

# Neural Network Basic Assignment

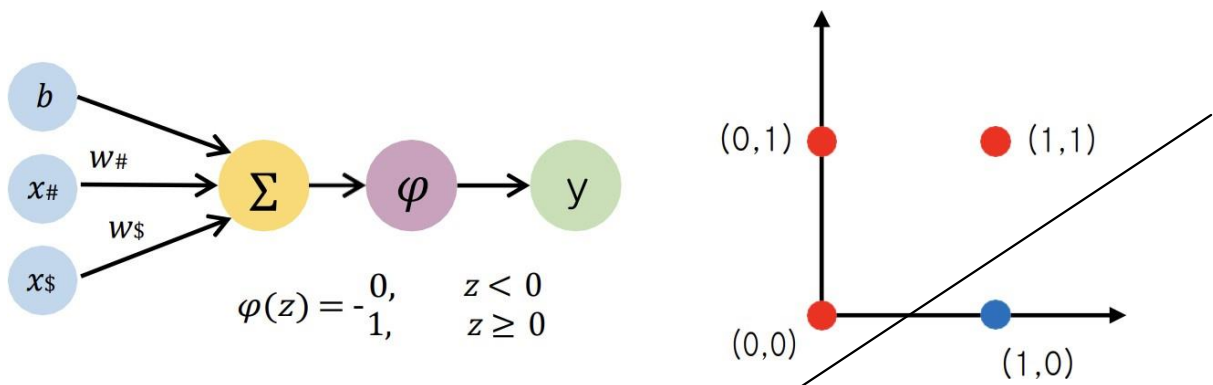
이름: 하주찬

1. Sigmoid Function을  $z$ 에 대해 미분하세요.

$$\begin{aligned}\sigma'(z) &= \frac{-e^{-z}}{(1+e^{-z})^2} \\ &= \frac{1}{1+e^{-z}} \cdot \frac{-e^{-z}}{1+e^{-z}} \\ &= \sigma(z) \cdot \frac{-e^{-z}}{1+e^{-z}}\end{aligned}$$

$$\sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ●(=1), ●(=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. ●, ●을 분류하는 임의의  $b, w$ 를 선정하고 분류해보세요.

$$W\# = 1.0, W\$ = 1.0, b = -0.5$$

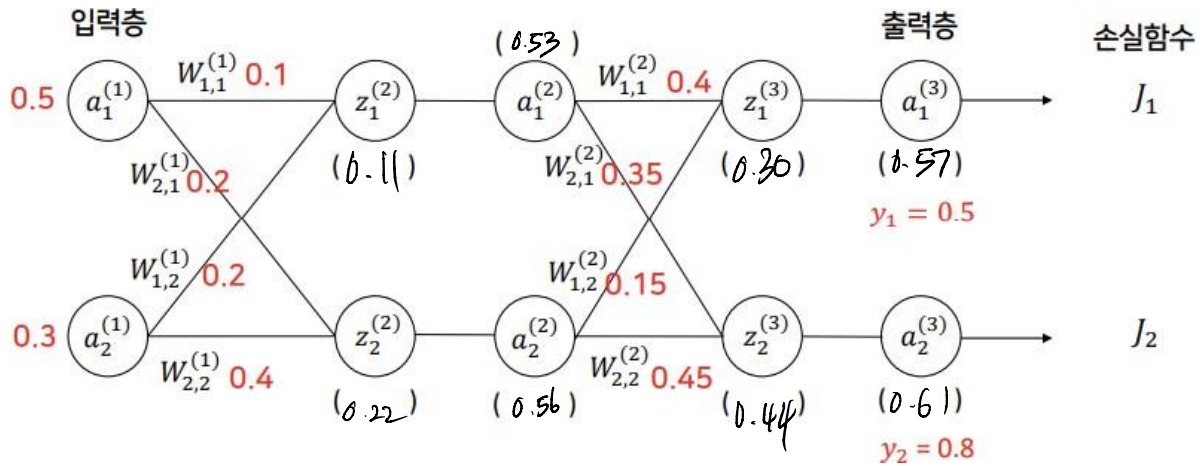
$x_1$	$x_2$	$s$	$y$
0	0	-0.5	0
0	1	0.5	1
1	0	0.5	1
1	1	1.5	1

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고  $b, w$ 를 1회 업데이트 해주세요.

$$w_i \leftarrow w_i + \eta (y - 0) x_i, \quad \eta = 0.5$$

$x_1$	$x_2$	$0$	$y$	①	②
0	0	0	1	$b \leftarrow -0.5 + 0.5(1-0)x_1 = 0$	$b \leftarrow -0.5 + 0.5(0-1)x_1 = -1.0$
0	1	1	1	$w_1 \leftarrow 1.0 + 0.5(1-0)x_0 = 1.0$	$w_1 \leftarrow 1.0 + 0.5(0-1)x_1 = 0.5$
1	0	1	0	$w_2 \leftarrow 1.0 + 0.5(1-0)x_0 = 1.0$	$w_2 \leftarrow 1.0 + 0.5(0-1)x_0 = 1.0$
1	1	1	1		

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



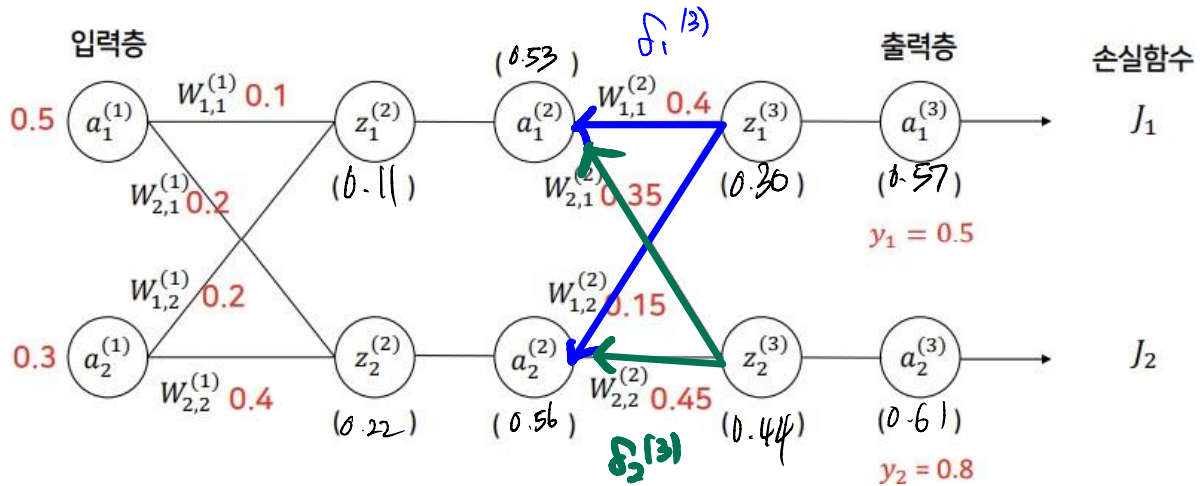
- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$\begin{aligned}
 z_1^{(2)} &= a_1^{(1)} * W_{1,1}^{(1)} + a_2^{(1)} * W_{2,1}^{(1)} = 0.5 * 0.1 + 0.3 * 0.2 = 0.11 & a_1^{(2)} &= \sigma(0.11) = 0.53 \\
 z_2^{(2)} &= a_1^{(1)} * W_{1,2}^{(1)} + a_2^{(1)} * W_{2,2}^{(1)} = 0.5 * 0.2 + 0.3 * 0.4 = 0.22 & a_2^{(2)} &= \sigma(0.22) = 0.56 \\
 z_1^{(3)} &= a_1^{(2)} * W_{1,1}^{(2)} + a_2^{(2)} * W_{2,1}^{(2)} = 0.53 * 0.4 + 0.56 * 0.35 = 0.30 & a_1^{(3)} &= \sigma(0.30) = 0.57 \\
 z_2^{(3)} &= a_1^{(2)} * W_{1,2}^{(2)} + a_2^{(2)} * W_{2,2}^{(2)} = 0.53 * 0.15 + 0.56 * 0.45 = 0.44 & a_2^{(3)} &= \sigma(0.44) = 0.61
 \end{aligned}$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수  $J_1$ 과  $J_2$ 의 값을 구해주세요. ( $J_1$ 과  $J_2$ 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$MSE_1 = \frac{1}{2} (0.5 - 0.57)^2 = 0.00245$$

$$MSE_2 = \frac{1}{2} (0.8 - 0.61)^2 = 0.01805$$



- 3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때  $w_{2,2}^{(2)}$ 과  $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.  
단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인  $w_{2,1}^{(1)}$ 과  $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\frac{\partial J_1}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial J_1}{\partial a_2^{(3)}} \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = (a_2^{(3)} - y_1) \times a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) \times a_2^{(2)}$$

$$= (0.61 - 0.8) \times 0.61 (1 - 0.61) \times 0.56 = -0.025$$

$$w_{2,2}^{(2)} = w_{2,2}^{(2)} - 0.1 \frac{\partial J_1}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = 0.45 - 0.1 \times (-0.025) = \boxed{0.4525}$$

$$\delta_1^{(3)} = \frac{\partial J_1}{\partial a_1^{(3)}} = (a_1^{(3)} - y_1) \times a_1^{(3)} (1 - a_1^{(3)}) = (0.57 - 0.5) \times 0.57 (1 - 0.57) = 0.017$$

$$\delta_2^{(3)} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} = (a_2^{(3)} - y_2) \times a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) = (0.61 - 0.8) \times 0.61 (1 - 0.61) = -0.045$$

$$\frac{\partial J_1}{\partial w_{1,1}^{(2)}} = \frac{\partial J_1}{\partial a_1^{(3)}} \frac{\partial a_1^{(3)}}{\partial z_1^{(3)}} \frac{\partial z_1^{(3)}}{\partial w_{1,1}^{(2)}} = (a_1^{(3)} - y_1) \times a_1^{(3)} (1 - a_1^{(3)}) \times a_1^{(2)} = 0.009$$

$$\frac{\partial J_2}{\partial w_{2,1}^{(2)}} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,1}^{(2)}} = (a_2^{(3)} - y_2) \times a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) \times a_1^{(2)} = -0.024$$

$$w_{1,1}^{(2)} = w_{1,1}^{(2)} - 0.1 \frac{\partial J_1}{\partial w_{1,1}^{(2)}} = 0.4 - 0.1 \times 0.009 = 0.391$$

$$w_{2,1}^{(2)} = w_{2,1}^{(2)} - 0.1 \frac{\partial J_2}{\partial w_{2,1}^{(2)}} = 0.35 - 0.1 \times (-0.024) = 0.352$$

$$\frac{\partial J_{total}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = \frac{\partial J_{total}}{\partial a_1^{(2)}} \times \frac{\partial a_1^{(2)}}{\partial z_1^{(2)}} \times \frac{\partial z_1^{(2)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = (\delta_1^{(3)} w_{1,1}^{(2)} + \delta_2^{(3)} w_{2,1}^{(2)}) \times a_1^{(2)} (1 - a_1^{(2)}) \times a_2^{(1)}$$

$$= (0.017 \times 0.391 + (-0.024) \times 0.352) \times 0.53 (1 - 0.53) \times 0.3 = -0.0001$$

$$w_{2,1}^{(1)} = w_{2,1}^{(1)} - 0.1 \frac{\partial J_{total}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = 0.2 - 0.1 \times (-0.0001) = \boxed{0.2001}$$