

Proyecto Segundo Corte

Ecuaciones Diferenciales

Universidad De San Buenaventura

David Santiago Soler Sanabria

María Paz Gómez Fonseca

Modelo logístico

Ecuación 1.

$$\frac{dp}{dt} = rp \left(1 - \frac{p}{k}\right)$$

Es una ecuación que se puede realizar por el método de variables separables

$$\int \frac{dp}{p \left(1 - \frac{p}{k}\right)} = r \int dt$$

$$\int \frac{dp}{p} + \frac{1}{k} \int \frac{dp}{1 - \frac{p}{k}} = rdt$$

Se resuelve la integral.

$$\ln|p| - \ln|k - p| = rt + c$$

$$\ln \left| \frac{p}{k - p} \right| = rt + c$$

$$\frac{p}{k - p} = ce^{rt}$$

A continuación se van a encontrar los valores para hallar C.

t=0 y P=P₀

$$\frac{P_0}{k - P_0} = C$$

Por lo tanto el euler a la 0 es igual a 1 y (C*1) = C

$$P = kce^{rt} - pce^{rt}$$

$$p(1 + ce^{rt}) = kce^{rt}$$

$$p = \frac{(kce^{rt})}{1 + ce^{rt}} \frac{\frac{1}{ce^{rt}}}{\frac{1}{ce^{rt}}}$$

En la anterior ecuación se cancelan los valores de euler (e^{rt}) y queda solamente k en el numerador.

$$p = \frac{k}{\frac{1}{c}e^{rt} + 1}$$

Ahora se toma en $1/C$ que es el inverso de la ecuación anterior encontrada para C.

$$\frac{1}{c} = \frac{k - P_0}{P_0}$$

Si se reemplaza y decimos que es en función del tiempo, vamos a obtener lo siguiente.

Función Encontrada:

$$P(t) = \frac{k}{\frac{k - p}{P_0}e^{-rt} + 1}$$

Donde r y k son constantes las cuales se denominan de crecimiento y de soporte respectivamente.

Año y Número de población en España:

0	2016	46.418.884
1	2017	46.497.393
2	2018	46.645.070
8	2024	48.619.695

Pareja $t(0) = 46,418.884$ y $t(1) = 46,497.393$

$K = 55,000.000$

Para este proyecto se hizo uso de el siguiente modelo:

$$P(t) = \frac{K}{\left(\frac{K - P_0}{P_0}\right)e^{-rt} + 1}$$

$$P(t) = \frac{55,000.000}{\left(\frac{55,000.000 - 46,418,884}{46,418,884}\right)e^{-rt} + 1}$$

Se utiliza el segundo valor inicial

$$46,497.393 = \frac{55,000.000}{(0.1849)e^{-r(1)} + 1}$$

Ahora se despeja para encontrar el valor de r

$$46,497.393(0.1849)e^{-r(1)} + 1 = 55,000.000$$

$$(0.1849)e^{-r(1)} + 1 = \frac{55,000.000}{46,497.393}$$

$$(0.1849)e^{-r(1)} = 1.1829 - 1$$

$$(0.1849)e^{-r} = 0.1829$$

$$e^{-r} = \frac{0.1829}{0.1849}$$

$$e^{-r} = 0.9892$$

$$\ln e^{-r} = \ln 0.9892$$

$$-r = -0.01085$$

Reemplazamos el valor de r en la ecuación original

$$P(t) = \frac{55,000.000}{0.1849e^{(-0.01085)t} + 1}$$

2.

A continuación se escogen las parejas en $t(0) = 46,418.884$ y $t(2) = 46.645.070$

$$P(t) = \frac{55,000,000}{\left(\frac{55,000.000 - 46,418,884}{46,418,884}\right)e^{-rt} + 1}$$

Se hace uso del segundo valor inicial

$$46,645.070 = \frac{55,000,000}{(0.1849)e^{-r(2)} + 1}$$

Luego se despeja nuevamente el valor r en este tiempo

$$46,645.070(0.1849)e^{-r(2)} + 1 = 55,000,000$$

$$(0.1849)e^{-r(2)} + 1 = \frac{55,000.000}{46,645.070}$$

$$(0.1849)e^{-r(2)} = 1.17911 - 1$$

$$(0.1849)e^{-2r} = 0.17911$$

$$e^{-2r} = \frac{0.17911}{0.1849}$$

$$\ln e^{-2r} = \ln 0.96868$$

$$-2r = -0.03181$$

$$-r = \frac{-0.03181}{2}$$

$$-r = -0.0159$$

Se reemplaza el valor de r en la ecuación original

$$P(t) = \frac{55,000.000}{0.1849e^{(-0.0159)t} + 1}$$

Proyectamos población para el 2024

1ra Pareja

$$t = 8$$

Ecuación encontrada de la primera pareja

$$P(t) = \frac{55,000.000}{0.1849e^{(-0.01085)t} + 1}$$

$$P(t) = \frac{55,000.000}{0.1849e^{(-0.01085)(8)} + 1}$$

$$P(t) = \frac{55,000.000}{1.16952}$$

Pronostico para el 2024

$$P(t) = 47,027.840$$

Se calcula el error

$$\%Error = \frac{48.619.695 - 47,027.840}{48.619.695}$$

$$= 0.03274$$

$$\text{Error porcentual} = 3.2740$$

2da Pareja

Ecuación encontrada con la segunda pareja

$$P(t) = \frac{55,000.000}{0.1849e^{(-0.0159)t} + 1}$$

$$P(t) = \frac{55,000.000}{0.1849e^{(-0.0159)(8)} + 1}$$

$$P(t) = \frac{55,000.000}{1.16281}$$

Pronostico para el 2024

$$P(t) = 47,299.007$$

Error

$$\%Error = \frac{48.619.695 - 47,299.007}{48.619.695}$$

$$\%Error = 0.02716$$

$$\text{Error porcentual} = 2.7163$$

1ra gráfica función poblacional

$$P(t) = \frac{55,000.000}{0.1849e^{(-0.01085)t} + 1}$$

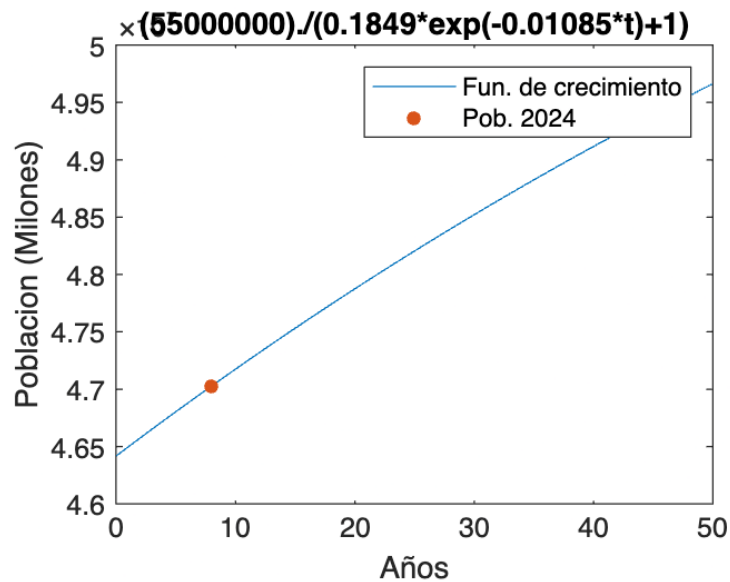
```
clc
clear all
t=linspace(0,50)
```

```
t = 1x100
      0      0.5051      1.0101      1.5152      2.0202      2.5253      3.0303      3.5354 ...
```

```
P=(55000000)./(0.1849*exp(-0.01085*t)+1)
```

```
P = 1x100
107 ×
      4.6417      4.6457      4.6497      4.6536      4.6575      4.6614      4.6653      4.6692 ...
```

```
plot(t,P)
hold on;
plot([8],[47027840],".","MarkerSize",15)
title('(55000000)./(0.1849*exp(-0.01085*t)+1)')
xlabel('Años')
ylabel('Poblacion (Milones)')
legend('Fun. de crecimiento','Pob. 2024')
hold off;
```



2da gráfica función poblacional

$$P(t) = \frac{55,000.000}{0.1849e^{(-0.0159)t} + 1}$$

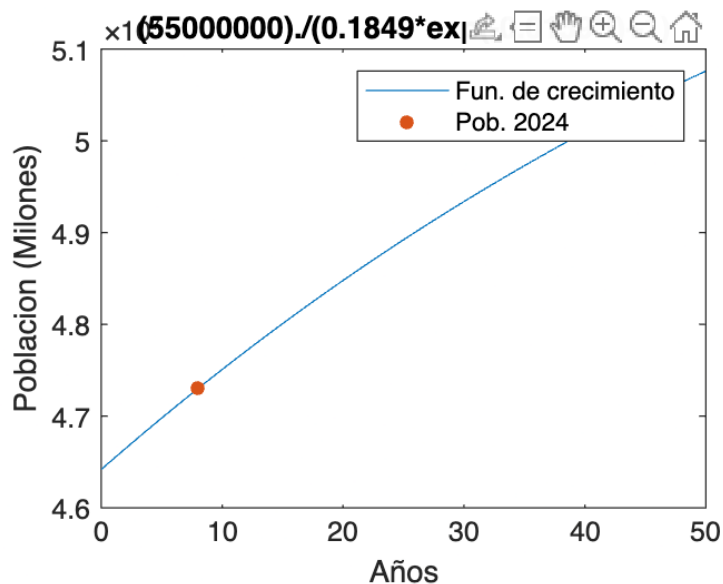
```
clc
clear all
t=linspace(0,50)
```

```
t = 1x100
      0      0.5051      1.0101      1.5152      2.0202      2.5253      3.0303      3.5354 ...
```

```
P=(55000000)./(0.1849*exp(-0.0159*t)+1)
```

```
P = 1x100
107 ×
      4.6417      4.6475      4.6533      4.6590      4.6648      4.6704      4.6761      4.6817 ...
```

```
plot(t,P)
hold on;
plot([8],[47299007],".","MarkerSize",15)
title('(55000000)./(0.1849*exp(-0.0159*t)+1)')
xlabel('Años')
ylabel('Poblacion (Millones)')
legend('Fun. de crecimiento','Pob. 2024')
hold off;
```



PROPUESTA PARA EL RECURSO MULTIMEDIA DEL TERCER CORTE

Nuestra propuesta se basa en el diseño y elaboración de una pagina web interactiva, la cual ofrece a las personas distintas actividades dinámicas que el usuario decide cuales quiere realizar sobre el pais de España y su población. Esta pagina web tendra juegos como rompecabezas, unir preguntas y respuestas correctas, sopa de letras, entre otros.

Esta pagina tiene como objetivo mostrar a España de una manera didactica y hablar sobre este pais, sobre su población, las ciudades, natalidad en distintos años, su crecimiento poblacional, ubicación geográfica, etc. Con esta propuesta se quiere obtener una experiencia interactiva con ayuda de la participación de las personas y brindar conocimiento sobre este país de una manera didáctica.

Conoce España



S	S	M	S	O	P	A	K	N	U	S
E	W	E	E	T	R	A	S	J	P	S
M	P	S	H	B	D	S	A	S	A	J
O	E	S	A	M	O	R	E	E	L	K
R	O	M	P	P	O	S	S	A	T	
A	R	O	S	U	N	G	E	R	T	
T	A	H	S	R	E	Z	L	V	R	C
I	T	S	Z	R	I	A	L	X	A	H
S	I	P	P	V	X	A	D	E	S	P
S	E	J	U	O	A	R	F	H	F	



Rompecabezas
Sopa de letras
Otro juego

España, país de la península ibérica de Europa, incluye 17 regiones autónomas con diversas características geográficas y culturales. En Madrid, su capital, se encuentra el Palacio Real y el Museo del Prado, que alberga obras de maestros europeos. Segovia tiene un castillo medieval (el Alcázar) y un acueducto romano intacto. La capital de Cataluña, Barcelona, se caracteriza por las obras modernistas extravagantes de Antoni Gaudí, como el templo de la Sagrada Familia.

PLAN DE ACCION CON FECHAS

CRONOGRAMA DE PROYECTO

PROYECTO:

Ecuaciones Diferenciales

CORTE NÚMERO:

2

INTEGRANTES

David Soler y María Paz Gómez

FECHA DE INICIO:

6/04/2025

FECHA DE FINALIZACIÓN:

16/05/2025

ETAPA	DURACION	SEMANA 10	SEMANA 11 SEMANA SANTA	SEMANA 12	SEMANA 13	SEMANA 14	SEMANA 15
Búsqueda de información	6-9 de abril						
Juego de rompecabezas	12 y 20 de abril						
Juego de sopa de letras	21 y 22 de abril						
Juego de unir palabras	23 y 24 de abril						
Búsqueda de diseños para la página	27-29 de abril						
Diseño de la página	1-3 de mayo						
Construcción de la página	4-10 de mayo						
Entrega final	11-16 de mayo						