- (2) 什么是 Church-Turing Thesis?
- (3) 为什么算法和 Turing 机概念在可以构成"思维机器"的现代观点中占有如此核心的地位? 是否在原则上存在一个算法可达到绝对极限呢?

- 二. (30 分) 设 A 表示  $\mathcal{EF}$ , B 表示  $\mathcal{PRF} \mathcal{EF}$ , C 表示  $\mathcal{GRF} \mathcal{PRF}$ , D 表示  $\mathcal{RF} \mathcal{GRF}$ , E 表示不可计算的数论函数类。判定下列数论函数所属的函数类,选择 A、B、C、D、E 之一,填在题后的表格中。
  - (1)  $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$  为处处无定义的函数。
  - (2)  $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$  定义为

$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{若 } n \text{ 为偶数} \\ \text{无定义, } \text{ 否则} \end{cases}$$

- (3) Ackermann 函数。
- (4)  $f: \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$  定义为

$$f(m,0) = m$$
  
$$f(m, n+1) = n + f(m^2, n)$$

- (5)  $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$  定义为  $f(n) = \lfloor \log_{10} n \rfloor$ ,这里  $\lfloor x \rfloor$ 为对 x 向下取整。
- (6)  $f: \mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$  定义为

$$f(m,n) = \begin{cases} 1, & \text{若存在 } M, N \in \Lambda \text{ 使得 } m = \lceil M \rceil, n = \lceil N \rceil \text{ 且 } M =_{\beta} N \\ 2, & \text{否则} \end{cases}$$

- (7)  $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$  定义为  $f(n) = \pi$ 的十进制展开式中的第 n 个数字。
- (8)  $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$  定义为

$$f(n) = \begin{cases} 0, & \text{若存在 Turing} \text{ 机 } M \text{ 使 } n = \sharp M \text{ 且 } M \text{ 对于一切输入皆停机} \\ 1, & \text{否则} \end{cases}$$

(9) Gödel 的 *β*–函数。

对于上述各函数,判定其所属函数类,选择  $A \times B \times C \times D \times E$  之一,填在下面的表格中。

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)

### 三. (10 分) 构造 $ADD \in \Lambda^{\circ}$ 使 $ADD \lambda$ —定义数论函数 add

$$\begin{aligned} \operatorname{add}(x,0) &= x \\ \operatorname{add}(x,y+1) &= \operatorname{suc}(\operatorname{add}(x,y)) \end{aligned}$$

这里 suc 为后继函数。

四. (10 分) 若在系统  $\lambda\beta$  中加入

$$(\star) \qquad \lambda x. \, x = \lambda x. \, xx$$

作为额外公理,则对任何的 $M,N \in \Lambda$ , $\lambda \beta + (\star) \vdash M = N$ 。

五. (10 分) 设M为如下定义的Turing 机:

	0	1
1	0R8	0R2
2	0R3	1R2
3	1R4	1R3
4	1R5	
5	1L6	
6	0L7	1L6
7	0R1	1L7
8		

输入:  $(2,1): 01^n0\cdots$ ,这里  $n\in\mathbb{N}^+$ 。求输出。(只需要写出结果。)

六. (10 分) 设 Turing 机 M 计算函数 f(x)=2x,试求 Turing 机 P 其计算函数  $g(x)=2^x$ 。 (只需要写出构造 P 的思想。)