

一个函数秒杀 2Sum 3Sum 4Sum 问题

原创 labuladong labuladong 2020年07月07日 11:58

刷题认准labuladong✨

东哥带你手把手撕力扣😁

点击下方卡片即可搜索🔍

 labuladong推荐搜索

LeetCode | 回溯 | 套路 | 动态规划

经常刷 LeetCode 的读者肯定知道鼎鼎有名的 **twoSum** 问题，我们的旧文 **Two Sum** 问题的核心思想 对 **twoSum** 的几个变种做了解析。

但是除了 **twoSum** 问题，LeetCode 上面还有 **3Sum**，**4Sum** 问题，我估计以后出个 **5Sum**，**6Sum** 也不是不可能。

那么，对于这种问题有没有什么好办法用套路解决呢？本文就由浅入深，层层推进，用一个函数来解决所有 **nSum** 类型的问题。

一、twoSum 问题

力扣上的 twoSum 问题，题目要求返回的是索引，这里我来编一道 twoSum 题目，不要返回索引，返回元素的值：

如果假设输入一个数组 **nums** 和一个目标和 **target**，请你返回 **nums** 中能够凑出 **target** 的两个元素的值，比如输入 **nums = [5,3,1,6]**，**target = 9**，那么算法返回两个元素 **[3,6]**。可以假设只有且仅有一对儿元素可以凑出 **target**。

我们可以先对 **nums** 排序，然后利用前文「双指针技巧汇总」写过的左右双指针技巧，从两端相向而行就行了：

```
vector<int> twoSum(vector<int>& nums, int target) {  
    // 先对数组排序  
    sort(nums.begin(), nums.end());  
    // 左右指针  
    int lo = 0, hi = nums.size() - 1;  
    while (lo < hi) {  
        int sum = nums[lo] + nums[hi];  
        // 根据 sum 和 target 的比较，移动左右指针  
        if (sum < target) {  
            lo++;  
        } else if (sum > target) {  
            hi--;  
        } else if (sum == target) {
```

```

        return {nums[lo], nums[hi]};
    }
}
return {};
}

```

这样就可以解决这个问题，不过我们要继续魔改题目，把这个题目变得更泛化，更困难一点：

nums 中可能有多对儿元素之和都等于 **target**，请你的算法返回所有和为 **target** 的元素对儿，其中不能出现重复。

函数签名如下：

```
vector<vector<int>> twoSumTarget(vector<int>& nums, int target);
```

比如说输入为 **nums** = [1,3,1,2,2,3]，**target** = 4，那么算法返回的结果就是：[[1,3],[2,2]]。

对于修改后的问题，关键难点是现在可能有多个和为 **target** 的数对儿，还不能重复，比如上述例子中 [1,3] 和 [3,1] 就算重复，只能算一次。

首先，基本思路肯定还是排序加双指针：

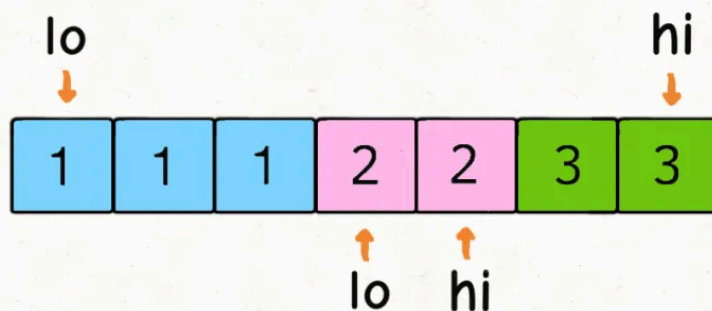
```

vector<vector<int>> twoSumTarget(vector<int>& nums, int target {
    // 先对数组排序
    sort(nums.begin(), nums.end());
    vector<vector<int>> res;
    int lo = 0, hi = nums.size() - 1;
    while (lo < hi) {
        int sum = nums[lo] + nums[hi];
        // 根据 sum 和 target 的比较，移动左右指针
        if (sum < target) lo++;
        else if (sum > target) hi--;
        else {
            res.push_back({lo, hi});
            lo++; hi--;
        }
    }
    return res;
}

```

但是，这样实现会造成重复的结果，比如说 **nums** = [1,1,1,2,2,3,3]，**target** = 4，得到的结果中 [1,3] 肯定会重复。

出问题的地方在于 **sum == target** 条件的 if 分支，当给 **res** 加入一次结果后，**lo** 和 **hi** 不应该改变 1 的同时，还应该跳过所有重复的元素：



公众号: labuladong

所以，可以对双指针的 while 循环做出如下修改：

```
while (lo < hi) {
    int sum = nums[lo] + nums[hi];
    // 记录索引 lo 和 hi 最初对应的值
    int left = nums[lo], right = nums[hi];
    if (sum < target) lo++;
    else if (sum > target) hi--;
    else {
        res.push_back({left, right});
        // 跳过所有重复的元素
        while (lo < hi && nums[lo] == left) lo++;
        while (lo < hi && nums[hi] == right) hi--;
    }
}
```

这样就可以保证一个答案只被添加一次，重复的结果都会被跳过，可以得到正确的答案。不过，受这个思路的启发，其实前两个 if 分支也是可以做一点效率优化，跳过相同的元素：

```
vector<vector<int>> twoSumTarget(vector<int>& nums, int target) {
    // nums 数组必须有序
    sort(nums.begin(), nums.end());
    int lo = 0, hi = nums.size() - 1;
    vector<vector<int>> res;
    while (lo < hi) {
        int sum = nums[lo] + nums[hi];
        int left = nums[lo], right = nums[hi];
        if (sum < target) {
            while (lo < hi && nums[lo] == left) lo++;
        } else if (sum > target) {
            while (lo < hi && nums[hi] == right) hi--;
        } else {
            res.push_back({left, right});
            while (lo < hi && nums[lo] == left) lo++;
            while (lo < hi && nums[hi] == right) hi--;
        }
    }
    return res;
}
```

这样，一个通用化的 `twoSum` 函数就写出来了，请确保你理解了该算法的逻辑，我们后面解决 `3Sum` 和 `4Sum` 的时候会复用这个函数。

这个函数的时间复杂度非常容易看出来，双指针操作的部分虽然有那么多 `while` 循环，但是时间复杂度还是 $O(N)$ ，而排序的时间复杂度是 $O(N\log N)$ ，所以这个函数的时间复杂度是 $O(N\log N)$ 。

二、3Sum 问题

这是力扣第 15 题「三数之和」：

15. 三数之和

难度 中等 2295 收藏 分享 切换为英文 关注 反馈

给你一个包含 n 个整数的数组 `nums`，判断 `nums` 中是否存在三个元素 a, b, c ，使得 $a + b + c = 0$ ？请你找出所有满足条件且不重复的三元组。

注意：答案中不可以包含重复的三元组。

示例：

给定数组 `nums = [-1, 0, 1, 2, -1, -4]`，

满足要求的三元组集合为：

```
[
  [-1, 0, 1],
  [-1, -1, 2]
]
```

题目就是让我们找 `nums` 中和为 0 的三个元素，返回所有可能的三元组 (triple)，函数签名如下：

```
vector<vector<int>> threeSum(vector<int>& nums);
```

这样，我们再泛化一下题目，不要光和为 0 的三元组了，计算和为 `target` 的三元组吧，同上面的 `twoSum` 一样，也不允许重复的结果：

```
vector<vector<int>> threeSum(vector<int>& nums) {
    // 求和为 0 的三元组
    return threeSumTarget(nums, 0);
}

vector<vector<int>> threeSumTarget(vector<int>& nums, int target) {
    // 输入数组 nums，返回所有和为 target 的三元组
}
```

这个问题怎么解决呢？很简单，穷举呗。现在我们想找和为 `target` 的三个数字，那么对于第一个数字，可能是什么？`nums` 中的每一个元素 `nums[i]` 都有可能！

那么，确定了第一个数字之后，剩下的两个数字可以是什么呢？其实就是和为 `target - nums[i]` 的两个数字呗，那不就是 `twoSum` 函数解决的问题么



可以直接写代码了，需要把 `twoSum` 函数稍作修改即可复用：

```
/* 从 nums[start] 开始，计算有序数组
 * nums 中所有和为 target 的二元组 */
vector<vector<int>> twoSumTarget(
    vector<int>& nums, int start, int target) {
    // 左指针改为从 start 开始，其他不变
    int lo = start, hi = nums.size() - 1;
    vector<vector<int>> res;
    while (lo < hi) {
        ...
    }
    return res;
}

/* 计算数组 nums 中所有和为 target 的三元组 */
vector<vector<int>> threeSumTarget(vector<int>& nums, int target) {
    // 数组得排个序
    sort(nums.begin(), nums.end());
    int n = nums.size();
    vector<vector<int>> res;
    // 穷举 threeSum 的第一个数
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        // 对 target - nums[i] 计算 twoSum
        vector<vector<int>>
            tuples = twoSumTarget(nums, i + 1, target - nums[i]);
        // 如果存在满足条件的二元组，再加上 nums[i] 就是结果三元组
        for (vector<int>& tuple : tuples) {
            tuple.push_back(nums[i]);
            res.push_back(tuple);
        }
        // 跳过第一个数字重复的情况，否则会出现重复结果
        while (i < n - 1 && nums[i] == nums[i + 1]) i++;
    }
    return res;
}
```

需要注意的是，类似 `twoSum`，`3Sum` 的结果也可能重复，比如输入是 `nums = [1,1,1,2,3]`，`target = 6`，结果就会重复。

关键点在于，不能让第一个数重复，至于后面的两个数，我们复用的 `twoSum` 函数会保证它们不重复。所以代码中必须用一个 `while` 循环来保证 `3Sum` 中第一个元素不重复。

至此，`3Sum` 问题就解决了，时间复杂度不难算，排序的复杂度为 $O(N\log N)$ ，`twoSumTarget` 函数中的双指针操作为 $O(N)$ ，`threeSumTarget` 函数在 `for` 循环中调用 `twoSumTarget` 所以总的时间复杂度就是 $O(N\log N + N^2) = O(N^2)$ 。

三、4Sum 问题

这是力扣第 18 题「四数之和」：

18. 四数之和

难度 中等

495

收藏

分享

切换为英文

关注

反馈

给定一个包含 n 个整数的数组 `nums` 和一个目标值 `target`，判断 `nums` 中是否存在四个元素 a , b , c 和 d ，使得 $a + b + c + d$ 的值与 `target` 相等？找出所有满足条件且不重复的四元组。

注意：

答案中不可以包含重复的四元组。

示例：

给定数组 `nums = [1, 0, -1, 0, -2, 2]`，和 `target = 0`。

满足要求的四元组集合为：

```
[
  [-1, 0, 0, 1],
  [-2, -1, 1, 2],
  [-2, 0, 0, 2]
]
```

函数签名如下：

```
vector<vector<int>> fourSum(vector<int>& nums, int target);
```

都到这份上了，**4Sum** 完全就可以用相同的思路：穷举第一个数字，然后调用 **3Sum** 函数计算剩下三个数，最后组合出和为 `target` 的四元组。

```
vector<vector<int>> fourSum(vector<int>& nums, int target) {
    // 数组需要排序
    sort(nums.begin(), nums.end());
    int n = nums.size();
    vector<vector<int>> res;
    // 穷举 fourSum 的第一个数
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        // 对 target - nums[i] 计算 threeSum
        vector<vector<int>> triples = threeSumTarget(nums, i + 1, target - nums[i]);
        // 如果存在满足条件的三元组，再加上 nums[i] 就是结果四元组
        for (vector<int>& triple : triples) {
            triple.push_back(nums[i]);
            res.push_back(triple);
        }
        // fourSum 的第一个数不能重复
        while (i < n - 1 && nums[i] == nums[i + 1]) i++;
    }
    return res;
}

/* 从 nums[start] 开始，计算有序数组
 * nums 中所有和为 target 的三元组 */
vector<vector<int>> threeSumTarget(vector<int>& nums, int start, int target) {
    int n = nums.size();
    vector<vector<int>> res;
    // i 从 start 开始穷举，其他都不变
    for (int i = start; i < n; i++) {
        ...
    }
    return res;
}
```

这样，按照相同的套路，4Sum 问题就解决了，时间复杂度的分析和之前类似，for 循环中调用了 threeSumTarget 函数，所以总的时间复杂度就是 $O(N^3)$ 。

四、100Sum 问题？

在 LeetCode 上，4Sum 就到头了，但是回想刚才写 3Sum 和 4Sum 的过程，实际上是遵循相同的模式的。我相信你只要稍微修改一下 4Sum 的函数就可以复用并解决 5Sum 问题，然后解决 6Sum 问题.....

那么，如果我让你求 100Sum 问题，怎么办呢？其实我们可以观察上面这些解法，统一出一个 nSum 函数：

```
/* 注意：调用这个函数之前一定要先给 nums 排序 */
vector<vector<int>> nSumTarget(
    vector<int>& nums, int n, int start, int target) {

    int sz = nums.size();
    vector<vector<int>> res;
    // 至少是 2Sum, 且数组大小不应该小于 n
    if (n < 2 || sz < n) return res;
    // 2Sum 是 base case
    if (n == 2) {
        // 双指针那一套操作
        int lo = start, hi = sz - 1;
        while (lo < hi) {
            int sum = nums[lo] + nums[hi];
            int left = nums[lo], right = nums[hi];
            if (sum < target) {
                while (lo < hi && nums[lo] == left) lo++;
            } else if (sum > target) {
                while (lo < hi && nums[hi] == right) hi--;
            } else {
                res.push_back({left, right});
                while (lo < hi && nums[lo] == left) lo++;
                while (lo < hi && nums[hi] == right) hi--;
            }
        }
    } else {
        // n > 2 时, 递归计算 (n-1)Sum 的结果
        for (int i = start; i < sz; i++) {
            vector<vector<int>>
                sub = nSumTarget(nums, n - 1, i + 1, target - nums[i]);
            for (vector<int>& arr : sub) {
                // (n-1)Sum 加上 nums[i] 就是 nSum
                arr.push_back(nums[i]);
                res.push_back(arr);
            }
            while (i < sz - 1 && nums[i] == nums[i + 1]) i++;
        }
    }
    return res;
}
```

嗯，看起来很长，实际上就是把之前的题目解法合并起来了， $n == 2$ 时是 twoSum 的双指针解法， $n > 2$ 时就是穷举第一个数字，然后递归调用计算

`(n-1)Sum`，组装答案。

需要注意的是，调用这个 `nSum` 函数之前一定要先给 `nums` 数组排序，因为 `nSum` 是一个递归函数，如果在 `nSum` 函数里调用排序函数，那么每次递归都会进行没有必要的排序，效率会非常低。

比如说现在我们写 LeetCode 上的 `4Sum` 问题：

```
vector<vector<int>> fourSum(vector<int>& nums, int target) {
    sort(nums.begin(), nums.end());
    // n 为 4, 从 nums[0] 开始计算和为 target 的四元组
    return nSumTarget(nums, 4, 0, target);
}
```

再比如 LeetCode 的 `3Sum` 问题，找 `target == 0` 的三元组：

```
vector<vector<int>> threeSum(vector<int>& nums) {
    sort(nums.begin(), nums.end());
    // n 为 3, 从 nums[0] 开始计算和为 0 的三元组
    return nSumTarget(nums, 3, 0, 0);
}
```

那么，如果让你计算 `100Sum` 问题，直接调用这个函数就完事儿了。

往期推荐 [🔗](#)

数据结构和算法学习指南

我作了首诗，保你闭着眼睛也能写对二分查找

我写了套框架，把滑动窗口算法变成了默写题

BFS 算法框架套路详解

回溯算法解题框架

动态规划解题框架

学好算法全靠套路，认准 labuladong 就够了。

算法小抄即将出版，公众号后台回复关键词「pdf」下载，回复「进群」可加入刷题群。



[数组技巧 · 目录](#)

[上一篇](#)

[我作了首诗，保你闭着眼睛也能写对二分查找](#)

[下一篇](#)

[算法大师——孙朕](#)

[阅读原文](#)