

Humberto Guerrero Salas

Inventarios



Manejo y control

ECOE EDICIONES



Humberto Guerrero Salas

Ingeniero industrial de la Universidad Antonio Nariño (1989), Especialista en Gerencia de Producción (1998). Actualmente se encuentra realizando estudios de Maestría en Ingeniería Industrial en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

Se ha destacado como profesor de investigación de operaciones y producción en universidades de Colombia como: Universidad Antonio Nariño, Universidad de San Buenaventura, Pontificia Universidad Javeriana, Universidad Externado de Colombia, Universidad Libre de Colombia, Universidad Distrital, Universidad de Cundinamarca, Universidad Cooperativa de Colombia y Universidad Incca de Colombia.

Autor de: Programación Lineal Aplicada.

INVENTARIOS

Humberto Guerrero Salas

Guerrero Salas, Humberto

Control de Inventarios / Humberto Guerrero Salas. -- 1ª. ed. --
Bogotá : Ecoe Ediciones, 2009.
188 p. ; 24 cm.

ISBN 978-958-648-583-8

1. Control de inventarios 2. Administración de materiales I. Título

658.787 cd 21 ed.
A1197426

CEP- Banco de la República- Biblioteca Luis Ángel Arango

Colección: Ciencias Administrativas

Área: Administrativas

Primera edición, Bogotá D.C. Febrero de 2009

Reimpresión: Bogotá, D.C., 2011

ISBN 978-958-648-583-8

© Humberto Guerrero Salas

e-mail: azhguerrero@yahoo.mx

© Ecoe ediciones

E-mail. correo@ecoeediciones.com

www.ecoeediciones.com

Carrera 19 No. 63C - 32, Pbx. 248 1449. Fax. 346 1741

Coordinación editorial: Alexander Acosta Quintero

Diagramación: Cristina Castañeda Pedraza

Portada: Magda Rocío Barrero

Impresión: Litoperla Impresores Ltda

Carrera 25A No. 8-81, Tel. 3711917

Impreso y hecho en Colombia

AGRADECIMIENTOS

A Dios,
a mi madre Laura María Salas Reyes (Q.E.P.D.),
a mi padre Saul Guerrero Martín.(Q.E.P.D.)

A mi esposa Edilma Bautista Pulido
y a mis hijas Mónica Natalia y Angélica Rocío

A mis hermanos y especialmente
a María Helena Guerrero Salas

AGRADECIMIENTOS

Al terminar esta obra, me gustaría nombrar a muchas personas, lamentablemente no lo puedo hacer. Me perdonan a quienes omite.

Agradecimientos muy especiales:

- Al Ing. **ORLANDO DE ANTONIO**, un gran amigo que sin su apoyo y opiniones hubiera sido difícil llegar al final.
- Al Ing. **JAIRO HUMBERTO TORRES ACOSTA**, mi maestro, colega y amigo, quien me inició en el tema de la investigación de operaciones.
- Al doctor **JAIRO CORREA RODRÍGUEZ (Q.E.P.D)**, sus ideas fueron fundamentales en el inicio de este texto.
- Al Ing. **WILSON HERNANDO SOTO URREA**, sus sugerencias y recomendaciones fueron valiosas.
- Al señor **ÁLVARO CARVAJAL**, y su equipo de trabajo en Ecoe Ediciones; ellos han hecho posible esta publicación.
- A todos mis estudiantes, durante los últimos 20 años

PRÓLOGO

La actual sociedad, impone nuevos retos tanto a nivel personal como profesional, es por esto que factores como el tiempo, la eficiencia, la eficacia se han vuelto primordiales en los procesos de optimización de las organizaciones; en este orden de ideas los conceptos de inventarios, producción, recursos financieros y políticas de inventarios han adquirido nuevos matices acordes con las actuales necesidades.

Este libro, ha sido escrito por el Ing. Humberto Guerrero Salas en forma novedosa y pertinente para las actuales necesidades de las organizaciones empresariales, gracias a la manera como reorganiza y da nuevo sentido a conceptos y políticas fundamentales del control de inventarios en las organizaciones del siglo XXI. Además por la forma de utilizar los modelamientos matemáticos para describir y analizar un sistema de inventarios, sus relaciones intrínsecas y de optimización en la relación compra o producción, estados de minimización de costos, etc. Deduciendo de esta manera políticas de inventarios que regulen tiempos para inventarios, cantidades a almacenar y procesos de reabastecimiento.

También, es importante resaltar el orden consecutivo con que se abordan los temas y sobre todo, la claridad en el manejo de los procedimientos empleados en la aplicación de los modelos de inventarios tanto determinísticos, como probabilísticos.

Por último cabe señalar la gran interdisciplinariedad y utilidad de este libro, ya que, es una herramienta diaria tanto para economistas, administradores e ingenieros, que tengan a su cargo la administración de inventarios y almacenes en las organizaciones.

Ing. Magíster. Doctorando Wilson Hernando Soto Urrea.

CONTENIDO

| | |
|--------------------|----|
| Prólogo | 9 |
| Introducción | 13 |

Capítulo 1. Generalidades de los modelos de inventarios

| | |
|---|----|
| 1.1 Clasificación de los modelos de inventarios. | 18 |
| 1.2 Componentes de un modelo de inventarios. | 18 |
| 1.3 Costos involucrados en los modelos de inventarios. | 19 |
| 1.4 Sistema de clasificación ABC | 20 |
| 1.4.1. Clasificación por precio unitario | 21 |
| 1.4.2. Clasificación por valor total | 28 |
| 1.4.3. Clasificación por utilización y valor | 33 |
| 1.4.4 Clasificación por su aporte a las utilidades | 34 |

Capítulo 2. Modelos determinísticos

| | |
|---|----|
| 2.1. Modelo de producción con déficit..... | 36 |
| 2.1.1. Suposiciones del modelo. | 36 |
| 2.1.2. Parámetros y variables. | 36 |
| 2.1.3. Estructura del modelo | 37 |
| 2.1.4. Formulación del modelo. | 38 |
| 2.2. Modelo de producción sin déficit..... | 54 |
| 2.2.1. Suposiciones del modelo. | 54 |
| 2.2.2. Parámetros y variables. | 54 |
| 2.2.3. Estructura del modelo..... | 55 |
| 2.2.4. Formulación del modelo. | 55 |
| 2.3. Modelo de compra sin déficit..... | 59 |
| 2.3.1. Suposiciones del modelo. | 59 |
| 2.3.2. Parámetros y variables. | 60 |
| 2.3.3. Estructura del modelo..... | 60 |
| 2.3.4. Formulación del modelo. | 60 |
| 2.4. Modelo de compra con déficit. | 64 |
| 2.4.1. Suposiciones del modelo. | 64 |
| 2.4.2. Parámetros y variables. | 65 |
| 2.4.3. Estructura del modelo..... | 65 |
| 2.4.4. Formulación del modelo. | 66 |
| 2.5. Modelo con descuentos por cantidad. | 70 |
| 2.5.1. Suposiciones del modelo. | 71 |
| 2.5.2. Parámetros y variables. | 71 |
| 2.5.3. Estructura del modelo..... | 72 |

| | |
|---|----|
| 2.5.4. Formulación del modelo. | 72 |
| 2.6. Modelo para varios productos con restricciones. | 79 |
| 2.6.1. Suposiciones del modelo. | 79 |
| 2.6.2. Parámetros y variables. | 79 |
| 2.6.3. Estructura del modelo..... | 80 |
| 2.6.4. Formulación del modelo | 80 |
| Ejercicios propuestos..... | 83 |

Capítulo 3. Sistemas de inventario

| | |
|---|-----|
| 3.1. Sistema de inventarios de revisión continua. | 100 |
| 3.1.1. Demanda variable y tiempo de anticipación constante..... | 101 |
| 3.1.2. Demanda constante y tiempo de anticipación variable..... | 107 |
| 3.1.3. Demanda variable y tiempo de anticipación variable..... | 111 |
| 3.2. Sistema de inventarios de revisión periódica. | 117 |
| 3.2.1. Demanda variable y tiempo de anticipación constante..... | 118 |
| 3.2.2. Demanda constante y tiempo de anticipación variable..... | 123 |
| 3.2.3. Demanda variable y tiempo de anticipación variable..... | 127 |
| 3.3. Sistemas de inventarios con distribuciones teóricas. | 134 |
| Ejercicios propuestos..... | 139 |

Capítulo 4. Modelos estocásticos

| | |
|---|-----|
| 4.1. Modelo de consumo instantáneo sin costo fijo. | 152 |
| 4.1.1. Suposiciones del modelo. | 152 |
| 4.1.2. Parámetros y variables..... | 152 |
| 4.1.3. Estructura del modelo..... | 152 |
| 4.1.4. Formulación del modelo. | 153 |
| 4.2. Modelo de consumo instantáneo con costo fijo. | 154 |
| 4.2.1. Suposiciones del modelo. | 160 |
| 4.2.2. Parámetros y variables. | 160 |
| 4.2.3. Estructura del modelo..... | 160 |
| 4.2.4. Formulación del modelo. | 160 |
| 4.3. Modelo de consumo uniforme sin costo fijo. | 162 |
| 4.3.1. Suposiciones del modelo. | 165 |
| 4.3.2. Parámetros y variables. | 165 |
| 4.3.3. Estructura del modelo..... | 165 |
| 4.3.4. Formulación del modelo. | 166 |
| Ejercicios propuestos..... | 168 |

Capítulo 5. Respuestas a ejercicios propuestos

| | |
|--------------------|-----|
| Bibliografía. | 185 |
|--------------------|-----|

INTRODUCCIÓN

Las organizaciones mantienen inventarios de materias primas y de productos terminados. Los inventarios de materias primas sirven como entradas a una determinada etapa del proceso de producción y los inventarios de productos terminados sirven para satisfacer las necesidades o demanda de los clientes. Puesto que estos inventarios representan frecuentemente una considerable inversión de recursos financieros, las decisiones con respecto a las cantidades de inventarios son importantes. Los modelos de inventario y la descripción matemática de los sistemas de inventario constituyen una base para la toma de estas decisiones.

Mantener un inventario (existencia de bienes o recursos en ocio) para su venta o uso futuro, es una práctica común en el mundo de los negocios empresariales. Las empresas de venta al menudeo, los mayoristas, los minoristas, los productores y aún los bancos de sangre (actualmente, también hay banco de órganos) por lo general almacenan bienes o artículos. ¿Cómo decide una empresa de este tipo sobre su “política de inventarios”, es decir, cuándo, cuánto y cómo se reabastece? En una empresa pequeña, el administrador puede llevar un recuento de su inventario y tomar estas decisiones. Sin embargo, como esto puede no ser factible incluso en empresas chicas, muchas compañías han ahorrado grandes sumas de dinero al aplicar la “administración científica del inventario”. En particular, los dirigentes de las empresas se deben enfocar en:

- Formular un modelo matemático que describe el comportamiento del sistema de inventarios.

- Derivar una política óptima de inventarios con respecto a la información específica para ajustar un modelo.
- Mantener un registro de los niveles de inventario y señalar cuándo conviene reabastecerse.

Con base en lo anterior, se debe considerar el impacto de las decisiones de inventarios en las decisiones estratégicas de las organizaciones; así como la administración eficaz de las operaciones de producción.

En el momento en que se evalúa un modelo de inventario; primero hay que definir el concepto de inventario; el cual para este autor es un conjunto de recursos que se mantienen ociosos hasta el instante mismo en que se necesitan. Por lo tanto dichos recursos que no realizan ningún beneficio a la firma o empresa hasta antes de ser utilizados, lo único que generan son inversiones en algo que no está rindiendo ninguna contribución, y por el contrario si está generando un sin número de costos asociados a los inventarios los cuales se tratarán más adelante. De hecho estos inventarios son necesarios para que las empresas funcionen y den una eficiente respuesta a sus clientes; pero con la atenuante que los inventarios deben ser bien administrados por parte de los directivos de las empresas a fin de minimizar los costos que éstos ocasionan; con el fin último de contestar a las preguntas ¿Cuánto se debe comprar o producir de cada uno de los artículos? y ¿cada cuánto tiempo se debe comprar o producir?

En el transcurso de este texto se evalúan y ejemplifican diversos modelos de inventarios que dependiendo de las circunstancias permiten de una u otra forma contestar a las dos preguntas formuladas; pero antes se debe realizar un paseo por la teoría necesaria para la comprensión de dichos modelos, la cual se presenta en el primer capítulo. En el segundo capítulo se relacionan los modelos determinísticos clásicos de inventario, junto a su soporte matemático y aplicaciones. El tercer capítulo se entra en la evaluación de sistemas de inventario, incluyendo tanto los de revisión continua, como los de revisión periódica; finalizando en el cuarto capítulo con modelos estocásticos de inventarios, donde se evalúan modelos que se producen en un sólo período y que se pueden aplicar a artículos de temporada.

Vale la pena mencionar que este texto en su estructura es muy sencillo de comprender, pero, se requiere obviamente de conocimientos elementales de matemáticas (matemáticas básicas). Además, el texto puede ser básico no sólo para ingeniería; sino también para cualquier profesión que esté interesada en el tema.

Para terminar, quiero agradecer a todas las personas que deseen colaborar con el mejoramiento de este texto enviando sus sugerencias a:

- azhguerrero@yahoo.com.mx
- sigma_humberto_guerrero@yahoo.com.mx

El autor

CAPÍTULO 1

GENERALIDADES

DE LOS MODELOS

DE INVENTARIOS

Dentro de las generalidades a tener en cuenta en un modelo de inventarios se pueden tratar su clasificación, componentes y costos involucrados en los modelos de inventarios, tal como se relaciona a continuación:

1.1 Clasificación de los modelos de inventarios

La clasificación general de los modelos de inventario depende del tipo de demanda que tenga el artículo. Esta demanda sólo puede ser de dos tipos: determinística o probabilística; en el primer caso la demanda del artículo para un período futuro es conocida con exactitud (esto sólo se puede dar en el caso de empresas que trabajan bajo pedido) y probabilística en el caso que la demanda del artículo para un período futuro no se conoce con certeza, pero se le puede asignar una distribución de probabilidad a su ocurrencia. Sin lugar a dudas todo artículo se clasifica en alguna de las dos anteriores categorías; pero se pueden subclasificar en un determinado modelo dependiendo de otras condiciones que se relacionan a continuación:

- Tipo de producto: pueden ser productos perecederos, productos sustitutos o durables en el tiempo, (metales).
- Cantidad de productos: existen modelos para un sólo producto o para varios (multiproductos).
- Modelos que permiten o no, déficit.
- Los tiempos de entrega (tiempos de anticipación) pueden ser al igual que la demanda determinísticos o probabilísticos.
- Modelos que involucran o no, costos fijos.
- Tipo de revisión: la revisión de un determinado artículo puede ser continua o periódica.
- Tipo de reposición: dependiendo del tipo de reposición se dice que un modelo puede ser de reposición instantánea cuando el artículo es comprado y de reposición continua cuando el artículo es producido en una planta manufacturera.
- Horizonte de planeación: el horizonte de planeación puede incluir un sólo período o varios.

1.2 Componentes de un modelo de inventarios

Dentro de los componentes de un modelo de inventarios se pueden enumerar los siguientes:

- *Costos.* Los costos de un sistema de inventarios pueden ser mantenimiento, por ordenar, penalización y variable. Cada uno de ellos se definirá más adelante.
- *Demanda:* la demanda de un determinado artículo es el número de unidades que se proyecta vender en un período futuro; más vale aclarar que no es la cantidad vendida. En muchas ocasiones la demanda es mayor que la cantidad vendida por falta de inventario.
- *Tiempo de anticipación:* el tiempo de anticipación es el tiempo que transcurre entre el momento en que se coloca una orden de producción o compra y el instante en que se inicia la producción o se recibe la compra.

1.3 Costos involucrados en los modelos de inventarios

Dentro de los costos involucrados en los modelos de inventarios se mencionan los siguientes:

- *Costo de mantenimiento:* este costo se causa en el momento que se efectúa el almacenamiento de un determinado artículo; y dentro de él se pueden involucrar el costo del dinero invertido o lucro cesante, el costo de arrendamiento o almacenaje, los salarios involucrados en el personal de vigilancia y administración de los almacenes, seguros, impuestos, mermas, pérdidas y costos generados por servicio públicos (si se requieren tales como agua, luz, teléfono).
- *Costo de penalización:* este costo se causa en el momento que un cliente pida un artículo y no se tenga; en otras palabras son los costos asociados a la oportunidad por la no satisfacción de la demanda. Dentro de éste se pueden involucrar las pérdidas de ventas potenciales de futuros clientes (ganadas por la mala reputación), utilidades dejadas de percibir, pagar salarios extras para poder cumplir con lo prometido o de pronto tener que comprar productos más caros a la competencia.
- *Costo por ordenar o fijo:* este costo se causa en el mismo instante que se lanza una orden de producción o una orden de compra. Se llama fijo porque no depende de la cantidad pedida o fabricada, pero a diferencia del costo fijo contable que siempre se causa, éste se causa si se da la orden (si no se da la orden no se causa). En otras palabras, si hay que realizar un tipo de acondicionamiento especial para iniciar la producción de

un artículo, y no hay demanda del artículo; el costo no se causa ya que el acondicionamiento especial no se realiza. Dentro de este costo se puede involucrar la preparación de las máquinas para iniciar una producción, combustibles necesarios, alistamiento de materia prima, papelería, servicios y salarios involucrados.

- *Costo variable*: este costo sí depende de la cantidad producida, ya que si se producen tres unidades el costo se causa tres veces. Cuando el artículo es comprado, este costo sencillamente es lo que cobra el proveedor por cada unidad entregada; mientras que si el artículo es producido, este costo involucra la mano de obra, materia prima y gastos generales de fabricación generados por cada unidad producida.

1.4 Sistema de clasificación ABC

El sistema de clasificación ABC es un sistema de clasificación de los productos para fijarles un determinado nivel de control de existencia; para con esto reducir tiempos de control, esfuerzos y costos en el manejo de inventarios. El tiempo y costos que las empresas invierten en el control de todos y cada uno de sus materias primas y productos terminados son incalculables, y de hecho resulta innecesario controlar artículos de poca importancia para un proceso productivo y en general productos cuya inversión no es cuantiosa.

Cualquier empresa, sin importar su tamaño puede encontrar en este sistema los beneficios de una mejor rotación de los inventarios y los concernientes ahorros en los costos totales del control de los inventarios.

No es nada extraño encontrar en los inventarios de una determinada empresa que de un 10 a 15% del total de sus artículos representen aproximadamente el 70% del dinero invertido en inventario; y que de su mismo inventario del 85 al 90% de los artículos representen tan solo un 10 a 15% del capital invertido.

Son estos motivos los que justifican la aplicación de este sistema de selectividad cuya filosofía implica que en muchas ocasiones cuesta más el control del inventario que lo que cuesta el producto que se está controlando. Los artículos o productos según su importancia y valor se pueden clasificar en las tres clases siguientes:¹

¹ GARCÍA CANTU Alfonso. *Enfoques prácticos para la planeación y el control de inventarios*. Editorial Trillas. México, 1996. página 29.

- Tipo A: dentro de este tipo se involucran los artículos que por su costo elevado, alta inversión en el inventario, nivel de utilización o aporte a las utilidades necesitan de un 100% en el control de sus existencias.
- Tipo B: esta clasificación comprende aquellos productos que son de menor costo y menor importancia; y los cuales requieren un menor grado de control.
- Tipo C: en esta última clasificación se colocan los productos de muy bajo costo, inversión baja y poca importancia para el proceso productivo; y que tan solo requieren de muy poca supervisión sobre el nivel de sus existencias.

Dentro de los sistemas más comunes utilizados para realizar esta clasificación se encuentran:

- Clasificación por precio unitario.
- Clasificación por valor total.
- Clasificación por utilización y valor.
- Clasificación por su aporte a las utilidades.

1.4.1. Clasificación por precio unitario

Éste es quizás el método de aplicación más sencillo de aplicar, pero se requiere de un buen criterio de quien lo aplique, ya que es posible que se realice una subclasificación dentro de cada rango de importancia A, B o C.

Un procedimiento adecuado para su aplicación es el siguiente:

- Paso 1: promediar los precios unitarios de los inventarios de los productos de un determinado período (Ej. 4 meses).
- Paso 2: ordenar los artículos del inventario en orden descendente con base en su precio.
- Paso 3: clasificar como artículos tipo A, al 15% del total de artículos. Estos artículos deben corresponder a los primeros del listado.
- Paso 4: clasificar como artículos tipo B, al 20 % de los artículos restantes en el mismo orden.
- Paso 5: clasificar como productos tipo C al restante de los artículos. Estos corresponden a los de menor valor.
- Paso 6: con base en la clasificación se establece las políticas de control y periodicidad de los pedidos.

Ejercicio 1.1. Cierta compañía manufacturera ha entregado la información de costo unitario y cantidades de cada uno de sus artículos como se muestra en la tabla 1.1. Establecer para estos productos la clasificación ABC por el sistema de precio o costo unitario.

| TABLA 1.1 | | |
|-----------|----------------|----------|
| PRODUCTO | COSTO UNITARIO | CANTIDAD |
| 1 | \$ 5.000,00 | 6000 |
| 2 | \$ 50,00 | 7600 |
| 3 | \$ 860,00 | 2400 |
| 4 | \$ 1.475,00 | 1500 |
| 5 | \$ 10.800,00 | 4050 |
| 6 | \$ 4.500,00 | 1400 |
| 7 | \$ 245,00 | 2400 |
| 8 | \$ 505,00 | 0 |
| 9 | \$ 300,00 | 3400 |
| 10 | \$ 1.580,00 | 1916 |
| 11 | \$ 400,00 | 714 |
| 12 | \$ 1.110,00 | 1980 |
| 13 | \$ 1.880,00 | 4140 |
| 14 | \$ 120,00 | 3100 |
| 15 | \$ 5.400,00 | 4000 |
| 16 | \$ 2.310,00 | 1900 |
| 17 | \$ 179,00 | 2700 |
| 18 | \$ 1.395,00 | 1700 |
| 19 | \$ 680,00 | 2860 |
| 20 | \$ 1.560,00 | 1900 |
| 21 | \$ 320,00 | 3200 |
| 22 | \$ 105,00 | 5000 |
| 23 | \$ 1.700,00 | 4000 |
| 24 | \$ 7.700,00 | 2020 |
| 25 | \$ 150,00 | 3800 |
| 26 | \$ 356,00 | 3300 |
| 27 | \$ 900,00 | 2000 |
| 28 | \$ 11.500,00 | 2000 |
| 29 | \$ 6.600,00 | 5800 |
| 30 | \$ 3.000,00 | 1600 |
| 31 | \$ 163,00 | 3490 |
| 32 | \$ 575,00 | 3120 |
| 33 | \$ 1.280,00 | 1650 |
| 34 | \$ 792,00 | 2500 |

| | | |
|----|-------------|-------|
| 35 | \$ 178,00 | 2230 |
| 36 | \$ 2.000,00 | 2000 |
| 37 | \$ 9.700,00 | 3030 |
| 38 | \$ 118,00 | 3600 |
| 39 | \$ 253,00 | 2800 |
| 40 | \$ 265,00 | 3800 |
| 41 | \$ 1.190,00 | 2000 |
| 42 | \$ 328,00 | 3340 |
| 43 | \$ 32,00 | 16000 |
| 44 | \$ 1.600,00 | 4790 |
| 45 | \$ 100,00 | 7200 |
| 46 | \$ 260,00 | 3600 |
| 47 | \$ 1.075,00 | 1980 |
| 48 | \$ 205,00 | 2700 |
| 49 | \$ 1.940,00 | 3000 |
| 50 | \$ 1.750,00 | 2020 |
| 51 | \$ 100,00 | 7000 |
| 52 | \$ 440,00 | 3090 |
| 53 | \$ 245,00 | 2600 |
| 54 | \$ 180,00 | 2800 |
| 55 | \$ 3.500,00 | 2000 |
| 56 | \$ 135,00 | 2060 |
| 57 | \$ 45,00 | 8000 |
| 58 | \$ 110,00 | 5600 |
| 59 | \$ 160,00 | 3700 |

Solución. Para establecer la clasificación se aplican los pasos descritos anteriormente así:

- Paso 1: promediar los precios unitarios de los inventarios de los productos de un determinado periodo. Se parte del supuesto que la información entregada corresponde a los promedios.
- Paso 2: ordenar los artículos del inventario en orden descendente con base en su precio. En la tabla 1.2 se presentan los artículos ordenados de mayor a menor con base en su costo unitario; además del costo total con base en la cantidad.

CAPÍTULO I. GENERALIDADES DE LOS MODELOS DE INVENTARIOS

| TABLA 1.2. | | | |
|------------|----------------|----------|------------------|
| PRODUCTO | COSTO UNITARIO | CANTIDAD | VALOR |
| 28 | \$ 11.500,00 | 2000 | \$ 23.000.000,00 |
| 5 | \$ 10.800,00 | 4050 | \$ 43.740.000,00 |
| 37 | \$ 9.700,00 | 3030 | \$ 29.391.000,00 |
| 24 | \$ 7.700,00 | 2020 | \$ 15.554.000,00 |
| 29 | \$ 6.600,00 | 5800 | \$ 38.280.000,00 |
| 15 | \$ 5.400,00 | 4000 | \$ 21.600.000,00 |
| 1 | \$ 5.000,00 | 6000 | \$ 30.000.000,00 |
| 6 | \$ 4.500,00 | 1400 | \$ 6.300.000,00 |
| 55 | \$ 3.500,00 | 2000 | \$ 7.000.000,00 |
| 30 | \$ 3.000,00 | 1600 | \$ 4.800.000,00 |
| 16 | \$ 2.310,00 | 1900 | \$ 4.389.000,00 |
| 36 | \$ 2.000,00 | 2000 | \$ 4.000.000,00 |
| 49 | \$ 1.940,00 | 3000 | \$ 5.820.000,00 |
| 13 | \$ 1.880,00 | 4140 | \$ 7.783.200,00 |
| 50 | \$ 1.750,00 | 2020 | \$ 3.535.000,00 |
| 23 | \$ 1.700,00 | 4000 | \$ 6.800.000,00 |
| 44 | \$ 1.600,00 | 4790 | \$ 7.664.000,00 |
| 10 | \$ 1.580,00 | 1916 | \$ 3.027.280,00 |
| 20 | \$ 1.560,00 | 1900 | \$ 2.964.000,00 |
| 4 | \$ 1.475,00 | 1500 | \$ 2.212.500,00 |
| 18 | \$ 1.395,00 | 1700 | \$ 2.371.500,00 |
| 33 | \$ 1.280,00 | 1650 | \$ 2.112.000,00 |
| 41 | \$ 1.190,00 | 2000 | \$ 2.380.000,00 |
| 12 | \$ 1.110,00 | 1980 | \$ 2.197.800,00 |
| 47 | \$ 1.075,00 | 1980 | \$ 2.128.500,00 |
| 27 | \$ 900,00 | 2000 | \$ 1.800.000,00 |
| 3 | \$ 860,00 | 2400 | \$ 2.064.000,00 |
| 34 | \$ 792,00 | 2500 | \$ 1.980.000,00 |
| 19 | \$ 680,00 | 2860 | \$ 1.944.800,00 |
| 32 | \$ 575,00 | 3120 | \$ 1.794.000,00 |
| 8 | \$ 505,00 | 0 | \$ 0,00 |
| 52 | \$ 440,00 | 3090 | \$ 1.359.600,00 |
| 11 | \$ 400,00 | 714 | \$ 285.600,00 |
| 26 | \$ 356,00 | 3300 | \$ 1.174.800,00 |
| 42 | \$ 328,00 | 3340 | \$ 1.095.520,00 |
| 21 | \$ 320,00 | 3200 | \$ 1.024.000,00 |
| 9 | \$ 300,00 | 3400 | \$ 1.020.000,00 |
| 40 | \$ 265,00 | 3800 | \$ 1.007.000,00 |
| 46 | \$ 260,00 | 3600 | \$ 936.000,00 |
| 39 | \$ 253,00 | 2800 | \$ 708.400,00 |

| | | | |
|----|-----------|-------|---------------|
| 7 | \$ 245,00 | 2400 | \$ 588.000,00 |
| 53 | \$ 245,00 | 2600 | \$ 637.000,00 |
| 48 | \$ 205,00 | 2700 | \$ 553.500,00 |
| 54 | \$ 180,00 | 2800 | \$ 504.000,00 |
| 17 | \$ 179,00 | 2700 | \$ 483.300,00 |
| 35 | \$ 178,00 | 2230 | \$ 396.940,00 |
| 31 | \$ 163,00 | 3490 | \$ 568.870,00 |
| 59 | \$ 160,00 | 3700 | \$ 592.000,00 |
| 25 | \$ 150,00 | 3800 | \$ 570.000,00 |
| 56 | \$ 135,00 | 2060 | \$ 278.100,00 |
| 14 | \$ 120,00 | 3100 | \$ 372.000,00 |
| 38 | \$ 118,00 | 3600 | \$ 424.800,00 |
| 58 | \$ 110,00 | 5600 | \$ 616.000,00 |
| 22 | \$ 105,00 | 5000 | \$ 525.000,00 |
| 45 | \$ 100,00 | 7200 | \$ 720.000,00 |
| 51 | \$ 100,00 | 7000 | \$ 700.000,00 |
| 2 | \$ 50,00 | 7600 | \$ 380.000,00 |
| 57 | \$ 45,00 | 8000 | \$ 360.000,00 |
| 43 | \$ 32,00 | 16000 | \$ 512.000,00 |

- Paso 3: clasificar como artículos tipo A, al 15% del total de artículos. El 15% del total de artículos es $0.15 \times 59 = 8.85$. Esto indica que en la clasificación tipo A se involucran los primeros nueve productos de la tabla 1.2. estos artículos se presentan en la tabla 1.3.

| TABLA 1.3. | | | |
|------------|----------------|----------|------------------|
| PRODUCTO | COSTO UNITARIO | CANTIDAD | VALOR |
| 28 | \$ 11.500,00 | 2000 | \$ 23.000.000,00 |
| 5 | \$ 10.800,00 | 4050 | \$ 43.740.000,00 |
| 37 | \$ 9.700,00 | 3030 | \$ 29.391.000,00 |
| 24 | \$ 7.700,00 | 2020 | \$ 15.554.000,00 |
| 29 | \$ 6.600,00 | 5800 | \$ 38.280.000,00 |
| 15 | \$ 5.400,00 | 4000 | \$ 21.600.000,00 |
| 1 | \$ 5.000,00 | 6000 | \$ 30.000.000,00 |
| 6 | \$ 4.500,00 | 1400 | \$ 6.300.000,00 |
| 55 | \$ 3.500,00 | 2000 | \$ 7.000.000,00 |

- Paso 4: clasificar como artículos tipo B, al 20 % de los artículos restantes en el mismo orden. Con base en la cantidad de artículos clasificados

como tipo A, quedan por distribuir 50 productos. De estos 50 productos, se toma el 20%, en este caso un total de 10 artículos. Esta información se presenta en la tabla 1.4.

| TABLA 1.4. | | | |
|------------|----------------|----------|-----------------|
| PRODUCTO | COSTO UNITARIO | CANTIDAD | VALOR |
| 30 | \$ 3.000,00 | 1600 | \$ 4.800.000,00 |
| 16 | \$ 2.310,00 | 1900 | \$ 4.389.000,00 |
| 36 | \$ 2.000,00 | 2000 | \$ 4.000.000,00 |
| 49 | \$ 1.940,00 | 3000 | \$ 5.820.000,00 |
| 13 | \$ 1.880,00 | 4140 | \$ 7.783.200,00 |
| 50 | \$ 1.750,00 | 2020 | \$ 3.535.000,00 |
| 23 | \$ 1.700,00 | 4000 | \$ 6.800.000,00 |
| 44 | \$ 1.600,00 | 4790 | \$ 7.664.000,00 |
| 10 | \$ 1.580,00 | 1916 | \$ 3.027.280,00 |
| 20 | \$ 1.560,00 | 1900 | \$ 2.964.000,00 |

- Paso 5: clasificar como productos tipo C al resto de los artículos. Estos corresponden a los de menor valor. En la tabla 1.5 se presentan los 40 productos que quedan clasificados como tipo C.

| TABLA 1.5. | | | |
|------------|----------------|----------|-----------------|
| PRODUCTO | COSTO UNITARIO | CANTIDAD | VALOR |
| 4 | \$ 1.475,00 | 1500 | \$ 2.212.500,00 |
| 18 | \$ 1.395,00 | 1700 | \$ 2.371.500,00 |
| 33 | \$ 1.280,00 | 1650 | \$ 2.112.000,00 |
| 41 | \$ 1.190,00 | 2000 | \$ 2.380.000,00 |
| 12 | \$ 1.110,00 | 1980 | \$ 2.197.800,00 |
| 47 | \$ 1.075,00 | 1980 | \$ 2.128.500,00 |
| 27 | \$ 900,00 | 2000 | \$ 1.800.000,00 |
| 3 | \$ 860,00 | 2400 | \$ 2.064.000,00 |
| 34 | \$ 792,00 | 2500 | \$ 1.980.000,00 |
| 19 | \$ 680,00 | 2860 | \$ 1.944.800,00 |
| 32 | \$ 575,00 | 3120 | \$ 1.794.000,00 |
| 8 | \$ 505,00 | 0 | \$ 0,00 |
| 52 | \$ 440,00 | 3090 | \$ 1.359.600,00 |
| 11 | \$ 400,00 | 714 | \$ 285.600,00 |

| | | | |
|----|-----------|-------|-----------------|
| 26 | \$ 356,00 | 3300 | \$ 1.174.800,00 |
| 42 | \$ 328,00 | 3340 | \$ 1.095.520,00 |
| 21 | \$ 320,00 | 3200 | \$ 1.024.000,00 |
| 9 | \$ 300,00 | 3400 | \$ 1.020.000,00 |
| 40 | \$ 265,00 | 3800 | \$ 1.007.000,00 |
| 46 | \$ 260,00 | 3600 | \$ 936.000,00 |
| 39 | \$ 253,00 | 2800 | \$ 708.400,00 |
| 7 | \$ 245,00 | 2400 | \$ 588.000,00 |
| 53 | \$ 245,00 | 2600 | \$ 637.000,00 |
| 48 | \$ 205,00 | 2700 | \$ 553.500,00 |
| 54 | \$ 180,00 | 2800 | \$ 504.000,00 |
| 17 | \$ 179,00 | 2700 | \$ 483.300,00 |
| 35 | \$ 178,00 | 2230 | \$ 396.940,00 |
| 31 | \$ 163,00 | 3490 | \$ 568.870,00 |
| 59 | \$ 160,00 | 3700 | \$ 592.000,00 |
| 25 | \$ 150,00 | 3800 | \$ 570.000,00 |
| 56 | \$ 135,00 | 2060 | \$ 278.100,00 |
| 14 | \$ 120,00 | 3100 | \$ 372.000,00 |
| 38 | \$ 118,00 | 3600 | \$ 424.800,00 |
| 58 | \$ 110,00 | 5600 | \$ 616.000,00 |
| 22 | \$ 105,00 | 5000 | \$ 525.000,00 |
| 45 | \$ 100,00 | 7200 | \$ 720.000,00 |
| 51 | \$ 100,00 | 7000 | \$ 700.000,00 |
| 2 | \$ 50,00 | 7600 | \$ 380.000,00 |
| 57 | \$ 45,00 | 8000 | \$ 360.000,00 |
| 43 | \$ 32,00 | 16000 | \$ 512.000,00 |

- Paso 6: con base en la clasificación se establece las políticas de control y periodicidad de los pedidos.

En la tabla 1.6 se presenta un resumen de cómo quedaron clasificados los productos con base en el costo unitario.

| TABLA 1.6 | | | | |
|-----------|-----------|------------|-------------------|------------|
| TIPO | PRODUCTOS | PORCENTAJE | INVERSIÓN | PORCENTAJE |
| A | 9 | 15% | \$ 214.865.000,00 | 70% |
| B | 10 | 17% | \$ 50.782.480,00 | 17% |
| C | 40 | 68% | \$ 41.377.530,00 | 13% |
| TOTAL | 59 | 100% | \$ 307.025.010,00 | 100% |

De esta tabla se concluye que el 15% de los productos (9 artículos) son clasificación tipo A, que corresponde a un nivel de inversión del 70%; el 17% de los artículos (10 productos) quedan clasificados como tipo B y corresponden al 17% del valor invertido; mientras que una cantidad de 40 productos (68%) corresponden a clasificación tipo C, con un nivel de inversión proporcionalmente baja del 13%.

Lo anterior indica que a los productos clasificados tipo A se les debe colocar un 100% de control, esto es una revisión continua; a los productos tipo B se les colocará un poco menos de control, por ejemplo, puede ser un sistema de revisión periódica; y a los productos clasificados como tipo C, se les determinará un nivel bajo de control. Hay que tener especial cuidado si algún producto clasificado como tipo C es importante en el proceso de producción ((su escasez puede parar la producción), colocarle un nivel de control elevado sin tener en cuenta esta clasificación.

1.4.2. Clasificación por valor total

Éste es muy similar al utilizado para clasificar por precio o costo unitario; sólo que se toma en cuenta para la clasificación el valor total del inventario y requiere que el analista fije un nivel o porcentaje de importancia para cada nivel de clasificación.

Un procedimiento adecuado para su aplicación es el siguiente:

- Paso 1: promediar los valores totales invertidos en los inventarios de los productos de un determinado período (Ej. 4 meses).
- Paso 2: ordenar los artículos del inventario en orden descendente con base en el total de dinero invertido.
- Paso 3: clasificar como artículos tipo A, al porcentaje del total de artículos que determine el analista para esta clasificación. Estos artículos deben corresponder a los primeros del listado.
- Paso 4: clasificar como artículos tipo B, a la cantidad de productos que correspondan al porcentaje determinado con base en la importancia para esta clasificación.
- Paso 5: clasificar como productos tipo C el resto de los artículos. Estos corresponden a los de menor inversión en el inventario.
- Paso 6: con base en la clasificación se establecen las políticas de control y periodicidad de los pedidos.

Ejercicio 1.2. Para ejemplificar este procedimiento se utilizará la misma información del ejercicio 1.2, que aparece en la tabla 1.1.

Solución Para establecer la clasificación se aplican los pasos descritos anteriormente así:

- Paso 1: promediar los valores totales invertidos en los inventarios de los productos de un determinado período. Se parte del hecho que los inventarios ya están promediados.
- Paso 2: ordenar los artículos del inventario en orden descendente con base en el total de dinero invertido. Esta información es la que se muestra en la tabla 1.7.

| TABLA 1.7 | | | |
|-----------|----------------|----------|------------------|
| PRODUCTO | COSTO UNITARIO | CANTIDAD | VALOR |
| 5 | \$ 10.800,00 | 4050 | \$ 43.740.000,00 |
| 29 | \$ 6.600,00 | 5800 | \$ 38.280.000,00 |
| 1 | \$ 5.000,00 | 6000 | \$ 30.000.000,00 |
| 37 | \$ 9.700,00 | 3030 | \$ 29.391.000,00 |
| 28 | \$ 11.500,00 | 2000 | \$ 23.000.000,00 |
| 15 | \$ 5.400,00 | 4000 | \$ 21.600.000,00 |
| 24 | \$ 7.700,00 | 2020 | \$ 15.554.000,00 |
| 13 | \$ 1.880,00 | 4140 | \$ 7.783.200,00 |
| 44 | \$ 1.600,00 | 4790 | \$ 7.664.000,00 |
| 55 | \$ 3.500,00 | 2000 | \$ 7.000.000,00 |
| 23 | \$ 1.700,00 | 4000 | \$ 6.800.000,00 |
| 6 | \$ 4.500,00 | 1400 | \$ 6.300.000,00 |
| 49 | \$ 1.940,00 | 3000 | \$ 5.820.000,00 |
| 30 | \$ 3.000,00 | 1600 | \$ 4.800.000,00 |
| 16 | \$ 2.310,00 | 1900 | \$ 4.389.000,00 |
| 36 | \$ 2.000,00 | 2000 | \$ 4.000.000,00 |
| 50 | \$ 1.750,00 | 2020 | \$ 3.535.000,00 |
| 10 | \$ 1.580,00 | 1916 | \$ 3.027.280,00 |
| 20 | \$ 1.560,00 | 1900 | \$ 2.964.000,00 |
| 41 | \$ 1.190,00 | 2000 | \$ 2.380.000,00 |
| 18 | \$ 1.395,00 | 1700 | \$ 2.371.500,00 |
| 4 | \$ 1.475,00 | 1500 | \$ 2.212.500,00 |
| 12 | \$ 1.110,00 | 1980 | \$ 2.197.800,00 |
| 47 | \$ 1.075,00 | 1980 | \$ 2.128.500,00 |

CAPÍTULO I. GENERALIDADES DE LOS MODELOS DE INVENTARIOS

| | | | |
|----|-------------|-------|-----------------|
| 33 | \$ 1.280,00 | 1650 | \$ 2.112.000,00 |
| 3 | \$ 860,00 | 2400 | \$ 2.064.000,00 |
| 34 | \$ 792,00 | 2500 | \$ 1.980.000,00 |
| 19 | \$ 680,00 | 2860 | \$ 1.944.800,00 |
| 27 | \$ 900,00 | 2000 | \$ 1.800.000,00 |
| 32 | \$ 575,00 | 3120 | \$ 1.794.000,00 |
| 52 | \$ 440,00 | 3090 | \$ 1.359.600,00 |
| 26 | \$ 356,00 | 3300 | \$ 1.174.800,00 |
| 42 | \$ 328,00 | 3340 | \$ 1.095.520,00 |
| 21 | \$ 320,00 | 3200 | \$ 1.024.000,00 |
| 9 | \$ 300,00 | 3400 | \$ 1.020.000,00 |
| 40 | \$ 265,00 | 3800 | \$ 1.007.000,00 |
| 46 | \$ 260,00 | 3600 | \$ 936.000,00 |
| 45 | \$ 100,00 | 7200 | \$ 720.000,00 |
| 39 | \$ 253,00 | 2800 | \$ 708.400,00 |
| 51 | \$ 100,00 | 7000 | \$ 700.000,00 |
| 53 | \$ 245,00 | 2600 | \$ 637.000,00 |
| 58 | \$ 110,00 | 5600 | \$ 616.000,00 |
| 59 | \$ 160,00 | 3700 | \$ 592.000,00 |
| 7 | \$ 245,00 | 2400 | \$ 588.000,00 |
| 25 | \$ 150,00 | 3800 | \$ 570.000,00 |
| 31 | \$ 163,00 | 3490 | \$ 568.870,00 |
| 48 | \$ 205,00 | 2700 | \$ 553.500,00 |
| 22 | \$ 105,00 | 5000 | \$ 525.000,00 |
| 43 | \$ 32,00 | 16000 | \$ 512.000,00 |
| 54 | \$ 180,00 | 2800 | \$ 504.000,00 |
| 17 | \$ 179,00 | 2700 | \$ 483.300,00 |
| 38 | \$ 118,00 | 3600 | \$ 424.800,00 |
| 35 | \$ 178,00 | 2230 | \$ 396.940,00 |
| 2 | \$ 50,00 | 7600 | \$ 380.000,00 |
| 14 | \$ 120,00 | 3100 | \$ 372.000,00 |
| 57 | \$ 45,00 | 8000 | \$ 360.000,00 |
| 11 | \$ 400,00 | 714 | \$ 285.600,00 |
| 56 | \$ 135,00 | 2060 | \$ 278.100,00 |
| 8 | \$ 505,00 | 0 | \$ 0,00 |

- Paso 3: clasificar como artículos tipo A, al porcentaje del total de artículos determinado por el analista para esta clasificación. Suponga que en

la clasificación tipo A se van a ubicar el 10% de los artículos. En la tabla 1.8 se presentan los artículos que corresponden al 10% del total; en este caso 6 artículos.

| TABLA 1.8 | | | |
|-----------|----------------|----------|------------------|
| PRODUCTO | COSTO UNITARIO | CANTIDAD | VALOR |
| 5 | \$ 10.800,00 | 4050 | \$ 43.740.000,00 |
| 29 | \$ 6.600,00 | 5800 | \$ 38.280.000,00 |
| 1 | \$ 5.000,00 | 6000 | \$ 30.000.000,00 |
| 37 | \$ 9.700,00 | 3030 | \$ 29.391.000,00 |
| 28 | \$ 11.500,00 | 2000 | \$ 23.000.000,00 |
| 15 | \$ 5.400,00 | 4000 | \$ 21.600.000,00 |

- Paso 4: clasificar como artículos tipo B, a la cantidad de productos que correspondan al porcentaje determinado con base en la importancia para esta clasificación. Se va a suponer aquí que en esta clasificación entra el 20% del total de artículos; que para este caso son 10 productos, los cuales se presentan en la tabla 1.9.

| TABLA 1.9 | | | |
|-----------|----------------|----------|------------------|
| PRODUCTO | COSTO UNITARIO | CANTIDAD | VALOR |
| 24 | \$ 7.700,00 | 2020 | \$ 15.554.000,00 |
| 13 | \$ 1.880,00 | 4140 | \$ 7.783.200,00 |
| 44 | \$ 1.600,00 | 4790 | \$ 7.664.000,00 |
| 55 | \$ 3.500,00 | 2000 | \$ 7.000.000,00 |
| 23 | \$ 1.700,00 | 4000 | \$ 6.800.000,00 |
| 6 | \$ 4.500,00 | 1400 | \$ 6.300.000,00 |
| 49 | \$ 1.940,00 | 3000 | \$ 5.820.000,00 |
| 30 | \$ 3.000,00 | 1600 | \$ 4.800.000,00 |
| 16 | \$ 2.310,00 | 1900 | \$ 4.389.000,00 |
| 36 | \$ 2.000,00 | 2000 | \$ 4.000.000,00 |
| 50 | \$ 1.750,00 | 2020 | \$ 3.535.000,00 |
| 10 | \$ 1.580,00 | 1916 | \$ 3.027.280,00 |

- Paso 5: clasificar como productos tipo C al restante de los artículos. Estos corresponden a los de menor inversión en el inventario. En la tabla 1.10 se presentan los productos que corresponden a esta clasificación.

CAPÍTULO I. GENERALIDADES DE LOS MODELOS DE INVENTARIOS

| TABLA 1.10 | | | |
|------------|----------------|----------|-----------------|
| PRODUCTO | COSTO UNITARIO | CANTIDAD | VALOR |
| 20 | \$ 1.560,00 | 1900 | \$ 2.964.000,00 |
| 41 | \$ 1.190,00 | 2000 | \$ 2.380.000,00 |
| 18 | \$ 1.395,00 | 1700 | \$ 2.371.500,00 |
| 4 | \$ 1.475,00 | 1500 | \$ 2.212.500,00 |
| 12 | \$ 1.110,00 | 1980 | \$ 2.197.800,00 |
| 47 | \$ 1.075,00 | 1980 | \$ 2.128.500,00 |
| 33 | \$ 1.280,00 | 1650 | \$ 2.112.000,00 |
| 3 | \$ 860,00 | 2400 | \$ 2.064.000,00 |
| 34 | \$ 792,00 | 2500 | \$ 1.980.000,00 |
| 19 | \$ 680,00 | 2860 | \$ 1.944.800,00 |
| 27 | \$ 900,00 | 2000 | \$ 1.800.000,00 |
| 32 | \$ 575,00 | 3120 | \$ 1.794.000,00 |
| 52 | \$ 440,00 | 3090 | \$ 1.359.600,00 |
| 26 | \$ 356,00 | 3300 | \$ 1.174.800,00 |
| 42 | \$ 328,00 | 3340 | \$ 1.095.520,00 |
| 21 | \$ 320,00 | 3200 | \$ 1.024.000,00 |
| 9 | \$ 300,00 | 3400 | \$ 1.020.000,00 |
| 40 | \$ 265,00 | 3800 | \$ 1.007.000,00 |
| 46 | \$ 260,00 | 3600 | \$ 936.000,00 |
| 45 | \$ 100,00 | 7200 | \$ 720.000,00 |
| 39 | \$ 253,00 | 2800 | \$ 708.400,00 |
| 51 | \$ 100,00 | 7000 | \$ 700.000,00 |
| 53 | \$ 245,00 | 2600 | \$ 637.000,00 |
| 58 | \$ 110,00 | 5600 | \$ 616.000,00 |
| 59 | \$ 160,00 | 3700 | \$ 592.000,00 |
| 7 | \$ 245,00 | 2400 | \$ 588.000,00 |
| 25 | \$ 150,00 | 3800 | \$ 570.000,00 |
| 31 | \$ 163,00 | 3490 | \$ 568.870,00 |
| 48 | \$ 205,00 | 2700 | \$ 553.500,00 |
| 22 | \$ 105,00 | 5000 | \$ 525.000,00 |
| 43 | \$ 32,00 | 16000 | \$ 512.000,00 |
| 54 | \$ 180,00 | 2800 | \$ 504.000,00 |
| 17 | \$ 179,00 | 2700 | \$ 483.300,00 |
| 38 | \$ 118,00 | 3600 | \$ 424.800,00 |
| 35 | \$ 178,00 | 2230 | \$ 396.940,00 |

| | | | |
|----|-----------|------|---------------|
| 2 | \$ 50,00 | 7600 | \$ 380.000,00 |
| 14 | \$ 120,00 | 3100 | \$ 372.000,00 |
| 57 | \$ 45,00 | 8000 | \$ 360.000,00 |
| 11 | \$ 400,00 | 714 | \$ 285.600,00 |
| 56 | \$ 135,00 | 2060 | \$ 278.100,00 |
| 8 | \$ 505,00 | 0 | \$ 0,00 |

- Paso 6: con base en la clasificación se establecen las políticas de control y periodicidad de los pedidos.

En la tabla 1.11 se presenta la cantidad de artículos de cada tipo de clasificación, el valor invertido y sus porcentajes correspondientes.

| TABLA 1.11 | | | | |
|------------|-----------|------------|-------------------|------------|
| TIPO | PRODUCTOS | PORCENTAJE | INVERSIÓN | PORCENTAJE |
| A | 6 | 10% | \$ 186.011.000,00 | 61% |
| B | 12 | 20% | \$ 76.672.480,00 | 25% |
| C | 41 | 70% | \$ 44.341.530,00 | 14% |
| TOTAL | 59 | 100% | \$ 307.025.010,00 | 100% |

Con base en estos datos se observa que 6 productos absorben el 61% de inversión en la clasificación tipo A; 12 productos de la clasificación tipo B, toman el 25% del total invertido; mientras que la mayoría de productos (41) toman tan solo el 14% de la inversión.

Las políticas de control son iguales a las de clasificación por valor unitario.

1.4.3. Clasificación por utilización y valor

Para este método sólo se toma en cuenta, mediante datos históricos, la utilización o consumo de cada uno de los artículos con su correspondiente costo. Al igual que en el método anterior se requiere que el analista fije un nivel o porcentaje de importancia para cada nivel de clasificación.

Un procedimiento adecuado para su aplicación es el siguiente:

- Paso 1: obtener el consumo de cada artículo para una misma unidad de tiempo y el costo de cada unidad de producto. Con base en estos datos se obtiene el valor del inventario consumido.
- Paso 2: ordenar los artículos del inventario en orden descendente con base en el valor del inventario consumido.

- Paso 3: clasificar como artículos tipo A, al porcentaje del total de artículos determinado por el analista para esta clasificación. Estos artículos deben corresponder a los primeros del listado.
- Paso 4: clasificar como artículos tipo B, a la cantidad de productos que correspondan al porcentaje determinado con base en la importancia para esta clasificación.
- Paso 5: clasificar como productos tipo C al resto de los artículos. Estos corresponden a los de menor valor dentro de los productos consumidos.
- Paso 6: con base en la clasificación se establecen las políticas de control y periodicidad de los pedidos.

Se deja al lector la aplicación o ejemplificación de este método.

1.4.4. Clasificación por su aporte a las utilidades

En este método la clasificación de los productos se realiza de la misma forma que se utilizó en la clasificación por precio unitario; con la diferencia que se realiza con el dato de utilidades de cada uno de los productos. Como es evidente se requiere calcular el precio de venta y los costos unitarios de cada una de las referencias. Se invita al lector a que haga la aplicación de este método.

CAPÍTULO 2

MODELOS

← DETERMINÍSTICOS

Tal como se mencionó anteriormente, para los modelos determinísticos, se conoce con certeza la demanda del artículo. Dentro de estos modelos se van a revisar los siguientes:

- Modelo de Producción con Déficit.
- Modelo de Producción sin Déficit.
- Modelo de Compra con Déficit.
- Modelo de Compra sin Déficit.
- Modelo de Descuentos por Cantidad.
- Modelo con restricciones.

2.1. Modelo de producción con déficit

2.1.1. Suposiciones del modelo

Para que el modelo garantice su funcionalidad requiere de los siguientes supuestos:

- La demanda se conoce con certeza y ocurre a una tasa constante.
- La tasa de producción es conocida y también ocurre a una tasa constante.
- La tasa de producción debe ser mayor a la tasa de demanda.
- Los costos de producción, mantenimiento, penalización y fijo o por ordenar deben ser conocidos y constantes.
- Se permite diferir demanda al futuro

2.1.2. Parámetros y variables

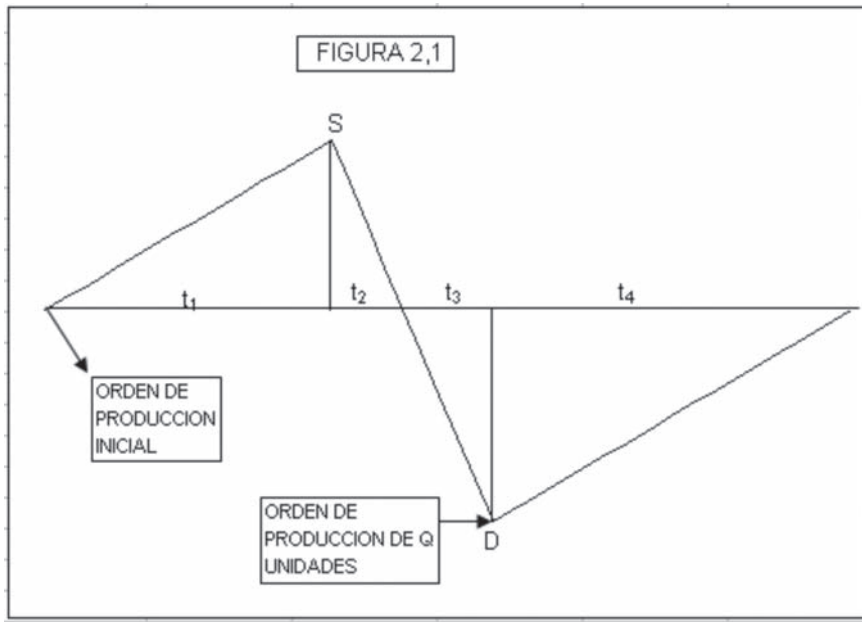
Junto con su notación, a continuación se relacionan los parámetros y variables involucrados en el modelo:

| | |
|---------|--|
| T: | tiempo total del período u horizonte de planeación. |
| R: | demanda total del período. |
| r: | tasa de demanda por unidad de tiempo. |
| K: | tasa de producción por unidad de tiempo. |
| Co: | costo por ordenar una tanda de producción. |
| S: | nivel máximo de inventario o superávit. |
| t_1 : | tiempo de producción y demanda hasta generar el superávit. |
| t_2 : | tiempo de demanda hasta consumir el superávit. |
| Cm: | costo unitario de mantenimiento por unidad de tiempo. |
| D: | déficit máximo. |

| | |
|------------|---|
| t_3 : | tiempo de demanda hasta generar el déficit. |
| t_4 : | tiempo de producción y demanda hasta cubrir el déficit. |
| T_c : | tiempo total del ciclo. |
| C_p : | costo unitario de penalización por unidad de tiempo. |
| Q : | cantidad óptima a producir por ciclo. |
| C_v : | costo variable por unidad. |
| C_t : | costo total promedio por unidad de Tiempo. |
| CT : | costo total por unidad de tiempo. |
| N : | número de ciclos en el período. |
| UMC : | unidades mantenidas por ciclo. |
| C_{mc} : | costo de mantenimiento por ciclo. |
| UPC : | unidades penalizadas por ciclo. |
| C_{pc} : | costo de penalización por ciclo. |

2.1.3. Estructura del modelo

La estructura del modelo supone que se inicia con cero unidades en inventario, que se coloca una orden de producción en ese instante y que dicha orden de producción se completa en t_1 unidades de tiempo; al final de este tiempo en el cual se produce a razón de k unidades por unidad de tiempo y se consume a razón de r unidades por unidad de tiempo, existen en inventario S (inventario máximo) unidades en el inventario. Cuando se llega al nivel de inventario máximo, se suspende la producción y durante un tiempo de t_2 unidades de tiempo solo se suple la demanda, por lo tanto al final de éste tiempo se encuentra nuevamente en el nivel cero de inventario. A partir de este instante se sigue causando demanda por parte del cliente, la cual no es satisfecha por falta de inventario; esto sucede durante t_3 unidades de tiempo, al final del cual se acumula una deuda de unidades con el cliente (déficit máximo). En este instante se coloca una nueva orden de producción con la cual se empieza a reducir el déficit y a cubrir la demanda de este tiempo (t_4 unidades de tiempo); al final de dicho tiempo se vuelve a repetir toda la estructura, ya que la información es determinística y genera ciclos. En la figura 2.1 se presenta la estructura de un ciclo.



2.1.4. Formulación del modelo

Con base en la estructura de la figura 2.1 se pueden hacer los siguientes cálculos:

Unidades mantenidas por ciclo: estas unidades se calculan con el área del triángulo que está encima del nivel cero de inventario, con base en la siguiente fórmula:

$$UMC = \frac{(t_1 + t_2)S}{2} \quad (2.1)$$

Unidades penalizadas por ciclo: estas unidades se calculan mediante el área del triángulo que se encuentra debajo del nivel cero de inventario; con base en la siguiente fórmula:

$$UPC = \frac{(t_3 + t_4)D}{2} \quad (2.2)$$

Con base en la fórmula 2.1 se puede calcular el costo de mantenimiento por ciclo de la siguiente manera:

$$Cmc = \frac{Cm(t_1 + t_2)S}{2} \quad (2.3)$$

Basadas en la fórmula 2.2 se puede calcular el costo de penalización por ciclo de la siguiente forma:

$$C_{pc} = \frac{Cp(t_3 + t_4)D}{2} \quad (2.4)$$

Para calcular el costo total promedio (no se incluye el costo variable, pues éste es constante) en un ciclo; sencillamente se suma el costo de mantenimiento por ciclo, el costo de penalización por ciclo y el costo fijo por ciclo. En las fórmulas es sumar las ecuaciones 2.3 y 2.4 al costo fijo C_o (éste se causa una vez por ciclo) de la siguiente manera:

$$C_t = \frac{Cm(t_1 + t_2)s}{2} + \frac{Cp(t_3 + t_4)s}{2} + C_o \quad (2.5)$$

En la ecuación 2.5 se encuentra el costo total de un ciclo, el cual puede ser llevado a una unidad de tiempo dividiéndolo por la cantidad de tiempo:

$$C_t = \frac{\frac{Cm(t_1 + t_2)s}{2} + \frac{Cp(t_3 + t_4)s}{2} + C_o}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4} \quad (2.6)$$

En la ecuación 2.6 se tiene una ecuación con 6 variables, la cual se va a reducir a una sola con dos variables utilizando relaciones de equivalencia a partir de la gráfica del siguiente modo:

Del momento cero a la generación del superávit, se sabe que el superávit es lo que se produce menos lo que se entrega por el tiempo; en fórmula se obtiene lo siguiente:

$$S = t_1(k - r) \quad (2.7)$$

Y de igual forma en el tiempo 2 el consumo en ese tiempo es igual al superávit; lo que se transforma en lo siguiente:

$$S = rt_2 \quad (2.8)$$

Igualando las ecuaciones 2.7 y 2.8 obtenemos:

$$t_1 = \frac{rt_2}{k - r} \quad (2.9)$$

De la misma manera partiendo del nivel cero de inventario al punto de generar el déficit (tiempo 3) se tiene lo siguiente:

$$D = rt_3 \quad (2.10)$$

Y en el tiempo 4, para el tiempo de recuperación del déficit utilizamos la siguiente ecuación:

$$D = T_4(k - r) \quad (2.11)$$

Igualando las ecuaciones 2.10 y 2.11 se obtiene:

$$t_4 = \frac{rt_3}{k - r} \quad (2.12)$$

Reemplazando las ecuaciones 2.8, 2.9, 2.10 y 2.12 en la ecuación de costo (ecuación 2.6):

$$Ct = \frac{\frac{1}{2} \left\{ Cm \left(\frac{rt_2}{k - r} + t_2 \right) rt_2 + Cp \left(t_3 + \frac{rt_3}{k - r} \right) rt_3 \right\} + Co}{\frac{rt_2}{k - r} + t_2 + t_3 + \frac{rt_3}{k - r}} \quad (2.13)$$

Haciendo la suma de fraccionarios tanto en el denominador como en el numerador:

$$Ct = \frac{\frac{1}{2} \left\{ Cm \left(\frac{rt_2 + t_2(k - r)}{k - r} \right) rt_2 + Cp \left(\frac{t_3(k - r) + rt_3}{k - r} \right) rt_3 \right\} + Co}{\frac{rt_2 + t_2(k - r) + t_3(k - r) + rt_3}{k - r}} \quad (2.14)$$

En la ecuación 2.14, se simplifica k-r:

$$Ct = \frac{\frac{1}{2} \left\{ Cm (rt_2 + t_2(k - r)) rt_2 + Cp (t_3(k - r) + rt_3) rt_3 \right\} + Co(k - r)}{rt_2 + t_2(k - r) + t_3(k - r) + rt_3} \quad (2.15)$$

Efectuando las operaciones algebraicas básicas, y simplificando logramos la siguiente ecuación:

$$Ct = \frac{\frac{1}{2} \left\{ Cm (rkt_2^2) + Cp (rkt_3^2) \right\} + Co(k - r)}{kt_2 + kt_3} \quad (2.16)$$

Al dividir todos los términos por k se produce:

$$Ct = \frac{\frac{1}{2}\{Cmrt_2^2 + Cp rt_3^2\} + Co(1 - \frac{r}{k})}{t_2 + t_3} \quad (2.17)$$

La fórmula 2.17, ya se encuentra expresada en términos de dos variables (t_2 y t_3); y como el objetivo es minimizar el costo se aplicará la derivada parcial respecto de las dos variables (cálculo diferencial primitivo). Al tomar la ecuación 2.17, aplicarle la derivada parcial respecto de t_2 , se obtiene:

$$\frac{\partial Ct}{\partial t_2} = \frac{Cmrt_2(t_2 + t_3) - \frac{1}{2}(Cmrt_2^2 + Cp rt_3^2) - Co(1 - \frac{r}{k})}{(t_2 + t_3)^2} = 0 \quad (2.18)$$

Al aplicar la derivada parcial a la ecuación 2.17, respecto de t_3 obtendremos:

$$\frac{\partial Ct}{\partial t_3} = \frac{Cp rt_3(t_2 + t_3) - \frac{1}{2}(Cmrt_2^2 + Cp rt_3^2) - Co(1 - \frac{r}{k})}{(t_2 + t_3)^2} = 0 \quad (2.19)$$

Al igualar y simplificar las ecuaciones 2.18 y 2.19 se obtiene la siguiente igualdad:

$$Cmt_2 = Cpt_3 \quad (2.20)$$

De la ecuación 2.20 se obtienen las dos siguientes ecuaciones:

$$t_2 = \frac{Cpt_3}{Cm} \quad (2.21) \quad \text{y} \quad t_3 = \frac{Cmt_2}{Cp} \quad (2.22)$$

Reemplazando la ecuación 2.22 en la ecuación 2.18:

$$Cmrt_2(t_2 + \frac{Cmt_2}{Cp}) - \frac{1}{2}(Cmrt_2^2 + Cp r \frac{Cm^2 t_2^2}{Cp^2}) - Co(1 - \frac{r}{k}) = 0 \quad (2.23)$$

Realizando las operaciones indicadas:

$$Cmrt_2^2 + \frac{rCm^2 t_2^2}{Cp} - \frac{1}{2}Cmrt_2^2 - \frac{1}{2}r \frac{Cm^2 t_2^2}{Cp} - Co(1 - \frac{r}{k}) = 0 \quad (2.24)$$

Simplificando se obtiene:

$$\frac{1}{2}rCmt_2^2 + \frac{1}{2}r\frac{Cm^2t_2^2}{Cp} = Co(1 - r/k) \quad (2.25)$$

Factorizando resulta:

$$\frac{1}{2}rCmt_2^2(1 + Cm/Cp) = Co(1 - r/k) \quad (2.26)$$

Al multiplicar la ecuación 2.26 por Cp a ambos lados:

$$\frac{1}{2}rCmt_2^2(1 + Cm/Cp) = Co(1 - r/k) \quad (2.27)$$

Al despejar t_2 de esta última ecuación se llega a:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2CpCo(1 - r/k)}{r(Cp + Cm)Cm}} \quad (2.28)$$

La ecuación 2.28 es la ecuación que nos permite calcular el tiempo 2 óptimo.

Del mismo modo reemplazando la ecuación 2.21 en la ecuación 2.19 se obtiene lo siguiente:

$$Cprt_3(\frac{Cpt_3}{Cm} + t_3) - \frac{1}{2}Cmr\frac{Cp^2t_3^2}{Cm^2} - \frac{1}{2}Cprt_3^2 - Co(1 - r/k) = 0 \quad (2.29)$$

Simplificando términos se obtiene:

$$r\frac{Cp^2t_3^2}{Cm} + rCpt_3^2 - \frac{1}{2}r\frac{Cp^2t_3^2}{Cm} - \frac{1}{2}rCpt_3^2 - Co(1 - r/k) = 0 \quad (2.30)$$

Reduciendo términos semejantes se obtiene:

$$\frac{1}{2}r\frac{Cp^2t_3^2}{Cm} + \frac{1}{2}rCpt_3^2 = Co(1 - r/k) \quad (2.31)$$

Factorizando:

$$\frac{1}{2}rCpt_3^2(\frac{Cp}{Cm} + 1) = Co(1 - r/k) \quad (2.32)$$

En la ecuación 2.32, multiplicando a ambos lados por C_m :

$$\frac{1}{2} r C_p t_3^2 (C_p + C_m) = C_m C_o (1 - r/k) \quad (2.33)$$

Con base en la ecuación 2.33 se despeja t_3 , para obtener lo siguiente:

$$t_3 = \sqrt{\frac{2 C_m C_o (1 - r/k)}{r (C_p + C_m) C_p}} \quad (2.34)$$

La fórmula 2.34 es la que permite calcular el tiempo 3 óptimo.

Hasta aquí se tienen las fórmulas de los cuatro tiempos; entonces ahora se van a evaluar las fórmulas para las cantidades.

Para el superávit, de la fórmula 2.8 se tiene ; por lo tanto se reemplaza la ecuación 2.28 en ésta, obteniéndose lo siguiente:

$$S = r \sqrt{\frac{2 C_p C_o (1 - r/k)}{r (C_p + C_m) C_m}} \quad (2.35)$$

Introduciendo la r en el radical y simplificando:

$$S = \sqrt{\frac{2 r C_p C_o (1 - r/k)}{(C_p + C_m) C_m}} \quad (2.36)$$

La fórmula 2.36 es la que nos permite calcular el superávit. De igual forma si se reemplaza la ecuación 2.34 en la 2.10 se obtendrá:

$$D = r \sqrt{\frac{2 C_m C_o (1 - r/k)}{r (C_p + C_m) C_p}} \quad (2.37)$$

Introduciendo la r en el radical, y simplificando se obtiene lo siguiente:

$$D = \sqrt{\frac{2 r C_m C_o (1 - r/k)}{(C_p + C_m) C_p}} \quad (2.38)$$

La fórmula 2.38 es la que permite calcular el déficit.

Para calcular la cantidad óptima a producir en el ciclo, se parte del hecho que el modelo es determinístico y por lo tanto se conoce la demanda; luego la cantidad a producir debe ser exactamente la cantidad demandada en el ciclo, por lo que la cantidad a producir se puede expresar con base en la siguiente ecuación:

$$Q = r(t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \quad (2.39)$$

Reemplazando las ecuaciones 2.9 y 2.12 en la ecuación 2.39 se obtiene lo siguiente:

$$Q = r\left(\frac{rt_2}{k-r} + t_2 + t_3 + \frac{rt_3}{k-r}\right) \quad (2.40)$$

Sumando lo que está entre el paréntesis se llega a:

$$Q = r\left(\frac{rt_2 + t_2(k-r) + t_3(k-r) + rt_3}{k-r}\right) \quad (2.41)$$

Efectuando las multiplicaciones y simplificando se obtiene lo siguiente:

$$Q = r\left(\frac{kt_2 + kt_3}{k-r}\right) \quad (2.42)$$

Al dividir todos los términos por k resulta:

$$Q = r\left(\frac{t_2 + t_3}{1 - r/k}\right) \quad (2.43)$$

La ecuación 2.43, por conveniencia se puede expresar como aparece a continuación:

$$Q = \frac{r}{(1 - r/k)}(t_2 + t_3) \quad (2.44)$$

Al reemplazar el tiempo 2 y el tiempo 3 (ecuaciones 2.28 y 2.34) en la ecuación 2.44 se obtiene:

$$Q = \frac{r}{1 - r/k} \left\{ \sqrt{\frac{2CpCo(1 - r/k)}{r(Cp + Cm)Cm}} + \sqrt{\frac{2CmCo(1 - r/k)}{r(Cp + Cm)Cp}} \right\} \quad (2.45)$$

Introduciendo los términos que están fuera del corchete, dentro de los radicales y efectuando las simplificaciones respectivas se obtiene lo siguiente:

$$Q = \left\{ \sqrt{\frac{2rCpCo}{(Cp + Cm)Cm(1 - r/k)}} + \sqrt{\frac{2rCmCo}{(Cp + Cm)Cp(1 - r/k)}} \right\} \quad (2.46)$$

Se elevan los dos términos al cuadrado:

$$Q^2 = \frac{2rCpCo}{(Cp + Cm)Cm(1 - r/k)} + 2 \left\{ \frac{2rCo}{(Cp + Cm)(1 - r/k)} \right\} + \frac{2rCmCo}{(Cp + Cm)Cp(1 - r/k)} \quad (2.47)$$

Efectuando las operaciones y la reducción de términos semejantes se obtiene lo siguiente:

$$Q^2 = \frac{2rCp^2Co + 4rCmCpCo + 2rCm^2Co}{(Cp + Cm)Cm(1 - r/k)Cp} \quad (2.48)$$

Utilizando factor común en el denominador se obtiene lo siguiente:

$$Q^2 = \frac{2rCo(Cp^2 + 2CmCp + Cm^2)}{(Cp + Cm)Cm(1 - r/k)Cp} \quad (2.49)$$

Entre el paréntesis se encuentra un trinomio cuadrado perfecto; por lo cual la ecuación 2.49 se puede expresar de la siguiente manera:

$$Q^2 = \frac{2rCo(Cp + Cm)^2}{(Cp + Cm)Cm(1 - r/k)Cp} \quad (2.50)$$

Simplificando términos semejantes se obtiene:

$$Q^2 = \frac{2rCo(Cp + Cm)}{Cm(1 - r/k)Cp} \quad (2.51)$$

Por lo tanto la fórmula para calcular la cantidad a producir queda de la siguiente manera:

$$Q = \sqrt{\frac{2rCo(Cp + Cm)}{Cm(1 - r/k)Cp}} \quad (2.52)$$

Reacomodando los términos; esta fórmula se puede reescribir de la siguiente manera:

$$Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm} \frac{1}{(1 - r/k)} \frac{(Cp + Cm)}{Cp}} \quad (2.53)$$

Para estructurar la fórmula del costo total promedio por unidad de tiempo se parte de la ecuación 2.17; la cual se transcribe a continuación:

$$C_t = \frac{\frac{1}{2} \{Cmrt_2^2 + Cprt_3^2\} + Co(1 - r/k)}{t_2 + t_3}$$

Al reemplazar t_2 y t_3 (ecuaciones 2.28 y 2.34) se obtiene lo siguiente:

$$C_t = \frac{\frac{1}{2} \left\{ Cmr \left(\frac{2CpCo(1 - r/k)}{r(Cp + Cm)Cm} \right) + Cpr \left(\frac{2CmCo(1 - r/k)}{r(Cp + Cm)Cp} \right) \right\} + Co(1 - r/k)}{\sqrt{\frac{2CpCo(1 - r/k)}{r(Cp + Cm)Cm}} + \sqrt{\frac{2CmCo(1 - r/k)}{r(Cp + Cm)Cp}}} \quad (2.54)$$

Para efectos de poder simplificar la fórmula 2.54 se trabajará independientemente el numerador que se llamará A y el denominador, B. Entonces el numerador queda de la siguiente manera:

$$A = \frac{1}{2} \left\{ Cmr \left(\frac{2CpCo(1 - r/k)}{r(Cp + Cm)Cm} \right) + Cpr \left(\frac{2CmCo(1 - r/k)}{r(Cp + Cm)Cp} \right) \right\} + Co(1 - r/k) \quad (2.55)$$

Haciendo las simplificaciones del caso a la ecuación 2.55 se obtiene:

$$A = \frac{CpCo(1 - r/k)}{(Cp + Cm)} + \frac{CmCo(1 - r/k)}{(Cp + Cm)} + Co(1 - r/k) \quad (2.56)$$

Realizando la suma de fraccionarios se obtiene:

$$A = \frac{CpCo(1 - r/k) + CmCo(1 - r/k) + Co(1 - r/k)(Cp + Cm)}{(Cp + Cm)} \quad (2.57)$$

Factorizando, se obtiene la siguiente ecuación:

$$A = \frac{Co(1 - r/k)(Cp + Cm + Cp + Cm)}{(Cp + Cm)} \quad (2.58)$$

Realizando todas las simplificaciones del caso a la ecuación 2.58; se llega a la ecuación 2.59, que queda de la siguiente manera:

$$A = 2Co(1 - \frac{r}{k}) \quad (2.59)$$

Trabajando el denominador se obtiene lo siguiente:

$$B = \sqrt{\frac{2CpCo(1 - \frac{r}{k})}{r(Cp + Cm)Cm}} + \sqrt{\frac{2CmCo(1 - \frac{r}{k})}{r(Cp + Cm)Cp}} \quad (2.60)$$

Elevando los dos lados al cuadrado se obtiene lo siguiente (recuerde que el lado derecho de la ecuación se convierte en el cuadrado de un binomio; el cual se resuelve como el cuadrado del primer término, más el duplo del primer término por el segundo término, más el cuadrado del segundo término):

$$B^2 = \frac{2CpCo(1 - \frac{r}{k})}{r(Cp + Cm)Cm} + 2\sqrt{\frac{2CpCo(1 - \frac{r}{k})}{r(Cp + Cm)Cm}}\sqrt{\frac{2CmCo(1 - \frac{r}{k})}{r(Cp + Cm)Cp}} + \frac{2CmCo(1 - \frac{r}{k})}{r(Cp + Cm)Cp}$$

Se simplifica el término de la mitad y se obtiene:

$$B^2 = \frac{2CpCo(1 - \frac{r}{k})}{r(Cp + Cm)Cm} + \frac{4Co(1 - \frac{r}{k})}{r(Cp + Cm)} + \frac{2CmCo(1 - \frac{r}{k})}{r(Cp + Cm)Cp} \quad (2.61)$$

Al efectuar la suma de fraccionarios resulta:

$$B^2 = \frac{2Cp^2Co(1 - \frac{r}{k}) + 4CmCpCo(1 - \frac{r}{k}) + 2Cm^2Co(1 - \frac{r}{k})}{r(Cp + Cm)CmCp} \quad (2.62)$$

En la ecuación 2.62, se toma como factor común :

$$B^2 = \frac{2Co(1 - \frac{r}{k})(Cp^2 + 2CmCp + Cm^2)}{r(Cp + Cm)CmCp} \quad (2.63)$$

En el denominador de la ecuación 2.63, en el segundo paréntesis hay un trinomio cuadrado perfecto; por lo cual se obtiene la siguiente expresión:

$$B^2 = \frac{2Co(1 - \frac{r}{k})(Cp + Cm)^2}{r(Cp + Cm)CmCp} \quad (2.64)$$

Y simplificando términos semejantes se llega a:

$$B^2 = \frac{2Co(1 - r/k)(Cp + Cm)}{rCmCp} \quad (2.65)$$

Recordará el lector, que se transformó $Ct = A/B$; y elevando ambos términos al cuadrado se obtiene la siguiente ecuación:

$$Ct^2 = A^2/B^2 \quad (2.66)$$

Al reemplazar las ecuaciones 2.59 y 2.65 en la ecuación 2.66; se genera:

$$Ct^2 = \frac{4Co^2(1 - r/k)^2}{\frac{2Co(1 - r/k)(Cp + Cm)}{rCmCp}} \quad (2.67)$$

Simplificando términos se llega a la siguiente ecuación:

$$Ct^2 = \frac{2rCmCpCo(1 - r/k)}{(Cp + Cm)} \quad (2.68)$$

Por lo tanto la fórmula a emplear para calcular el costo total promedio es la fórmula 2.69; la cual queda de la siguiente manera:

$$Ct = \sqrt{\frac{2rCmCpCo(1 - r/k)}{(Cp + Cm)}} \quad (2.69)$$

Para el cálculo del costo total por unidad de tiempo; a la ecuación 2.69 sólo hay que sumarle el costo variable de fabricación en la misma unidad de tiempo. Esto se realiza mediante la ecuación 2.70.

$$CT = Ct + Cv(r) \quad (2.70)$$

En resumen, las fórmulas a utilizar para la aplicación del modelo de producción con demanda diferida son las que se presentan en la tabla 2.1.

Ejercicio 2.1. Suponga que una fábrica de calzado (compañía Sigma) ha recibido un pedido de su cliente por 43.200 unidades para ser entregadas el próximo año (suponga un año como 360 días), estipulándose que por cada unidad no entregada a tiempo se causa un costo de \$40 por día. El departa-

mento de producción reportó que el costo que se causa por sacar una orden de producción es de \$540.000, mientras que por guardar una unidad en inventario se genera un costo de \$1500 por mes. Establezca la política óptima de producción e inventario si se sabe que la planta tiene capacidad para producir 150 unidades por día y que el costo de producción de cada unidad es de \$250.

Solución: para obtener la solución a este ejercicio primero se estructura la información dada por el mismo:

| | |
|--|----------------------|
| Demanda total del período: | $R = 43200$ uds/año |
| Costo por ordenar una tanda de producción: | $Co = \$540.000$ |
| Costo unitario de penalización: | $Cp = \$40$ ud/día |
| Tasa de producción por unidad de tiempo: | $k=150$ uds/día |
| Costo de producción por unidad: | $Cv = \$250/$ ud. |
| Costo unitario de mantenimiento: | $Cm = \$1500$ ud/mes |

Primero, hay que observar que no toda la información tiene la misma unidad de tiempo, por lo tanto hay que llevar toda la información de tiempo a la misma unidad de tiempo. Para este caso se dejará como unidad de tiempo el día. Se transforman los siguientes parámetros:

| | |
|---------------------------------|------------------------------------|
| Tasa de demanda por día: | $r= 43200/360 = 120$ unidades/día. |
| Costo de mantenimiento por día: | $Cm = 1500/30 = \$50$ ud/día. |

Utilizando las fórmulas obtenidas para el modelo, las cuales están resumidas en la tabla 2.1 se obtienen los siguientes resultados:

Tiempo 2:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2CpCo(1 - \frac{r}{k})}{r(Cp + Cm)Cm}} = \sqrt{\frac{2(40)(540000)(1 - \frac{120}{150})}{120(40 + 50)50}} = 4 \text{ días}$$

Tiempo 1:

$$t_1 = \frac{rt_2}{k - r} = \frac{120(4)}{150 - 120} = 16 \text{ días}$$

Como el lector podrá observar, primero se calculó t_2 y luego si t_1 ; pues, la fórmula de t_1 involucra a t_2 .

Tiempo 3:

$$t_3 = \sqrt{\frac{2CmCo(1 - \frac{r}{k})}{r(Cp + Cm)Cp}} = \sqrt{\frac{2(50)(540000)(1 - \frac{120}{150})}{120(40 + 50)40}} = 5 \text{ días}$$

Tiempo 4:

$$t_4 = \frac{rt_3}{k - r} = \frac{120(5)}{150 - 120} = 20 \text{ días}$$

Superávit:

$$S = \sqrt{\frac{2rCpCo(1 - r/k)}{(Cp + Cm)Cm}} = \sqrt{\frac{2(120)(40)(540000)(1 - 120/150)}{(40 + 50)50}} = 480 \text{ unidades}$$

Déficit:

$$D = \sqrt{\frac{2rCmCo(1 - r/k)}{(Cp + Cm)Cp}} = \sqrt{\frac{2(120)(50)(540000)(1 - 120/150)}{(40 + 50)40}} = 600 \text{ unidades}$$

| Tabla 2.1. Fórmulas del modelo de producción con déficit | |
|--|--|
| Tiempo 1. $t_1 = \frac{rt_2}{k - r}$ | Tiempo 2. $t_2 = \sqrt{\frac{2CpCo(1 - r/k)}{r(Cp + Cm)Cm}}$ |
| Tiempo 3. $t_3 = \sqrt{\frac{2CmCo(1 - r/k)}{r(Cp + Cm)Cp}}$ | Tiempo 4. $t_4 = \frac{rt_3}{k - r}$ |
| Superavit. $S = \sqrt{\frac{2rCpCo(1 - r/k)}{(Cp + Cm)Cm}}$ | Déficit. $D = \sqrt{\frac{2rCmCo(1 - r/k)}{(Cp + Cm)Cp}}$ |
| Cantidad a producir por ciclo. $Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm} \frac{1}{(1 - r/k)} \frac{(Cp + Cm)}{Cp}}$ | Costo total promedio por unidad de tiempo. $Ct = \sqrt{\frac{2rCmCpCo(1 - r/k)}{(Cp + Cm)}}$ |
| Costo total por unidad de tiempo. $CT = Ct + Cv(r)$ | Número de ciclos en el período. $N = R/Q \quad \text{ó} \quad N = T/Tc$ |

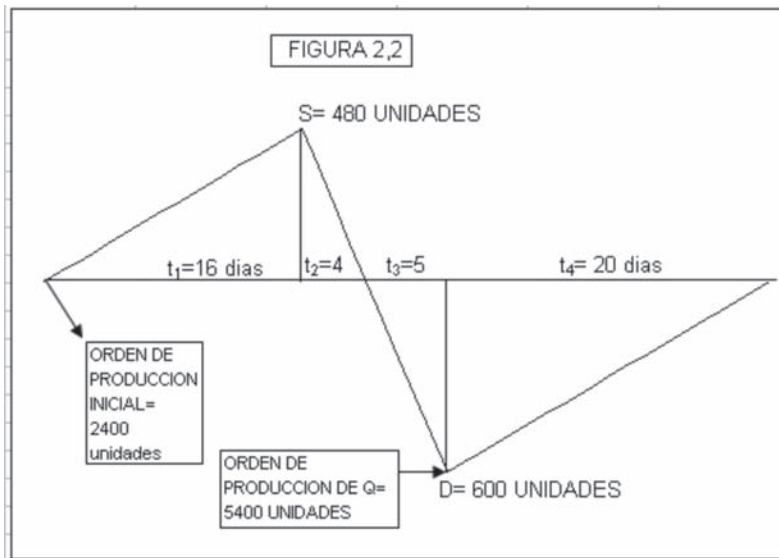
| | |
|---|---|
| Unidades mantenidas por ciclo $UMC = \frac{(t_1 + t_2)S}{2}$ | Unidades penalizadas por ciclo $UPC = \frac{(t_3 + t_4)D}{2}$ |
| Costo de mantenimiento por ciclo $Cmc = \frac{Cm(t_1 + t_2)S}{2}$ | Costo de penalización por ciclo. $Cpc = \frac{Cp(t_3 + t_4)D}{2}$ |
| Tiempo total del ciclo $Tc = t_1 + t_2 + t_3 + t_4$ | |

Cantidad a producir:

$$Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm} \frac{1}{(1 - r/k)} \frac{(Cp + Cm)}{Cp}} = \sqrt{\frac{2(120)(540000)}{50} \frac{1}{(1 - 120/150)} \frac{(40 + 50)}{40}} = 5400 \text{ unidades}$$

Costo total promedio por unidad de tiempo:

$$Ct = \sqrt{\frac{2rCmCpCo(1 - r/k)}{(Cp + Cm)}} = \sqrt{\frac{2(120)(50)(40)(540000)(1 - 120/150)}{(40 + 50)}} = \$24000/\text{día}$$



Análisis de los resultados

Para el análisis de resultados se utilizará la figura 2.2; en donde aparecen todos los resultados obtenidos.

- *Primera orden:* se saca una orden de producción de 2400 unidades, ya que se producirá durante 16 días (tiempo 1) a razón de 150 unidades por día (r).
- *Superávit:* durante el tiempo 1, 16 días se está produciendo a razón de 150 unidades por día y se le está entregando al cliente a razón de 120 unidades por día; por lo que por cada día que transcurra sobran 30 unidades; las cuales se envían al almacén (acumulación de inventario), para que al final de los 16 días haya un inventario o superávit de 480 unidades (30×16). Inmediatamente se llega al inventario máximo, se suspende la producción y durante un tiempo de 4 días (tiempo 2) se presenta sólo entrega de producto al cliente ($r = 120$ unidades por día); razón más que lógica para que al final de estos 4 días se llegue nuevamente al nivel cero de inventario (se ha consumido el superávit).
- *Déficit:* luego de consumido el inventario, viene un tiempo de 5 días (tiempo 3) en donde no hay inventario, pero el cliente sigue pidiendo producto a razón de 120 unidades por día; lo cual genera un déficit al final de este tiempo de 600 unidades (120×5). Luego que se llega al déficit máximo de 600 unidades, se coloca una orden de producción de 5400 unidades, la cual se empieza a producir en ese mismo instante. Según los datos y la figura viene un tiempo de producción de 20 días, en cada uno de los cuales se produce a razón de 150 unidades por día y se entrega producto al cliente a razón de 120 unidades por día. Lo que indica que nuevamente sobran 30 unidades por cada día que transcurra. Estas 30 unidades se le entregan al cliente para ir reduciendo el déficit; es por esto que al final de los 20 días ya no hay deuda, pues en total se le entregan al cliente las 600 unidades adicionales (exactamente el déficit) a la demanda de los 20 días.
- *Cantidad a ordenar producir:* cuando se llega al déficit máximo, se coloca una orden de producción de $Q = 5.400$ unidades. Como se puede observar en la gráfica hay un tiempo de producción de 20 días, en los cuales produciendo a razón de 150 unidades por día da una producción total de 3.000 unidades durante este tiempo. Esto indica que de la orden óptima de producción hacen falta producir 2.400 unidades; que es exac-

tamente la cantidad ordenada a producir en la primera orden; lo cual permite asegurar que de aquí en adelante se repite en forma de ciclos cuantas veces sea necesario. Otra explicación a esto es que produciendo a razón de 150 unidades por día, la orden de producción de 5.400 unidades requiere un total de 36 días, mientras que en el tiempo 4 sólo van consumidos 20 días; es decir falta un total de 16 días, que es justamente el tiempo 1. la cantidad de 5.400 unidades, como se puede observar en la gráfica, cubre la demanda del tiempo 4, además, sobran unidades para satisfacer el déficit (demanda del tiempo 3); su producción también cubre la demanda del tiempo 1 y durante este mismo tiempo está generando el superávit (demanda del tiempo 2). Como conclusión, entonces la cantidad de 5.400 unidades alcanza exactamente para la demanda del ciclo; lo cual se puede comprobar realizando una simple multiplicación (demanda por tiempo del ciclo) así: $120 \times 45 = 5.400$. 45 días es el tiempo del ciclo que sale de sumar los 4 tiempos involucrados en el modelo.

- *Costo total promedio:* con base en los resultados dice que se consumen diariamente \$24.000 (este costo incluye el costo de mantenimiento, el costo de penalización y el costo por ordenar). lo que indica que el costo total promedio en un ciclo es $24.000 \times 45 = \$1.080.000$; mientras que este mismo costo para el período (un año en este caso específico) es de $24.000 \times 360 = \$ 8.640.000$.
- *Costo total promedio con base en la figura:* para hallar el costo total promedio en el ciclo se hace necesario calcular la cantidad de unidades mantenidas y penalizadas en el ciclo. Las unidades mantenidas por ciclo se calculan así:

$$UMC = \frac{(t_1 + t_2)S}{2} = \frac{(16 + 4)480}{2} = 4800 \text{ unidades}, \text{ mientras que las unidades penalizadas se calculan así:}$$

$$UPC = \frac{(t_3 + t_4)D}{2} = \frac{(5 + 20)600}{2} = 7500 \text{ unidades}.$$

Con base en estos resultados el costo total promedio por ciclo se calcula así:

Costo de mantenimiento por ciclo: 4.800 (50) = \$240.000

Costo de penalización por ciclo: 7.500 (40) = \$300 000

Costo fijo o por ordenar por ciclo: 1(540.000) = \$540.000.

Al sumar estos tres costos se obtiene un total de \$1.080.000 por ciclo; que es exactamente el mismo calculado mediante las fórmulas.

- *Cantidad de ciclos*: la cantidad de ciclos o veces que hay que repetir la figura 2.2 para completar un pedido de 43.200 unidades es:

$$N = R/Q = 43200/5400 = 8 \text{ ciclos.}$$

- *Costo total*: para obtener el costo total, al costo total promedio hay que adicionarle el costo variable (costo de producción en este caso). A continuación se presenta el cálculo del costo total para el día, el ciclo y el período así:

$$CT = Ct + Cv(r)$$

$$CT / \text{día} = 24.000 + 250(120) = \$54.000/\text{día}$$

$$CT / \text{ciclo} = 1.080.000 + 250(5.400) = \$2.430.000/\text{ciclo}$$

$$CT / \text{año} = 8.640.000 + 250(43.200) = \$1.9440.000/\text{año}$$

2.2. Modelo de producción sin déficit

2.2.1. Suposiciones del modelo

Para que el modelo garantice su funcionalidad requiere de los siguientes supuestos:

- La demanda se conoce con certeza y ocurre a una tasa constante.
- La tasa de producción es conocida y también ocurre a una tasa constante.
- La tasa de producción debe ser mayor a la tasa de demanda.
- Los costos de producción, mantenimiento y fijo o por ordenar deben ser conocidos y constantes.
- No se permite diferir demanda al futuro.

2.2.2. Parámetros y variables

Junto con su notación, a continuación se relacionan los parámetros y variables involucrados en el modelo:

- T: tiempo total del período u horizonte de planeación.
- R: demanda total del período.
- r: tasa de demanda por unidad de tiempo.
- k: tasa de producción por unidad de tiempo.
- Co: costo por ordenar una tanda de producción.
- S: nivel máximo de inventario o superávit.

- t_1 : tiempo de producción y demanda hasta generar el superávit.
 t_2 : tiempo de demanda hasta consumir el superávit.
 C_m : costo unitario de mantenimiento por unidad de tiempo.
 T_c : tiempo total del ciclo.
 Q : cantidad óptima a producir por ciclo.
 C_v : costo variable por unidad.
 C_t : costo total promedio por unidad de tiempo.
 CT : costo total por unidad de tiempo.
 N : número de ciclos en el período.
 UMC : unidades mantenidas por ciclo.
 C_{mc} : costo de mantenimiento por ciclo.

2.2.3. Estructura del modelo

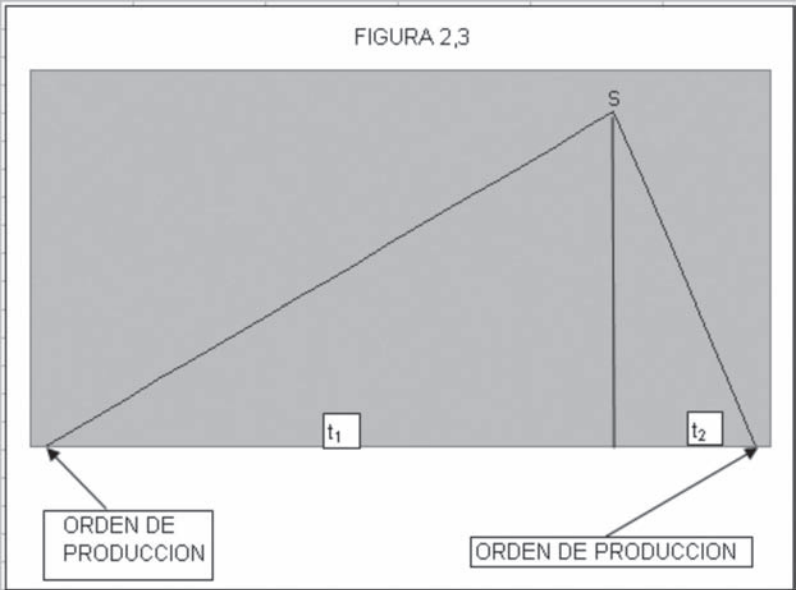
La estructura del modelo supone que se inicia con cero unidades en inventario, que se coloca una orden de producción en ese instante y que dicha orden de producción se completa en t_1 unidades de tiempo; al final de este tiempo en el cual se produce a razón de k unidades por unidad de tiempo y se consume a razón de r unidades por unidad de tiempo, existen en inventario S (inventario máximo) unidades en el inventario. Cuando se llega al nivel de inventario máximo, se suspende la producción y durante un tiempo de t_2 unidades de tiempo solo se suple la demanda, por lo tanto al final de éste tiempo se encuentra nuevamente en el nivel cero de inventario. Cuando se llega nuevamente al inventario cero se coloca una nueva orden de producción. Esto se repite cuantas veces sea necesario para completar la demanda total del período. En la figura 2.3 se presenta la estructura de un ciclo.

2.2.4. Formulación del modelo

Este modelo que no permite déficit, se da debido a que el costo de penalización es muy caro para la empresa y por lo tanto no se puede incurrir en él. Entonces para la estructuración de las fórmulas de este modelo se supone que el costo de penalización tiende al infinito ($C_p \rightarrow \infty$). Teniendo en cuenta esta tendencia se generan las siguientes relaciones:

$$\frac{C_p + C_m}{C_p} \rightarrow 1 \quad \frac{C_p}{C_p + C_m} \rightarrow 1 \quad \frac{\text{constante}}{C_p + C_m} \rightarrow 0$$

Al aplicarle estas relaciones a las fórmulas de la tabla 2.1, se obtiene las fórmulas consignadas en la tabla 2.2.



| Tabla 2.2. Fórmulas del modelo de producción sin déficit | |
|--|---|
| Tiempo 1. $t_1 = \frac{rt_2}{k - r}$ | Tiempo 2. $t_2 = \sqrt{\frac{2Co(1 - r/k)}{rCm}}$ |
| Superavit. $S = \sqrt{\frac{2rCo(1 - r/k)}{Cm}}$ | Cantidad a producir por ciclo. $Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm} \frac{1}{(1 - r/k)}}$ |
| Costo total promedio por unidad de tiempo. $Ct = \sqrt{2rCmCo(1 - r/k)}$ | Costo total por unidad de tiempo. $CT = Ct + Cv(r)$ |
| Número de ciclos en el periodo. $N = R/Q \quad \text{ó} \quad N = T/Tc$ | Unidades mantenidas por ciclo $UMC = \frac{(t_1 + t_2)S}{2}$ |
| Costo de mantenimiento por ciclo $Cmc = \frac{Cm(t_1 + t_2)S}{2}$ | Tiempo total del ciclo $Tc = t_1 + t_2$ |

Tal como se puede observar en las anteriores fórmulas, no aparece el tiempo 3 (tiempo de generación de déficit), tiempo 4 (tiempo de recuperación de déficit) y déficit; ya que todos estos valores son cero al no permitirse demanda diferida.

Ejercicio 2.2. Suponga que una compañía fabricante de sillas ha recibido un pedido de su cliente por 28.800 unidades para ser entregadas el próximo semestre (180 días). El departamento de producción informó que por sacar una orden de producción se causa un costo de \$200.000 y que por guardar una silla en el almacén se genera un costo de \$600 por mes. Si se sabe que el costo de producción de cada silla es de \$125 y que la planta de la compañía tiene capacidad para producir 200 sillas por día; establezca lo siguiente:

- A. Cantidad óptima a producir por ciclo.
- B. Costo total promedio en el período.
- C. Cantidad de órdenes de producción a realizar en el semestre.
- D. Cantidad total de unidades mantenidas por ciclo.

Solución

La información suministrada por la fábrica de sillas es la siguiente:

| | |
|--|---------------------------|
| Demanda total del período: | $R = 28.800$ uds/semestre |
| Costo por ordenar una tanda de producción: | $Co = \$200.000$. |
| Tasa de producción por unidad de tiempo: | $k=200$ uds/día |
| Costo de producción por unidad: | $Cv = \$125/$ ud. |
| Costo unitario de mantenimiento: | $Cm = \$600$ ud/mes |

Primero hay que llevar toda la información de tiempo a la misma unidad de tiempo. Para este caso se dejará como unidad de tiempo el día. Se transforman los siguientes parámetros:

| | |
|---------------------------------|-------------------------------------|
| Tasa de demanda por día: | $r= 28.800/180 = 160$ unidades/día. |
| Costo de mantenimiento por día: | $Cm = 600/30 = \$20$ ud/día. |

Utilizando las fórmulas obtenidas para el modelo, las cuales están resumidas en la tabla 2.2 se obtienen los siguientes resultados:

- A. Cantidad óptima a producir por ciclo: para hallar la cantidad optima a producir por ciclo se utiliza la siguiente fórmula:

$$Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm} \frac{1}{(1 - r/k)}} = \sqrt{\frac{2(160)(200000)}{20} \frac{1}{(1 - 160/200)}} = 4.000 \text{ unidades}$$

B. Costo total promedio en el período. Éste se calcula de la siguiente forma: De tal forma que el costo total promedio en el período es el costo diario multiplicado por 180 días que tiene el período así:

$$Ct = \sqrt{2rCmCo(1 - \frac{r}{k})} = \sqrt{2(160)(20)(200000)(1 - \frac{160}{200})} = \$16.000/\text{día}$$

C. Cantidad de órdenes de producción a realizar en el semestre. La cantidad de órdenes a realizar en el semestre son exactamente la misma cantidad de ciclos; que se calcula de la siguiente manera:

$$N = \frac{R}{Q} = 28.800/4.000 = 7.2\text{ciclos}$$

D. Cantidad total de unidades mantenidas por ciclo. Para calcular la cantidad de unidades mantenidas por ciclo se hace necesario calcular los tiempos y el superávit de la siguiente forma:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2Co(1 - \frac{r}{k})}{rCm}} = \sqrt{\frac{2(200000)(1 - \frac{160}{200})}{160(20)}} = 5\text{días.}$$

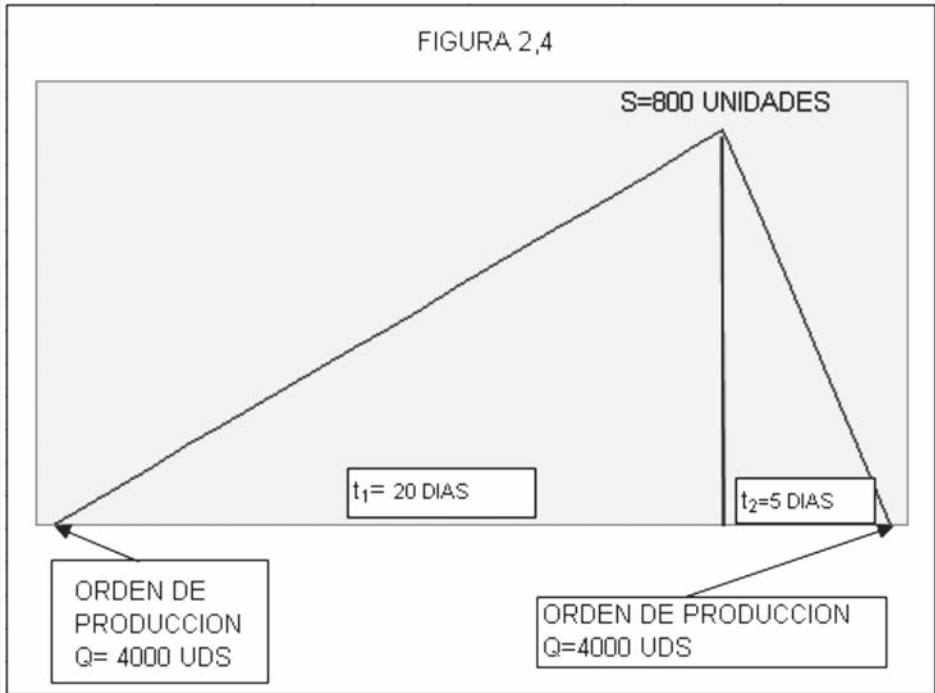
$$t_1 = \frac{rt_2}{k - r} = \frac{160(5)}{200 - 160} = 20\text{días.}$$

$$S = \sqrt{\frac{2rCo(1 - \frac{r}{k})}{Cm}} = \sqrt{\frac{2(160)(200000)(1 - \frac{160}{200})}{20}} = 800\text{unidades}$$

Por lo tanto la cantidad total de unidades mantenidas por ciclo son:

$$UMC = \frac{(t_1 + t_2)S}{2} = \frac{(20 + 5)800}{2} = 10.000\text{unidades}$$

En la figura 2,4 se presenta la estructura gráfica de este ejercicio.



2.3. Modelo de compra sin déficit

Los dos modelos analizados anteriormente suponen una tasa de producción constante; lo cual hace una reposición al inventario uniforme durante los tiempos de producción. En los modelos de compra se supone que el artículo no será producido, sino que será comprado a un proveedor, en cuyo caso la empresa operará como distribuidor de un determinado artículo. También, puede ser el caso de un material auxiliar utilizado en la producción, pero, este material auxiliar es comprado a un proveedor. Este modelo es conocido en algunos textos como el modelo CEP (cantidad económica de pedido), EOQ (economic order quantity) o simplemente como el modelo de dientes de sierra tal como lo muestra la figura 2.5.

2.3.1. Suposiciones del modelo

Para que el modelo garantice su funcionalidad requiere de los siguientes supuestos:

- La demanda se conoce con certeza y ocurre a una tasa constante.
- Los costos de compra, mantenimiento y fijo o por ordenar deben ser conocidos y constantes.

- No se permite diferir demanda al futuro.
- La reposición al inventario se realiza de forma instantánea.

2.3.2. *Parámetros y variables*

Junto con su notación, a continuación se relacionan los parámetros y variables involucrados en el modelo:

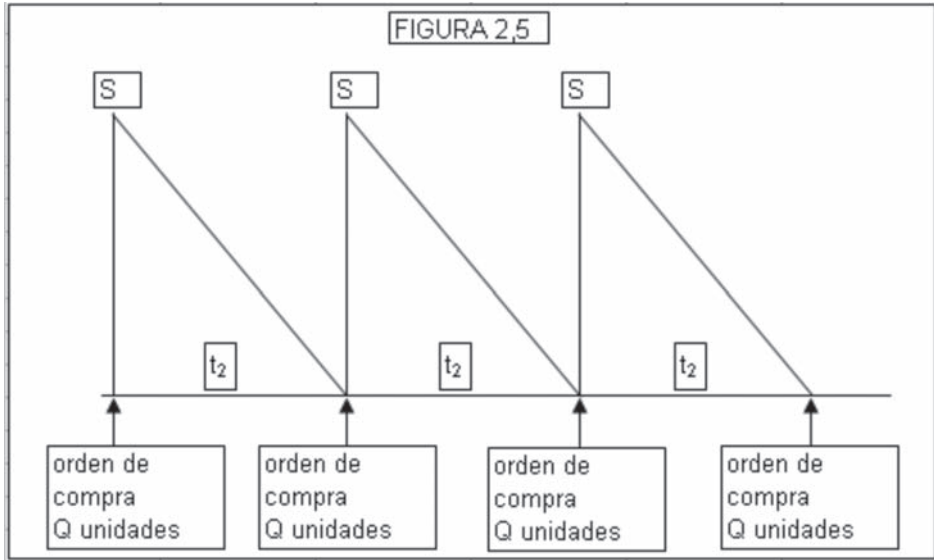
- T: tiempo total del período u horizonte de planeación.
R: demanda total del período.
r: tasa de demanda por unidad de tiempo.
Co: costo por ordenar una tanda de producción.
S: nivel máximo de inventario o superávit.
 t_2 : tiempo de demanda hasta consumir el superávit.
Cm: costo unitario de mantenimiento por unidad de tiempo.
Tc: tiempo total del ciclo.
Q: cantidad óptima a comprar por ciclo.
Cv: costo variable por unidad o costo de adquisición unitario.
Ct: costo total promedio por unidad de tiempo.
CT: costo total por unidad de tiempo.
N: número de ciclos en el período.
UMC: unidades mantenidas por ciclo.
Cmc: costo de mantenimiento por ciclo.

2.3.3. *Estructura del modelo*

La estructura del modelo supone que se inicia con cero unidades en inventario, que se coloca una orden de compra en ese instante y que dicha cantidad incrementa el inventario instantáneamente (se llega de una sola vez al inventario máximo o superávit); seguidamente, el producto se consume a razón de r unidades por unidad de tiempo hasta llegar al nivel cero de inventario (se consume totalmente el superávit). En este momento se coloca una nueva orden de compra, la cual incrementa el inventario instantáneamente. Así se repite la estructura sucesivamente hasta completar la demanda total del período. En la figura 2.5 (*página siguiente*) se presenta la estructura para este modelo.

2.3.4. *Formulación del modelo*

Este modelo no permite déficit al igual que el modelo anterior; por lo tanto para establecer la formulación del modelo se tomará como base el modelo de producción sin déficit, ajustándole a éste el aspecto de reposición instantánea



(compra) del artículo, en lugar de la tasa constante de producción. Suponer que la reposición al inventario se realiza de forma instantánea es asumir que la tasa de producción tiende al infinito (se repone una cantidad grande en un instante muy pequeño de tiempo); por lo tanto se tiene que $k \rightarrow \infty$. Teniendo en cuenta esta tendencia, entonces la relación $(r/k) \rightarrow 0$, y por lo tanto la expresión $(1 - r/k) \rightarrow 1$. Aplicando estas modificaciones a las fórmulas de la tabla 2.2; se generan las fórmulas de este modelo, las cuales se presentan en la tabla 2.3. Obsérvese, que el tiempo 1 desaparece (tiempo de producción), ya que k está en el denominador de la expresión y hace que el tiempo tienda a cero.

Para calcular el costo total óptimo en cualquier unidad de tiempo, también se puede utilizar la siguiente ecuación:

$$CT = Cv(R) + Co\left(\frac{R}{Q}\right) + Cm\left(\frac{Q}{2}\right) \quad (2.71)$$

Como se puede observar se utiliza R (demanda total del período) en la fórmula; esto no quiere decir que solo se pueda calcular el costo para el período, sino que hay que tener en cuenta la uniformidad en la unidad de tiempo a utilizar en toda la fórmula; esto es utilizar la misma unidad de tiempo en la demanda y costo de mantenimiento. En la ecuación 2.71 R/Q es la cantidad de ciclos en la unidad de tiempo tomada y $Q/2$ es el inventario promedio.

| TABLA 2.3. FÓRMULAS DEL MODELO DE COMPRA SIN DÉFICIT | |
|---|--|
| Tiempo 2 $t_2 = \sqrt{\frac{2Co}{rCm}}$ | Superavit $S = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm}}$ |
| Cantidad a pedir por ciclo $Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm}}$ | Costo total promedio por unidad de tiempo $Ct = \sqrt{2rCmCo}$ |
| Costo total por unidad de tiempo $CT = Ct + Cv(r)$ | Número de ciclos en el período |
| Unidades mantenidas por ciclo $UMC = \frac{t_2 S}{2}$ | Costo de mantenimiento por ciclo $Cmc = \frac{Cm t_2 S}{2}$ |
| Tiempo total del ciclo $Tc = t_2$ | |

Ejercicio 2.3. Suponga que en el proceso de producción de una fábrica de puertas se consume un tipo de bisagra especial, la cual la empresa compra a \$280 por unidad. Además, se ha establecido que por ordenar una compra de bisagras se causa un costo de \$196.000 y por guardar una bisagra en el almacén se genera un costo de \$70 por semana. Si se sabe que el proceso de producción de puertas consume 17500 bisagras en el próximo año (Suponga año de 50 semanas), establezca lo siguiente:

- Tiempo del ciclo del inventario.
- Cantidad óptima a comprar. $N = R/Q$ ó $N = T/Tc$
- Costo total promedio por semana.
- Cantidad de ciclos en el período.
- Costo total anual óptimo.

Solución

La información suministrada por la fábrica de puertas es la siguiente:

Demanda total del período: $R = 17.500$ uds/año.

Costo por ordenar una compra: $Co = \$196.000$.
 Costo de adquisición por unidad: $Cv = \$280/\text{ud.}$
 Costo unitario de mantenimiento: $Cm = \$70 \text{ ud/semana}$

Primero hay que llevar toda la información de tiempo a la misma unidad de tiempo. Para este caso se dejará como unidad de tiempo la semana, por lo tanto hay que transformar la demanda de la siguiente forma:

Tasa de demanda por semana: $r = 17.500/50 = 350 \text{ uds/semana}$.

Utilizando las fórmulas obtenidas para el modelo, las cuales están resumidas en la tabla 2.3 se obtienen los siguientes resultados:

A. Tiempo del ciclo del inventario. El tiempo total del ciclo del inventario para este caso, es únicamente el tiempo 2, el cual se calcula a continuación:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2Co}{rCm}} = \sqrt{\frac{2(196.000)}{350(70)}} = 4 \text{ semanas}$$

B. Cantidad óptima a comprar: la cantidad óptima a comprar es la cantidad óptima a ordenar en un ciclo y se determina de la siguiente manera:

$$Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm}} = \sqrt{\frac{2(350)(196.000)}{70}} = 1400 \text{ unidades}$$

El lector observará que la cantidad óptima a comprar y el superávit para este modelo son las mismas; debido a la reposición instantánea, ya que el pedido Q , llega cuando el inventario se encuentra en cero e inmediatamente incrementa en esta cantidad.

C. Costo total promedio por semana: utilizando la fórmula de costo total promedio se obtiene lo siguiente:

$$Ct = \sqrt{2rCmCo} = \sqrt{2(350)(70)(196.000)} = \$98.000/\text{semana}.$$

D. Cantidad de ciclos en el período: para establecer la cantidad de ciclos en el período de 50 semanas (1 año), se utiliza la fórmula de la siguiente manera:

$$N = R/Q = 17.500/1.400 = 12.5 \text{ ciclos}$$

E. Costo total anual óptimo: utilizando la fórmula de la tabla 2.3 se obtiene lo siguiente:

$CT = Ct + Cv(r) = 98.000 + 280(350) = \$196.000/\text{semana}$. Por lo tanto el costo total anual óptimo se obtiene multiplicando el costo semanal por 50 semanas que se consideran en el horizonte de planeación de un año así:

$$CT/\text{anual} = 196000 * 50 = \$9800000/\text{año}$$

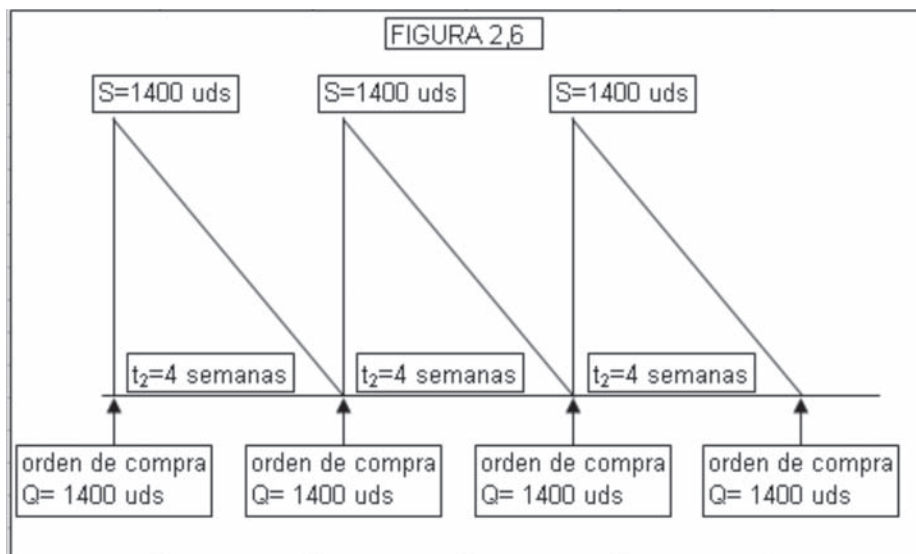
Otra forma de calcular el costo total anual óptimo es utilizando la ecuación 2.71 de la siguiente manera.

$$CT = Cv(R) + Co\left(\frac{R}{Q}\right) + Cm\left(\frac{Q}{2}\right)$$

$$CT = 280(17.500) + 196.000\left(\frac{17.500}{1.400}\right) + 3500\left(\frac{1.400}{2}\right) = \$9.800.000/\text{año}.$$

Obsérvese, que los dos valores dan exactamente iguales. El 3.500 utilizado en la fórmula es el costo de mantenimiento expresado en un año.

La figura 2.6 representa la estructura para este ejemplo.



2.4. Modelo de compra con déficit

2.4.1. Suposiciones del modelo

Para que el modelo garantice su funcionalidad requiere de los siguientes supuestos:

- La demanda se conoce con certeza y ocurre a una tasa constante.
- Los costos de adquisición de cada unidad, mantenimiento, penalización y fijo o por ordenar deben ser conocidos y constantes.
- Se permite diferir demanda al futuro.
- La reposición al inventario se hace instantáneamente.

2.4.2. *Parámetros y variables*

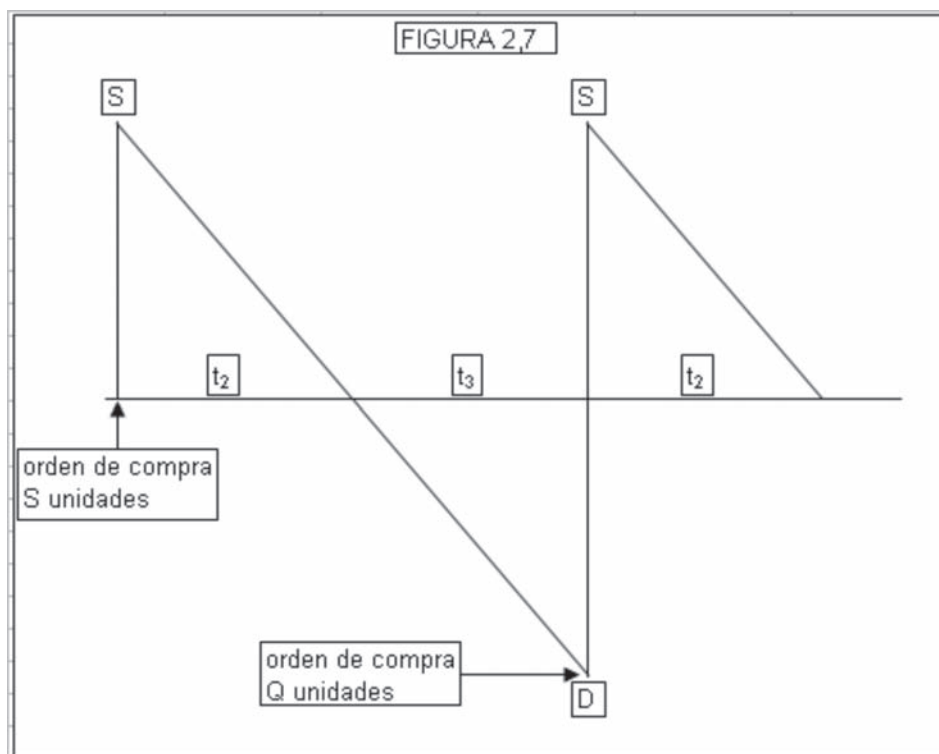
Junto con su notación, a continuación se relacionan los parámetros y variables involucrados en el modelo:

- T: tiempo total del período u horizonte de planeación.
- R: demanda total del período.
- r: tasa de demanda por unidad de tiempo.
- Co: costo por ordenar una compra.
- S: nivel máximo de inventario o superávit.
- t_2 : tiempo de demanda hasta consumir el superávit.
- Cm: costo unitario de mantenimiento por unidad de tiempo.
- D: déficit máximo.
- t_3 : tiempo de demanda hasta generar el déficit.
- Tc: tiempo total del ciclo.
- Cp: costo unitario de penalización por unidad de tiempo.
- Q: cantidad óptima a comprar por ciclo.
- Cv: costo variable o de adquisición por unidad.
- Ct: costo total promedio por unidad de tiempo.
- CT: costo total por unidad de tiempo.
- N: número de ciclos en el período.
- UMC: unidades mantenidas por ciclo.
- Cmc: costo de mantenimiento por ciclo.
- UPC: unidades penalizadas por ciclo.
- Cpc: costo de penalización por ciclo.

2.4.3. *Estructura del modelo*

La estructura del modelo supone que se inicia con cero unidades en inventario, que se coloca una orden de producción por S unidades en ese instante. Como se supone que la reposición es instantánea, entonces el inventario sube a exactamente la cantidad pedida (superávit). A partir de ese momento durante un tiempo de t_2 unidades de tiempo se cumple con la demanda del cliente, por lo tanto al final de éste tiempo se encuentra nuevamente en el nivel cero de inventario. A partir de este instante se sigue causando demanda por parte

del cliente, la cual no es satisfecha por falta de inventario; esto sucede durante t_3 unidades de tiempo, al final del cual se acumula una deuda de unidades con el cliente (déficit máximo). En este instante se coloca una nueva orden de compra por Q unidades; de las cuales se toma la cantidad D (déficit) y se le entregan inmediatamente al cliente para satisfacer la deuda. Las unidades restantes (exactamente S , superávit) se envían al almacén para efectos de satisfacer nuevamente la demanda del tiempo 2, tal como se observa en la figura 2.7, la cantidad ordenada a comprar (Q) es exactamente igual a la suma del superávit (S) más el déficit (D). De aquí en adelante se repite cíclicamente la misma estructura, colocando un pedido de Q unidades cada vez que se llega al déficit máximo, hasta satisfacer la demanda total del período. En la figura 2.7 se presenta la estructura de este modelo.



2.4.4. Formulación del modelo

Este modelo permite déficit; por lo tanto para establecer la formulación del modelo se tomará como base el modelo de producción con déficit, ajustándole a éste el aspecto de reposición instantánea (compra) del artículo, en lugar de la

tasa constante de producción. Suponer que la reposición al inventario se realiza de forma instantánea es asumir que la tasa de producción tiende al infinito (se repone una cantidad grande en un instante muy pequeño de tiempo); por lo tanto se tiene que $k \rightarrow \infty$. Teniendo en cuenta esta tendencia, entonces la relación $(r/k) \rightarrow 0$, y por lo tanto la expresión $(1 - r/k) \rightarrow 1$. Aplicando estas modificaciones a las fórmulas de la tabla 2.1; se generan las fórmulas de este modelo, las cuales se presentan en la tabla 2.4. Obsérvese, que el tiempo 1 y tiempo 4 desaparecen (tiempos de producción), ya que k está en el denominador de la expresión y hace que el tiempo tienda a cero.

| TABLA 2.4. FÓRMULAS DEL MODELO DE COMPRA CON DÉFICIT | |
|---|---|
| Tiempo 2 $t_2 = \sqrt{\frac{2CpCo}{r(Cp + Cm)Cm}}$ | Tiempo 3. $t_3 = \sqrt{\frac{2CmCo}{r(Cp + Cm)Cp}}$ |
| Superavit. $S = \sqrt{\frac{2rCpCo}{(Cp + Cm)Cm}}$ | Déficit. $D = \sqrt{\frac{2rCmCo}{(Cp + Cm)Cp}}$ |
| Cantidad a comprar por ciclo. $Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm} \frac{(Cp + Cm)}{Cp}}$ | Costo total promedio por unidad de tiempo. $Ct = \sqrt{\frac{2rCmCpCo}{(Cp + Cm)}}$ |
| Costo total por unidad de tiempo. $CT = Ct + Cv(r)$ | Número de ciclos en el periodo. $N = R/Q \quad N = T/Tc$ |
| Unidades mantenidas por ciclo $UPC = \frac{t_3 D}{2}$ | Unidades penalizadas por ciclo $UPC = \frac{t_3 D}{2}$ |
| Costo de mantenimiento por ciclo $Cmc = \frac{Cmt_2 S}{2}$ | Costo de penalización por ciclo. $UPC = \frac{t_3 D}{2}$ |
| Tiempo total del ciclo $Tc = t_2 + t_3$ | |

Ejercicio 2.4. La compañía MERCURIO distribuye un artículo, el cual

compra a un proveedor a \$712 por unidad. Además, ha establecido que por colocar una orden compra de dicho artículo se genera un costo de \$625.000 y que por guardar unidades en almacén se causa un costo de \$1.200 mensuales por unidad. Si se sabe que se tiene un pedido de un cliente por 60.000 unidades para ser entregadas en los próximos 8 meses y que por cada unidad que no se entregue a tiempo se causa un costo de \$10 por día; evalúe lo siguiente: (suponga mes de 30 días).

- A. Cantidad óptima a comprar por ciclo.
- B. Frecuencia de la colocación de los pedidos.
- C. Inventario máximo.
- D. Déficit máximo
- E. Unidades mantenidas por ciclo.
- F. Unidades penalizadas por ciclo.

Solución

La información suministrada por la compañía MERCURIO es la siguiente:

| | |
|----------------------------------|---|
| Demanda total del período: | $R = 60.000 \text{ uds}/8 \text{ meses.}$ |
| Costo por ordenar una compra: | $Co = \$625.000.$ |
| Costo de adquisición por unidad: | $Cv = \$712/ \text{ud.}$ |
| Costo unitario de mantenimiento: | $Cm = \$1.200 \text{ ud}/\text{mes.}$ |
| Costo unitario de penalización: | $Cp = \$10 \text{ ud}/\text{día}$ |

Primero hay que llevar toda la información de tiempo a la misma unidad de tiempo. Para este caso se dejará como unidad de tiempo el día, por lo tanto hay que transformar la demanda y costo de mantenimiento de la siguiente forma:

| | |
|----------------------------------|--|
| Tasa de demanda por día: | $r = 60.000/240 = 250 \text{ uds}/\text{día.}$ |
| Costo unitario de mantenimiento: | $Cm = 1.200/30 = \$40 \text{ ud}/\text{día.}$ |

Utilizando las fórmulas obtenidas para el modelo, las cuales están resumidas en la tabla 2.4 se obtienen los siguientes resultados:

- A. Cantidad óptima a comprar por ciclo: se establece así:

$$Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm} \frac{(Cp + Cm)}{Cp}} = \sqrt{\frac{2(250)(625.000)}{40} \frac{(10 + 40)}{10}} = 6.250 \text{ unidades.}$$

- B. Frecuencia de la colocación de los pedidos: Para evaluar la frecuencia de

la colocación de los pedidos se debe calcular el tiempo del ciclo, por lo cual se requiere calcular t_2 y t_3 de la siguiente manera:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2C_p C_o}{r(C_p + C_m)C_m}} = \sqrt{\frac{2(10)(625.000)}{250(10 + 40)(40)}} = 5 \text{ días.}$$

$$t_3 = \sqrt{\frac{2C_m C_o}{r(C_p + C_m)C_p}} = \sqrt{\frac{2(40)(625.000)}{250(10 + 40)10}} = 20 \text{ días.}$$

$$T_c = t_2 + t_3 = 5 + 20 = 25 \text{ días.}$$

Lo anterior indica que la frecuencia de los pedidos debe ser cada 25 días; es decir que cada 25 días se debe hacer un pedido de 6.250 unidades.

C. Inventario máximo: el inventario máximo representa el superávit, el cual se calcula de la siguiente manera:

$$S = \sqrt{\frac{2rC_p C_o}{(C_p + C_m)C_m}} = \sqrt{\frac{2(250)(10)625.000}{(10 + 40)40}} = 1250 \text{ unidades.}$$

D. Déficit máximo: calculado mediante su fórmula se obtiene:

$$D = \sqrt{\frac{2rC_m C_o}{(C_p + C_m)C_p}} = \sqrt{\frac{2(250)(40)(625.000)}{(10 + 40)10}} = 5000 \text{ unidades.}$$

E. Unidades mantenidas por ciclo. Las unidades mantenidas por ciclo representan lo siguiente:

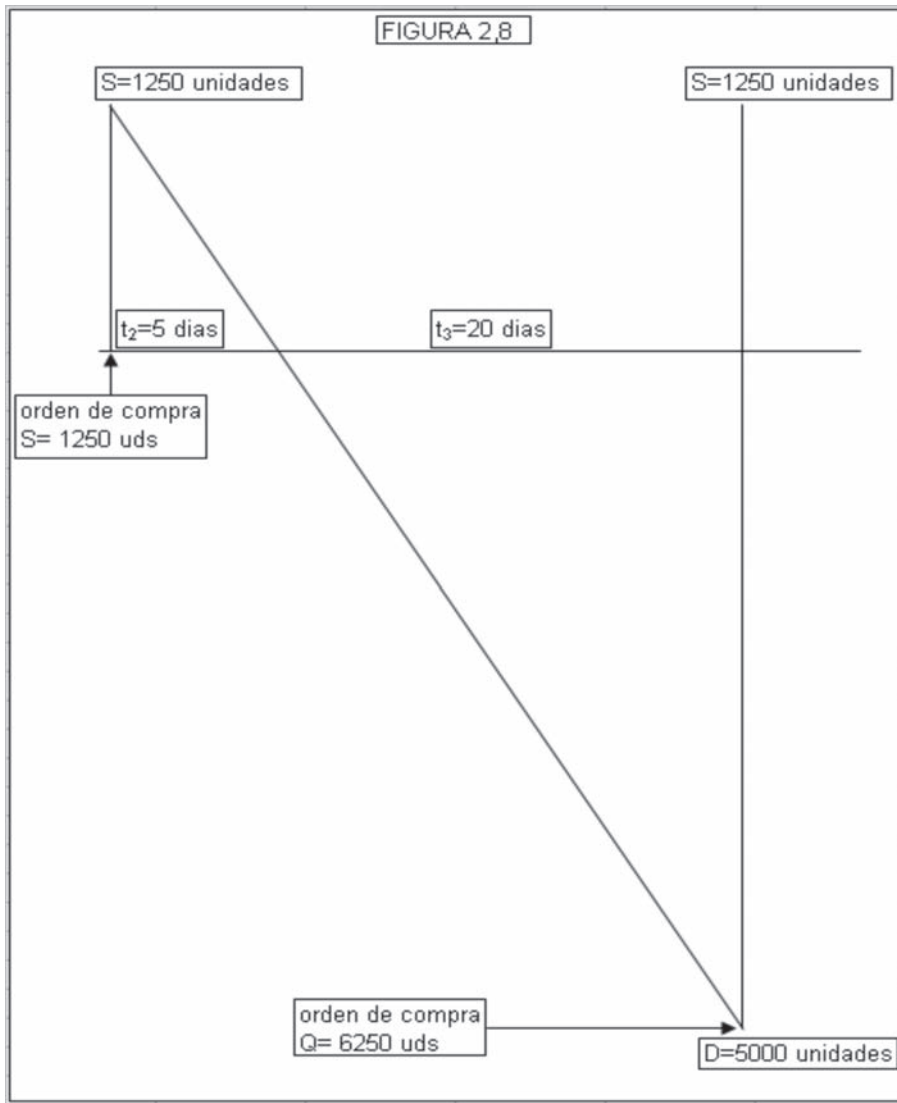
$$UMC = \frac{t_2 S}{2} = \frac{5(1250)}{2} = 3125 \text{ unidades.}$$

F. Unidades penalizadas por ciclo: la cantidad total de unidades penalizadas por ciclo son las siguientes:

$$UPC = \frac{t_3 D}{2} = \frac{20(5.000)}{2} = 50.000 \text{ unidades.}$$

En la figura 2.8 se presenta la estructura de este ejercicio específico.

2.5. Modelo con descuentos por cantidad



En algunas empresas los proveedores ofrecen a sus clientes descuentos en el valor unitario del producto a fin de vender más cantidad, pero esto no siempre se debe aceptar ya que lo ganado por el descuento se puede estar perdiendo en costos de mantenimiento, lo que hace que se deba realizar un análisis detallado de los costos para evaluar si se aceptan o no estos descuentos. Además, antes

de aceptar un descuento se deben evaluar situaciones tales como: si hay bodega suficiente para almacenar los pedidos grandes y si se cuenta con el dinero suficiente para cancelar un pedido en cantidad mayor a la presupuestada.

Recuerde que los modelos revisados hasta ahora suponían un costo unitario constante y que no variaba con la cantidad pedida; razón por la cual no influía en ningún tipo de decisión. Aquí se evaluarán dos ejemplos (ejercicio 2.5 y ejercicio 2.6) para tipificar dos situaciones de descuentos: la primera cuando se da una tabla de descuentos con un costo variable fijo para cada intervalo de cantidades y la segunda cuando el costo de mantenimiento se expresa como un porcentaje del costo variable del artículo.

2.5.1. Suposiciones del modelo

Para que el modelo garantice su funcionalidad requiere de los siguientes supuestos:

- La demanda se conoce con certeza y ocurre a una tasa constante.
- Los costos de adquisición de cada unidad, mantenimiento y fijo o por ordenar deben ser conocidos y constantes.
- No se permite diferir demanda al futuro.
- La reposición al inventario se hace instantáneamente.
- Se debe utilizar exclusivamente para compras; por lo tanto se basa en la estructura del modelo de compra sin déficit.

2.5.2. Parámetros y variables

Junto con su notación, a continuación se relacionan los parámetros y variables involucrados en el modelo:

| | |
|-----|---|
| T: | tiempo total del periodo u horizonte de planeación. |
| R: | demanda total del período. |
| r: | tasa de demanda por unidad de tiempo. |
| Co: | costo por ordenar una compra. |
| S: | nivel máximo de inventario o superávit. |
| t2: | tiempo de demanda hasta consumir el superávit. |
| Cm: | costo unitario de mantenimiento por unidad de tiempo. |
| Tc: | tiempo total del ciclo. |
| Q: | cantidad óptima a comprar por ciclo. |
| Cv: | costo variable o de adquisición por unidad. |
| CT: | costo total por unidad de tiempo. |

- N: número de ciclos en el período.
 UMC: unidades mantenidas por ciclo.
 Cmc: costo de mantenimiento por ciclo.

2.5.3. Estructura del modelo

La estructura del modelo es equivalente a la estructura del modelo de compra sin déficit; la diferencia radica en que aquí se debe establecer primero la cantidad que represente el menor costo con base en la tabla de descuentos dada por el proveedor. Después de hallada la cantidad si se pueden establecer parámetros como el tiempo del ciclo, superávit, unidades mantenidas por ciclo y costos totales.

2.5.4. Formulación del modelo

Para este modelo no se pueden establecer fórmulas específicas hasta tanto no se conozca la cantidad Q que genera el costo mínimo total; sin embargo se pueden mencionar las siguientes fórmulas:

- Fórmula para cantidad:

$$Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm}}$$

- Fórmula para calcular el costo total:

$$CT = Cv(R) + Co\left(\frac{R}{Q}\right) + Cm\left(\frac{Q}{2}\right)$$

- Fórmula para el tiempo entre pedidos o tiempo del ciclo:

$$t = Q^* / r$$

- Fórmula para establecer el numero de ciclos cantidad de pedidos:

$$N = R / Q^*$$

Ejercicio 2.5. Una serviteca ha determinado que el costo por mantener una llanta en el almacén es \$75 por semestre y que el costo que se causa por sacar una orden de compra es de \$60.000. ¿Qué cantidad se debe ordenar comprar? si se tiene un pedido de 10.000 llantas para el próximo semestre y el proveedor de la serviteca ofrece los siguientes costos por unidad dependiendo de la cantidad ordenada:

- Para cantidades menores o iguales a 1499 unidades tiene un costo de \$50.
- Para cantidades entre 1500 y 2999 unidades tiene un costo de \$45.
- Para cantidades entre 3000 y 4499 unidades tiene un costo de \$40.
- Para cantidades entre 4500 y 5999 unidades tiene un costo de \$36.
- Para cantidades entre 6000 y 7499 unidades tiene un costo de \$32.
- Para cantidades iguales o superiores a 7.500 unidades tiene un costo de \$25.

Solución

La serviteca ofrece la siguiente información acerca del producto:

| | |
|-------------------------------|--------------------------------|
| Costo de mantenimiento: | $C_m = \$75$ llanta/semestre. |
| Costo por ordenar una compra: | $C_o = \$60000$. |
| Demanda del período: | $R = 10.000$ llantas/semestre. |

La información de descuentos se transcribe en la tabla 2.5.

| TABLA 2.5 | | |
|-----------|--------------------|--------------------------|
| INTERVALO | CANTIDAD DE PEDIDO | COSTO UNITARIO (C_v) |
| 1 | 0 a 1499 | \$50 |
| 2 | 1500 a 2999 | \$45 |
| 3 | 3000 a 4499 | \$40 |
| 4 | 4500 a 5999 | \$36 |
| 5 | 6000 a 7499 | \$32 |
| 6 | 7500 ó mas | \$25 |

Este ejercicio describe la primera situación de un modelo de inventarios aplicado a compras con descuentos en los precios dependiendo de la cantidad pedida; que es cuando se cuenta con un costo del artículo para cada intervalo de cantidad y el costo de mantenimiento permanece constante a través de todos los intervalos. Para este tipo de aplicaciones se recomienda llevar el siguiente procedimiento:

- Paso 1: determinar las cantidades que sean necesarias, dependiendo de los diferentes intervalos. Algunas se realizan con la ecuación de cantidad de la tabla 2.3, la cual se transcribe a continuación:

$$Q = \sqrt{\frac{2rC_o}{C_m}}$$

- Paso 2: establecer el costo total para cada cantidad establecida en el paso 1 con base en la ecuación 2.71, que se transcribe a continuación:

$$CT = Cv(R) + Co\left(\frac{R}{Q}\right) + Cm\left(\frac{Q}{2}\right)$$

- Paso 3: con base en el costo mínimo de todos los costos evaluados en el paso 2; se determina la cantidad óptima a pedir (Q^*).
- Paso 4: se establece el tiempo del ciclo o tiempo entre pedidos con base en la ecuación:

$$t = Q^* / r$$

- Paso 5: establecer la cantidad de pedidos (ciclos) a realizar en el horizonte de planeación mediante la siguiente ecuación:

$$N = R / Q^*$$

Aplicando el procedimiento anterior se tiene lo siguiente:

- Paso 1: para el tipo de información de este ejercicio se calcula inicialmente una sola cantidad Q mediante la fórmula:

$$Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm}} = \sqrt{\frac{2(10.000)(60.000)}{75}} = 4000 \text{ unidades.}$$

Esta cantidad de 4.000 unidades se encuentra en el tercer intervalo; lo cual hace que para los intervalos 1 y 2 no se deba hacer ninguna evaluación, ya que en estos intervalos la suma entre costo fijo y costo de mantenimiento es más elevada que en la cantidad de 4.000 y el costo variable es más costoso. Por lo tanto el costo total en esos dos intervalos siempre será más alto. En los otros intervalos (4, 5 y 6); a pesar de que la suma entre costo de mantenimiento y fijo es más elevada, si se hace necesario realizar la evaluación del costo total, ya que en estos son menores a los del intervalo donde cae $Q = 4.000$ unidades; y es posible que la baja en el costo del artículo absorba el incremento generado por la suma del costo de mantenimiento más costo fijo. De esta manera las cantidades a evaluar son las siguientes:

$$Q_3 = 4000 \text{ unidades.}$$

$$Q_4 = 4500 \text{ unidades.}$$

$$Q_5 = 6000 \text{ unidades.}$$

$$Q_6 = 7500 \text{ unidades.}$$

El subíndice que se colocó a Q corresponde al intervalo correspondiente y las últimas 3 cantidades se establecen con base en la cantidad dentro del respectivo intervalo más cerca de Q = 4.000 unidades.

• Paso 2: establecer el costo total para cada cantidad establecida en el paso 1 con base en la ecuación 2.71, que se transcribe a continuación:

$$CT = C_v(R) + C_o\left(\frac{R}{Q}\right) + C_m\left(\frac{Q}{2}\right)$$

Los costos para estas cantidades son los siguientes:

$$CT_3 = 40(10.000) + 60.000\left(\frac{10.000}{4.000}\right) + 70\left(\frac{4.000}{2}\right) = \$700.000/\text{semestre}.$$

$$CT_4 = 36(10.000) + 60.000\left(\frac{10.000}{4.500}\right) + 70\left(\frac{4.500}{2}\right) = \$662.083.33/\text{semestre}.$$

$$CT_5 = 32(10.000) + 60.000\left(\frac{10.000}{6.000}\right) + 70\left(\frac{6.000}{2}\right) = \$645.000/\text{semestre}.$$

$$CT_6 = 25(10.000) + 60.000\left(\frac{10.000}{7.500}\right) + 70\left(\frac{7.500}{2}\right) = \$611.250/\text{semestre}.$$

- Paso 3: el costo mínimo de todos los costos evaluados en el paso 2 es \$611.250, que corresponde a una cantidad óptima de 7.500 unidades.
- Paso 4: El tiempo del ciclo o tiempo entre pedidos para la cantidad óptima se establece así:

$$t = 7.500/10.000 = 0.75\text{semestres} = 4.5\text{meses}$$

- Paso 5: La cantidad de pedidos (ciclos) a realizar en el horizonte de planeación se establece de la siguiente manera: $N = 10.000/7.500 = 1.333333\text{pedidos}$ en el horizonte de planeación de un semestre.

En conclusión se debe realizar un pedido de 7.500 llantas cada 4.5 meses para obtener un costo total mínimo semestral de \$611.250; realizando en total 1.33333 pedidos en el semestre.

Ejercicio 2.6: Una fábrica de muebles consume en su proceso de producción un tipo especial de tornillo. El consumo anual de este tipo de tornillo se ha establecido en 5.000 unidades y que el costo que se genera por sacar una orden de compra de tornillos es \$50.000. Además, se sabe que el proveedor

ofrece un precio dependiendo de la cantidad comprada tal como se muestra en la tabla 2.6. ¿Cuánto debe ser la cantidad óptima a pedir al proveedor? si se sabe que el costo por conservar inventario se ha establecido en el 20% anual sobre el costo del artículo.

| TABLA 2.6 | | |
|-----------|--------------------|---------------------|
| INTERVALO | CANTIDAD DE PEDIDO | COSTO UNITARIO (Cv) |
| 1 | 0 a 1499 | \$130 |
| 2 | 1500 a 2999 | \$120 |
| 3 | 3000 a 4499 | \$110 |
| 4 | 4500 a 5999 | \$100 |
| 5 | 6000 a 7499 | \$90 |
| 6 | 7500 a 8999 | \$80 |
| 7 | 9000 a más | \$70 |

Solución.

La fábrica de muebles ofrece la siguiente información acerca del producto:

- Costo de mantenimiento: $C_m = 20\%$ anual sobre el costo.
- Costo por ordenar una compra: $C_o = \$50.000$.
- Demanda del período: $R = 5.000$ tornillos/año.

Este ejercicio describe la segunda situación de un modelo de inventarios aplicado a compras con descuentos en los precios dependiendo de la cantidad pedida; que es cuando se cuenta con un costo del artículo para cada intervalo de cantidad y el costo de mantenimiento se calcula con base en un porcentaje del costo del artículo; lo que indica que se determinará un costo de mantenimiento diferente para cada intervalo. Para este tipo de aplicaciones se recomienda efectuar el siguiente procedimiento:

- Paso 1: determinar la cantidad Q para cada intervalo. Esto se puede realizar de dos formas así: la primera es aplicando la fórmula $Q = \sqrt{\frac{2rC_o}{iC_v}}$, donde i representa el porcentaje del costo variable que cuesta el mantenimiento de cada unidad y la segunda forma es calculando independientemente el costo de mantenimiento para cada intervalo y aplicando la misma fórmula utilizada en el modelo de compra sin déficit; ésta es:
$$Q = \sqrt{\frac{2rC_o}{C_m}}$$

- Paso 2: establecer qué cantidades de las establecidas en el paso 1 no se deben evaluar y cuáles se deben modificar teniendo en cuenta el siguiente criterio: las cantidades que queden por encima de su intervalo no se evaluarán, ya que su costo total siempre será más elevado que cualquier otra cantidad que caiga inferior a su rango o dentro de él. Las cantidades que queden por debajo del intervalo del costo para el cual se haya evaluado, se ajusta la cantidad a pedir al límite inferior del intervalo correspondiente. Vale la pena anotar que las cantidades que sí queden dentro de su intervalo no se modifican.
- Paso 3: con base en las cantidades establecidas en el paso anterior, calcular los costos para cada intervalo con base en la fórmula siguiente:

$$CT = C_v(R) + C_o\left(\frac{R}{Q}\right) + C_m\left(\frac{Q}{2}\right)$$

- Paso 4: establecer el costo mínimo de todos los evaluados y con base en él automáticamente se establece la cantidad óptima a pedir Q^* .
- Paso 5: se establece el tiempo del ciclo o tiempo entre pedidos con base en la ecuación: $t = \frac{Q^*}{r}$
- Paso 6: establecer la cantidad de pedidos (ciclos) a realizar en el horizonte de planeación mediante la siguiente ecuación: $N = \frac{R}{Q^*}$

Aplicando el anterior procedimiento al ejercicio 2.6, se tiene lo siguiente:

- Paso 1 y paso 2: para determinar las cantidades Q para cada intervalo, primero se calcula el costo de mantenimiento para cada intervalo y luego si se aplica la fórmula de cantidad. $Q = \sqrt{\frac{2rC_o}{C_m}}$ con base en los resultados de estas cantidades se realizan los ajustes a las misma dependiendo del caso. Esta información se presenta en la tabla 2.7.

| INTERVALO | CANTIDAD | C_v | C_m/ud | Q CALCULADO | Q AJUSTADO |
|-----------|---------------|-------|----------|-------------|------------|
| 1 | 0 a 1.499 | \$130 | \$26 | 4.385.29 | NO EVALUAR |
| 2 | 1.500 a 2.999 | \$120 | \$24 | 4.564.35 | NO EVALUAR |
| 3 | 3.000 a 4.499 | \$110 | \$22 | 4.767.31 | NO EVALUAR |
| 4 | 4.500 a 5.999 | \$100 | \$20 | 5.000 | 5.000 |
| 5 | 6.000 a 7.499 | \$90 | \$18 | 5.270,46 | 6.000 |
| 6 | 7.500 a 8.999 | \$80 | \$16 | 5.590,16 | 7.500 |
| 7 | 9.000 a más | \$70 | \$14 | 5.976,14 | 9.000 |

En la tabla 2.7 se observa que las cantidades calculadas para los primeros tres intervalos quedaron por encima de su intervalo, por lo cual no deben ser evaluadas puesto que su costo va a ser muy elevado; la cantidad del cuarto intervalo sí quedó dentro de él, por lo tanto no se modifica y se toma en consideración para evaluar el costo total; mientras que, las cantidades evaluadas para los intervalos 5, 6 y 7 quedaron por debajo del mismo, por lo tanto estas cantidades se ajustan a la cantidad más cercana de su intervalo. Por ejemplo la cantidad calculada $Q = 5.270.46$, evaluada en el quinto intervalo se ajusta a 6.000 unidades, que es el límite inferior de su intervalo. Todo lo anterior indica que sólo se tomarán en cuenta para evaluación las cantidades de los últimos cuatro intervalos.

- Paso 3: los costos para cada intervalo tomado en consideración se evaluarán con base en la fórmula siguiente:

$$CT = Cv(R) + Co\left(\frac{R}{Q}\right) + Cm\left(\frac{Q}{2}\right)$$

Los resultados de costo son:

$$CT_4 = 100(5.000) + 50.000\left(\frac{5.000}{5.000}\right) + 20\left(\frac{5.000}{2}\right) = \$600.000/\text{año}.$$

$$CT_5 = 90(5.000) + 50.000\left(\frac{5.000}{6.000}\right) + 18\left(\frac{6.000}{2}\right) = \$545.666,67/\text{año}.$$

$$CT_6 = 80(5.000) + 50.000\left(\frac{5.000}{7.500}\right) + 16\left(\frac{7.500}{2}\right) = \$493.333,33/\text{año}.$$

$$CT_7 = 70(5.000) + 50.000\left(\frac{5.000}{9.000}\right) + 14\left(\frac{9.000}{2}\right) = \$440.777,77/\text{año}.$$

- Paso 4: el costo mínimo de todos los evaluados es \$440.777.77/año, que corresponde al séptimo intervalo y por lo tanto la cantidad óptima a pedir debe ser igual a $Q^* = 9.000$ tornillos.
- Paso 5: el tiempo del ciclo o tiempo entre pedidos para una cantidad de 9.000 unidades es:

$$t = \frac{Q^*}{r} = 9.000/5.000 = 1,8 \text{ años}$$

- Paso 6: la cantidad de pedidos (ciclos) a realizar en el horizonte de planeación de un año es: $N = R/Q^* = 5.000/9.000 = 0.55555 \text{ ciclos}$

En conclusión se debe realizar un pedido de 9.000 tornillos cada 1.8 años para obtener un costo total mínimo anual de \$440.777,77; realizando en total 0.555555 pedidos en promedio al año.

2.6. Modelo para varios productos con restricciones

Hasta el momento se han visto modelos en los cuales se considera que no hay ningún tipo de restricciones en la cantidad a comprar, lo que indica que las empresas cuentan con todos los recursos para adquirir las cantidades óptimas que los modelos arrojan; pero puede ser posible que uno o más recursos impidan que se pueda trabajar con dichas cantidades. Dentro de estas limitantes se puede nombrar entre muchas otras el espacio disponible para almacenaje y los recursos monetarios para comprar dichos artículos. En este apartado se considera un modelo con ese tipo de restricciones; además, de evaluarse para varios productos.

2.6.1. Suposiciones del modelo

Para que el modelo garantice su funcionalidad requiere de los siguientes supuestos:

- La demanda de cada producto se conoce con certeza y ocurre a una tasa constante.
- Los costos de adquisición de cada unidad, mantenimiento y fijo o por ordenar deben ser conocidos y constantes.
- Se deben conocer con exactitud los recursos disponibles.
- Deben estar determinados la cantidad de recurso necesario por unidad de producto.
- No se permite diferir demanda al futuro.
- La reposición al inventario se hace instantáneamente.
- Se debe utilizar exclusivamente para compras; por lo tanto se basa en la estructura del modelo de compra sin déficit.

2.6.2. Parámetros y variables

Junto con su notación, a continuación se relacionan los parámetros y variables involucrados en el modelo:

- R_j : tasa de demanda por unidad de tiempo para el producto j .
- Co_j : costo por ordenar una compra del producto j .
- Cm_j : costo unitario de mantenimiento del producto j por unidad de tiempo.
- Q_j : cantidad óptima del producto j a comprar.

- Cv_j : costo variable o de adquisición por unidad de producto j.
 λ_i : multiplicador de Lagrange para el recurso o restricción i.
 b_i : disponibilidad del recurso i.
 a_{ij} : cantidad de recurso i necesario por unidad de producto j.
 CT : costo total por unidad de tiempo.

2.6.3. Estructura del modelo

La estructura del modelo se basa en el modelo de compra sin déficit; solo que aquí se va a aplicar a varios productos con algunas limitantes en los recursos.

2.6.4. Formulación del modelo

Para establecer la formulación de este modelo es necesario plantearlo como un modelo muy similar al de programación lineal; esto es con una función objetivo y unas restricciones de la siguiente manera:

Función objetivo: la función objetivo tiene que ver con garantizar el costo mínimo y se plantea con base en la ecuación 2.71.

$$MinCT = \sum_{j=1}^n \left(Cv_j R_j + Co_j \frac{R_j}{Q_j} + \frac{1}{2} Cm_j Q_j \right) \quad (2.72)$$

Sujeto a las restricciones generadas por la limitación en los recursos así:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} Q_j \leq b_i \dots \forall i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2.73)$$

Con base en este planteamiento se estructura la función lagrangiana de la siguiente manera:

$$MinCT = \sum_{j=1}^n \left(Cv_j R_j + Co_j \frac{R_j}{Q_j} + \frac{1}{2} Cm_j Q_j \right) - \sum_{i=1}^m \lambda_i \left(\sum_{j=1}^n a_{ij} Q_j \leq b_i \right) \quad (2.74)$$

Para obtener un mínimo en la ecuación 2.74; se deriva parcialmente respecto de la variable Q_j , con lo cual se obtiene lo siguiente:

$$\frac{\partial L(CT, \lambda)}{\partial Q_j} = -Co_j \frac{R_j}{Q_j^2} + \frac{1}{2} Cm_j - \sum_{i=1}^m \lambda_i a_{ij} = 0 \quad (2.75)$$

Despejando se obtiene lo siguiente:

$$Co_j \frac{R_j}{Q_j^2} = \frac{1}{2} Cm_j - \sum_{i=1}^m \lambda_i a_{ij} \quad (2.76)$$

Efectuando la suma al lado derecho de la ecuación 2.76 se llega a:

$$Co_j \frac{R_j}{Q_j^2} = \frac{Cm_j - 2 \sum_{i=1}^m \lambda_i a_{ij}}{2} \quad (2.77)$$

Y despejando Q_j^2 se obtiene:

$$Q_j^2 = \frac{2R_j Co_j}{Cm_j - 2 \sum_{i=1}^m \lambda_i a_{ij}} \quad (2.78)$$

Por lo tanto la ecuación que permite calcular las cantidades económicas de pedido para cada uno de los productos es la siguiente:

$$Q_j = \sqrt{\frac{2R_j Co_j}{Cm_j - 2 \sum_{i=1}^m \lambda_i a_{ij}}} \quad (2.79)$$

Para hallar estas cantidades con la anterior fórmula se utiliza el método de ensayo y error, dándole valores a λ (menores que cero), de tal forma que se satisfaga la ecuación 2.73.

Ejercicio 2.7. Una comercializadora de granos distribuye arroz, frijol y lenteja, productos para los cuales ha establecido que tiene una demanda semanal de 500, 400, 800 bultos respectivamente. Además, se ha establecido que por una orden de arroz se genera un costo de \$125.000, por una orden de frijol \$200.000 y por una orden de lenteja se genera un costo de \$320.000. También, se sabe que por mantener un bulto de arroz en la bodega se genera un costo de \$80 por semana, un bulto de frijol genera un costo de \$40 por semana y por un bulto de lenteja en la bodega causa un costo de \$50 por semana. Suponga que el espacio requerido para guardar un bulto de arroz es de 5 metros cuadrados, un bulto de frijol 7 metros cuadrados y para guardar un bulto de lenteja se necesitan 9 metros cuadrados. ¿Que decisiones se deben tomar respecto de las cantidades a comprar de cada uno de los artículos si se sabe que la bodega tiene un espacio disponible de 40.000 m²?

Solución

En la tabla 2.8 se simplifica la información entregada por la comercializadora.

| TABLA 2.8 | | | | |
|-----------|-----------------|-------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| PRODUCTO | DEMANDA SEMANAL | COSTO POR ORDENAR | COSTO DE MANTENIMIENTO SEMANAL | ESPACIO REQUERIDO m ² |
| ARROZ | 500 | \$125.000 | \$80 | 5 |
| FRIJOL | 400 | \$200.000 | \$40 | 7 |
| LENTEJA | 800 | \$320.000 | \$50 | 9 |

A continuación se hallan las cantidades de cada producto sin tener en cuenta la limitante del espacio para almacenamiento, utilizando el modelo de compra sin déficit así:

Para el arroz:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm}} = \sqrt{\frac{2(500)(125.000)}{80}} = 1.250 \text{ bultos}$$

Para el frijol:

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm}} = \sqrt{\frac{2(400)(200.000)}{40}} = 2.000 \text{ bultos}$$

Para la lenteja:

$$Q_3 = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm}} = \sqrt{\frac{2(800)(320.000)}{50}} = 3.200 \text{ bultos}$$

El espacio total requerido por estas cantidades es:

$$1.250(5) + 2.000(7) + 3.200(9) = 4.905 \text{ m}^2$$

Tal como se puede observar la comercializadora de granos no puede adquirir estas cantidades puesto que su bodega tiene tan sólo un espacio disponible de 40.000 m². Por lo tanto se procede a utilizar la fórmula 2.79, que para un sólo recurso queda de la siguiente manera:

$$Q_j = \sqrt{\frac{2R_jCo_j}{Cm_j - 2\lambda_1 a_{1j}}} \quad (2.80)$$

Dado que $i=1$ (un solo recurso), sencillamente la ecuación 2.80 se puede transcribir este subíndice de la siguiente forma:

$$Q_j = \sqrt{\frac{2R_jCo_j}{Cm_j - 2\lambda a_j}} \quad (2.81)$$

Mediante el método de ensayo y error se le da valores al multiplicador : , y se calculan las cantidades Q_j con base en la ecuación 2.81 de tal forma que se garantice consumir como máximo los 40.000 m² de espacio disponible para los tres artículos. Esto es garantizar que se satisfaga la siguiente restricción:

$$5Q_1 + 7Q_2 + 9Q_3 \leq 40.000$$

Para realizar este proceso en la tabla 2.9 se presenta una prueba de ensayo y error para diferentes valores de λ , calculando las cantidades; y en la última columna se registra el espacio requerido por esas cantidades.

Con base en la última fila de la tabla 2.9, se concluye que el valor de α que satisface la restricción de espacio disponible es -1.5498; con cuyo valor las cantidades a comprar son: 1143.1 bultos de arroz, 1607.5 bultos de frijol y 2559.1 bultos de lenteja. De acuerdo con estas cantidades el espacio utilizado es de 39999.9 metros cuadrados.

| TABLA 2.9 | | | | |
|-----------|--------|--------|--------|---|
| λ | Q_1 | Q_2 | Q_3 | ESPACIO REQUERIDO |
| -1 | 1178.5 | 1721.3 | 2743.9 | $5(1178.5)+7(1721.3)+9(2743.9)=42637.4$ |
| -3 | 1066.0 | 1396.8 | 2218.8 | $5(1066.0)+7(1396.8)+9(2218.8)=35076.8$ |
| -1.8 | 1129.3 | 1566.5 | 2492.7 | $5(1129.3)+7(1566.5)+9(2492.7)=39046.3$ |
| -1.58 | 1142.2 | 1604.8 | 2554.8 | $5(1142.2)+7(1604.8)+9(2554.8)=39939.2$ |
| -1.5498 | 1143.1 | 1607.5 | 2559.1 | $5(1143.1)+7(1607.5)+9(2559.1)=39999.9$ |

Ejercicios propuestos

1. La compañía *El Soporte* ha recibido un pedido de su cliente por 100.000 unidades para ser entregadas en el próximo año, estableciéndose que por cada unidad que no sea entregada a tiempo se genera un costo de \$1.000 por semana, mientras que por guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$300 por día. El departamento de producción ha informado que producir una unidad cuesta \$600 y por sacar una orden de producción se genera un costo de \$2.500.000. Si se sabe que la planta de la compañía tiene capacidad para producir 500 unidades por día. (suponga año de 250 días y 50 semanas por año), establezca lo siguiente:

- Cantidad óptima a producir por ciclo.
- Número de unidades mantenidas por ciclo.

- C. Déficit máximo.
- D. Inventario máximo.
- E. Costo total promedio por día.

2. La compañía *Zafiro* debe entregar un pedido a un cliente por 135.000 unidades en el próximo año, el departamento de producción ha calculado que guardar una unidad en el almacén genera un costo de \$4.500 mensuales, por cada unidad no entregada a tiempo se causa un costo de \$300 por día, mientras que por preparar la maquinaria para la producción se causa un costo de \$5.400.000. Si se sabe que la planta tiene una capacidad para producir 750 unidades por día y que cada unidad producida cuesta \$230. (suponga año de 360 días y mes de 30 días), determine lo siguiente:

- A. Número de ciclos en el período.
- B. Costo total anual óptimo.
- C. Unidades penalizadas por ciclo.
- D. Tiempo del ciclo.
- E. Tiempo de producción de la cantidad óptima.

3. La compañía *Soprano* ha recibido un pedido de su cliente por 28.800 unidades para ser entregadas en los próximos 8 meses. El departamento de costos ha informado que cada unidad producida cuesta \$570, cada unidad almacenada genera un costo de \$4.500 por mes y colocar una orden de producción tiene un costo de \$576.000. Si se sabe que la planta de la compañía tiene capacidad de producir 160 unidades por día y que se trabaja 30 días por mes, evalúe:

- A. Cantidad a producir en un ciclo.
- B. Unidades mantenidas por ciclo.
- C. Unidades penalizadas por ciclo.
- D. Costo total en el período.
- E. Número de órdenes a colocar en el período.

4. La compañía *Soplador* utiliza en su proceso de producción una pieza importada a un costo de \$1.750 cada una, por concepto de almacenamiento se genera un costo de \$350 por unidad por semana, mientras que por el trámite de cada importación se genera un costo de \$1.960.000. ¿Cuál es la política óptima de importaciones de la compañía si se sabe que el proceso de producción consume 35.000 unidades en el año. (Suponga un año de 50 semanas)?

5. La compañía *Canguro* distribuye un producto no fabricado en el país, lo cual implica que por cada importación se genera un costo de \$112.500.000, el departamento de costos de la empresa ha establecido que por cada unidad no entregada a tiempo se genera un costo de \$400 por día, mientras que por guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$600 por día; Si se sabe que el fabricante cobra \$2.000 por unidad y que se tiene comprometido un pedido de 375.000 unidades para ser entregadas el próximo año, evalúe lo siguiente, considerando un año de 250 días:

- A. ¿De qué cantidad debe ser el tamaño de cada importación para generar un costo mínimo?
- B. ¿Cuántas importaciones al año se deben realizar?
- C. ¿Cuántas unidades se penalizan en un ciclo?
- D. ¿Cuántas unidades se mantienen en el ciclo?
- E. ¿Cuál es el costo total anual para la compañía?

6. Una empresa vende un artículo que tiene una demanda de 18.000 unidades por año, su costo de almacenamiento por unidad es de \$1,20 por año y el costo de ordenar una compra es de \$400. El costo unitario del artículo es \$1. Determinar:

- A. Cantidad óptima a comprar.
- B. Costo total por año.
- C. Tiempo entre pedidos.
- D. Número de pedidos por año.

7. Determine la cantidad óptima de compra de un artículo que tiene una demanda de 18,000 unidades por año, su costo de almacenamiento por unidad es de \$1.20 por año y el costo de ordenar una compra es de \$400. El costo unitario del artículo es \$ 1 y el costo por unidad faltante es de \$5 por año.

8. La compañía *La Perla* ha recibido un pedido de su cliente por 25.000 unidades para ser entregados en el próximo año (suponga un año de 50 semanas), la compañía ha establecido que el costo que se genera por guardar una unidad en el almacén es de \$100 por semana y que el costo que se causa por ordenar una compra es de \$900.000. Si se sabe que el proveedor cobra \$400 por unidad, evalúe lo siguiente:

- A. Tiempo entre pedidos.

- B. Inventario máximo.
- C. Costo total promedio por semana.
- D. Costo total por semana.

9. Una compañía compra 12.000 artículos por año para emplearlos en su proceso de producción. Si el costo unitario es de \$5 por unidad, el costo de tendencia de una unidad es de 80 centavos por mes, y el costo de hacer una compra es de \$100, determinar los siguientes puntos si no se permite déficit:

- A. La cantidad óptima pedida.
- B. El costo total anual óptimo.
- C. El número de pedidos por año.

10. La compañía *Despertador* ha recibido un pedido de su cliente por 43.200 unidades para ser entregadas el próximo año, estipulándose que por cada unidad que no se le entregue a tiempo se causa un costo de \$40 por día. El departamento de producción reportó que el costo que se causa por sacar un orden de producción es de \$540.000 y que por guardar una unidad en el almacén se genera un costo de \$1.500 por mes. Establezca cuánto debe ser la capacidad de producción diaria de la planta, si se sabe que la cantidad óptima a ordenar en cada ciclo es de 5.400 unidades.

11. Se ha determinado en la compañía *Fideo* que su planta tiene capacidad para producir 4.500 unidades en un mes, que el costo que se genera por sacar una orden de producción es de \$540.000 y que el costo de producir una unidad es de \$300; mientras que si el artículo es comprado cuesta a \$400 cada unidad y el costo que se causa por sacar una orden de compra es de \$210.000. Además, se ha determinado que el costo que se causa por guardar una unidad en inventario es de \$50 por día y el costo que se genera por cada unidad no entregada a tiempo es de \$1.200 por mes. Si se sabe que se ha recibido un pedido por 21.600 unidades para el próximo semestre, decida si comprar o producir el artículo; y con base en la decisión tomada determine qué cantidad y con qué frecuencia.

12. La compañía *Alambrito* produce un artículo a razón de 80 unidades diarias, para el cual se ha determinado que el costo que se causa por unidad que sea mantenida en inventario es de \$35 por semana (una semana es 7 días), mientras que el costo generado por cursar una orden de producción es de \$350.000. Si se sabe que se ha comprometido a entregarle al cliente 9.000 uni-

dades en los próximo 6 meses (considere mes de 30 días), y que este acepta a un costo de \$3.000 por mes por cada unidad no entregada a tiempo, establezca lo siguiente:

- A. Nivel de inventario máximo.
- B. Cantidad a producir por ciclo.
- C. Nivel máximo de unidades diferidas.
- D. Costo del ciclo del inventario.

13. La compañía *Confort* se ha comprometido con uno de sus clientes a entregarle 16.800 unidades de producto en los próximos 8 meses (suponga mes de 30 días). El departamento de costos estimó que por cada unidad almacenada se causa un costo de \$70 por día, que el costo que se causa por sacar una orden de compra es de \$120.000, mientras que el costo de cada unidad adquirida es de \$825. Si se sabe que por cuestiones de almacenamiento se dañan 5 unidades por día establezca:

- A. Cantidad óptima a comprar.
- B. Cantidad de pedidos en el período.
- C. Tiempo entre pedidos.
- D. Costo anual total óptimo.

14. En la compañía *Zeus* se estableció un contrato con un cliente, al cual se entregarán 6.000 unidades en el próximo año. Además se determinó que el producto puede ser comprado a un distribuidor a \$240 por unidad o producirlo en la planta a razón de 40 unidades diarias con un costo de \$220 por unidad. Mediante un estudio se concluyó que el costo que se causa por ordenar una comprar es de \$100.000, mientras que por ordenar una tanda de producción se causa un costo de \$120.000. También, se evaluó un costo por mantener una unidad de inventario, el cual asciende a \$80 por unidad por día. El gerente de la compañía desea establecer qué es mejor si comprar o producir el artículo y con base en la decisión tomada determinar qué cantidad y con qué frecuencia.

15. La compañía *Estigma* se ha comprometido con su cliente a entregarle 50.000 unidades de su producto en el próximo año. Además, Si se ha establecido que el costo de guardar una unidad en inventario es de \$50 por semana, el costo de compra de cada unidad es de \$25 y el costo por ordenar una compra es de \$100.000. ¿Cuál de las siguientes dos alternativas debe de llevar el jefe del almacén?

- A. Ordenar una compra de 2200 unidades cada vez que el inventario esté en cero.
- B. Ordenar una compra de 1800 unidades cada vez que el inventario este en cero.

Si usted fuera el jefe del almacén seguiría alguna otra alternativa para el manejo del inventario. Justifique su respuesta.

Suponga: semana de 5 días y año de 50 semanas.

16. La compañía *Hércules* ha determinado que el costo que se genera por sacar una orden de producción es de \$550.000, mientras que si es una orden de compra el costo asciende a \$100.000. Además, se estableció que si el artículo es comprado, su costo es de \$135 por unidad, mientras que si es producido en la planta de la compañía el costo por unidad es de \$125. Si se sabe que el costo por mantener una unidad en almacén es de \$1.800 mensuales y que se ha recibido un pedido por 19.800 unidades para ser entregadas en el próximo semestre. Decida cuál de las siguientes alternativas es mejor para la compañía.

- A. Producir el artículo a razón de 130 unidades diarias.
- B. Comprar el artículo al proveedor.
- C. Comprar el artículo y pagarle \$70 diarios al cliente por cada unidad no entregada a tiempo.
- D. Producir el artículo a razón de 130 unidades por día y pagar al cliente \$70 por día, por cada unidad no entregada a tiempo.

Con base en la decisión tomada establezca qué cantidad se debe ordenar y con qué frecuencia.

17. La compañía *Gramma* ha recibido un pedido de su cliente por 28.800 unidades para ser entregadas en el próximo año (360 días), estableciéndose que por cada unidad que no se entregue a tiempo se causa un costo de \$60 pesos por día. El departamento de producción reportó que el costo que se causa por sacar una orden de producción es de \$660.000 pesos, que el costo que se causa por guardar una unidad en el almacén es de \$1.500 pesos por mes, y que el costo de producción de una unidad es de \$35 pesos. Si se sabe que la planta de la compañía tiene capacidad para producir 100 unidades diarias, determine lo siguiente:

- A. Tiempo en que se consume el inventario máximo.
- B. Tiempo en que se genera el déficit máximo.

- C. Número de ciclos.
- D. Costo de penalización por ciclo.
- E. Tiempo del ciclo.

18. El departamento de costos de la compañía *Fortaleza* ha establecido que el costo por mantener una unidad en el almacén es de 120 pesos por día, el costo por sacar una orden de producción es de \$80.000, mientras que el costo por demanda insatisfecha se ha calculado en \$1.800 por mes. Además se ha establecido que la planta tiene capacidad para producir 160 unidades diarias. Si se sabe que se ha recibido un pedido del cliente por 14.400 unidades para ser entregados en el próximo semestre (180 días), evalúe lo siguiente:

- A. Costo total por ordenar en el semestre.
- B. Costo total de mantenimiento en el período.
- C. Costo de penalización por ciclo.
- D. Tiempo total de producción de la cantidad óptima.

19. La compañía *Esplendor* ha recibido un pedido de su cliente por 18.000 unidades, las cuales deberán ser entregadas en los próximos ocho meses (considere mes de 30 días). El departamento de costos informó que por preparar la maquinaria para la producción se genera un costo de \$150.000, que el costo de producir una unidad es \$23, mientras que por guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$1.200 por mes. Si se sabe que la planta tiene capacidad para producir 100 unidades por día, establezca lo siguiente:

- A. Tiempo total del ciclo.
- B. Cantidad óptima a producir por ciclo.
- C. Unidades mantenidas por ciclo.
- D. Cantidad de órdenes de producción.

20. La compañía *Fosforito* ha determinado que el costo por guardar una unidad en el almacén es de 70 pesos por día, mientras que el costo que se genera por sacar una orden de compra es de \$72.800. ¿Cuál es la política óptima de compra de inventarios?, si se sabe que el proveedor cobra \$15 por unidad y que el cliente de la compañía colocó un pedido por 23.400 unidades para ser entregadas en el próximo semestre (suponga mes de 30 días).

21. La compañía *El Faro* ha recibido un pedido de su cliente por 108.000 unidades para ser entregadas en el próximo año (360 días), estableciéndose

que por cada unidad que no le sea entregada a tiempo se causa un costo de \$2.400 por mes. Si se sabe que por colocar una orden de compra se genera un costo de \$175.000, que por guardar una unidad en el almacén se genera un costo de \$60 por día y que el proveedor cobra \$20 por unidad, establezca lo siguiente:

- A. Costo total por período.
- B. Costo de mantenimiento por ciclo.
- C. Tiempo de generación del déficit.
- D. Cantidad óptima a comprar por ciclo.
- E. Unidades penalizadas por ciclo.

22. La compañía *La Garza* ha determinado que por preparar la maquinaria para la producción se genera un costo de \$1.500.000, por concepto de guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$180 por día y se ha calculado que la planta tiene una capacidad de producir 200 unidades por día. Además, se sabe que se ha recibido un pedido de un cliente por 108.000 unidades, las cuales se deben entregar en los próximos 2 años, (Suponga año de 360 días), estableciéndose que por cada unidad que no sea entregada a tiempo se origina un costo de \$3.600 por mes. Si se sabe que el costo de producir una unidad es \$500; evalúe lo siguiente:

- A. Costo total promedio del período.
- B. Costo total del período: \$118.800.000.
- C. Cantidad a producir en la primera orden.
- D. Cantidad óptima a producir por ciclo.
- E. Tiempo de producción de la cantidad óptima.

23. Se ha establecido en la compañía *El Búho* que el costo que se causa por guardar una unidad en el almacén es \$1.500 por mes, el costo por demanda insatisfecha es de \$100 por día y el costo de fabricación de una unidad es \$200. Además, el departamento de producción ha establecido que por sacar una orden de producción se genera un costo de \$1.680.000 y que la planta tiene una capacidad para producir 12.000 unidades en un mes. Si se sabe que hay una demanda de 126.000 unidades para el próximo año (suponga año de 360 días), establezca:

- A. Cantidad óptima a producir por ciclo.

- B. Tiempo óptimo por ciclo.
- C. Cantidad de unidades mantenidas en promedio por día.
- D. Déficit máximo.
- E. Costo total anual óptimo.

24. El departamento de costos de la compañía *Siniestro* ha determinado que por sacar una orden de producción se genera un costo de \$1.600.000, por guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$1.500 por mes y el costo de producir una unidad es \$250. Si se sabe que la planta tiene capacidad para producir 1.000 unidades diarias y que se ha recibido un pedido de 288.000 unidades para ser entregadas el próximo año (suponga año de 360 días), evalúe:

- A. Cantidad óptima a producir en un ciclo.
- B. Número de unidades mantenidas en un ciclo.
- C. Costo total anual óptimo.
- D. Costo total promedio en un ciclo.

25. En el proceso de producción del artículo que manufactura la compañía *El Toro*, se consume un material auxiliar a razón de 27.500 unidades por año (suponga año de 50 semanas). Dicho accesorio se adquiere a un proveedor a un costo de \$1.200 por unidad y se sabe que por mantener una unidad en el almacén se causa un costo de \$275 por semana. Si se sabe que por colocar una orden de compra se causa un costo de \$2.722.500, establezca:

- A. Número de pedidos a realizar en el año.
- B. Inventario máximo.
- C. Unidades a mantener por ciclo.
- D. Costo total anual óptimo.

26. La compañía *El Usurero* ha establecido que por sacar una orden de compra se causa un costo de \$216.000 y cada unidad se adquiere a \$2.400. Además, se sabe que por mantener una unidad en inventario se causa un costo de \$100 por día, mientras que por cada unidad que no se entregue a tiempo al cliente se genera un costo de \$125 por día. Si se tiene un pedido de 108.000 unidades para ser entregadas en el próximo semestre, (considere mes de 30 días) evalúe:

- A. Cantidad a comprar.
- B. Déficit máximo que se genera.
- C. Inventario máximo.
- D. Costo total semestral óptimo.

27. Se ha establecido en la compañía *La Cava* que la demanda mensual de salas es de 450 unidades; de comedores, 300 unidades y de alcobas, 500 unidades. Además, se ha determinado que por ordenar una compra de salas se causa un costo de \$324.000; una de comedores, \$120.000, mientras que por orden de compra de alcobas se genera un costo de \$125.000. También, por concepto de almacenaje se genera un costo de \$90 mensuales por cada sala, \$50 por comedor y \$80 por alcoba. Se ha calculado que una sala cuesta \$600.000; un comedor, \$350.000 y una alcoba, \$700.000. Si se sabe que el espacio requerido para almacenaje de una sala es de 12 m²; comedor, 8 m² y alcoba 9 m². ¿Qué cantidad de cada artículo se debe ordenar comprar si se tiene un espacio disponible para almacenaje de 35.000 m².

28. El proveedor de la compañía *El Resorte* ofrece la siguiente tabla de descuento, dependiendo de la cantidad pedida:

| CANTIDAD | COSTO |
|--------------|--------|
| 0 - 1,499 | \$ 550 |
| 1500 - 1999 | \$ 500 |
| 2000 - 2499 | \$ 480 |
| 2500 - 2999 | \$ 490 |
| 3000 - ó más | \$ 420 |

Además, se sabe que el costo que se causa por producir una orden de compra es de \$360.000 y que la demanda mensual del artículo es de 450 unidades. ¿Qué cantidad se debe ordenar en cada pedido si se sabe que por concepto de manejo de inventarios mensualmente se establece un costo del 20% sobre el valor del artículo?

29. Se ha establecido que el producto de una determinada compañía tiene una demanda de 375 unidades por día y que por concepto de guardar una unidad en el almacén se genera un costo de \$50 por semana, mientras que por ordenar una compra se causa un costo de \$150.000. ¿Qué cantidad se debe

ordenar y con qué frecuencia si se sabe que el proveedor ofrece la siguiente tabla de descuentos o costos de artículo dependiendo de la cantidad pedida?

| CANTIDAD | COSTO |
|--------------|--------|
| 0 - 999 | \$ 100 |
| 1000 - 1999 | \$ 90 |
| 2000 - 2999 | \$ 50 |
| 3000 - 3999 | \$ 60 |
| 4000 - ó más | \$ 50 |

30. La compañía *Clavelitos* utiliza en su proceso de producción una pieza importada a un costo de \$1.750 cada una, por concepto de almacenamiento se genera un costo de \$350 por unidad por semana, mientras que por el trámite de cada importación se genera un costo de \$1.960.000. ¿Cuál es la política óptima de importaciones de la compañía si se sabe que el proceso de producción consume 35.000 unidades en el año y que el proveedor ofrece un descuento del 10% en el costo de cada unidad si se hacen pedidos de mínimo 3.000 unidades. (Suponga un año de 50 semanas).

31. Estime la cantidad óptima de reorden de un artículo que se consume en forma constante a 10.000 unidades por año, el costo fijo de cada orden es de \$32 y el costo unitario anual por almacenamiento es de \$0.50. Se carga además un costo anual de mantenimiento igual a un 20% del costo del artículo, representando estos costos intereses anuales, impuestos y seguros. El costo unitario de cada artículo es variable; ya que en una orden de 1 a 999 unidades la pieza cuesta \$3.00 cada una; de 1.000 a 1.999 unidades, cuesta \$2.95 cada una y \$2.90 si la orden es de 2.000 unidades o más.

32. Cierta compañía ha estimado una demanda de 25.000 unidades de su producto por año (50 semanas). Además, se ha establecido que por guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$100 por semana; mientras que colocar una orden de compra genera un costo de \$900.000. Si el proveedor del producto cobra \$400 por cada unidad si los pedidos son de menos de 4000 unidades y ofrece un descuento del 10% si los pedidos son de 4000 unidades o más, ¿De qué tamaño debe ser el pedido para generar un costo mínimo?

33. Cierta compañía ha estimado una demanda de 25.000 unidades de su producto por año (50 semanas). Además, se ha establecido que por guardar

una unidad en el almacén se causa un costo de \$100 por semana; mientras que colocar una orden de compra genera un costo de \$900.000. ¿De qué tamaño debe ser el pedido para generar un costo mínimo? Si el proveedor del producto coloca un precio a su artículo con base en la siguiente tabla de descuentos:

| Cantidad | Costo Variable |
|-------------|----------------|
| 0 - 1199 | \$ 430 |
| 1200 – 2399 | \$ 420 |
| 2400 – 3599 | \$ 400 |
| 3600 – 4499 | \$ 360 |
| 4500 – 4799 | \$ 340 |
| 4800 – 4999 | \$ 320 |
| 5000 – más | \$ 300 |

34. La compañía *Metrox* ha determinado que el costo que se genera por sacar una orden de compra es de \$80.000, mientras que por guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$70 por día. De qué tamaño debe ser el lote de compra para cubrir un pedido de 100.800 unidades para ser entregados el próximo año (suponga año de 360 días) si se sabe que el proveedor ofrece la siguiente tabla de descuentos:

| Cantidad | Costo Variable |
|-------------|----------------|
| 0 - 499 | \$ 360 |
| 500 – 999 | \$ 350 |
| 1000 – 1499 | \$ 320 |
| 1500 – más | \$ 300 |

35. La compañía *Otrora* se ha comprometido con su cliente a entregarle 136.800 Unidades de su producto en el próximo año. Además, se sabe que por colocar un pedido se causa un costo de \$273.600 y que el costo que se genera por guardar unidades en el almacén se ha evaluado con el 20% anual del costo del producto. ¿Qué cantidad se debe ordenar y con qué frecuencia a fin de obtener un costo total mínimo? si se sabe que el proveedor ofrece los siguientes precios con base en la cantidad ordenada:

| Cantidad | Costo Variable / Und |
|------------|----------------------|
| 0 - 19.999 | \$ 600 |

| | |
|-----------------|--------|
| 20.000 – 24.999 | \$ 550 |
| 25.000 – 29.999 | \$ 500 |
| 30.000 – 34.999 | \$ 450 |
| 35.000 – 39.999 | \$ 430 |
| 40.000 – más | \$ 400 |

36. Una empresa autopartista ha establecido que de uno de sus productos le demandan 48.000 unidades por año. Su proveedor le ha ofrecido descuentos en el precio del producto dependiendo de la cantidad pedida así: \$20 por unidad para pedidos inferiores a 1.200 unidades, \$18 por unidad para pedidos entre 1.200 y 1.499 o \$16 por unidad si los pedidos son mayores o iguales a 1.500 unidades. Además, se sabe que por concepto de colocar una orden de compra se genera un costo de \$75 y que por guardar unidades en el almacén se carga un costo anual del 25% del costo del artículo. ¿Cuál es la cantidad a pedir óptima y su costo asociado?

37. Un importador de café, acaba de ofrecer descuentos dependiendo de la cantidad de libras de café que le pidan, de acuerdo con los siguientes costos por libra:

| Cantidad | Costo Variable / Und |
|-----------------|----------------------|
| 0 - 23.999 | \$ 1 |
| 24.000 – 25.999 | \$ 0.8 |
| 26.000 – ó más | \$ 0.75 |

La empresa *El Grano Dorado* ha evaluado que la demanda de café en el próximo año es de 110 toneladas y que si ordena una importación de café le cuesta \$350. Si se sabe que el costo por mantener anualmente una libra de café en almacén es del 25% del costo por libra de café; ¿Qué cantidad debe ordenar importar *El Grano Dorado* para obtener un costo mínimo?

38. La compañía *Super elite* ha determinado que el costo por ordenar una compra es de \$6.000, mientras que el costo anual por manejo de una unidad en el inventario es de \$50. Si se debe satisfacer un pedido de 24.000 unidades por año. ¿Qué cantidad se debe ordenar comprar si el proveedor ofrece la siguiente tabla de descuentos con base en la cantidad adquirida?

| CANTIDAD | COSTO POR UNIDAD |
|--------------------------|------------------|
| Menor o igual a 1499 | \$ 30 |
| 1500 a 2999 | \$ 28 |
| 3000 a 3499 | \$ 20 |
| 3500 a 3999 | \$ 15 |
| Igual o superior a 4.000 | \$ 10 |

39. La compañía *El Potrero* ha determinado que el costo por sacar una orden de compra es de \$72.000, mientras que por guardar una unidad en el almacén se genera un costo anual del 25% sobre el valor del artículo. ¿Qué cantidad se debe comprar si se sabe que la demanda anual del artículo es de 36.000 unidades? y que el precio ofrecido por el proveedor se establece de la siguiente forma:

| CANTIDAD | CV |
|---------------|-------|
| 0 – 5000 | \$450 |
| 5001 – 9999 | \$400 |
| 10000 – 14999 | \$350 |
| 15000 – 19999 | \$320 |
| 20.000 ó Más | \$300 |

40. Estime la cantidad óptima de reorden de un artículo que tiene las siguientes características: se consume en forma constante a 10.000 unidades por año, el costo fijo de cada orden es de \$32 y el costo unitario anual por almacenamiento es de \$0.50. Se carga además un costo anual de mantenimiento igual a un 20% del valor de la inversión del inventario promedio, representando estos costos intereses anuales, impuestos y seguros. El costo unitario de cada artículo es variable; ya que en una orden de 1 a 999 unidades la pieza cuesta \$3.00 cada una; de 1.000 a 1.999 unidades, cuesta \$2.95 cada una y \$2.90 si la orden es de 2.000 unidades o más.

41. Cierta compañía ha estimado una demanda de 25.000 unidades de su producto por año (50 semanas). Además, se ha establecido que por guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$100 por semana; mientras que colocar una orden de compra genera un costo de \$900.000. Si el proveedor del producto cobra \$400 por cada unidad si los pedidos son de menos de 4.000 unidades y ofrece un descuento del 10% si los pedidos son de 4.000 unidades o más, ¿De qué tamaño debe ser el pedido para generar un costo mínimo?

42. Cierta compañía ha estimado una demanda de 25.000 unidades de su producto por año (50 semanas). Además, se ha establecido que por guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$100 por semana; mientras que colocar una orden de compra genera un costo de \$900.000. ¿De qué tamaño debe ser el pedido para generar un costo mínimo? Si el proveedor del producto coloca un precio a su artículo con base en la siguiente tabla de descuentos:

| CANTIDAD | COSTO VARIABLE |
|-------------|----------------|
| 0 - 1199 | \$ 430 |
| 1200 – 2399 | \$ 420 |
| 2400 – 3599 | \$ 400 |
| 3600 – 4499 | \$ 360 |
| 4500 – 4799 | \$ 340 |
| 4800 – 4999 | \$ 320 |
| 5000 – más | \$ 300 |

43. La compañía *Sigma* importa de Corea un elemento básico para su proceso de producción, para el cual ha establecido que el costo que se genera por importación es de \$15.625.000, se sabe que el proceso de producción consume 400 unidades de dicho elemento diariamente y el costo que se causa por guardar una unidad es de \$125 por día. El proveedor le ha ofrecido que si compra cantidades menores o iguales a 3.999 unidades se les cobrará a \$600 cada una; entre 4.000 y 7.999 unidades a \$550 cada una; entre 800 y 11.999 su costo es de \$500; entre 12.000 y 15.999 el precio es de \$480; entre 16.000 y 19.999 su costo es \$450 y si se pide cantidades iguales o superiores a 20.000 el costo es de \$420 por unidad. ¿Qué cantidad debe ordenar a su proveedor de tal forma que se obtenga el mínimo costo?

44. A cierta compañía su proveedor le ha ofrecido los precios mostrados en la tabla con base en la cantidad pedida así:

| CANTIDAD | COSTO/UNIDAD |
|------------|--------------|
| 0-499 | 200 |
| 500-999 | 180 |
| 1000-1499 | 170 |
| 1500-1999 | 150 |
| 2000 O MAS | 120 |

Además, se ha establecido que la empresa tiene una demanda de 180 unidades por semana, el costo por mantener una unidad en el almacén se ha calculado en el 25% del costo del artículo y por ordenar una compra de dicho producto se genera un costo de \$80.000. ¿De qué tamaño debe ser el lote óptimo de compra, para garantizar un costo mínimo?

CAPÍTULO 3

SISTEMAS DE INVENTARIOS

Un sistema de inventario es una estructura que sirve para controlar el nivel de existencia y para determinar cuánto hay que pedir de cada elemento y cuándo hay que hacerlo. Hay dos tipos básicos de sistemas de inventario: el *sistema de inventario continuo*, o cantidad fija de pedido (se pide siempre la misma cantidad cuando las existencias alcanzan un cierto nivel), y el *sistema de inventario periódica*, o de período constante entre pedidos, en el que cada cierto tiempo constante se pide una cantidad variable de material o producto. En este texto se evalúan para los dos sistemas, las tres alternativas posibles que hay; las cuales se enumeran a continuación:

- Demanda variable y tiempo de anticipación constante.
- Demanda constante y tiempo de anticipación variable.
- Demanda variable y tiempo de anticipación variable.

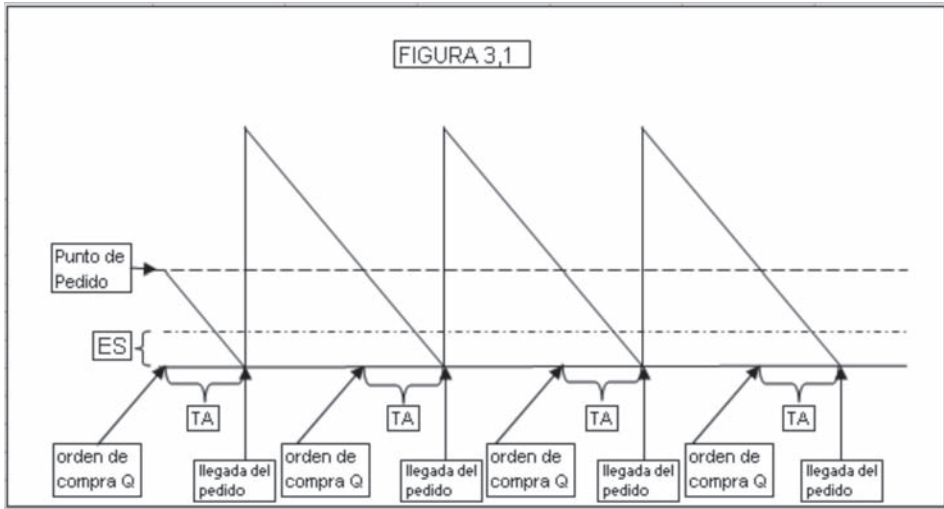
Realmente, hace falta otra alternativa que es cuando la demanda es constante y el tiempo de anticipación es constante, el cual no se evalúa en esta sección; ya que bajo estas condiciones el modelo es determinístico, por lo tanto es exactamente el modelo de compra sin déficit visto en la sección 2.3.

Se empieza a mencionar y trabajar en esta sección el tiempo de anticipación, el cual se define con el lapso que transcurre desde el momento de la colocación de un pedido y la llegada real del mismo.

3.1. Sistema de inventarios de revisión continua

En este sistema se mantiene un registro de las existencias disponibles para cada artículo. Cuando las existencias descienden hasta el denominado *punto de pedido o punto de reorden*, se coloca una orden para reponer el inventario. Esta orden consiste en una cantidad fija de material que minimiza los costos totales de inventario (cantidad *económica de pedido*). La principal ventaja de este sistema reside en que en todo momento se conoce el estado del inventario. Esto es especialmente importante para los suministros críticos de la empresa, tales como las materias primas. Sin embargo, el costo de mantener un sistema de este tipo puede ser una gran desventaja debido al costo generado por la revisión constante del inventario.

Tal como se observa en la figura 3.1 se coloca una orden de compra (cantidad fija Q) justo en el momento en que el inventario llega al punto de pedido (PP), con un tiempo de antelación (en la figura denominado TA, tiempo de anticipación); y una vez transcurrido ese tiempo, si se da la llegada real del pedido.



3.1.1. Demanda variable y tiempo de anticipación constante

Para este tipo de problemas se supone que la demanda no es determinística (constante) sino que por el contrario posee una distribución empírica de probabilidad; lo cual hace que en cualquier período de tiempo se pueda presentar cualquier demanda. El tiempo de anticipación para esta alternativa si es constante; es decir que se conoce con exactitud cuanto tiempo demora el proveedor en entregar un pedido.

Para aplicar este sistema se recomienda tener en cuenta el siguiente procedimiento:

- Paso 1: determinar la demanda promedio. Para esto se utiliza la siguiente fórmula:

$$\bar{r} = r_1(\Phi_1) + r_2(\Phi_2) + r_3(\Phi_3) + \dots + r_n(\Phi_n) \quad (3.1)$$

Donde r representa la demanda y θ representa la probabilidad de la demanda.

- Paso 2: cálculo de la cantidad a pedir: para determinar la cantidad a pedir se utiliza la misma ecuación de cantidad económica de pedido del modelo determinístico de compra sin déficit, reemplazando en el término de la demanda el valor de demanda promedio calculado en el punto anterior. Su ecuación queda establecida de la siguiente manera:

$$Q = \sqrt{\frac{2\bar{r}Co}{Cm}} \quad (3.2)$$

- Paso 3: determinar la demanda probable en el tiempo de anticipación; como el tiempo de anticipación es constante se establecen todos los posibles consumos en ese tiempo; que es el inventario que se tendrá disponible para cubrir la demanda del tiempo de anticipación, es decir, inventario para cubrir la demanda mientras llega el nuevo pedido. Asociado a esto se debe determinar la probabilidad de ocurrencia de dicha demanda.
- Paso 4: especificar un riesgo de déficit; en este punto se establece el riesgo de quedar en déficit por colocar los pedidos en un determinado nivel de inventario o punto de pedido (para esto se necesita la distribución de probabilidad acumulada). Asociado a este riesgo de déficit, automáticamente se está estableciendo el nivel de servicio al cliente. (todos los pasos de aquí en adelante dependen del riesgo de déficit).
- Paso 5: calcular el punto de pedido o reorden; el punto de pedido o reorden lo determina la demanda probable en el tiempo de anticipación para el riesgo de déficit asumido o aceptado.
- Paso 6: definir la política de pedido; la política de pedido se define haciendo un pedido siempre por la misma cantidad Q , cada vez que el inventario llegue al punto de pedido o reorden.
- Paso 7: establecer las existencias de seguridad; las existencias de seguridad son las unidades que se tienen disponibles para el evento en que la demanda tome los valores que están por encima de su promedio y se calculan de la siguiente forma:

$$ES = r_{\max} - r(TA) \quad (3.3)$$

Donde ES son las existencias de seguridad, r_{\max} es la demanda en el nivel de riesgo aceptado, \bar{r} es la demanda promedio y TA representa el tiempo de anticipación (tiempo desde la colocación de un pedido hasta la llegada del mismo).

- Paso 8: determinar el costo total promedio; para establecer el costo total promedio, se utiliza la misma ecuación del modelo de compra sin déficit, cambiando la demanda por la demanda promedio. Esto es así:

$$Ct = \sqrt{2\bar{r}CmCo} + Cm(ES) \quad (3.4)$$

- Paso 9: calcular el costo total; la ecuación a utilizar en este caso es la siguiente:

$$CT = Ct + Cv(\bar{r}) \quad (3.5)$$

De igual manera se puede utilizar la siguiente ecuación:

$$CT = Cv(\bar{r}) + Co\left(\frac{\bar{r}}{Q}\right) + Cm\left(\frac{Q}{2}\right) + Cm(ES) \quad (3.6)$$

En el ejercicio 3.1 se puede apreciar la aplicación del modelo y el uso del anterior procedimiento.

Ejercicio 3.1. La compañía *Limbo* ha determinado que el costo que se causa por guardar una unidad en inventario es de \$70 por semana, mientras que por sacar una orden de compra se causa un costo de \$196.000. Además se ha establecido que el costo de cada unidad es de \$80 y que el proveedor garantiza entregar los pedidos 2 semanas después de colocados los mismos. Evalúe un sistema de control de inventarios de revisión continua para ésta empresa; si se sabe que la demanda del artículo responde a la distribución de probabilidad que se muestra en la tabla 3.1.

| TABLA 3.1 | |
|-----------------|--------------|
| DEMANDA SEMANAL | PROBABILIDAD |
| 300 | 0.25 |
| 350 | 0.50 |
| 400 | 0.25 |

Solución

Se cuenta con la siguiente información:

| | |
|----------------------------------|-------------------------------|
| Costo por ordenar una compra: | $Co = \$196.000$ |
| Costo de adquisición por unidad: | $Cv = \$80/\text{ud.}$ |
| Costo unitario de mantenimiento: | $Cm = \$70 \text{ ud/semana}$ |
| Tiempo de anticipación: | $TA = 2 \text{ semanas.}$ |

- Paso 1: determinar la demanda promedio. Para esto se utiliza la ecuación 3.1:

$$\bar{r} = 300(0.25) + 350(0.50) + 400(0.25) = 350 \text{ unidades/semana.}$$

Esto indica que en promedio se consumirán 350 unidades por semana.

- Paso 2: Calculo de la cantidad a pedir: Utilizando la ecuación 3.2, la cantidad a pedir se da de la siguiente forma:

$$Q = \sqrt{\frac{2\bar{r}Co}{Cm}} = \sqrt{\frac{2(350)(196.000)}{70}} = 1.400 \text{ unidades.}$$

Esta es la cantidad a pedir en todos y cada uno de los pedidos (siempre la misma cantidad).

- Paso 3: determinar la demanda probable en el tiempo de anticipación: como el tiempo de anticipación para este caso específico es de dos semanas; entonces hay que establecer cuál es el posible consumo de estas dos semanas, para así poder establecer los diferentes niveles de riesgo de déficit, puntos de pedido y existencias de seguridad. En la tabla 3.2 se presentan las diferentes combinaciones de demanda con su respectiva probabilidad de ocurrencia.

| TABLA 3.2 | | | |
|-----------|-----------------------|----------|-----------------------|
| Dem | Forma de presentación | | Prob |
| | Semana 1 | Semana 2 | |
| 600 | 300 | 300 | $(0.25)(0.25)=0.0625$ |
| 650 | 300 | 350 | $(0.25)(0.5)=0.125$ |
| | 350 | 300 | $(0.5)(0.25)=0.125$ |
| 700 | 350 | 350 | $(0.5)(0.5)=0.25$ |
| | 300 | 400 | $(0.25)(0.25)=0.0625$ |
| | 400 | 300 | $(0.25)(0.25)=0.0625$ |
| 750 | 350 | 400 | $(0.5)(0.25)=0.125$ |
| | 400 | 350 | $(0.25)(0.5)=0.125$ |
| 800 | 400 | 400 | $(0.25)(0.25)=0.0625$ |

- Paso 4: especificar un riesgo de déficit: en este punto se evaluarán los diferentes riesgos de déficit; para lo cual en la tabla 3.3 se presentan todas las posibles demandas en el tiempo de anticipación, la probabilidad de ese consumo, la probabilidad acumulada y los todos los posibles riesgos de déficit; así como las existencias de seguridad.

| TABLA 3.3 | | | | |
|--------------------------------------|---|------------------------|-------------------|--------------------------|
| Demanda en el tiempo de anticipación | Probabilidad de la demanda en el tiempo de anticipación | Probabilidad acumulada | Riesgo de déficit | Existencias de seguridad |
| 600 | 0.0625 | 0.0625 | 0.9375 | - |
| 650 | 0.25 | 0.3125 | 0.6875 | - |
| 700 | 0.375 | 0.6875 | 0.3125 | 0 |
| 750 | 0.25 | 0.9375 | 0.0625 | 50 |
| 800 | 0.0625 | 1 | 0 | 100 |

La probabilidad de la demanda en el tiempo de anticipación es sencillamente la suma de las probabilidades para cada valor de demanda.

Otra forma que se puede utilizar para hallar la distribución de probabilidad de la demanda durante el tiempo constante de anticipación está dada por la siguiente función:²

$$(\phi_1 X^{r_1} + \phi_2 X^{r_2} + \phi_3 X^{r_3} + \dots + \phi_n X^{r_n})^{TA} \text{ En donde:}$$

$r_1, r_2, r_3 \dots r_n$ Representan las posibles demandas, $(\phi_1, \phi_2, \phi_3 \dots \phi_n)$ representan las probabilidades de la demanda y TA es el tiempo de anticipación. Aplicando este procedimiento al ejemplo, se tiene:

$(0.25X^{300} + 0.50X^{350} + 0.25X^{400})^2$; Lo que equivale en este caso a multiplicar dos veces la misma expresión. Esto se realiza así:

$$0.25X^{300} + 0.50X^{350} + 0.25X^{400}$$

$$0.25X^{300} + 0.50X^{350} + 0.25X^{400}$$

$$0.0625X^{600} + 0.125X^{650} + 0.0625X^{700}$$

$$0.125X^{650} + 0.2500X^{700} + 0.125X^{750}$$

$$0.0625X^{700} + 0.125X^{750} + 0.0625X^{800}$$

$$0.0625X^{600} + 0.250X^{650} + 0.3750X^{700} + 0.250X^{750} + 0.0625X^{800}$$

Obsérvese, que de este resultado se sacan las probabilidades de la demanda y las demandas probables en el tiempo de anticipación. En cada miembro del resultado el exponente es la demanda y el coeficiente de la variable es la probabilidad; por ejemplo el término $0.0625X^{600}$ indica que hay una probabilidad del 0.0625 de que la demanda en el tiempo de anticipación sean 600 unidades.

La probabilidad acumulada es la aplicación de la estadística descriptiva (estadística primitiva) y el riesgo de déficit se calcula restandole la probabilidad acumulada a la unidad.

Para ejemplificar de aquí en adelante se utilizará un riesgo de déficit del 0% (riesgo nulo de déficit).

- Paso 5: calcular el punto de pedido o reorden. El punto de pedido o reorden para un nivel de riesgo de déficit nulo es la demanda en el tiempo

² SHAMBLIM James E y STEVENS G. T. *Investigación de operaciones, Un enfoque fundamental*. Editorial McGraw Hill, México. 1985. página 150.

de anticipación para ese nivel de riesgo. En este caso el punto de pedido PP es de 800 unidades. Si se desea para un nivel de riesgo del 6.25%, el PP es de 750 unidades y así sucesivamente para los diferentes niveles de riesgo.

- Paso 6: definir la política de pedido. La política de pedido para un nivel de riesgo de déficit del 0% se define así: revisar el inventario continuamente y cada vez que llegue al PP= 800 unidades, pedir una cantidad de $Q = 1.400$ unidades. Para definir la política de pedido para los otros niveles de riesgo de déficit lo único que hay que hacer es cambiar el punto de pedido.
- Paso 7: establecer las existencias de seguridad: las existencias de seguridad para un nivel de riesgo de déficit del 0% se hallan con base en la ecuación 3.3 de la siguiente manera:

$$ES = r_{\max} - \bar{r}(TA) = 800 - 350(2) = 100 \text{ unidades.}$$

Para establecer existencias de seguridad para otros niveles de riesgo; lo único que hay que realizar es cambiar la demanda máxima, la cual corresponde exactamente a los mismos puntos de pedido. En la tabla 3.3 se han calculado las existencias de seguridad para los otros niveles de riesgo. No aparecen existencias de seguridad para los dos primeros niveles de riesgo de déficit por cuanto este valor con base en la fórmula da negativo (existencias de seguridad negativas no hay).

- Paso 8: Determinar el costo total promedio: El costo total promedio con base en la ecuación 3.4 arroja el siguiente resultado:

$$Ct = \sqrt{2 \cdot 350 \cdot 70 \cdot 196000} + 70(100) = \$105.000/\text{semana.}$$

- Paso 9: Calcular el costo total: El costo total con base en la ecuación 3.5 genera lo siguiente:

$$CT = 105.000 + 80(350) = \$133.000/\text{semana.}$$

No hay que olvidar que los costos ejemplificados también han sido calculados con base en un riesgo nulo de déficit.

3.1.2. Demanda constante y tiempo de anticipación variable

En este caso se invierte la información respecto de la alternativa anterior; en este ítem la demanda es determinística (constante a través del tiempo) y el aspecto probabilístico lo conforma el tiempo de anticipación, el cual ya no es fijo.

Para aplicar esta alternativa se recomienda tener en cuenta el siguiente procedimiento:

- Paso 1: determinar el tiempo de anticipación promedio. Para esto se utiliza la siguiente fórmula:

$$\overline{TA} = TA_1(\Phi_1) + TA_2(\Phi_2) + TA_3(\Phi_3) + \dots + TA_n(\Phi_n) \quad (3.7)$$

Donde TA representa cada uno de los tiempos de anticipación y representa la probabilidad de ocurrencia de cada uno de esos tiempos.

- Paso 2: cálculo de la cantidad a pedir: para determinar la cantidad a pedir se utiliza la misma ecuación de cantidad económica de pedido del modelo determinístico de compra sin déficit. Esto es así:

$$Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm}} \quad (3.8)$$

- Paso 3: determinar la demanda en el tiempo de anticipación probable. Dado que la demanda en este caso es constante, únicamente se establecen los consumos en cada uno de los posibles tiempos de anticipación con que se cuenta. Asociado a esto se debe determinar la probabilidad de ocurrencia para cada tiempo.
- Paso 4: especificar un riesgo de déficit. En este punto se establece el riesgo de quedar en déficit por colocar los pedidos en un determinado nivel de inventario o punto de pedido (para esto se necesita la distribución de probabilidad acumulada). Asociado a este riesgo de déficit, automáticamente se está estableciendo el nivel de servicio al cliente. (todos los pasos de aquí en adelante dependen del riesgo de déficit).
- Paso 5: calcular el punto de pedido o reorden. El punto de pedido o reorden lo determina la demanda en el tiempo de anticipación para el riesgo de déficit asumido o aceptado.
- Paso 6: definir la política de pedido. La política de pedido se define haciendo un pedido siempre por la misma cantidad Q, cada vez que el inventario llegue al punto de pedido o reorden.

- Paso 7: establecer las existencias de seguridad. Las existencias de seguridad son las unidades que se tienen disponibles para el evento en que el tiempo de anticipación tome los valores que están por encima de su promedio y se calculan de la siguiente forma:

$$ES = r_{\max} - r(\bar{A}) \quad (3.9)$$

Donde ES son las existencias de seguridad, r_{\max} es la demanda en el nivel de riesgo aceptado, r es la demanda constante y (\bar{A}) representa el tiempo de anticipación promedio.

- Paso 8: determinar el costo total promedio. Para establecer el costo total promedio, se utiliza la misma ecuación del modelo de compra sin déficit. Esto es así:

$$Ct = \sqrt{2rCmCo} + Cm(ES) \quad (3.10)$$

- Paso 9: calcular el costo total. La ecuación a utilizar en este caso es la siguiente:

$$CT = Ct + Cv(r) \quad (3.11)$$

De igual manera se puede utilizar la siguiente ecuación:

$$CT = Cv(r) + Co\left(\frac{r}{Q}\right) + Cm\left(\frac{Q}{2}\right) + Cm(ES) \quad (3.12)$$

En el ejercicio 3.2 se puede apreciar la aplicación del modelo y el uso del anterior procedimiento.

Ejercicio 3.2. La compañía *El Toro* ha determinado que el costo que se causa por guardar una unidad en inventario es de \$70 por semana, mientras que por sacar una orden de compra se causa un costo de \$196.000. Además se ha establecido que el costo de cada unidad es de \$80. Evalué un sistema de control de inventarios de revisión continua, si se sabe que la demanda del artículo es igual a 350 unidades por semana y que el tiempo de entrega de cada pedido por parte del proveedor de la empresa responde a la distribución de probabilidad presentada en la tabla 3.4.

| TABLA 3.4 | |
|----------------------------------|--------------|
| Tiempo de anticipación (semanas) | Probabilidad |
| 1 | 0.2 |
| 2 | 0.6 |
| 3 | 0.2 |

Solución

Se cuenta con la siguiente información:

| | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| Costo por ordenar una compra: | $Co = \$196.000.$ |
| Costo de adquisición por unidad: | $Cv = \$80/\text{ud}.$ |
| Costo unitario de mantenimiento: | $Cm = \$70 \text{ ud/semana}$ |
| Demanda: | $r = 350 \text{ unidades/semana}.$ |

- Paso 1: determinar el tiempo de anticipación promedio. Mediante la utilización de la ecuación 3.7 se obtiene lo siguiente:

$\overline{TA} = 1(0.2) + 2(0.6) + 3(0.2) = 2 \text{ semanas}.$ Esto indica que en promedio el proveedor entrega los pedidos dos semanas después de colocados.

- Paso 2: cálculo de la cantidad a pedir. Utilizando la ecuación 3.8 la cantidad a pedir queda así:

$$Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm}} = \sqrt{\frac{2(350)(196000)}{70}} = 1400 \text{ unidades}$$

Esta cantidad representa la cantidad fija a pedir en todos los pedidos.

Paso 3: determinar la demanda en el tiempo de anticipación probable. Dado que la demanda en este caso es constante, únicamente se establecen los consumos en cada uno de los posibles tiempos de anticipación con que se cuenta. En la tabla 3.5 se presenta esta información.

| Tabla 3.5 | | |
|------------------------|--------------------------------------|--------------|
| Tiempo de anticipación | Demanda en el tiempo de anticipación | Probabilidad |
| 1 | $1(350)=350$ | 0.2 |
| 2 | $2(350)=700$ | 0.6 |
| 3 | $3(350)=1050$ | 0.2 |

- Paso 4: especificar un riesgo de déficit. Para especificar el nivel de riesgo de déficit, en la tabla 3.6 se da la distribución acumulada de probabilidad y el riesgo de déficit. Para este caso específico se predetermina un nivel de riesgo de déficit del cero por ciento; riesgo con el cual se trabajara esta aplicación de aquí en adelante.

| Tabla 3.6 | | | | |
|------------------------|--------------------------------------|--------------|------------------------|-------------------|
| Tiempo de anticipación | Demanda en el tiempo de anticipación | Probabilidad | Probabilidad acumulada | Riesgo de déficit |
| 1 | 350 | 0.2 | 0.2 | 0.8 |
| 2 | 700 | 0.6 | 0.8 | 0.2 |
| 3 | 1050 | 0.2 | 1 | 0 |

- Paso 5: calcular el punto de pedido o reorden. El punto de pedido o reorden con un nivel de riesgo nulo de déficit es de 1050 unidades correspondiente a la demanda en el nivel de riesgo de déficit especificado.
- Paso 6: definir la política de pedido. La política de pedido para este ejemplo con riesgo nulo de déficit dice que se debe revisar el inventario continuamente y cuando llegué a 1050 unidades se debe realizar un pedido de 1400 unidades.
- Paso 7: establecer las existencias de seguridad: las existencias de seguridad, con base en la ecuación 3.9 se calculan de la siguiente manera:

$ES = 1050 - 350(2) = 350 \text{ unidades}$. Observará el lector que estas existencias sirven para cubrir la demanda de un tiempo superior al promedio. En este caso se trabaja con un tiempo de anticipación promedio de 2 semanas; pero el máximo puede ser de 3 semanas, por lo tanto las existencias de seguridad deben cubrir la demanda de esa semana adicional que es justamente 350 unidades. Igualmente el lector podrá calcular las existencias de seguridad para los otros niveles de riesgo de déficit.

- Paso 8: determinar el costo total promedio: con base en la ecuación 3.10 el costo queda así:

$$Ct = \sqrt{2 \cdot 350 \cdot 70 \cdot 196.000} + 70(350) = \$122.500/\text{semana}.$$

- Paso 9: calcular el costo total: El costo total con base en la ecuación 3.11 genera lo siguiente:

$$CT = 122.500 + 80(350) = \$150.500/\text{semana}.$$

3.1.3. *Demanda variable y tiempo de anticipación variable*

Para esta alternativa el procedimiento se hace mucho más largo y dispendioso, ya que tanto la demanda como el tiempo de anticipación son variables, lo que indica que juntos son de tipo probabilístico. En el ejercicio 3.3 se puede apreciar este procedimiento. Para este tipo de aplicaciones se recomienda seguir el siguiente procedimiento:

- Paso 1: determinar la demanda promedio. Se utiliza la siguiente fórmula:

$$\bar{r} = r_1(\Phi_1) + r_2(\Phi_2) + r_3(\Phi_3) + \dots + r_n(\Phi_n)$$

Donde r representa la demanda y ϕ representa la probabilidad de la demanda.

- Paso 2: determinar el tiempo de anticipación promedio. Se utiliza la siguiente fórmula:

$$\overline{TA} = TA_1(\Phi_1) + TA_2(\Phi_2) + TA_3(\Phi_3) + \dots + TA_n(\Phi_n)$$

Donde TA representa cada uno de los tiempos de anticipación y ϕ representa la probabilidad de ocurrencia de cada uno de esos tiempos.

- Paso 3: cálculo de la cantidad a pedir. Para determinar la cantidad a pedir se utiliza la misma ecuación de cantidad económica de pedido del modelo determinístico de compra sin déficit, reemplazando en el término de la demanda, el valor de demanda promedio calculado en el paso 1. Su ecuación queda establecida de la siguiente manera:

$$Q = \sqrt{\frac{2\bar{r}Co}{Cm}}$$

- Paso 4: determinar la demanda probable en el tiempo de anticipación probable. Como el tiempo de anticipación es variable se establecen todos los posibles consumos en cada uno de los tiempos de anticipación; lo cual permitirá establecer los posibles niveles de inventario que se tendrán disponibles para cubrir la demanda del tiempo de anticipación; es decir inventario para cubrir la demanda mientras llega el nuevo pedido. Asociado a esto se debe determinar la probabilidad de ocurrencia de dicha demanda.
- Paso 5: especificar un riesgo de déficit. En este punto se establece el riesgo de quedar en déficit por colocar los pedidos en un determinado nivel de inventario o punto de pedido (para esto se necesita la distribución de probabilidad acumulada). Asociado a este riesgo de déficit, automá-

ticamente se está estableciendo el nivel de servicio al cliente. (todos los pasos de aquí en adelante dependen del riesgo de déficit).

- Paso 6: calcular el punto de pedido o reorden. El punto de pedido o reorden lo determina la demanda probable en el tiempo de anticipación para el riesgo de déficit asumido o aceptado.
- Paso 7: Definir la política de pedido: la política de pedido se define haciendo un pedido siempre por la misma cantidad Q , cada vez que el inventario llegue al punto de pedido o reorden.
- Paso 8: establecer las existencias de seguridad. Las existencias de seguridad son las unidades que se tienen disponibles para el evento en que la demanda tome los valores que están por encima de su promedio, al igual que si el tiempo de anticipación toma un valor por arriba de su promedio y se calculan de la siguiente forma:

$$ES = r_{\max} - \bar{r}(\bar{TA})$$

Donde ES son las existencias de seguridad, r_{\max} es la demanda en el nivel de riesgo aceptado, \bar{r} es la demanda promedio y (\bar{TA}) representa el tiempo de anticipación promedio.

- Paso 9: determinar el costo total promedio. Para establecer el costo total promedio, se utiliza la misma ecuación del modelo de compra sin déficit, cambiando la demanda por la demanda promedio. Esto es así:

$$Ct = \sqrt{2\bar{r}CmCo} + Cm(ES)$$

- Paso 10: calcular el costo total. La ecuación a utilizar en este caso es la siguiente:

$$CT = Ct + Cv(\bar{r})$$

De igual manera se puede utilizar la siguiente ecuación:

$$CT = Cv(\bar{r}) + Co\left(\frac{\bar{r}}{Q}\right) + Cm\left(\frac{Q}{2}\right) + Cm(ES)$$

Ejercicio 3.3. Un distribuidor de almanques ha determinado que el costo que se causa por guardar una unidad en el almacén es de \$50 por semana, mientras que por sacar una orden de compra se causa un costo de \$100.000. Además, se sabe que el proveedor entrega los pedidos en una semana con pro-

babilidad del 35%, en dos semanas con probabilidad del 30% o en tres semanas con probabilidad del 35% y por cada unidad entregada cobra \$300. Evalúe un sistema de control de inventarios de revisión continua si se sabe que la demanda por semana puede ser de 200 unidades con probabilidad del 30%, 250 unidades con probabilidad del 40% o 300 unidades con probabilidad del 30%.

Solución

Se cuenta con la siguiente información:

| | |
|----------------------------------|-------------------------------|
| Costo por ordenar una compra: | $Co = \$100.000$ |
| Costo de adquisición por unidad: | $Cv = \$300/\text{ud.}$ |
| Costo unitario de mantenimiento: | $Cm = \$50 \text{ ud/semana}$ |

Además, en las tablas 3.7 y 3.8 se presentan las distribuciones de probabilidad para la demanda y para el tiempo de anticipación respectivamente:

| TABLA 3.7 | |
|------------------------|---------------------|
| Demanda semanal | Probabilidad |
| 200 | 0.30 |
| 250 | 0.40 |
| 300 | 0.30 |

| TABLA 3.8 | |
|---|---------------------|
| Tiempo de anticipación (semanas) | Probabilidad |
| 1 | 0.35 |
| 2 | 0.30 |
| 3 | 0.35 |

Aplicando el procedimiento descrito anteriormente se tiene:

- Paso 1: determinar la demanda promedio. La demanda promedio entrega el siguiente resultado:

$$\bar{r} = 200(0.3) + 250(0.4) + 300(0.3) = 250 \text{ unidades / semana.}$$

- Paso 2: determinar el tiempo de anticipación promedio. Para esto se utiliza la siguiente fórmula:

$$\overline{TA} = 1(0.35) + 2(0.30) + 3(0.35) = 2 \text{ semanas.}$$

- Paso 3: cálculo de la cantidad a pedir. Para determinar la cantidad a pedir se utiliza la misma ecuación de cantidad económica de pedido del modelo determinístico de compra sin déficit, reemplazando en el término de la demanda, el valor de demanda promedio calculado en el paso 1. Su ecuación queda establecida de la siguiente manera:

$$Q = \sqrt{\frac{2\bar{r}Co}{Cm}} = \sqrt{\frac{2(250)(100.000)}{50}} = 1000 \text{ unidades}$$

Esta cantidad representa la cantidad fija a pedir.

- Paso 4: determinar la demanda probable en el tiempo de anticipación probable: en la tabla 3.9 se presentan todas las posibles combinaciones de demanda en los diferentes tiempos de anticipación; así como la respectiva probabilidad. En esta tabla, para el cálculo de las probabilidades hay que multiplicar la probabilidad del tiempo de anticipación por las probabilidades de las demandas consideradas.
- Paso 5: especificar un riesgo de déficit. Antes de especificar un riesgo de déficit, se debe hallar la probabilidad de cada demanda, la probabilidad acumulada y luego si se puede calcular los riesgos de déficit. Esta información junto con las existencias de seguridad para los diferentes niveles de riesgo de déficit aparecen en la tabla 3.10.

| TABLA 3.9 | | | | | |
|------------------------|--------------------------------------|-----------------------|----------|----------|---------------------------|
| Tiempo de anticipación | Demanda en el tiempo de anticipación | Forma de presentación | | | Probabilidad |
| | | Semana 1 | Semana 2 | Semana 3 | |
| 1 | 200 | 200 | - | - | $0.35(0.3)=0.105$ |
| | 250 | 250 | - | - | $0.35(0.4)=0.140$ |
| | 300 | 300 | - | - | $0.35(0.3)=0.105$ |
| 2 | 400 | 200 | 200 | - | $0.3(0.3)^2=0.027$ |
| | 450 | 200 | 250 | - | $0.3(0.3)(0.4)=0.036$ |
| | | 250 | 200 | - | $0.3(0.4)(0.3)=0.036$ |
| | 500 | 200 | 300 | - | $0.3(0.3)^2=0.027$ |
| | | 300 | 200 | - | $0.3(0.3)^2=0.027$ |
| | | 250 | 250 | - | $0.3(0.4)^2=0.048$ |
| | 550 | 250 | 300 | - | $0.3(0.4)(0.3)=0.036$ |
| | | 300 | 250 | - | $0.3(0.3)(0.4)=0.036$ |
| | 600 | 300 | 300 | - | $0.3(0.3)^2=0.027$ |
| 3 | 600 | 200 | 200 | 200 | $0.35(0.3)^3=0.00945$ |
| | 650 | 200 | 200 | 250 | $0.35(0.3)^2(0.4)=0.0126$ |
| | | 200 | 250 | 200 | $0.35(0.3)^2(0.4)=0.0126$ |
| | | 250 | 200 | 200 | $0.35(0.3)^2(0.4)=0.0126$ |
| | 700 | 200 | 200 | 300 | $0.35(0.3)^3=0.00945$ |
| | | 200 | 300 | 200 | $0.35(0.3)^3=0.00945$ |
| | | 300 | 200 | 200 | $0.35(0.3)^3=0.00945$ |
| | | 200 | 250 | 250 | $0.35(0.3)(0.4)^2=0.0168$ |
| | | 250 | 200 | 250 | $0.35(0.3)(0.4)^2=0.0168$ |
| | | 250 | 250 | 200 | $0.35(0.3)(0.4)^2=0.0168$ |
| | | 250 | 250 | 250 | $0.35(0.4)^3=0.0224$ |
| | 750 | 200 | 250 | 300 | $0.35(0.3)^2(0.4)=0.0126$ |
| | | 200 | 300 | 250 | $0.35(0.3)^2(0.4)=0.0126$ |
| | | 250 | 200 | 300 | $0.35(0.3)^2(0.4)=0.0126$ |
| | | 250 | 300 | 200 | $0.35(0.3)^2(0.4)=0.0126$ |
| | | 300 | 200 | 250 | $0.35(0.3)^2(0.4)=0.0126$ |
| | | 300 | 250 | 200 | $0.35(0.3)^2(0.4)=0.0126$ |
| | | 250 | 250 | 300 | $0.35(0.3)(0.4)^2=0.0168$ |
| | 800 | 250 | 300 | 250 | $0.35(0.3)(0.4)^2=0.0168$ |
| | | 300 | 250 | 250 | $0.35(0.3)(0.4)^2=0.0168$ |
| | | 200 | 300 | 300 | $0.35(0.3)^3=0.00945$ |
| | | 300 | 200 | 300 | $0.35(0.3)^3=0.00945$ |
| | | 300 | 300 | 200 | $0.35(0.3)^3=0.00945$ |
| | | 250 | 300 | 300 | $0.35(0.3)^2(0.4)=0.0126$ |
| | 850 | 300 | 250 | 300 | $0.35(0.3)^2(0.4)=0.0126$ |
| | | 300 | 300 | 250 | $0.35(0.3)^2(0.4)=0.0126$ |
| | 900 | 300 | 300 | 300 | $0.35(0.3)^3=0.00945$ |

TABLA 3.10

| Demanda en el tiempo de anticipación | Probabilidad de la demanda en el tiempo de anticipación | Probabilidad acumulada | Riesgo de déficit | Existencias de seguridad |
|--------------------------------------|---|------------------------|-------------------|--------------------------|
| 200 | 0.10500 | 0.10500 | 0.89500 | - |
| 250 | 0.14000 | 0.24500 | 0.75500 | - |
| 300 | 0.10500 | 0.35000 | 0.65000 | - |
| 400 | 0.02700 | 0.37700 | 0.62300 | - |
| 450 | 0.07200 | 0.44900 | 0.55100 | - |
| 500 | 0.10200 | 0.55100 | 0.44900 | 0 |
| 550 | 0.07200 | 0.62300 | 0.37700 | 50 |
| 600 | 0.03645 | 0.65945 | 0.34055 | 100 |
| 650 | 0.03780 | 0.69725 | 0.30275 | 150 |
| 700 | 0.07875 | 0.77600 | 0.22400 | 200 |
| 750 | 0.09800 | 0.87400 | 0.12600 | 250 |
| 800 | 0.07875 | 0.95275 | 0.04725 | 300 |
| 850 | 0.03780 | 0.99055 | 0.00945 | 350 |
| 900 | 0.00945 | 1.00000 | 0.00000 | 400 |

De aquí en adelante se ejemplificará todo con base en un riesgo nulo de déficit.

- Paso 6: calcular el punto de pedido o reorden. El punto de pedido o reorden para un riesgo nulo de déficit en este caso es 900 unidades. Recuerde que el punto de pedido se establece como la demanda para el nivel de riesgo de déficit estipulado.
- Paso 7: definir la política de pedido. La política de pedido tiene que ver con revisar el inventario continuamente y cada vez que llegue al punto de pedido de 900 unidades; se realiza un pedido por $Q = 1.000$ unidades.
- Paso 8: establecer las existencias de seguridad. Para un nivel de riesgo de déficit del cero por ciento las existencias de seguridad son:
 $ES = r_{\max} - \bar{r}(\overline{TA}) = 900 - (250)(2) = 400 \text{ unidades}$. Para los otros niveles de riesgo de déficit, las existencias de seguridad se encuentran en la tabla 3.10.
- Paso 9: determinar el costo total promedio. El costo total promedio para esta alternativa queda como sigue:

$$Ct = \sqrt{2rCmCo} + Cm(ES) = \sqrt{2(250)(50)(100.000)} + 50(400) = \$70.000/\text{semana}.$$

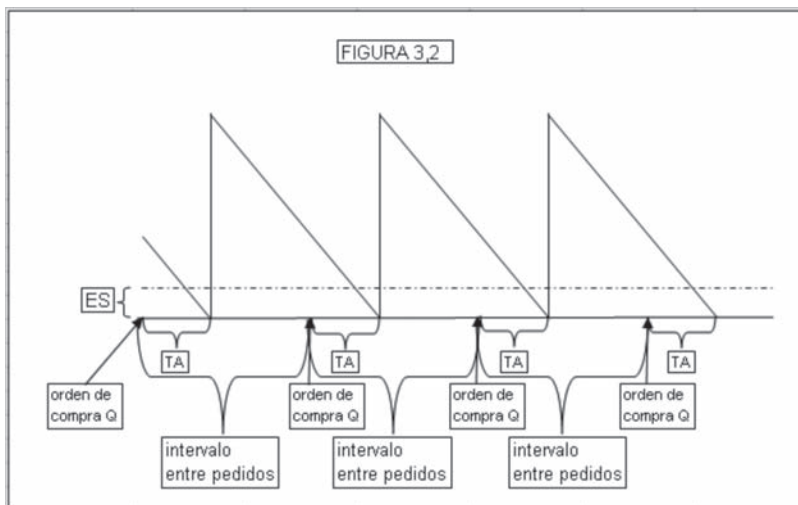
- Paso 10: calcular el costo total: la ecuación a utilizar en este caso es la siguiente:

$$CT = Ct + Cv(\bar{r}) = 70000 + 300(250) = \$145000/\text{semana}.$$

3.2. Sistema de inventarios de revisión periódica

Para este sistema, el nivel o cantidad a pedir se cuantifica periódicamente (no hay una cantidad fija de pedido), es decir que se realiza por ejemplo cada semana, al final de mes, cada 3 semanas. A este tiempo que se estipula dependiendo de la información específica se le llama intervalo entre pedidos y en este sistema es lo que permanece fijo. Una vez hecha la revisión correspondiente, se hace un pedido por la cantidad de material necesaria para hacer que el inventario vuelva a su nivel deseado. El coste de revisión del sistema es reducido, porque no se revisan las existencias entre la colocación de dos pedidos. Sin embargo, al estar realizando revisiones periódicas el control sobre los niveles de existencias es mucho menor; por lo tanto no se recomienda para productos o partes críticas de la producción. Ahora, el empleo de este sistema conduce a que se alcancen niveles de inventario más elevados, con el consiguiente incremento en el costo.

En la figura 3.2 se puede observar que ya no hay un punto fijo del inventario (punto de pedido), sino un intervalo entre pedidos fijo y constante a través de todo el horizonte de planeación. Obviamente, los pedidos en este sistema, al igual que en el anterior, también llegan transcurrido un tiempo de anticipación (TA).



3.2.1. Demanda variable y tiempo de anticipación constante

Las condiciones para esta alternativa son las mismas que se mencionaron en el sistema de revisión continua, por lo tanto no se mencionan en este apartado. Para aplicar este sistema se recomienda tener en cuenta el siguiente procedimiento:

- Paso 1: determinar la demanda promedio. Para esto se utiliza la siguiente fórmula:

$$\bar{r} = r_1(\Phi_1) + r_2(\Phi_2) + r_3(\Phi_3) + \dots + r_n(\Phi_n)$$

Donde r representa la demanda y ϕ representa la probabilidad de la demanda.

- Paso 2: cálculo de la cantidad Q : Esta cantidad aquí no permite determinar la cantidad a pedir; pero si sirve de mucho apoyo para establecerla más adelante. Además, con esta cantidad se evalúa el intervalo entre pedidos. Su ecuación es la misma del sistema de revisión periódica.

$$Q = \sqrt{\frac{2\bar{r}Co}{Cm}}$$

- Paso 3: hallar el intervalo entre pedidos. Para establecer el intervalo entre pedidos se supone que se cuenta con una cantidad Q en inventario; y se establece para cuanto tiempo alcanza esta cantidad si se supone una demanda promedio. Su ecuación es la siguiente:

$$IP = \frac{Q}{r}$$

- Paso 4: determinar la demanda probable en el tiempo de anticipación más el intervalo entre pedidos. Tal vez, ésta es la diferencia grande entre los dos sistemas, pues, en el sistema de revisión periódica es necesario tener en cuenta en los cálculos, el intervalo entre pedidos, ya que no hay revisiones intermedias entre un pedido y el siguiente. Asociado a esto se debe determinar la probabilidad de ocurrencia de dicha demanda.
- Paso 5: especificar un riesgo de déficit: en este punto se establece el riesgo de quedar en déficit por colocar los pedidos en un intervalo de tiempo específico (para esto se necesita la distribución de probabilidad acumulada). Asociado a este riesgo de déficit, automáticamente se está estableciendo el nivel de servicio al cliente (todos los pasos de aquí en adelante dependen del riesgo de déficit).

- Paso 6: establecer las existencias de seguridad. Las existencias de seguridad son las unidades que se tienen disponibles para el evento en que la demanda tome los valores que están por encima de su promedio y se calculan de la siguiente forma:

$$ES = r_{\max} - \bar{r}(TA + IP)$$

Donde ES son las existencias de seguridad, r_{\max} es la demanda en el nivel de riesgo aceptado, \bar{r} es la demanda promedio, (AT) representa el tiempo de anticipación (tiempo desde la colocación de un pedido hasta la llegada del mismo e IP representa el intervalo entre pedidos.

- Paso 7: definir la política de pedido. Se define haciendo una revisión al inventario de cada intervalo entre pedidos y colocando una orden de pedido (si es necesario, es posible que la formula arroje valores menores o iguales a cero, en cuyo caso no se coloca orden) establecida por la siguiente relación:

$Qp = Q + ES - INV - UP + r(TA)$. En esta fórmula Qp representa la cantidad a pedir, Q es la cantidad calculada en el paso 2, inv es el inventario existente en el momento de la revisión, UP son la unidades que ya se pidieron al proveedor pero que en el momento de la revisión no han llegado, \bar{r} es la demanda promedio y TA es el tiempo de anticipación.

- Paso 8: determinar el costo total promedio. Para establecer el costo total promedio, se utiliza la misma ecuación del sistema de revisión continua. Esto es así:

$$Ct = \sqrt{2\bar{r}CmCo} + Cm(ES)$$

- Paso 9: calcular el costo total. La ecuación a utilizar en este caso es la siguiente (la misma de revisión continua):

$$CT = Ct + Cv(\bar{r})$$

De igual manera se puede utilizar la siguiente ecuación:

$$CT = Cv(\bar{r}) + Co\left(\frac{\bar{r}}{Q}\right) + Cm\left(\frac{Q}{2}\right) + Cm(ES)$$

Ejercicio 3.4. Un distribuidor de tubulares para bicicleta ha determinado que el costo que se causa por guardar un tubular en el almacén es \$50 por semana, mientras que por sacar una orden de compra se causa un costo de \$100.000. Además, se sabe que el proveedor entrega los pedidos, dos semanas después de colocados y cobra por cada tubular \$300. Evalúe un sistema de control de inventarios de revisión periódica, si se sabe que la demanda de tubulares responde a la distribución de probabilidad que se presenta en la tabla 3.11.

| TABLA 3.11 | |
|-----------------|--------------|
| DEMANDA SEMANAL | PROBABILIDAD |
| 200 | 0.30 |
| 250 | 0.40 |
| 300 | 0.30 |

Solución

Se cuenta con la siguiente información:

| | |
|----------------------------------|---------------------------------------|
| Costo por ordenar una compra: | $C_o = \$100000$. |
| Costo de adquisición por unidad: | $C_v = \$300/\text{tubular}$. |
| Costo unitario de mantenimiento: | $C_m = \$50 \text{ tubular/semana}$. |
| Tiempo de anticipación: | $T_A = 2 \text{ semanas}$. |

Aplicando el procedimiento descrito anteriormente se tiene:

- Paso 1: determinar la demanda promedio. La demanda promedio entre-ga el siguiente resultado:

$$\bar{r} = 200(0.3) + 250(0.4) + 300(0.3) = 250 \text{ unidades / semana.}$$

- Paso 2: cálculo de la cantidad Q: La cantidad que permite establecer el intervalo entre pedidos es:

$$Q = \sqrt{\frac{2\bar{r}C_o}{C_m}} = \sqrt{\frac{2(250)(100.000)}{50}} = 1.000 \text{ unidades.}$$

- Paso 3: hallar el intervalo entre pedidos. Para establecer el intervalo entre pedidos se supone que se cuenta con una cantidad $Q = 1.000$ unidades en inventario; y se establece para cuanto tiempo alcanza esta cantidad

si se supone una demanda promedio de 250 unidades por semana. El resultado es el siguiente:

$$IP = \frac{Q}{r} = \frac{1000}{250} = 4 \text{semanas.}$$
 Esto indica que cada 4 semanas se debe realizar revisión al inventario.

- Paso 4: determinar la demanda probable en el tiempo de anticipación más el intervalo entre pedidos: El tiempo de anticipación más el intervalo entre pedidos es $TA + IP = 2 + 4 = 6 \text{semanas}$. Esto indica que se debe evaluar todas las posibles combinaciones de demanda para 6 semanas; lo que es un trabajo demasiado extenso, ya que da un total de $3^6 = 729$ combinaciones. Sin embargo en la tabla 3.12 se presenta una estructura para realizar dicho procedimiento.

| TABLA 3.12 | | | | | | | |
|---------------------|-----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------|
| Demanda en TA+IP | FORMA DE PRESENTACIÓN | | | | | | PROBABILIDAD |
| | Sem 1 | Sem 2 | Sem 3 | Sem 4 | Sem 5 | Sem 6 | |
| 1200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 0.000729 |
| 1250 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 250 | : |
| | 200 | 200 | 200 | 200 | 250 | 200 | : |
| | : | : | : | : | : | : | : |
| 1300 | : | : | : | : | : | : | : |
| 1350 | : | : | : | : | : | : | : |
| 1400 | : | : | : | : | : | : | : |
| 1450 | : | : | : | : | : | : | : |
| 1500 | : | : | : | : | : | : | : |
| 1550 | : | : | : | : | : | : | : |
| 1600 | : | : | : | : | : | : | : |
| 1650 | : | : | : | : | : | : | : |
| 1700 | : | : | : | : | : | : | : |
| 1750 | : | : | : | : | : | : | : |
| 1800 | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 | 0.000729 |

- Paso 5: especificar un riesgo de déficit. En este punto se establece un riesgo nulo de déficit ya que no se ha evaluado la totalidad de la tabla. Pero, se sabe que en el último nivel de demanda la probabilidad acumulada

es uno y por tanto el riesgo de déficit es cero. En la tabla 3.13 se puede observar este hecho. (todos los pasos de aquí en adelante dependen del riesgo de déficit).

| TABLA 3.13 | | | |
|------------------|--------------|------------------------|-------------------|
| Demanda en TA+IP | Probabilidad | Probabilidad acumulada | Riesgo de déficit |
| 1200 | 0.000729 | 0.000729 | 0.999271 |
| 1250 | : | : | : |
| 1300 | : | : | : |
| 1350 | : | : | : |
| 1400 | : | : | : |
| 1450 | : | : | : |
| 1500 | : | : | : |
| 1550 | : | : | : |
| 1600 | : | : | : |
| 1650 | : | : | : |
| 1700 | : | : | : |
| 1750 | : | : | : |
| 1800 | 0.000729 | 1 | 0 |

- Paso 6: establecer las existencias de seguridad. Las existencias de seguridad son las unidades que se tienen disponibles para el evento en que la demanda tome los valores que están por encima de su promedio y se calculan de la siguiente forma:

$$ES = r_{\max} - \bar{r}_{(TA + IP)} = 1800 - 250(2 + 4) = 300 \text{ unidades.}$$

- Paso 7: definir la política de pedido. Se establece de la siguiente manera: revisar el inventario cada $P = 4 \text{ semanas}$ y pedir la cantidad que arroje la siguiente fórmula:

$Qp = Q + ES - INV - UP + \bar{r}(TA)$. En esta ecuación los únicos valores que no se conocen son el inventario y las unidades pendientes de recibo. Estos dos datos se establecen en la práctica en el mismo instante de la revisión.

- Paso 8: Determinar el costo total promedio. Para establecer el costo total promedio, se utiliza la misma ecuación del sistema de revisión continua. Esto es así:

$$Ct = \sqrt{2rCmCo} + Cm(ES) = \sqrt{2(250)(50)(100.000)} + 50(300) = \$65.000/\text{semana}.$$

- Paso 9: calcular el costo total. La ecuación a utilizar en este caso es la siguiente (misma de revisión continua):

$$CT = Ct + Cv(\bar{r}) = 65000 + 300(250) = \$140.000/\text{semana}.$$

3.2.2. Demanda constante y tiempo de anticipación variable

Las condiciones de esta alternativa son las mismas que se mencionaron en el sistema de revisión continua, por lo tanto no se mencionan en este apartado. Para aplicar este sistema se recomienda tener en cuenta el siguiente procedimiento:

- Paso 1: determinar el tiempo de anticipación promedio. Para esto se utiliza la siguiente fórmula:

$$TA = TA_1(\Phi_1) + TA_2(\Phi_2) + TA_3(\Phi_3) + \dots + TA_n(\Phi_n)$$

Donde TA representa cada uno de los tiempos de anticipación y ϕ representa la probabilidad de ocurrencia de cada uno de esos tiempos.

- Paso 2: cálculo de la cantidad Q. Para determinar la cantidad Q, que al igual a la alternativa anterior no es la cantidad a pedir, se utiliza la misma ecuación de cantidad económica de pedido del modelo determinístico de compra sin déficit. Esto es así:

$$Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm}}$$

- Paso 3: hallar el intervalo entre pedidos. Para establecer el intervalo entre pedidos se supone que se cuenta con una cantidad Q en inventario; y sencillamente se establece para cuanto tiempo alcanza esta cantidad si se sabe que hay una demanda constante. Esto se realiza con la siguiente ecuación:

$$IP = \frac{Q}{r}$$

- Paso 4: determinar la demanda en el tiempo de anticipación probable más el intervalo entre pedidos. Asociado a esto se debe determinar la probabilidad de ocurrencia para cada tiempo.

- Paso 5: especificar un riesgo de déficit. En este punto se establece el nivel riesgo de déficit que se va aceptar con base en la distribución de probabilidad de la llegada de los pedidos. (para esto se necesita la distribución de probabilidad acumulada).
- Paso 6: establecer las existencias de seguridad. Las existencias de seguridad son las unidades que se tienen disponibles para el evento en que el tiempo de anticipación tome valores que están por encima de su promedio y se calculan de la siguiente forma:

$$ES = r_{\max} - \bar{r}_{(TA + IP)} = 1800 - 250(2 + 4) = 300 \text{ unidades.}$$

- Paso 7: definir la política de pedido. Se establece de la siguiente manera: revisar el inventario cada IP unidades de tiempo y pedir la cantidad que arroje la siguiente fórmula:
 $Qp = Q + ES - INV - UP + \bar{r}(TA)$. En esta ecuación los únicos valores que no se conocen son el inventario y las unidades pendientes de recibo. Estos dos datos se establecen en la práctica en el mismo instante de la revisión.
- Paso 8: determinar el costo total promedio. Para establecer el costo total promedio, se utiliza la misma ecuación del sistema de revisión continua. Esto es así:

$$Ct = \sqrt{2rCmCo} + Cm(ES)$$

- Paso 9: calcular el costo total. La ecuación a utilizar en este caso es la siguiente (misma de revisión continua):

$$CT = Ct + Cv(\bar{r})$$

Ejercicio 3.5. La compañía *El Orangután* ha determinado que el costo que se causa por guardar una unidad en el almacén es de \$50 por semana, mientras que por sacar una orden de compra se causa un costo de \$100.000. Además, se sabe que el proveedor cobra por cada unidad \$300. Evalúe un sistema de control de inventarios de revisión periódica, si se sabe que la demanda por semana es constante e igual a 250 unidades y el tiempo de entrega de los pedidos por parte del proveedor responde a la distribución de probabilidad que se muestra en la tabla 3.14.

| TABLA 3.14 | |
|----------------------------------|--------------|
| TIEMPO DE ANTICIPACIÓN (SEMANAS) | PROBABILIDAD |
| 1 | 0.35 |
| 2 | 0.30 |
| 3 | 0.35 |

Solución

Se cuenta con la siguiente información:

| | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| Costo por ordenar una compra: | $Co = \$100.000$ |
| Costo de adquisición por unidad: | $Cv = \$300/\text{ud.}$ |
| Costo unitario de mantenimiento: | $Cm = \$50 \text{ ud/semana}$ |
| Demanda constante: | $r = 250 \text{ unidades/semana.}$ |

Al aplicar el procedimiento descrito anteriormente se obtiene:

- Paso 1: determinar el tiempo de anticipación promedio. Para esto se utiliza la siguiente fórmula:

$$\overline{TA} = 1(0.35) + 2(0.30) + 3(0.35) = 2 \text{ semanas.}$$

- Paso 2: cálculo de la cantidad Q. La cantidad Q, queda establecida de la siguiente manera:

$$Q = \sqrt{\frac{2rCo}{Cm}} = \sqrt{\frac{2(250)(100000)}{50}} = 1000 \text{ unidades.}$$

- Paso 3: hallar el intervalo entre pedidos. Para establecer el intervalo entre pedidos se supone que se cuenta con una cantidad de 1000 unidades en inventario; y sencillamente se establece para cuanto tiempo alcanza esta cantidad si se sabe que hay una demanda constante de 250 unidades pr semana. Esto genera el siguiente resultado:

$$IP = \frac{Q}{r} = \frac{1000}{250} = 4 \text{ semanas.}$$

- Paso 4: determinar la demanda en el tiempo de anticipación probable más el intervalo entre pedidos. En la tabla 3.15 aparecen todos los tiempos de anticipación probables que deben sumarse con: el intervalo entre pedidos, la demanda en ese período y la probabilidad de ocurrencia.

| TABLA 3.15 | | | |
|------------------------|-------|-------------------|--------------|
| TIEMPO DE ANTICIPACIÓN | TA+IP | DEMANDA EN TA +IP | PROBABILIDAD |
| 1 | 5 | 1250 | 0.35 |
| 2 | 6 | 1500 | 0.30 |
| 3 | 7 | 1750 | 0.35 |

- Paso 5: especificar un riesgo de déficit. En la tabla 3.16 se establece la probabilidad acumulada; así como los diferentes niveles de riesgo de déficit.

| TABLA 3.16 | | | | | |
|------------------------|-------|------------------|--------------|------------------------|-------------------|
| TIEMPO DE ANTICIPACIÓN | TA+IP | DEMANDA EN TA+IP | PROBABILIDAD | PROBABILIDAD ACUMULADA | RIESGO DE DÉFICIT |
| 1 | 5 | 1250 | 0.35 | 0.35 | 0.65 |
| 2 | 6 | 1500 | 0.3 | 0.65 | 0.35 |
| 3 | 7 | 1750 | 0.35 | 1 | 0 |

A partir de este punto se trabajará con un nivel de riesgo de déficit nulo.

- Paso 6: establecer las existencias de seguridad. Las existencias de seguridad son las unidades que se tienen disponibles para el evento en que el tiempo de anticipación tome valores que están por encima de su promedio y se calculan de la siguiente forma:

$$ES = r_{\max} - r(\overline{TA} + IP) = 1750 - 250(2 + 4) = 250 \text{ unidades.}$$

- Paso 7: definir la política de pedido. Se establece revisando el inventario cada IP= 4 semanas y pedir la cantidad que arroje la siguiente fórmula:

$$Qp = Q + ES - INV - ?UP + r(\overline{TA})$$

- Paso 8: determinar el costo total promedio: para establecer el costo total promedio, se utiliza la misma ecuación del sistema de revisión continua. Esto es así:

$$Ct = \sqrt{2rCmCo} + Cm(ES) = \sqrt{2(250)(50)(100.000)} + 50(250) = \$62.500/\text{semana.}$$

- Paso 9: calcular el costo total. La ecuación a utilizar en este caso es la siguiente (la misma de revisión continua):

$$CT = Ct + Cv(\bar{r}) = 62.500 + 300(250) = \$137.500/\text{semana.}$$

3.2.3. *Demanda variable y tiempo de anticipación variable*

Las condiciones de esta alternativa son muy similares al modelo de revisión continua, siendo ésta mucho más engorrosa debido a que en los cálculos se involucra el intervalo entre pedidos. Para este tipo de aplicaciones se recomienda seguir el siguiente procedimiento:

- Paso 1: determinar la demanda promedio. Se utiliza la siguiente fórmula:

$$\bar{r} = r_1(\Phi_1) + r_2(\Phi_2) + r_3(\Phi_3) + \dots + r_n(\Phi_n)$$

Donde r representa la demanda y ϕ representa la probabilidad de la demanda.

- Paso 2: determinar el tiempo de anticipación promedio. Se utiliza la siguiente fórmula:

$$\overline{TA} = TA_1(\Phi_1) + TA_2(\Phi_2) + TA_3(\Phi_3) + \dots + TA_n(\Phi_n)$$

Donde TA representa cada uno de los tiempos de anticipación y ϕ representa la probabilidad de ocurrencia de cada uno de esos tiempos.

- Paso 3: cálculo de la cantidad Q . Para determinar la cantidad Q se utiliza la misma ecuación de cantidad económica de pedido del modelo determinístico de compra sin déficit, reemplazando en el término de la demanda, el valor de demanda promedio calculado en el paso 1. Su ecuación queda establecida de la siguiente manera:

$$Q = \sqrt{\frac{2\bar{r}Co}{Cm}}$$

- Paso 4: hallar el intervalo entre pedidos. Para establecer el intervalo entre pedidos se supone que se cuenta con una cantidad Q en inventario; y sencillamente se establece para cuanto tiempo alcanza esta cantidad si se sabe que hay una demanda promedio en el horizonte de planeación. Esto se realiza con la siguiente ecuación:

$$IP = \frac{Q}{\bar{r}}$$

- Paso 5: determinar la demanda probable en el tiempo de anticipación probable más el intervalo entre pedidos. Como el tiempo de anticipación es variable se establecen todos los posibles consumos en cada uno de los tiempos de anticipación más el intervalo entre pedidos, lo cual

permitirá establecer los posibles niveles de inventario que se tendrán disponibles para cubrir la demanda del tiempo de anticipación; es decir inventario para cubrir la demanda mientras llega el nuevo pedido. Asociado a esto se debe determinar la probabilidad de ocurrencia de dicha demanda. Este paso en esta alternativa es demasiado extenso para poder realizarlo, por lo cual se recomienda trabajar con un nivel de riesgo de déficit nulo o un nivel que sea de fácil cuantificación sin calcular todas las posibles demandas. Esto se podrá apreciar en el ejercicio 3.6.

- Paso 6: especificar un riesgo de déficit. Para esto se necesita la distribución de probabilidad acumulada y con base en ella si se establecen los diferentes niveles de riesgo de déficit. Asociado a este riesgo de déficit, automáticamente se está estableciendo el nivel de servicio al cliente. (todos los pasos de aquí en adelante dependen del riesgo de déficit).
- Paso 7: establecer las existencias de seguridad. Las existencias de seguridad son las unidades que se tienen disponibles para el evento en que el tiempo de anticipación y la demanda tomen valores que están por encima de su promedio y se calculan de la siguiente forma:

$$ES = r_{\max} - r(\overline{TA} + IP)$$

- Paso 8: definir la política de pedido. La política de pedido se establece de la siguiente manera: revisar el inventario cada IP unidades de tiempo y pedir la cantidad que arroje la siguiente fórmula:

$Qp = Q + ES - INV - UP + \bar{r}(\overline{TA})$. En esta ecuación los únicos valores que no se conocen son el inventario y las unidades pendientes de recibo. Estos dos datos se establecen en la práctica en el mismo instante de la revisión.

- Paso 9: determinar el costo total promedio. Para establecer el costo total promedio, se utiliza la misma ecuación del sistema de revisión continua. Esto es así:

$$Ct = \sqrt{2\bar{r}CmCo} + Cm(ES)$$

- Paso 10: calcular el costo total. La ecuación a utilizar en este caso es la siguiente (la misma de revisión continua):

$$CT = Ct + Cv(\bar{r})$$

Ejercicio 3.6. El producto que distribuye la empresa *Zeta* se adquiere a \$125 cada unidad y puede tener una demanda semanal de 125 unidades con una

probabilidad del 25%, 150 unidades con probabilidad del 50% ó 175 unidades con probabilidad del 25%. Además, se sabe que cada vez que se coloca un pedido se causa un costo de \$120.000 y el proveedor puede entregar cada pedido en un tiempo de una semana con probabilidad del 30%, en dos semanas con probabilidad del 40% o en tres semanas con probabilidad del 30%. Evalúe un sistema de control de inventarios de revisión periódica, si se sabe que el costo que se causa por mantener una unidad en el almacén semanalmente es del 20% del costo de adquisición de cada unidad.

Solución.

Se cuenta con la siguiente información:

| | |
|----------------------------------|-------------------------------|
| Costo por ordenar una compra: | $Co = \$120.000$ |
| Costo de adquisición por unidad: | $Cv = \$125/\text{ud.}$ |
| Costo unitario de mantenimiento: | $Cm = \$25 \text{ ud/semana}$ |

La distribución de probabilidad del tiempo de anticipación se muestra en la tabla 3.17 y la distribución de probabilidad de la demanda se muestra en la tabla 3.18.

| TABLA 3.17 | |
|----------------------------------|--------------|
| TIEMPO DE ANTICIPACIÓN (SEMANAS) | PROBABILIDAD |
| 1 | 0,30 |
| 2 | 0,40 |
| 3 | 0,30 |

| TABLA 3.18 | |
|-----------------|--------------|
| DEMANDA SEMANAL | PROBABILIDAD |
| 125 | 0,25 |
| 150 | 0,50 |
| 175 | 0,25 |

Al aplicar el procedimiento descrito anteriormente se obtiene:

- Paso 1: determinar la demanda promedio. Para esto se utiliza la siguiente fórmula:

$$\bar{r} = 125(0.25) + 150(0.50) + 175(0.25) = 150 \text{ unidades/semana.}$$

- Paso 2: determinar el tiempo de anticipación promedio. Se utiliza la siguiente fórmula:

$$\overline{TA} = 1(0.30) + 2(0.40) + 3(0.30) = 2 \text{ semanas.}$$

- Paso 3: cálculo de la cantidad Q. Para determinar la cantidad Q se utiliza la misma ecuación de cantidad económica de pedido del modelo determinístico de compra sin déficit así:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \bar{r} Co}{Cm}} = \sqrt{\frac{2(150)(120000)}{25}} = 1200 \text{ unidades.}$$

- Paso 4: hallar el intervalo entre pedidos. Para establecer el intervalo entre pedidos se supone que se cuenta con una cantidad $Q = 1.200$ unidades en inventario; y sencillamente se establece para cuánto tiempo alcanza esta cantidad si se sabe que hay una demanda promedio en el horizonte de planeación. Esto se realiza con la siguiente ecuación:

$$IP = \frac{Q}{\bar{r}} = \frac{1200}{150} = 8 \text{ semanas.}$$

- Paso 5: determinar la demanda probable en el tiempo de anticipación probable más el intervalo entre pedidos: lo primero que hay que calcular para este paso es la suma entre los posibles tiempos de anticipación y el intervalo entre pedidos; lo cual se muestra en la tabla 3.19.

| TABLA 3.19 | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|----------------------|
| TIEMPO DE ANTICIPACIÓN (SEMANAS) | INTERVALO ENTRE PEDIDOS (SEMANAS) | TA + IP (SEMANAS) |
| 1 | 8 | 9 |
| 2 | 8 | 10 |
| 3 | 8 | 11 |

Lo que indica que se debe calcular la posible demanda para 9, 10 y 11 semanas en todas sus combinaciones; esto tiene un total de combinaciones que se calculan así: $3^9 + 3^{10} + 3^{11} = 19683 + 59049 + 177147 + 255.879$ combinaciones (el número 3 como base es la cantidad de demandas). Establecer este proceso es casi imposible, pero si se puede asumir un riesgo de déficit del cero por ciento. En la tabla 3.20 se presenta un modelo de tabla para calcular todas las demandas.

| TABLA 3.20 | | | | | | |
|---------------------|-----------------------|-------|-------|-------|--------|--------------|
| DEMANDA EN TA+IP | FORMA DE PRESENTACIÓN | | | | | PROBABILIDAD |
| | SEM 1 | SEM 2 | SEM 3 | | SEM 11 | |
| 1125 | 125 | 125 | 125 | | - | : |
| 1150 | : | : | : | | : | : |

| | | | | | | |
|------|-----|-----|-----|-------|-----|---|
| 1175 | ⋮ | ⋮ | ⋮ | | ⋮ | ⋮ |
| 1200 | ⋮ | ⋮ | ⋮ | | ⋮ | ⋮ |
| 1225 | ⋮ | ⋮ | ⋮ | | ⋮ | ⋮ |
| 1250 | ⋮ | ⋮ | ⋮ | | ⋮ | ⋮ |
| 1275 | ⋮ | ⋮ | ⋮ | | ⋮ | ⋮ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 1925 | 175 | 175 | 175 | | 175 | ⋮ |

- Paso 6: especificar un riesgo de déficit. En este punto se establece un riesgo nulo de déficit ya que no se ha evaluado la totalidad de la tabla. Pero, se sabe que en el último nivel de demanda la probabilidad acumulada es uno y por tanto el riesgo de déficit es cero. En la tabla 3.21 se puede observar este hecho (todos los pasos de aquí en adelante dependen del riesgo de déficit).

| TABLA 3.21 | | | |
|------------------|--------------|------------------------|-------------------|
| DEMANDA EN TA+IP | PROBABILIDAD | PROBABILIDAD ACUMULADA | RIESGO DE DÉFICIT |
| 1125 | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 1150 | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 1175 | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 1200 | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 1225 | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 1925 | 0.000729 | 1 | 0 |

- Paso 7: establecer las existencias de seguridad: las existencias de seguridad son las unidades que se tienen disponibles para el evento en que el tiempo de anticipación y la demanda tomen valores que están por encima de su promedio y se calculan de la siguiente forma:

$$ES = r_{\max} - \bar{r}(\overline{TA} + IP) = 1925 - 150(2 + 8) = 425 \text{ unidades.}$$

- Paso 8: definir la política de pedido. Se establece: revisar el inventario cada IP= 8 semanas y pedir la cantidad que arroje la siguiente fórmula:

$$Qp = Q + ES - INV - UP + \bar{r}(\overline{TA})$$

En esta ecuación los únicos valores que no se conocen son el inventario y las unidades pendientes de recibo. Estos dos datos se establecen en la práctica en el mismo instante de la revisión.

- Paso 9: determinar el costo total promedio. Para establecer el costo total promedio, se utiliza la misma ecuación del sistema de revisión continua. Esto es así:

$$Ct = \sqrt{2\bar{r}CmCo} + Cm(ES) = \sqrt{2(150)(25)(120000)} + 25(425) = \$40625/semana$$

- Paso 10: calcular el costo total. La ecuación a utilizar en este caso es la siguiente (misma de revisión continua):

$$CT = Ct + Cv(\bar{r}) = 40625 + 125(150) = \$59375/semana.$$

Para ejemplificar el uso de la ecuación de cantidad a pedir (paso 8) suponga la siguiente información para la compañía Zeta:

- El inventario hoy es 600 unidades.
- Una semana antes se hizo un pedido de 700 unidades, para el cual se establece un tiempo de anticipación de tres semanas (llega en la semana 2 a partir de hoy).
- Las demandas que se suponen para las primeras 10 semanas a partir de hoy se presentan en la tabla 3.22.
- Se empieza a controlar el inventario mediante esta técnica, con los datos obtenidos en la solución del problema, estableciéndose que la primera revisión se realice dentro de una semana (semana 1).
- Los tiempos de anticipación para los próximos pedidos son dos y una semanas respectivamente.

Obsérvese la figura 3.3; donde se inicia con un inventario de 600 unidades, en la semana uno se consumen 125 unidades, por lo cual al final de la semana 1 quedan en inventario 475 unidades. Justo en este momento (fin de la semana 1) se realiza la primera revisión aplicando la fórmula de cantidad a pedir así:

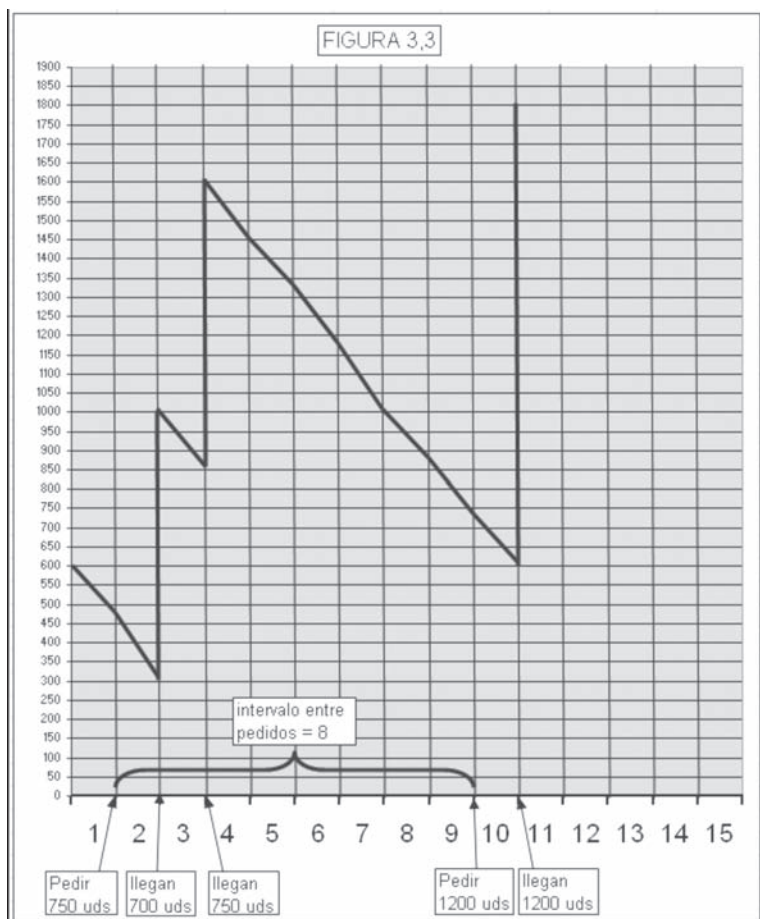
| TABLA 3.22 | |
|------------------|------------------|
| NÚMERO DE SEMANA | DEMANDA SUPUESTA |
| 1 | 125 |
| 2 | 175 |
| 3 | 150 |
| 4 | 150 |
| 5 | 125 |
| 6 | 150 |
| 7 | 175 |
| 8 | 125 |
| 9 | 150 |
| 10 | 125 |

$$Qp = Q + ES - INV - UP + \bar{r}(\overline{TA}) = 1200 + 425 - 475 - 700 + 150(2) = 750 \text{ unidades.}$$

Esta es la cantidad a pedir al final de la semana 1, para la cual se supuso un tiempo de anticipación de 2 semanas, razón por la cual en la gráfica están llegando al final de la semana 3. También, hay que apreciar que en la fórmula de cantidad a pedir se están restando 700 unidades ($UP=700$ unidades) que son las unidades pedidas una semana antes y para las cuales se supuso un tiempo de anticipación de 3 semanas; por lo cual estas unidades están llegando al final de la semana 2. Después de la colocación del pedido en la semana 1 (primera revisión), hay que esperar exactamente 8 semanas ($IP=8$ semanas) para realizar la siguiente revisión; esto ocurre al final de la semana 9, en donde al aplicar la fórmula se obtiene lo siguiente:

$$Qp = Q + ES - INV - UP + \bar{r}(\overline{TA}) = 1200 + 425 - 725 - 0 + 150(2) = 750 \text{ unidades}$$

Esta es la cantidad pedida al final de la semana 9, para la cual se supone un tiempo de anticipación de una semana, motivo por el cual el inventario se incrementa al final de la semana 10. Así se siguen las revisiones cada 8 semanas a través del horizonte de planeación.



Vale la pena agregar que con base en una ligera observación de la figura, al parecer hay un exceso de inventario; por lo cual habría que estudiar la posibilidad de incrementar el nivel de riesgo de déficit, para que las existencias de seguridad disminuyan y por ende se registre una baja en el costo total.

3.3. Sistemas de inventarios con distribuciones teóricas

En los ejemplos de sistemas de inventarios tratados se tomaron distribuciones de probabilidad empíricas y como se pudo observar en algunos casos hubo dificultades de cálculo. Es posible que dichas distribuciones se puedan ajustar a una determinada distribución teórica tal como la distribución normal, poisson o exponencial, entre otras. En el ejercicio 3.7 se presenta un ejemplo de sistemas de inventario de revisión con una distribución normal, para el caso de demanda variable y tiempo de anticipación constante.

Cuando se utiliza la distribución normal se recomienda seguir el siguiente procedimiento:

- Paso 1: determinar la demanda promedio. Para esto se utiliza la siguiente fórmula:

$$\bar{r} = r_1(\Phi_1) + r_2(\Phi_2) + r_3(\Phi_3) + \dots + r_n(\Phi_n)$$

Donde r representa la demanda y ϕ representa la probabilidad de la demanda.

- Paso 2: cálculo de la cantidad a pedir: para determinar la cantidad Q se utiliza la misma ecuación de cantidad económica de pedido del modelo determinístico de compra sin déficit, reemplazando en el término de la demanda, el valor de demanda promedio calculado en el paso 1. Su ecuación queda establecida de la siguiente manera:

$$Q = \sqrt{\frac{2\bar{r}Co}{Cm}}$$

- Paso 3: determinar la varianza. Se utiliza la siguiente fórmula:

$$\sigma^2 = r_1^2(\theta_1) + r_2^2(\theta_2) + r_3^2(\theta_3) + \dots + r_n^2(\theta_n) - \left(\bar{r}\right)^2$$

Donde r_j representa cada de las demandas y ϕ representa la probabilidad de ocurrencia de cada una de esas demandas.

- Paso 4: calcular la desviación estándar. La desviación estándar se establece mediante la aplicación de la raíz cuadrada de la varianza, de la siguiente manera:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

- Paso 5: establecer un nivel de riesgo de déficit. Dada la facilidad de cálculo con este procedimiento, se puede establecer cualquier nivel de riesgo de déficit.
- Paso 6: determinar demanda máxima. Esta demanda máxima, como se pudo observar a través de toda la sección es exactamente el nivel de colocación de nuevos pedidos o punto de pedido o reorden. Se establece mediante la utilización de una tabla de distribución normal, utilizando la siguiente ecuación:

$Z_{(1-\alpha)} = \frac{r_{\max} - \bar{r}(TA)}{\sigma}$ Donde α es el nivel de riesgo de déficit, $Z_{(1-\alpha)}$ es el valor de la distribución normal, r_{\max} es la demanda máxima o punto de pedido, r es la demanda promedio, TA representa el tiempo de anticipación y σ es la desviación estándar.

- Paso 7: definir la política de pedido. Se establece con ordenar una cantidad igual a Q unidades cada vez que el inventario alcance el nivel de punto de pedido (PP).
- Paso 8: establecer las existencias de seguridad. Las existencias de seguridad se establecen de la misma forma que con distribuciones empíricas.

$$ES = r_{\max} - \bar{r}(TA)$$

- Paso 9: determinar el costo total promedio: para establecer el costo total promedio, se utiliza la misma ecuación del sistema de revisión continua. Esto es así:

$$Ct = \sqrt{2rCmCo} + Cm(ES)$$

- Paso 10: calcular el costo total: la ecuación a utilizar en este caso es la siguiente (misma de revisión continua):

$$CT = Ct + Cv(\bar{r})$$

Ejercicio 3.7. Un fabricante de motores consume en su proceso de producción un tipo de rodamiento para el cual se ha establecido un consumo semanal que responde a la función de probabilidad que se muestra en la tabla 3.23. Además, se ha establecido que cada rodamiento cuesta \$380 y que por mantener un rodamiento en el almacén se causa un costo de \$80 por semana y que por sacar una orden de compra se causa un costo de \$125.000. Evalúe un sistema de control de inventarios de revisión continua, con un riesgo de déficit del 5%, si se sabe que cada vez que se realiza un pedido de rodamientos el proveedor lo entrega dos semanas después.

| TABLA 3.23 | |
|--------------------|--------------|
| DEMANDA POR SEMANA | PROBABILIDAD |
| 400 | 0.30 |
| 500 | 0.40 |
| 600 | 0.30 |

Solución

Se cuenta con la siguiente información:

| | |
|----------------------------------|---------------------------------------|
| Costo por ordenar una compra: | $Co = \$125.000$ |
| Costo de adquisición por unidad: | $Cv = \$380/\text{rodamiento.}$ |
| Costo unitario de mantenimiento: | $Cm = \$80 \text{ rodamiento/semana}$ |
| Riesgo de déficit: | $\alpha = 5\%.$ |
| Tiempo de anticipación: | $TA = 2 \text{ semanas.}$ |

Aplicando el procedimiento descrito en la sección, se obtiene lo siguiente:

- Paso 1: determinar la demanda promedio. Se utiliza la siguiente fórmula:

$$\bar{r} = 400(0.30) + 500(0.40) + 600(0.30) = 500 \text{ rodamientos/semana.}$$

- Paso 2: cálculo de la cantidad a pedir. La cantidad a pedir es la siguiente:

$$Q = \sqrt{\frac{2\bar{r}Co}{Cm}} = \sqrt{\frac{2(500)(125.000)}{80}} = 1.250 \text{ rodamientos.}$$

- Paso 3: determinar la varianza. La varianza de la distribución es la siguiente:

$$\sigma^2 = (400)^2(0.30) + (500)^2(0.40) + (600)^2(0.30) - (500)^2 = 6000$$

- Paso 4: calcular la desviación estándar: La desviación estándar para esta información es la siguiente:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{6000} = 77,45966692 \text{ rodamientos.}$$

- Paso 5: establecer un nivel de riesgo de déficit: El riesgo de déficit lo establece la información inicial como un 5% equivalente a $\alpha=0.05$
- Paso 6: determinar demanda máxima. Esta demanda máxima, como se pudo observar a través de toda la sección es exactamente el nivel de colocación de nuevos pedidos o punto de pedido o reorden. Se establece mediante la utilización de una tabla de distribución normal, utilizando la siguiente ecuación:

$$Z_{(1-\alpha)} = \frac{r_{\max} - \bar{r}(TA)}{\sigma} \Rightarrow Z_{(1-0.05)} = \frac{r_{\max} - 500(2)}{77,45966692} =$$

$$Z_{(0.95)} = \frac{r_{\max} - 500(2)}{77,45966692}$$

$Z_{(0.95)} = \frac{r_{\max} - 500(2)}{77,45966692}$ El valor $Z_{(0.95)}$ obtenido de una tabla de distribución normal es 1.645; por lo tanto se obtiene:

$1.645 = \frac{r_{\max} - 500(2)}{77,45966692}$. Despejando la demanda máxima de esta ecuación se obtiene lo siguiente:

$$r_{\max} = 1.645(77,45966692) + 1000 = 1127,421152 \approx 1128 \text{ unidades}$$

El dato anterior se ha aproximado por exceso a criterio del autor, ya que si se hace por defecto se estaría automáticamente incrementando el nivel de riesgo de déficit. El resultado indica que el punto de pedido es 1.128 unidades.

- Paso 7: definir la política de pedido: la política de pedido es revisar continuamente el inventario y cuando llegue a 1128 unidades, pedir la cantidad fija de 1.250 rodamientos.
- Paso 8: establecer las existencias de seguridad. Las existencias de seguridad dan el siguiente resultado:

$$ES = r_{\max} - \bar{r}(TA) = 1128 - 500(2) = 128 \text{ unidades.}$$

- Paso 9: determinar el costo total promedio. Para establecer el costo total promedio, se utiliza la misma ecuación del sistema de revisión continua. Esto es así:

$$Ct = \sqrt{2\bar{r}CmCo} + Cm(ES) = \sqrt{2(500)(80)(125000)} + 80(128) = \$110240/\text{semana.}$$

- Paso 10: Calcular el costo total: El costo total para esta información da lo siguiente:

$$CT = Ct + Cv(\bar{r}) = 110240 + 380(500) = \$300240/\text{semana.}$$

Para la aplicación de este procedimiento a un sistema de revisión periódica lo único que hay que tener en cuenta es que en el proceso de cálculo influye el intervalo entre pedidos; por lo tanto en la formulación hay que colocar $TA+IP$ donde aparece sólo el tiempo de anticipación.

Ejercicios propuestos

1. La compañía *Estornudo* ha determinado que la demanda semanal de su artículo puede ser 250 unidades por semana con una probabilidad del 30%, 300 unidades con una probabilidad del 40% o 350 unidades con una probabilidad del 30%. Además, se ha establecido que el costo por colocar una orden de compra es de \$120.000, mientras que el costo por guardar una unidad en el almacén es de \$50 por semana. Si se sabe que el costo de cada unidad es de \$14, y que el proveedor entrega los pedidos en una semana con probabilidad del 20%, en dos semanas con probabilidad del 60%, o en tres semanas con probabilidad del 20%; evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión continua con riesgo nulo de déficit, lo siguiente:

- A. Intervalo entre pedidos.
- B. Existencias de seguridad.
- C. Costo total promedio por semana.

2. La compañía *Infortunio* ha determinado que el costo que se causa por guardar una unidad en el almacén es de \$50 por semana, mientras que por sacar una orden de compra se causa un costo de \$100.000. Además, se sabe que el proveedor cobra por cada unidad \$300. Si se sabe que la demanda y el tiempo de entrega de los pedidos por parte del proveedor; responden a las siguientes distribuciones de probabilidad:

| TA | PROB | | DEM | PROB |
|----|------|--|-----|------|
| 1 | 0.35 | | 200 | 0.3 |
| 2 | 0.30 | | 250 | 0.4 |
| 3 | 0.35 | | 300 | 0.3 |

Evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión periódica con riesgo nulo de déficit lo siguiente:

- A. Existencias de seguridad.
- B. Intervalo entre pedidos.
- C. Costo total promedio.
- D. Costo total.

3. Una empresa comercializadora ha establecido que la demanda mensual para uno de sus productos puede ser de 350 unidades con probabilidad del 30%, 450 unidades con probabilidad del 40% o 550 unidades con probabilidad

del 30%. Además, se ha establecido que el proveedor entrega los pedidos dos meses después de colocados los mismos, el costo de mantener una unidad en el almacén es \$90 por mes y el costo por ordenar una compra es \$324000. si se sabe que cada unidad cuesta \$360, establezca para un sistema de control de inventarios de revisión continua con riesgo nulo de déficit lo siguiente:

- A. Costo total promedio por mes.
- B. Punto de pedido.
- C. Cantidad a pedir.
- D. Existencias de seguridad.

4. Una empresa comercializadora ha establecido que la demanda mensual para uno de sus productos puede ser de 350 unidades con probabilidad del 30%, 450 unidades con probabilidad del 40% o 550 unidades con probabilidad del 30%. Además, se ha establecido que el proveedor entrega los pedidos dos meses después de colocados los mismos, el costo de mantener una unidad en el almacén es \$90 por mes y el costo por ordenar una compra es \$324.000. si se sabe que cada unidad cuesta \$360, establezca para un sistema de control de inventarios de revisión periódica con riesgo nulo de déficit lo siguiente:

- A. Costo total promedio por mes.
- B. Intervalo entre pedidos.
- C. Existencias de seguridad.

5. Para el proceso de producción de la compañía *Sigma* se requiere de un dispositivo especial como componente del producto final, para el cual se ha establecido que después de colocado un pedido, el proveedor lo puede entregar en una semana con probabilidad del 20%, en dos semanas con probabilidad de 60% y en tres semanas con probabilidad del 20%. Además, se ha establecido que el proceso consume semanalmente 500 dispositivos y que cada uno de ellos cuesta \$250. Si se sabe que por guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$80 por semana y que por colocar una orden de compra se genera un costo de \$500.000; evalúe lo siguiente para un sistema de control de inventarios de revisión continua con riesgo nulo de déficit:

- A. Existencias de seguridad.
- B. Costo total.
- C. Punto de pedido.
- D. Cantidad a pedir.

6. Para el proceso de producción de la compañía *Sofisticado* se requiere de un dispositivo especial como componente del producto final, para el cual se ha

establecido que después de colocado un pedido el proveedor lo puede entregar en una semana con probabilidad del 20%, en dos semanas con probabilidad de 60% y en tres semanas con probabilidad del 20%. Además, se ha establecido que el proceso consume semanalmente 500 dispositivos y que cada uno de ellos cuesta \$250. Si se sabe que por guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$80 por semana y que por colocar una orden de compra se genera un costo de \$500.000; evalúe lo siguiente para un sistema de control de inventarios de revisión periódica con riesgo nulo de déficit:

- A. Existencias de seguridad.
- B. Costo total.
- C. Intervalo entre pedidos.
- D. Demanda máxima.

7. El producto que distribuye *El Embudo* se adquiere a \$125 la unidad y puede tener una demanda semanal de 125 unidades con una probabilidad del 25%, 150 unidades con probabilidad del 50% ó 175 unidades con probabilidad del 25%. Además, se sabe que cada vez que se coloca un pedido se causa un costo de \$120.000 y el proveedor puede entregar cada pedido en un tiempo de una semana con probabilidad del 30%, en dos semanas con probabilidad del 40% o en tres semanas con probabilidad del 30%. Evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión continua, con riesgo de déficit del 0.46875% las existencias de seguridad y el punto de pedido, si se sabe que el costo que se causa por mantener una unidad en el almacén semanalmente es del 20% del costo.

8. Suponga que la demanda de un producto sigue la distribución de probabilidad que se muestra en la siguiente tabla:

| DEMANDA SEMANAL | PROBABILIDAD |
|-----------------|--------------|
| 42 | 0.1 |
| 45 | 0.2 |
| 48 | 0.4 |
| 51 | 0.2 |
| 54 | 0,1 |

Evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión continua, con riesgo nulo de déficit las existencias de seguridad y el punto de pedido.

9. Suponiendo que la demanda de un artículo determinado está distribuida según la tabla mostrada en seguida, determinar el punto de pedido y las

existencias de seguridad para un sistema de control de inventarios de revisión continua, si el tiempo de entrega de los pedidos es 2 meses y se establece un riesgo de déficit del uno por ciento.

| DEMANDA MENSUAL | PROBABILIDAD |
|-----------------|--------------|
| 1000 | 0,10 |
| 1100 | 0,20 |
| 1200 | 0,40 |
| 1300 | 0,20 |
| 1400 | 0,10 |

10. Se ha determinado en la compañía *El Petrolizado* que el costo que se causa por guardar una unidad en inventario es \$75 por semana, mientras que por sacar una orden de compra se causa un costo de \$3'000.000. Además, se sabe que el proveedor entrega los pedidos dos semanas después de colocados, que el costo de cada unidad es \$17 y que la demanda responde a la siguiente distribución de probabilidad:

| DEMANDA SEMANAL | PROBABILIDAD. |
|-----------------|---------------|
| 100 | 0.20 |
| 150 | 0.25 |
| 200 | 0.10 |
| 250 | 0.25 |
| 300 | 0.20 |

Evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión continua con riesgo de déficit del 4% lo siguiente:

- A. Existencias de seguridad.
- B. Punto de reorden.
- C. Política de pedido.
- D. Costo total anual óptimo.

11. En la compañía *Deterioro* se ha determinado las siguientes distribuciones de probabilidad para la demanda y tiempo de entrega de los pedidos.

| TA/SEM | PROB. |
|--------|-------|
| 2 | 0.2 |
| 3 | 0.3 |
| 4 | 0.5 |

| DEM/SEM | PROB. |
|---------|-------|
| 100 | 0.25 |
| 200 | 0.50 |
| 300 | 0.25 |

También se estableció que el costo por guardar una unidad en inventario es de \$200 y que por cada orden de compra se causa un costo de \$500.000.

Evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión periódica, con riesgo nulo de déficit lo siguiente:

- A. Tiempo entre pedidos.
- B. Existencias de seguridad.
- C. Costo total promedio semanal.

12. El artículo que distribuye la compañía *El Hipócrita* se le determinó que su proveedor puede entregar los pedidos en dos semanas con una probabilidad del 40% o en tres semanas con una probabilidad del 60%; y que su consumo responde a la siguiente distribución de probabilidad:

| DEMANDA SEMANAL | PROBABILIDAD |
|-----------------|--------------|
| 100 | 0.3 |
| 150 | 0.5 |
| 200 | 0.2 |

Además, se ha establecido que el costo que se genera por sacar una orden de compra es de \$1.000.000 y que por guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$290 por semana. Determine las existencias de seguridad, punto de pedido y costo total promedio para un sistema de control de inventarios de revisión continua con riesgo de déficit del 0.48%.

13. El departamento de producción de la compañía *La Botella* determinó que el costo por mantener una unidad en inventario por año es \$120, mientras que el costo que causa por sacar una orden de compra es de \$24.000. Además, se estableció que la demanda mensual del artículo responde a la siguiente distribución de probabilidad:

| DEMANDA | PROBABILIDAD |
|---------|--------------|
| 1000 | 0.1 |
| 1100 | 0.2 |
| 1200 | 0.4 |
| 1300 | 0.2 |
| 1400 | 0.1 |

Si se sabe que el proveedor de la compañía demora 2 meses en entregar un pedido, que se realizó uno de ellos el 15 de abril por 2.000 unidades y que el gerente de la compañía decidió controlar el inventario mediante un sistema de revisión periódica con cero por ciento de riesgo de déficit, realizando la primera revisión el 30 de mayo; evalúe qué cantidad se debe ordenar en los tres primeros pedidos si se establece una demanda de 1.000 unidades en mayo, en junio 1.200 unidades, en julio 1.400 unidades, en agosto 1.300 unidades, en septiembre 1100 unidades y en octubre de 1.000 unidades. Suponga que el inventario físico a 30 de abril es 5.000 unidades.

14. La compañía *Evolution* ha determinado que el costo que se causa por sacar una orden de compra es de \$120.000, por guardar una unidad en inventarios se genera un costo de \$50 por semana, mientras que el proveedor cobra \$15 por unidad entregada. Además, se sabe que el proveedor entrega cada pedido dos semanas después de colocado el mismo, y que la demanda del artículo responde a la siguiente distribución de probabilidad. Evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión continua con riesgo nulo de déficit, lo siguiente:

- A. Cantidad óptima a comprar.
- B. Punto de pedido.
- C. Existencias de seguridad.
- D. Costo total por semana.

| DEMANDA SEMANAL | PROBABILIDAD |
|-----------------|--------------|
| 250 | 0.3 |
| 300 | 0.4 |
| 350 | 0.3 |

15. La compañía *Resguardo* ha determinado que el costo que se causa por sacar una orden de compra es de \$120.000, por guardar una unidad en inventarios se genera un costo de \$50 por semana, mientras que el proveedor

cobra \$15 por unidad entregada. Además, se sabe que el proveedor entrega cada pedido dos semanas después de colocado el mismo, y que la demanda del artículo responde a la siguiente distribución de probabilidad. Evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión periódica con riesgo nulo de déficit, lo siguiente:

- A. Intervalo entre pedidos.
- B. Existencias de seguridad.
- C. Costo total por semana.

| DEMANDA SEMANAL | PROBABILIDAD |
|-----------------|--------------|
| 250 | 0.3 |
| 300 | 0.4 |
| 350 | 0.3 |

16. La compañía *Pompilio* ha determinado que la demanda de su artículo es de 300 unidades por semana, que el costo por colocar una orden de compra es de \$120.000, mientras que el costo por guardar una unidad en el almacén es de \$50 por semana. Si se sabe que el costo de cada unidad es de \$14, y que el proveedor entrega los pedidos en una semana con probabilidad del 20%, en dos semanas con probabilidad del 60%, o en tres semanas con probabilidad del 20%; evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión continua con riesgo nulo de déficit, lo siguiente:

- A. Cantidad óptima a comprar.
- B. Punto de pedido.
- C. Existencias de seguridad.
- D. Costo total por semana.

17. La compañía *Huracán* ha determinado que la demanda de su artículo es de 300 unidades por semana, que el costo por colocar una orden de compra es de \$120.000, mientras que el costo por guardar una unidad en el almacén es de \$50 por semana. Si se sabe que el costo de cada unidad es de \$14, y que el proveedor entrega los pedidos en una semana con probabilidad del 20%, en dos semanas con probabilidad del 60%, o en tres semanas con probabilidad del 20%; evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión periódica con riesgo nulo de déficit, lo siguiente:

- A. Intervalo entre pedidos.
- B. Existencias de seguridad.
- C. Costo total por semana.

18. Una determinada compañía consume en su proceso de producción un tipo de rodamiento para el cual se ha establecido la función de distribución de probabilidad para su demanda mostrada en la tabla. Además, se ha establecido que cada rodamiento cuesta \$380 y que por mantener un rodamiento en el almacén se causa un costo de \$80 por semana y que por sacar una orden de compra se causa un costo de \$125.000. Si se sabe que cada vez que se realiza un pedido de rodamientos el proveedor lo entrega dos semanas después.

| DEMANDA SEMANAL | PROBABILIDAD |
|-----------------|--------------|
| 400 | 0.3 |
| 500 | 0.4 |
| 600 | 0.3 |

Evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión continua, con el 9% de riesgo de déficit lo siguiente:

- A. Costo total promedio por semana.
- B. Punto de pedido.
- C. Cantidad a pedir.

19. Con la información del problema anterior, evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión periódica con riesgo nulo de déficit lo siguiente:

- A. Existencias de seguridad.
- B. Intervalo entre pedidos.
- C. Costo total promedio por semana.

20. La compañía *La Estrella* ha determinado que el consumo de uno de sus artículos por semana puede ser 450 unidades con probabilidad del 25%, 500 unidades con probabilidad del 50%, 550 unidades con probabilidad del 25%. Además se ha establecido que por guardar una unidad en el almacén se genera un costo de \$200 por semana, por colocar una orden de compra se genera un costo de \$1250000 y cada unidad se adquiere en \$900. También, se ha establecido que el proveedor de la compañía puede entregar cada pedido en una semana con probabilidad del 20%, en 2 semanas con probabilidad del 60% o en 3 semanas con probabilidad del 20%. Evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión continua con riesgo de déficit del 0.3125%, lo siguiente:

- A. Punto de pedido o reorden.

- B. Existencias de seguridad.
- C. Cantidad a pedir.

21. La compañía *Hipervínculo* ha determinado que el costo que se causa por guardar una unidad en el inventario es de \$50 por semana, que el costo de compra de cada unidad es de \$25 mientras que el costo que se genera por sacar una orden de compra es \$109375. Si se sabe que el proveedor entrega los pedidos 2 semanas después de colocados y la demanda del artículo responde a la siguiente tabla de probabilidades:

| DEMANDA SEMANAL | PROBABILIDAD |
|-----------------|--------------|
| 100 | 0.2 |
| 150 | 0.3 |
| 200 | 0.3 |
| 250 | 0.2 |

Evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión continua con riesgo nulo de déficit las existencias de seguridad y la cantidad óptima a pedir.

22. La compañía *explorer* ha determinado que el costo que se causa por guardar una unidad en el almacén es \$50 por semana, mientras que por sacar una orden de compra se causa un costo de \$100.000. Además, se sabe que el proveedor entrega los pedidos, dos semanas después de colocados y cobra por cada unidad \$300. También, se sabe que la demanda por semana responde a la siguiente distribución de probabilidad:

| DEMANDA SEMANAL | PROBABILIDAD |
|-----------------|--------------|
| 200 | 0.3 |
| 250 | 0.4 |
| 300 | 0.3 |

Evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión continua lo siguiente:

- A. Costo total promedio por semana.
- B. Cantidad óptima a pedir. 1000
- C. Costo total por semana.
- D. Existencias de seguridad.

23. La compañía *Oruga* ha determinado que el costo que se causa por guardar una unidad en inventario es de \$70 por semana, mientras que por

sacar una orden de compra se causa un costo de \$196.000. Además, se ha establecido que el costo de cada unidad es de \$80. Evalúe un sistema de control de inventarios de revisión continua si se sabe que la demanda del artículo y el tiempo de anticipación responden a las siguientes distribuciones de probabilidad.

| TIEMPO DE ANTICIPACIÓN (SEMANAS) | PROBABILIDAD |
|----------------------------------|--------------|
| 1 | 0.2 |
| 2 | 0.6 |
| 3 | 0.2 |

| DEMANDA SEMANAL | PROBABILIDAD |
|-----------------|--------------|
| 300 | 0.25 |
| 350 | 0.50 |
| 400 | 0.25 |

Evalúe lo siguiente:

- A. Cantidad óptima a pedir.
- B. Existencias de seguridad.
- C. Punto de pedido.
- D. Costo total por semana.

24. La compañía *Infortunio* ha determinado que el costo que se causa por guardar una unidad en el almacén es de \$50 por semana, mientras que por sacar una orden de compra se causa un costo de \$100.000. Además, se sabe que el proveedor cobra por cada unidad \$300. Si se sabe que la demanda y el tiempo de entrega de los pedidos por parte del proveedor; responden a las siguientes distribuciones de probabilidad:

| TA | PROB |
|----|------|
| 1 | 0.35 |
| 2 | 0.30 |
| 3 | 0.35 |

| DEM | PROB |
|-----|------|
| 200 | 0.3 |
| 250 | 0.4 |
| 300 | 0.3 |

Evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión periódica con riesgo nulo de déficit lo siguiente:

- A. Existencias de seguridad.
- B. Intervalo entre pedidos.
- C. Costo total por semana.

25. La compañía *Bolardo* ha determinado que la demanda semanal de su artículo puede ser 250 unidades por semana con una probabilidad del 30%, 300 unidades con una probabilidad del 40% o 350 unidades con una probabilidad del 30%. Además, se ha establecido que el costo por colocar una orden de compra es de \$120.000, mientras que el costo por guardar una unidad en el almacén es de \$50 por semana. Si se sabe que el costo de cada unidad es de \$14, y que el proveedor entrega los pedidos en una semana con probabilidad del 20%, en dos semanas con probabilidad del 60%, ó en tres semanas con probabilidad del 20%; evalúe para un sistema de control de inventarios de revisión continua con riesgo nulo de déficit, lo siguiente:

- A. Cantidad óptima a comprar.
- B. Punto de pedido.
- C. Existencias de seguridad.
- D. Costo total por semana.

CAPÍTULO 4

MODELOS

ESTOCÁSTICOS

A continuación se tratan modelos con demanda aleatoria, los cuales tienen una distribución de probabilidad conocida o determinada. Los modelos tratados son de tipo estático, ya que se tiene en cuenta un sólo período en su evaluación y además se considera que la distribución de probabilidad es independiente en el tiempo (no varía de un período a otro) y también, es de carácter estacionario (no cambia a través del tiempo)³

Estos modelos son especiales para artículos que se producirán una sola vez en un horizonte de planeación; lo que indica que son adecuados para productos de temporada, artículos perecederos o que tienen una vida útil corta. Algunos ejemplos de esto pueden ser modas, aviones especiales, industria de computadoras, vegetales, leche y carne entre otros.

Dentro de este tipo de modelos se tratarán los siguientes:

- Consumo instantáneo sin costo fijo.
- Consumo instantáneo con costo fijo.
- Consumo uniforme sin costo fijo.

4.1. Modelo de consumo instantáneo sin costo fijo

4.1.1. Suposiciones del modelo

Para que el modelo garantice su funcionalidad requiere de los siguientes supuestos:

- La distribución de probabilidad de la demanda es conocida.
- El costo de penalización debe ser mayor que el costo variable.
- Los costos de producción o compra, mantenimiento y penalización deben ser conocidos y constantes.
- El costo por ordenar o fijo se supone tan bajo, que se considera nulo.

4.1.2. Parámetros y variables

Junto con su notación, a continuación se relacionan los parámetros y variables involucrados en el modelo:

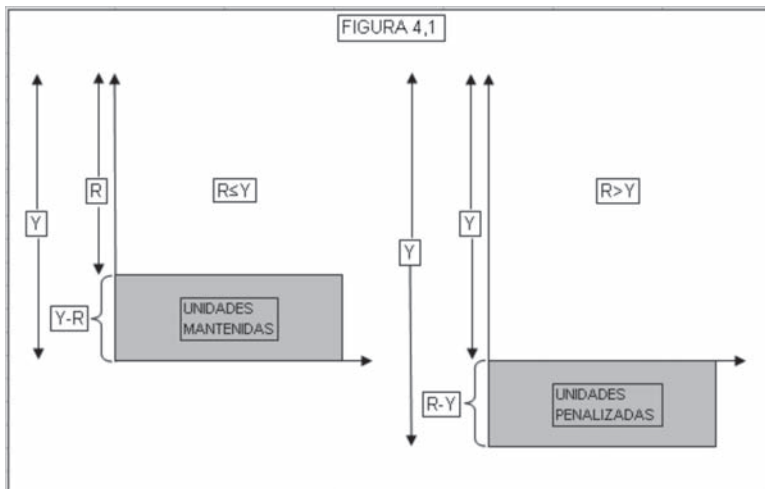
| | |
|------------------|---|
| R: | demanda. |
| ϕR : | distribución de probabilidad de la demanda. |
| C _m : | costo unitario de mantenimiento. |
| C _p : | costo unitario de penalización. |

³ PRAWDA WITENBERG, Juan. *Métodos y modelos de investigación de operaciones, volumen 2, Modelos estocásticos*. Editorial Limusa. Página 144. México, 1994.

- Cv: costo variable por unidad.
 Ct: costo total sin costo fijo.
 X: nivel de inventario inicial (viene del período anterior).
 Y: nivel de inventario óptimo antes de iniciar la temporada de demanda.

4.1.3. Estructura del modelo

La estructura del modelo supone que se puede iniciar o no con un inventario inicial (X) y que en el momento de empezar la temporada de demanda se debe tener en inventario una cantidad Y. se ordena producción o compra sólo si el nivel de inventario del período anterior (X) es inferior al nivel de inventario proyectado (Y) para el próximo período. En la figura 4.1 se presentan las dos posibilidades que pueden ocurrir con la demanda; esto es, que la demanda sea menor o igual al inventario existente (Y), en cuyo caso quedan unidades que deben ir al almacén (unidades mantenidas) o que la demanda sea superior al inventario (Y), lo que genera un déficit o demanda insatisfecha (unidades penalizadas). Al hablar de modelos de un solo período se supone que lo que no se venda en el tiempo de demanda difícilmente se venderá en un futuro próximo (si es que se vende) y la demanda insatisfecha no se podrá suplir en el futuro; ya que serán ventas perdidas, por ejemplo si una persona necesita un árbol de navidad en diciembre y no lo consigue en un determinado distribuidor, sencillamente lo compra en la competencia (no espera a que se lo envíen en enero).



4.1.4. Formulación del modelo

Como se ha podido observar a través de todo el capítulo el costo total en un modelo de inventarios está dado por la sumatoria de los costos variables, mantenimiento, penalización y fijos (no involucrado en este modelo). En este modelo la distribución de probabilidad de la demanda puede ser de dos tipos: continua o discreta.

Para el caso de distribución de probabilidad de tipo **continuo**, la ecuación de costo total se puede expresar de la siguiente manera:

$$Ct = Cv(Y - X) + Cm \int_0^y (Y - R)\phi(R)dR + Cp \int_y^\infty (R - Y)\phi(R)dR \quad (4.1)$$

Aplicando la primera derivada a la ecuación 4.1, respecto de la variable Y se obtiene:

$$\frac{\partial(Ct)}{\partial Y} = Cv + Cm \int_0^y \phi(R)dR - Cp \int_y^\infty \phi(R)dR = 0 \quad (4.2)$$

Por teoría de probabilidades $\int_y^\infty \phi(R)dR = 1 - \int_0^y \phi(R)dR$; por lo tanto la ecuación 4.2 se puede expresar como:

$$Cv + Cm \int_0^y \phi(R)dR = Cp \left\{ 1 - \int_0^y \phi(R)dR \right\} \quad (4.3)$$

Efectuando la multiplicación del corchete se obtiene:

$$Cv + Cm \int_0^y \phi(R)dR = Cp - Cp \int_0^y \phi(R)dR. \quad (4.4)$$

Reorganizando los términos se obtiene lo siguiente:

$$Cm \int_0^y \phi(R)dR + Cp \int_0^y \phi(R)dR = Cp - Cv. \quad (4.5)$$

Factorizando el término de la integral, se genera la siguiente ecuación:

$$\int_0^y \phi(R)dR (Cp + Cm) = Cp - Cv. \quad (4.6)$$

De la ecuación 4.6 se despeja el término de la integral y se obtiene:

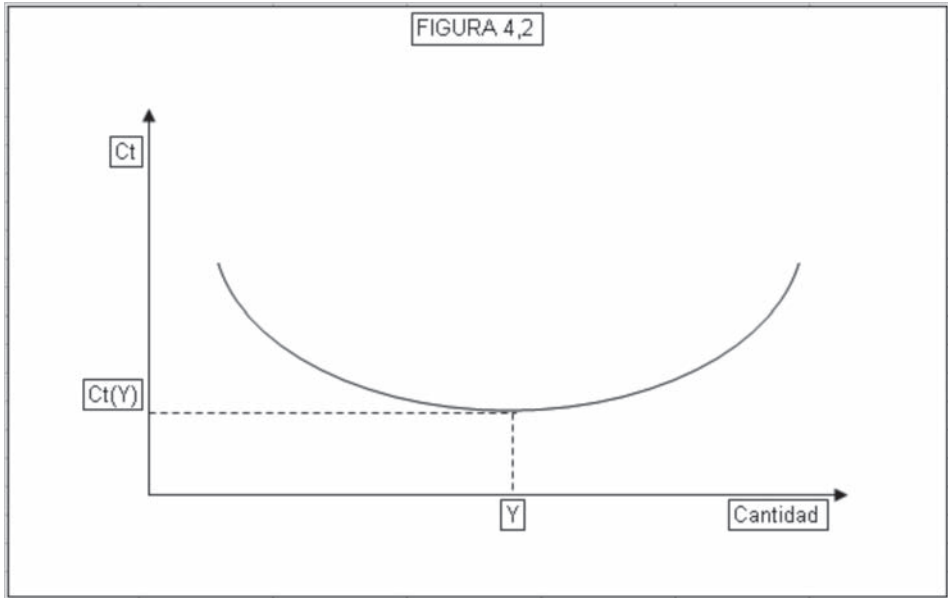
$$\int_0^y \phi(R)dR = \frac{Cp - Cv}{Cp + Cm}. \quad (4.7)$$

La ecuación 4.7 es la fórmula utilizada para hallar el inventario óptimo (Y) que se debe tener en el momento de iniciar la temporada de demanda y la política de producción del artículo se rige por la siguiente relación:

Producir. $Y - X$..si. $Y > X$.

No..producir...si. $Y \leq X$

En la figura 4.2 se visualiza el hecho que la cantidad Y , si genera el costo mínimo o se puede comprobar con el criterio de la segunda derivada.



Para el caso en que la distribución de probabilidad sea de tipo **discreto**, la ecuación de costo total queda de la siguiente manera:

$$Ct = Cv(Y - X) + Cm \sum_{R=0}^Y (Y - R)\phi(R) + Cp \sum_{R=Y+1}^{\infty} (R - Y)\phi(R) \quad (4.8).$$

Con base en la figura 4.8, se concluye que para el caso discreto, las condiciones necesarias para que Y genere un costo mínimo son⁴: que tanto en la cantidad $Y - 1$ como en la cantidad $Y + 1$ debe generar un costo mayor o igual al costo generado en la cantidad Y . Evaluando el costo en $Y - 1$, se toma la fórmula de costo y se reemplaza Y por $Y - 1$; esto arroja lo siguiente:

$$Ct(Y - 1) = Cv(Y - 1 - X) + Cm \sum_{R=0}^{Y-1} (Y - 1 - R)\phi(R) + Cp \sum_{R=Y}^{\infty} (R - Y + 1)\phi(R)$$

Eliminando el uno de todos los factores se obtiene:

⁴ TAHA, Hamdy A. Investigación de operaciones. Editorial Alfaomega. Segunda edición. Página 597. México 1991.

$$Ct(Y-1) = Cv(Y-X) + Cm \sum_{R=0}^{Y-1} (Y-R)\phi(R) + Cp \sum_{R=Y}^{\infty} (R-Y)\phi(R) - Cm \sum_{R=0}^{Y-1} \phi(R) + Cp \sum_{R=Y}^{\infty} \phi(R) - Cv$$

Los tres primeros términos del lado derecho de la igualdad, son exactamente el costo generado en la cantidad; por lo que se genera lo siguiente:

$$Ct(Y-1) = Ct(Y) - Cm \sum_{R=0}^{Y-1} \phi(R) + Cp \sum_{R=Y}^{\infty} \phi(R) - Cv$$

Reemplazando $\sum_{R=Y}^{\infty} \phi(R) = 1 - \sum_{R=0}^{Y-1} \phi(R)$ se obtiene lo siguiente:

$$Ct(Y-1) = Ct(Y) - Cm \sum_{R=0}^{Y-1} \phi(R) + Cp \left\{ 1 - \sum_{R=0}^{Y-1} \phi(R) \right\} - Cv$$

Haciendo la multiplicación del corchete se obtiene:

$$Ct(Y-1) = Ct(Y) - Cm \sum_{R=0}^{Y-1} \phi(R) + Cp \left\{ 1 - \sum_{R=0}^{Y-1} \phi(R) \right\} - Cv$$

Al hacer factor común en las sumatorias se obtiene:

$$Ct(Y-1) = Ct(Y) - Cm \sum_{R=0}^{Y-1} \phi(R) + Cp - Cp \sum_{R=0}^{Y-1} \phi(R) - Cv$$

Al realizar la sumatoria de probabilidades resulta la probabilidad acumulada o probabilidad de ser menor o igual; la cual se puede representar como $P\{R \leq Y-1\}$ Realizando este cambio y organizando los términos se obtiene:

$$Ct(Y-1) = Ct(Y) + Cp - Cv - (Cm + Cp)P\{R \leq Y-1\} \quad (4.9)$$

Al principio del caso discreto, se hizo alusión a que el costo en $Y-1$ debe generar un costo mayor o igual al costo generado en la cantidad Y ; esto matemáticamente queda como:

$$Ct(Y-1) \geq Ct(Y) \quad o \quad Ct(Y-1) - Ct(Y) \geq 0 \quad (4.10)$$

Si se sustituye 4.9 en 4.10 se obtiene:

$$Ct(Y) + Cp - Cv - (Cm + Cp)P\{R \leq Y-1\} - Ct(Y) \geq 0$$

reduciendo términos semejantes se genera:

$$Cp - Cv - (Cm + Cp)P\{R \leq Y-1\} \geq 0$$

y despejando la probabilidad se obtiene que:

$$P\{R \leq Y - 1\} \leq \frac{Cp - Cv}{Cp + Cm} \quad (4.11)$$

También, se puede demostrar que $Ct(Y+1) \geq Ct(Y)$ y que esta relación genera:

$$P\{R \leq Y\} \geq \frac{Cp - Cv}{Cp + Cm} \quad (4.12)$$

Combinando las expresiones 4.11 y 4.12 se tiene que el valor del inventario optimo antes que se empiece a causar la temporada de demanda debe satisfacer la siguiente ecuación:

$$P\{R \leq Y - 1\} \leq \frac{Cp - Cv}{Cp + Cm} \leq P\{R \leq Y\} \quad (4.13)$$

En donde el punto crítico, para establecer la cantidad óptima de inventario es:

$$\frac{Cp - Cv}{Cp + Cm} \quad (4.14)$$

Ejercicio 4.1. Se ha establecido en la compañía *La Feria Navideña* que el costo de producción de una porcelana decorativa para la navidad es de \$80.000. Además, se sabe que por cada unidad que no se venda en la temporada de demanda se causa un costo de \$40.000, mientras que por cada porcelana que falte para satisfacer la demanda se ocasiona un costo de \$120.000. ¿Cuál debe ser la política óptima de producción e inventario? si se sabe que el artículo tiene un consumo instantáneo cuya demanda obedece a la siguiente distribución de probabilidad:

$$\phi(R) = \begin{cases} \frac{1}{10000} & \dots si \dots 0 \leq R \leq 10000. \\ 0 & ..si.. R > 10000..y.. R < 0. \end{cases}$$

Solución

Se cuenta con la siguiente información:

| | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| Costo de adquisición por unidad: | $Cv = \$80.000/\text{porcelana}.$ |
| Costo unitario de mantenimiento: | $Cm = \$40.000/\text{porcelana}.$ |
| Costo unitario de penalización: | $Cp = \$120.000/\text{porcelana}.$ |

Tal como se puede observar, la distribución de la demanda es de carácter continuo, pues los posibles valores de la demanda están definidos en un intervalo continuo. Entonces, para establecer el inventario óptimo a tener antes que llegue diciembre (temporada de demanda) se establece con base en la ecuación 4.7 de la siguiente manera:

$$\int_0^y \frac{1}{10.000} dR = \frac{120.000 - 80.000}{120.000 + 40.000} \dots$$

Sacando la constante de la integral y resolviendo el lado derecho de la ecuación se obtiene lo siguiente:

$$\frac{1}{10.000} \int_0^y dR = 0.25 \Rightarrow \int_0^y dR = 0.25(10.000)$$

Evalutando la integral se obtiene:

$$[R]_0^y = 2500 \text{ reemplazando los límites de la integral se tiene que:}$$

$Y - 0 = 2500$ por lo tanto el valor óptimo del inventario antes que se empiece a causar la temporada de demanda es:

$$Y = 2500 \text{ unidades.}$$

Con base en este inventario que debe existir a principios de diciembre; la política de producción queda definida de la siguiente manera:

$$\text{Producir..} 2.500 - X \text{..si..} 2.500 > X.$$

$$\text{No..producir..si..} 2.500 \leq X$$

Esto quiere decir que si hay por ejemplo 1000 porcelanas en inventario que vienen del año pasado, para este año se deben producir 1500. Pero, si del año pasado vienen 3000 porcelanas, para este año no se produce.

Ejercicio 4.2. Suponga que un pequeño floricultor ha determinado un costo de producción de \$50.000 por cada caja de rosas, por cada caja que no se tenga en la temporada de demanda se genera un costo de \$200.000; mientras que las unidades que no sean vendidas causan un costo de \$40.000. ¿Cuál es la política óptima de producción e inventario? Si se sabe que el artículo tiene un consumo de carácter instantáneo cuya demanda responde a la distribución de probabilidad que se presenta en la tabla 4.1.

| TABLA 4.1 | | | | | | | | | | |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| R | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $\phi(R)$ | 0,05 | 0,07 | 0,09 | 0,13 | 0,18 | 0,22 | 0,11 | 0,06 | 0,05 | 0,04 |

Solución

Se cuenta con la siguiente información:

Costo de adquisición por unidad: $C_v = \$50.000/\text{caja}$.

Costo unitario de mantenimiento: $C_m = \$40.000/\text{caja}$.

Costo unitario de penalización: $C_p = \$200.000/\text{caja}$.

Para este caso la distribución de probabilidad para la demanda que se muestra en la tabla 4.1, corresponde a una distribución de carácter continuo; por lo tanto para hallar la cantidad óptima de inventario antes de que inicie la próxima temporada de demanda de rosas se debe utilizar la fórmula del punto crítico presentada en la ecuación 4.14. Esto genera como resultado lo siguiente:

$$\frac{C_p - C_v}{C_p + C_m} = \frac{200.000 - 50.000}{200.000 + 40.000} = 0.625$$
 Este dato se ubica en la tabla de distribución de probabilidad acumulada tal como se muestra en la tabla 4.2.

| TABLA 4.2 | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| R | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $\phi(R)$ | 0,05 | 0,07 | 0,09 | 0,13 | 0,18 | 0,22 | 0,11 | 0,06 | 0,05 | 0,04 |
| Probabilidad acumulada | 0.05 | 0.12 | 0.21 | 0.34 | 0.52 | 0.74 | 0.85 | 0.91 | 0.96 | 1.00 |
| Punto crítico | 0.625 | | | | | | | | | |

Lo anterior indica que la cantidad de cajas de rosas que se deben tener en inventario deben ser $Y = 5$ cajas. Observe que la ecuación 4.13 se satisface plenamente, tal como se muestra a continuación:

$$P\{R \leq Y - 1\} \leq \frac{C_p - C_v}{C_p + C_m} \leq P\{R \leq Y\}$$

$$P\{R \leq 5 - 1\} \leq \frac{200.000 - 50.000}{200.000 + 40.000} \leq P\{R \leq 5\}$$

$$P\{R \leq 4\} \leq 0.625 \leq P\{R \leq 5\}$$

$$0.52 \leq 0.625 \leq 0.74$$

4.2. Modelo de consumo instantáneo con costo fijo

4.2.1. Suposiciones del modelo

Para que el modelo garantice su funcionalidad requiere de los siguientes supuestos:

- La distribución de probabilidad de la demanda es conocida.
- El costo de penalización debe ser mayor que el costo variable.
- Los costos de producción o compra, mantenimiento y penalización deben ser conocidos y constantes.
- El costo por ordenar debe ser conocido y constante.

4.2.2. Parámetros y variables

Junto con su notación, a continuación se relacionan los parámetros y variables involucrados en el modelo:

| | |
|------------|--|
| R: | demanda. |
| ϕ_R : | distribución de probabilidad de la demanda. |
| Co: | costo por ordenar o fijo. |
| Cm: | costo unitario de mantenimiento. |
| Cp: | costo unitario de penalización. |
| Cv: | costo variable por unidad. |
| Ct: | costo total sin costo fijo. |
| CT: | costo total con costo fijo. |
| X: | nivel de inventario inicial (viene del período anterior). |
| Y: | nivel de inventario óptimo antes de iniciar la temporada de demanda. |

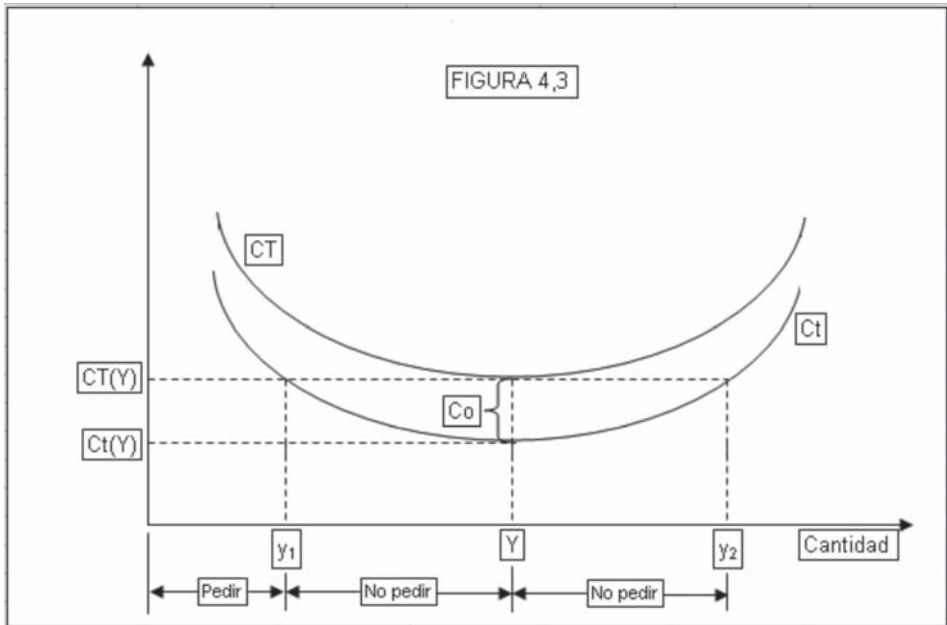
4.2.3. Estructura del modelo

La estructura para este modelo es básicamente la misma del modelo anterior, sólo que aquí si se causa un costo en el momento de ordenar producción o

compra; por lo tanto el costo esperado del sistema incluye el costo fijo. Además, dado que el costo fijo es una constante, el valor mínimo para este modelo debe estar ubicado en la misma cantidad del modelo sin costo fijo tal como se muestra en la figura 4.3.

En la figura 4.3 aparece un intervalo donde dice pedir y dos intervalos donde dice no pedir. Este análisis se realiza bajo los siguientes tres parámetros teniendo en cuenta el nivel del inventario que viene del período (X) anterior:

- Si $X < y_1$, como se puede observar en la figura, si el inventario del período anterior es menor que la cantidad y_1 , el costo estará ubicado por encima del costo total con costo fijo en la cantidad Y ($CT(Y)$); por lo tanto el costo se reducirá si se ordena hasta llegar a la cantidad Y . esto es ordenar una cantidad igual a $(Y-X)$.



- Si $y_1 \leq X \leq Y$. Si el inventario que viene del período anterior se encuentra entre las cantidades y_1 y Y , el costo total sin ordenar (curva Ct) se encuentra por abajo del costo total ordenando en la cantidad Y ; por lo tanto, lo más económico con base en el inventario inicial es no ordenar o pedir.
- Si $X > Y$. Cuando el inventario inicial es superior a la cantidad Y , el costo total sin ordenar se encuentra muy por debajo de la curva de costo con

orden de producción; razón más que lógica para que en este intervalo la decisión sea no ordenar o pedir.

En conclusión general, para este modelo hay que hallar el valor de la cantidad y_1 , y establecer la siguiente política de pedido:

Pedir..Y - Xsi..X < Y₁

No..pedir.....si..X ≥ Y₁

4.2.4. Formulación del modelo

Para la formulación de este modelo en su costo total es igual al modelo anterior sumándole el costo fijo, quedando de la siguiente manera:

$$Ct = Cv(Y - X) + Cm \int_0^y (Y - R)\phi(R)dR + Cp \int_y^\infty (R - Y)\phi(R)dR + Co. \quad (4.15)$$

Para calcular la cantidad Y se utiliza la misma ecuación del modelo anterior, la cual se transcribe a continuación:

$$\int_0^y \phi(R)dR = \frac{Cp - Cv}{Cp + Cm}. \quad (4.7)$$

Para efectos de calcular el valor de la cantidad y_1 , se utiliza la siguiente relación:

$$Ct(Y_1) = CT(Y) = Ct(Y) + Co. \quad (4.16)$$

Ejercicio 4.3. La compañía *Pinocor* es una empresa dedicada a la fabricación de artículos navideños. Entre sus artículos cuenta con arbolitos de navidad, producto para el cual ha establecido un costo de producción de \$100.000 por árbol, el costo que se causa por cada árbol que sea demandado y no se tenga es \$150.000, mientras que cada árbol que no sea vendido en el próximo mes de diciembre genera un costo de \$50.000 por concepto de almacenaje. Determine la política óptima de producción e inventario si se sabe que el consumo del artículo es de carácter instantáneo y su demanda responde a la siguiente distribución de probabilidad:

$$\phi(R) = \begin{cases} \frac{1}{500} \dots si \dots 0 \leq R \leq 500. \\ 0 \dots si \dots R > 500 \dots y \dots R < 0. \end{cases}$$

Solución

Aparte de la distribución de probabilidad de la demanda, se cuenta con la siguiente información de costos:

| | |
|----------------------------------|---------------------------------|
| Costo de adquisición por unidad: | $C_v = \$100.000/\text{árbol.}$ |
| Costo unitario de mantenimiento: | $C_m = \$50.000/\text{árbol.}$ |
| Costo unitario de penalización: | $C_p = \$150.000/\text{árbol.}$ |
| Costo por ordenar: | $C_o = \$1.125.000.$ |

A continuación se establece la cantidad Y , de la siguiente manera:

$\int_0^y \frac{1}{500} dR = \frac{150.000 - 100.000}{150.000 + 50.000}$ sacando la constante de la integral y resolviendo el lado derecho de la ecuación se obtiene lo siguiente:

$$\frac{1}{500} \int_0^y dR = 0.25 \Rightarrow \int_0^y dR = 0.25(500)$$

Evalutando la integral se tiene:

$[R]_0^Y = 125$ reemplazando los límites de la integral se tiene que:

$Y - 0 + 125$ por lo tanto el valor Y del inventario es:

$Y = 125 \text{ árboles.}$

Para calcular la cantidad y_1 , se utilizará la fórmula de costo sin costo fijo. Este procedimiento se registra a continuación (para evitar el uso del subíndice se utilizará solo y en lugar de y_1):

$$Ct(y) = C_v(y - X) + C_m \int_0^y (y - R) \phi(R) dR + C_p \int_y^\infty (R - y) \phi(R) dR.$$

$$Ct(y) = 100.000(y - X) + 50.000 \int_0^y (y - R) \frac{1}{500} dR + 150.000 \int_y^\infty (R - y) \frac{1}{500} dR.$$

$$Ct(y) = 100.000(y - X) + 100 \int_0^y (y - R) dR + 300 \int_y^{500} (R - y) dR.$$

$$Ct(y) = 100.000(y - X) + 100 \int_0^y y dR - 100 \int_0^y R dR + 300 \int_y^{500} R dR - 300 \int_y^{500} y dR.$$

$$Ct(y) = 100.000(y - X) + 100y \left[R \right]_0^y - 100 \left[\frac{R^2}{2} \right]_0^y + 300 \left[\frac{R^2}{2} \right]_y^{500} - 300y \left[R \right]_y^{500}.$$

$$Ct(y) = 100.000(y - X) + 100y^2 - 100 \left(\frac{y^2}{2} \right) + 300 \left(\frac{500^2}{2} - \frac{y^2}{2} \right) - 300y(500 - y).$$

$$Ct(y) = 100.000(y - X) + 100y^2 - 50y^2 + 37.500.000 - 150y^2 - 150.000y + 300y^2.$$

$$Ct(y) = 100.000y - 100.000X + 100y^2 - 50y^2 + 37.500.000 - 150y^2 - 150.000y + 300y^2.$$

$$Ct(y) = 200y^2 - 50.000y + 37.500.000 - 100.000X. \quad (4.17)$$

Reemplazando la ecuación 4.17, el valor de la cantidad $Y=125$ y el valor del costo por ordenar en la ecuación 4.16 se obtiene lo siguiente:

$$Ct(Y_1) = CT(Y) = Ct(Y) + Co.$$

$$200y^2 - 50.000y + 37.500.000 - 100.000X = 200(125)^2 - 50.000(125) + 37.500.000 - 100.000X + 1.125.000$$

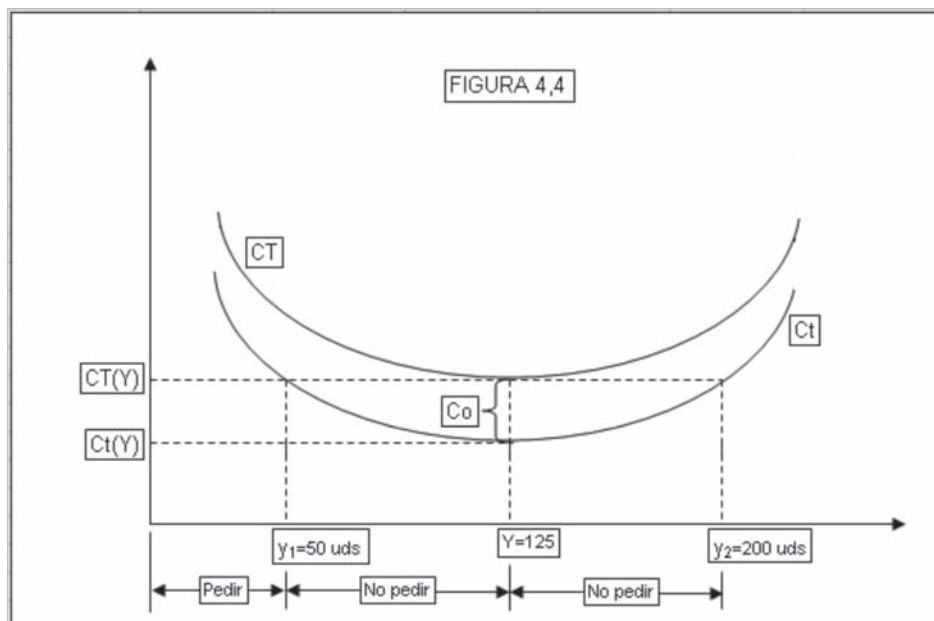
$$200y^2 - 50.000y = 200(125)^2 - 50.000(125) + 1.125.000$$

$$200y^2 - 50.000y + 2.000.000 = 0$$

La anterior ecuación se puede resolver por medio de la cuadrática, o simplificando y factorizando. Este último procedimiento es el que se aplica aquí; dividiendo toda la ecuación por 200 se obtiene:

$y^2 - 250y + 10000 = 0$. Factorizando se genera lo siguiente:

$(y-50)(y-200) = 0$ Por lo tanto los valores que satisfacen la ecuación son 50 y 200. Por lo que se establece que $y_1=50$ y $y_2=200$. En la figura 4.4 se presenta la solución del problema teniendo en cuenta estos valores.



Entonces, la política óptima de producción queda:

Pedir..125 – Xsi.. $X < 50$..árboles.

No..pedir.....si.. $X \geq 50$..árboles.

Esto indica, por ejemplo que si el inventario inicial de árboles es 25 unidades hay que pedir 100 para completar las 125 unidades; pero si el inventario es 65 unidades no se debe ordenar producción.

4.3. Modelo de consumo uniforme sin costo fijo

4.3.1. Suposiciones del modelo

Para que el modelo garantice su funcionalidad requiere de los siguientes supuestos:

- La distribución de probabilidad de la demanda es conocida.
- El costo de penalización debe ser mayor que el costo variable.
- Los costos de producción o compra, mantenimiento y penalización deben ser conocidos y constantes.
- El costo por ordenar es tan bajo que se considera nulo.

4.3.2. Parámetros y variables

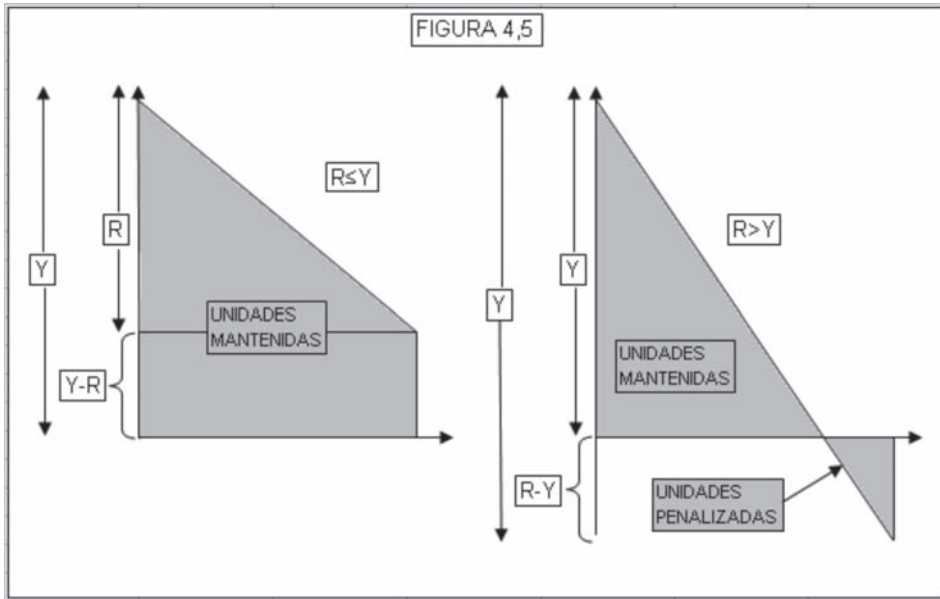
Junto con su notación, a continuación se relacionan los parámetros y variables involucrados en el modelo:

| | |
|------------|--|
| R: | demanda. |
| ϕR : | distribución de probabilidad de la demanda. |
| Cm: | costo unitario de mantenimiento. |
| Cp: | costo unitario de penalización. |
| Cv: | costo variable por unidad. |
| Ct: | costo total sin costo fijo. |
| X: | nivel de inventario inicial (viene del período anterior). |
| Y: | nivel de inventario óptimo antes de iniciar la temporada de demanda. |

4.3.3. Estructura del modelo

La estructura para este modelo es básicamente la misma del modelo de consumo instantáneo sin costo fijo, la única diferencia radica, como su nombre lo indica, en que el consumo del producto ahora es uniforme. Esto es muy simi-

lar al consumo de un modelo determinístico. En la figura 4.5 se puede apreciar la estructura general del modelo.



Como se puede apreciar en la figura, tanto cuando la demanda es menor, como cuando la demanda es mayor al inventario óptimo existe un inventario hasta que éste se acabe; esto es generado por el consumo uniforme.

4.3.4. Formulación del modelo

Para la formulación de este modelo primero hay que tener en cuenta las unidades mantenidas en promedio y las unidades penalizadas en promedio.

Las unidades mantenidas en promedio cuando la demanda es menor o igual al inventario son $Y - \frac{R}{2}$ (figura 4.5, lado izquierdo), mientras que cuando la demanda es superior al nivel de inventario, las unidades mantenidas en promedio son $\frac{Y^2}{2R}$ (figura 4.5, lado derecho). Las unidades penalizadas en promedio son $\frac{(R - Y)^2}{2R}$, que se causan sólo en el caso en que la demanda supere el nivel de inventario.

Con base en estos datos la ecuación de costo total para este modelo es:

$$Ct = Cv(Y - X) + Cm \left\{ \int_0^y \left(Y - \frac{R}{2} \right) \phi(R) dR + \int_y^\infty \frac{Y^2}{2R} \phi(R) dR \right\} + Cp \int_y^\infty \frac{(R - Y)^2}{2R} \phi(R) dR.$$

Al aplicar la primera derivada e igualar a cero se obtiene la ecuación 4.17; que es la fórmula a utilizar para determinar el nivel óptimo de inventario

$$\int_0^y \phi(R) dR + Y \int_y^\infty \frac{\phi(R)}{R} dR = \frac{Cp - Cv}{Cp + Cm}. \quad (4.17)$$

Después, de hallar el inventario óptimo, se determina la política óptima de producción del artículo, la cual se rige por la siguiente relación:

$$\text{Producir..}Y - X \text{..si..}Y > X.$$

$$\text{No..producir..si..}Y \leq X$$

Ejercicio 4.4. Cierta empresa productora de ruanas para vender en la próxima estación de invierno, ha determinado que la demanda responde a la siguiente distribución de probabilidad:

$$\phi(R) = \begin{cases} \frac{1}{100} \dots \text{si} \dots 0 \leq R \leq 100. \\ 0 \dots \text{si} \dots R > 100 \dots y \dots R < 0. \end{cases}$$

Además, se ha establecido que por guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$25 por ruana, por demanda insatisfecha se causa un costo de \$75 por ruana y producir una unidad cuesta \$10. ¿Cuál es la política óptima de producción e inventario si se sabe que el consumo del producto es uniforme?

Solución

Aparte de la distribución de probabilidad de la demanda, se cuenta con la siguiente información de costos:

Costo de producción por unidad: $Cv = \$10/\text{ruana}.$

Costo unitario de mantenimiento: $Cm = \$25/\text{ruana}.$

Costo unitario de penalización: $Cp = \$75/\text{ruana}.$

A continuación se establece la cantidad Y, utilizando la ecuación 4.17.

$$\int_0^y \frac{1}{100} dR + Y \int_y^{100} \frac{1}{100R} dR = \frac{75 - 10}{75 + 25}.$$

$$\frac{1}{100} \left(\int_0^y dR + Y \int_y^{100} \frac{dR}{R} \right) = 0.65.$$

$$[R]_0^Y + Y [\ln R]_Y^{100} = 65$$

$$Y + Y(\ln 100 - \ln Y) = 65$$

$$Y + Y \ln 100 - Y \ln Y - 65 = 0$$

$$Y + 4.6Y - Y \ln Y - 65 = 0$$

$$5.6Y - Y \ln Y - 65 = 0$$

Para esta última ecuación, con el objetivo de hallar el valor de Y; se utiliza el método de ensayo y error. En la tabla 4.3, se presenta algunos resultados de esta prueba:

| TABLA 4.3 | | | | |
|-----------|------|--------|--------|-------------------|
| Y | LnY | 5.6 Y | Y Ln Y | 5.6Y – Y lnY – 65 |
| 1 | 0 | 5.6 | 0 | - 59.4 |
| 20 | 2.99 | 112 | 59.91 | - 12.91 |
| 30 | 3.4 | 168 | 102.03 | 0.96 |
| 29.2 | 3.37 | 163.52 | 98.52 | -0.0057 |

Asumiendo que el valor de Y en la última fila, dé como resultado exactamente cero, indica que el óptimo valor del inventario antes que se empiece a causar la temporada de demanda debe ser $Y = 29.2$ ruanas y la política óptima de producción será:

$$\text{Producir..}29.2 - X \text{..si..}29.2 > X.$$

$$\text{No..producir..si..}29.2 \leq X$$

Se está asumiendo que el producto (ruanas) se puede fraccionar; por eso se ha asignado el valor de 29.2 ruanas. En caso contrario habrá que evaluarse qué es mejor, si la aproximación por exceso o por defecto.

Ejercicios propuestos

1. La compañía *Semana mayor* produce un tipo especial de matraca a un costo de \$5 por unidad, mientras que el costo que se genera por cuestión de almacenamiento es de \$5 por unidad y por cada unidad de demanda insatisfecha se causa un costo de \$15. Evalúe la política óptima de producción e inventario si se sabe que el producto tiene consumo instantáneo y la demanda responde a la siguiente distribución de probabilidad.

| R | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| $\phi(R)$ | 0.05 | 0.09 | 0.13 | 0.14 | 0.19 | 0.17 | 0.13 | 0.1 |

2. Se ha establecido en la compañía *El Tesoro* que el costo de producción de un producto es de \$10.000. Además, se ha determinado que por guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$ 20.000, por demanda insatisfecha se causa un costo de \$100.000, mientras que por ordenar una tanda se causa un costo de \$ 135000. ¿Cuál es la política óptima de producción si se sabe que el producto tiene un consumo de carácter instantáneo el cual responde a la siguiente distribución de probabilidad:

$$\phi(R) = \begin{cases} \frac{1}{100} \dots si \dots 0 \leq R \leq 100. \\ 0..si..R > 100..y..R < 0. \end{cases}$$

3. Una compañía produce un tipo especial de muñeco para la navidad, para el cual se ha establecido un costo por unidad de \$120.000. Además, se he determinado que por cada unidad almacenada se genera un costo de \$10.000 y que por cada unidad de demanda insatisfecha se causa un costo de \$150.000. ¿Cuál debe ser la política óptima de producción del muñeco para la próxima temporada? Si se sabe que el producto tiene un consumo de carácter instantáneo, que el costo por ordenar producción es de 400.000 y que la demanda del producto responde a la siguiente distribución de probabilidad:

$$\phi(R) = \begin{cases} \frac{1}{320} \dots si \dots 0 \leq R \leq 320. \\ 0..si..R > 320..y..R < 0. \end{cases}$$

4. Se ha establecido en la compañía *Repollo* que el costo de producción de un árbol de navidad es de \$100.000, que el costo que se causa por cada unidad de demanda insatisfecha es de \$150.000, mientras que por cada unidad no vendida se genera un costo de \$50.000. ¿Qué cantidad se debe ordenar producir? si se sabe que el consumo del artículo es de carácter instantáneo y su demanda responde a los siguiente distribución de probabilidad:

$$\phi(R) = \begin{cases} \frac{1}{500} \dots si \dots 0 \leq R \leq 500. \\ 0..si..R > 500..y..R < 0. \end{cases}$$

5. Se ha establecido en la compañía *El Serio* que la demanda de libros para la temporada responde a la siguiente distribución de probabilidad:

| R | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----------|------|-----|------|-----|------|-----|------|------|------|------|
| $\phi(R)$ | 0,05 | 0,1 | 0,15 | 0,2 | 0,12 | 0,1 | 0,09 | 0,08 | 0,06 | 0,05 |

Además se ha determinado que por cada libro demandado que no se tenga en el momento se causa un costo \$50.000, mientras que por cada libro que no se venda en la temporada escolar se causa un costo de \$10.000. Establezca la política óptima de inventario si se sabe que cada libro se adquiere a \$20.000.

6. Se ha establecido en la compañía *El Perro* que el costo de producción de un árbol de navidad es de \$100.000, que el costo que se causa por cada unidad de demanda insatisfecha es de \$150.000, mientras que por cada unidad no vendida se genera un costo de \$50.000. ¿Qué cantidad se debe ordenar producir? si se sabe que el consumo del artículo es de carácter uniforme y su demanda responde a la siguiente distribución de probabilidad:

$$\phi(R) = \begin{cases} \frac{1}{500} \dots si \dots 0 \leq R \leq 500. \\ 0 \dots si \dots R > 500 \dots y \dots R < 0. \end{cases}$$

7. El artículo que produce la compañía *Zancudo* tiene un consumo instantáneo que responde a la siguiente distribución de probabilidad.

$$\phi(R) = \begin{cases} \frac{1}{1000} \dots si \dots 0 \leq R \leq 1000. \\ 0 \dots si \dots R > 1000 \dots y \dots R < 0. \end{cases}$$

Si el costo unitario de producción es de \$0.5 y el costo por no entrega a tiempo es de \$4.5 por unidad; ¿cuánto debe ser el costo por guardar una unidad en inventario si se sabe que el nivel de inventario antes de empezar la temporada de demanda debe ser de 800 unidades?

8. La compañía *La Alambrada* distribuye un tipo de computador especial cuyo costo de adquisición es de \$20.000 por unidad, mientras que el costo de mantener una unidad en inventario es \$2.000. Determine cuál debe ser el rango de variación del costo de penalización unitario si se ha determinado que el inventario óptimo es de 5 unidades y el consumo tiene un carácter instantáneo y responde a la siguiente distribución de probabilidad.

| R | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\phi(R)$ | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.15 | 0.25 | 0.20 | 0.10 | 0.10 | 0.05 |

9. Se ha determinado en la compañía “CARABOBO” que el costo de compra de una unidad de su producto es de \$10, mientras que el costo por mantener una unidad en inventario es de \$1, si se estableció que el inventario óptimo

que se debe tener antes que se empiece a causar la demanda es de 4 unidades, ¿cuál debe ser el intervalo entre el cual se encuentra el costo de penalización? si se evaluó que el artículo tiene un consumo de carácter instantáneo que responde a la siguiente distribución de probabilidad:

| E | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\phi(R)$ | 0.05 | 0.10 | 0.10 | 0.20 | 0.25 | 0.15 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |

10. En la compañía *Boyacá* se determinó que el costo de producción de una unidad de su artículo es de \$10, mientras que el costo que se genera por mantener una unidad en inventario es de \$1. ¿Cuánto debe ser el costo que se genera por cada unidad pedida y que no se tenga en inventario? si se estableció que el nivel de inventario óptimo debe ser de 4 unidades y que el producto tiene una demanda de carácter uniforme que responde a la siguiente distribución de probabilidad.

$$\phi(R) = \begin{cases} \frac{1}{5} \dots si \dots 0 \leq R \leq 5. \\ 0 \dots si \dots R > 5. y \dots R < 0. \end{cases}$$

11. Se ha establecido en la compañía *Las Espadas* que el inventario necesario antes de empezar la temporada de demanda en 5 unidades. Determine el rango en el cual debe oscilar el costo por no entrega a tiempo, si se sabe que el costo de producción unitario es de \$100 y el costo por guardad una unidad en almacén es de \$75.

Suponga que la demanda del artículo responde a la siguiente distribución de probabilidad.

| R | O | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\phi(R)$ | 0.05 | 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.20 | 0.15 | 0.10 | 0.05 |

12. La compañía *El Volador* ha determinado que el costo que se genera por guardar una unidad en inventario es de \$0,5, mientras que el costo que se causa por cada unidad de demanda insatisfecha es de \$4,5. ¿Cuál debe ser la política óptima de producción e inventario?, sí se sabe que el costo de producción de cada unidad es de \$0,5 y que el artículo tiene un consumo de carácter instantáneo el cual corresponde a la siguiente distribución de probabilidad:

13. La compañía *Las Princesas* produce un tipo especial de bicicleta a un precio de \$1.000.000 cada una de ellas, y se sabe que cada unidad que no se venda genera un costo de \$2.000.000 por concepto de almacenaje, mientras que por cada unidad de demanda insatisfecha se causa un costo de \$4.000.000 establezca la política óptima de producción e inventarios, si se sabe que el producto tiene un consumo de carácter instantáneo el cual responde a la siguiente distribución de probabilidad:

| R | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\phi(R)$ | 0,05 | 0,10 | 0,15 | 0,25 | 0,20 | 0,15 | 0,10 |

14. La compañía *Estambul*, fabrica arbolitos de navidad a un costo de \$100 por unidad, y por concepto de guardar una unidad en el almacén se genera un costo de \$300, mientras que por concepto de demanda insatisfecha se ha establecido un costo de \$500 por unidad. Si se sabe que el producto tiene un consumo de carácter instantáneo ¿cuál debe ser la política óptima de producción e inventario? si la demanda del artículo responde a la siguiente distribución de probabilidad:

$$\phi(R) = \begin{cases} \frac{1}{100} \dots si \dots 0 \leq R \leq 100. \\ 0 \dots si \dots R > 100 \dots y \dots R < 0. \end{cases}$$

15. La compañía *Soledad* produce un tipo especial de bicicleta, la cual podrá ser utilizada en los próximos juegos nacionales, para dicha bicicleta se ha establecido un costo de producción unitario de \$3.500.000 y por cada bicicleta que no se venda en la temporada de demanda se causa un costo de \$2.500.000. Además, mediante un estudio se ha determinado que la demanda del artículo responde a la siguiente distribución de probabilidad:

| R | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\phi(R)$ | 0.03 | 0.05 | 0.08 | 0.10 | 0.12 | 0.15 | 0.17 | 0.11 | 0.10 | 0.06 | 0.03 |

¿Cuál debe ser la política óptima de producción e inventario de la compañía? si se sabe que el producto tiene consumo instantáneo y que por cada bicicleta que sea pedida y no se tenga, se causa un costo de \$7.500.000.

16. Considere un tipo de avioneta que tiene demanda discreta de consumo instantáneo. Para esta avioneta se ha establecido un costo unitario de producción es de \$ 2.000.000, el costo unitario de mantenimiento es de \$1.000.000 y el costo de penalización es \$ 4.000.000. Determine la política óptima de producción e inventario si se sabe que la demanda de avionetas responde a la siguiente distribución de probabilidad:

| R | $\phi(R)$ |
|---|-----------|
| 0 | 0.10 |
| 1 | 0.20 |
| 2 | 0.25 |
| 3 | 0.20 |
| 4 | 0.15 |
| 5 | 0.10 |

17. Supóngase que un producto tiene demanda aleatoria de consumo uniforme, la cual está distribuida de la siguiente forma:

$$\phi(R) = \begin{cases} \frac{1}{10} \dots si \dots 0 \leq R \leq 10. \\ 0 \dots si \dots R > 10 \dots y \dots R < 0. \end{cases}$$

Además, se sabe que por guardar una unidad en el almacén se causa un costo de \$0.5, por demanda insatisfecha se genera un costo de \$4.5 por unidad, mientras que el costo de producción unitario es \$0.5. Establezca la política óptima de producción e inventario para este artículo.

18. Para el artículo que produce la compañía *Oro sólido* se ha determinado un costo de producción de \$50.000 unidad, por cada unidad que no se tenga en la temporada de demanda se genera un costo de \$200.000, mientras que las unidades que no sean vendidas causan un costo de \$40.000. ¿Cuál es la política óptima de producción e inventario si se sabe que el artículo tiene un consumo de carácter instantáneo cuya demanda responde a la siguiente distribución:

$$\phi(R) = \begin{cases} \frac{1}{1000} \dots si \dots 0 \leq R \leq 1000. \\ 0 \dots si \dots R > 1000 \dots y \dots R < 0. \end{cases}$$

19. Suponga para el artículo del ejemplo anterior que la distribución de probabilidad de la demanda es la siguiente:

| R | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| (R) | 0,05 | 0,07 | 0,09 | 0,13 | 0,18 | 0,22 | 0,11 | 0,06 | 0,05 | 0,04 |

Con base en esta modificación, ¿cómo que da la política óptima de producción?

20. Para el artículo que produce la compañía *Oro negro* se ha determinado un costo de producción de \$50.000 unidad, por cada unidad que no se tenga en la temporada de demanda se genera un costo de \$200.000, mientras que las unidades que no sean vendidas causan un costo de \$40.000. ¿Cuál es la política óptima de producción e inventario si se sabe que el artículo tiene un consumo de carácter uniforme cuya demanda responde a la siguiente distribución de probabilidad?

$$\phi(R) = \begin{cases} \frac{1}{1000} \dots si \dots 0 \leq R \leq 1000. \\ 0 \dots si \dots R > 1000 \dots y \dots R < 0. \end{cases}$$

CAPÍTULO 5

RESPUESTAS A

EJERCICIOS PROPUESTOS



CAPÍTULO 2

1. A. 9.128,71 unidades
B. 3.341,07 unidades
C. 1.092,44 unidades
D. 730.296 unidades
E. 219.089.023/día
2. A. 15 ciclos
B. \$193.050.000/año
C. 6.000 unidades
D. 24 días
E. 12 días
3. A. 1.920 unidades
B. 3.840 unidades
C. No hay
D. \$33.696.000
E. 15 órdenes
4. Se debe realizar una importación de 2.800 unidades cada 4 semanas.
5. A. 37.500 unidades
B. 10 importaciones
C. 168.750 unidades
D. 75.000 unidades
E. \$3.000.000.000,00
6. A. 3.464,1 unidades
B. 22.156,92
C. 0.19245 años
D. 5,19615 pedidos.
7. 3857.46 unidades.
8. A. 6 semanas.
B. 3.000 unidades.
C. \$300.000.
D. \$500.000.
7. A. 500 unidades.
B. \$64.800.
C. 24 pedidos.
10. La capacidad de producción diaria de la planta debe ser de 150 unidades.
11. Se recomienda producir el artículo, ya que su costo total mínimo es menor (\$60.000/día) y si el artículo se compra (\$81.466.4/día). Se debe ordenar producir un lote de 5.400 unidades cada 45 días.
12. A. 1.581.13 unidades.
B. 4.427.18 unidades.
C. 1.581.13 unidades.
D. \$700.000.
13. A. 507.09 unidades.
B. 33.13 pedidos.
C. 6.7612 días.
E. \$35'053.732 /año.
14. El producto se debe fabricar con una cantidad óptima de 424,2 unidades con una frecuencia de 18 días y un costo total óptimo de \$18.856/día.

15. A. Ordenar una compra de 2200 unidades cada vez que el inventario esté en cero.

B. Ordenar una compra de 1800 unidades cada vez que el inventario este en cero.

Si usted fuera el jefe del almacén seguiría alguna otra alternativa para el manejo del inventario. Justifique su respuesta.

Suponga: semana de 5 días y año de 50 semanas.

Respuesta. De las primeras dos alternativas se debe seguir la A, ordenar una compra de 2.200 unidades cada vez que el inventario esté en cero, con un costo total óptimo de \$ 6.272.727 por año, ya que la alternativa B genera un costo total de \$6.277.777 por año. Se sugiere como alternativa ordenar compras de 2.000 unidades, con un costo total óptimo de \$ 6.250.000 por año.

16. A. Producir el artículo a razón de 130 unidades diarias

B. Comprar el artículo al proveedor

C. Comprar el artículo y pagarle \$70 diarios al cliente por cada unidad no entregada a tiempo.

D. Producir el artículo a razón de 130 unidades por día y pagar al cliente \$70 por día, por cada unidad no entregada a tiempo.

La cantidad que se debe ordenar son 4.934 unidades con una frecuencia de 45 días.

17. A. 6 días.

B. 5 días.

C. 6.545454 ciclos.

D. \$300.000.

E. 55 días.

20. La política óptima es ordenar comprar 520 unidades cada 4 días para obtener un costo total de \$6.903.000 por semestre.

21. A. \$23.760.000/año.

B. \$100000.

C. 2.5 días.

- D. 1.750 unidades.
E. 937.5 unidades.
22. A. \$64.800.000. 23. A. 16.800 unidades. 24. A. 16.000 unidades.
B. \$118.800.000. B. 48 días. B. 32.000 unidades.
F. 2.000 unidades. C. 466.66 unidades. C. \$129.600.000.
G. 5.000 unidades. D. 700 unidades. D. \$3.200.000.
H. 25 días. E. \$50.400.000.
25. A. 8.3333 pedidos. 26. A. 2.160 unidades.
B. 3.300 unidades. B. 960 unidades.
C. 9.900 unidades. C. 1.200 unidades.
D. \$78.375.000. D. \$280.800.000.
27. Se debe ordenar comprar 1.484 salas, 959 comedores y 1.057 alcobas para ocupar un espacio total de 35.000 m² y generar un costo total de \$725.327.951.
28. Se deben ordenar lotes de 3.000 unidades para generar un costo total mínimo de \$369.000 mensuales.
29. Se deben pedir lotes de 2.000 unidades cada 5.333 semanas para minimizar el costo.
30. Realizando importaciones de 2.800 unidades cada se genera un costo de \$110.250.000 por año, mientras que haciendo pedidos de 3.000 unidades el costo anual es \$104.241.666. Por lo tanto es mejor realizar importaciones de 3.000 unidades.
31. Se deben ordenar pedidos de 2.000 unidades para obtener un costo mínimo de \$30.240 por año.
32. Se deben ordenar pedidos de 4.000 unidades, ya que generan un costo mínimo de \$24.625.000 por año, lo que indica que se acepta el descuento.

33. Se deben ordenar una cantidad de 3.600 Unidades para que el costo total mínimo sea de \$24.250.000/año
34. Se deben ordenar una cantidad de 1.000 Unidades para que el costo total mínimo sea de \$52.920.000/año
35. Se deben ordenar una cantidad de 40.000 Unidades para que el costo total mínimo sea de \$57.255.712/año.
36. Se debe ordenar una cantidad de 1.500 unidades para obtener un costo mínimo de \$ 773.400.
37. La empresa *Grano Dorado* debe ordenar importaciones en cantidades de 28.658,9 libras para obtener un costo mínimo de \$ 170.373.54 por año.
38. Se debe ordenar en lotes de 4.000 unidades para generar un costo mínimo de \$376.000 por año. Se genera un ciclo de 2 meses para un total de 6 ciclos por año.
39. Se debe ordenar en lotes de 20.000 unidades para generar un costo mínimo de \$11.679.600 por año.
40. Se deben ordenar pedidos de 2.000 unidades para obtener un costo mínimo de \$30.240 por año.
41. Se debe ordenar pedidos de 4.000 unidades, ya que generan un costo mínimo de \$24.625.000 por año, lo que indica que se acepta el descuento.
42. Se deben ordenar una cantidad de 3.600 unidades para que el costo total mínimo sea de \$24.250.000/año
43. Se ordena una importación de 10.000 unidades cada 25 días para un costo total mínimo de \$1.450.000 por día.
44. El tamaño óptimo del lote debe ser de 2.000 unidades, para obtener un costo total mínimo de \$58.800 por semana.

CAPÍTULO 3

1. A. 4 semanas.
B. 650 unidades.
C. \$92.500.
2. A. 600 unidades.
B. 4 semanas.
C. \$80.000/semana.
D. \$155.000/semana.
3. A. \$180.000.
B. 1.100 unidades.
C. 1.800 unidades.
D. 200 unidades.
4. A. \$216.000.
B. 4 meses.
C. 600 unidades.
5. A. 500 unidades.
B. \$365.000/semana.
C. 1.500 unidades.
D. 2.500 unidades.
6. A. 500 unidades.
B. \$365.000/semana.
C. 5 semanas.
D. 4.000 unidades.
7. Las existencias de seguridad son 200 unidades y el punto de pedido es 500 unidades.
8. Las existencias de seguridad son 24 y el punto de pedido son 216.
9. El punto de pedido es 2.700 unidades y las existencias de seguridad son 300 unidades.
10. A. 150 unidades.
B. 550 unidades.
C. Política de pedido. Revisar el inventario continuamente, y cada vez que llegue a 550 unidades, pedir una cantidad fija de 4.000 unidades.
D. Costo total anual óptimo (50 semanas). \$15.732.500.
11. A. 5 semanas.
B. 1.040 unidades.
C. \$408.000.
12. Las existencias de seguridad son 173 unidades, el punto de pedido es 550 unidades y el costo total promedio es \$290.000/semana.
13. La cantidad que se debe ordenar es 7.200 unidades durante los primeros tres pedidos.

14. A. 1.200 unidades.
B. 700 unidades.
C. 100 unidades.
D. \$69.500.
15. A. 4 semanas.
B. 300 unidades.
C. \$79.500.
16. A. 1.200 unidades.
B. 900 unidades.
C. 300 unidades.
D. \$79.200.
17. A. 4 semanas.
B. 300 unidades.
C. \$79.200.
18. A. \$108.000.
B. 1.100 unidades.
C. 1.250 unidades.
19. A. 450 unidades.
B. 2.5 semanas.
C. \$136.000.
20. A. 1.600 unidades.
B. 600 unidades.
C. 2.500 unidades.
21. Las existencias de seguridad son 150 unidades y la cantidad óptima a pedir es de 875 unidades.
22. A. \$55.000.
B. 1.000 unidades.
C. \$130.000.
D. 100 unidades.
23. A. 1.400 unidades.
B. 500 unidades.
C. 1.200 unidades.
D. \$161.000.
24. A. 600 unidades.
B. 4 semanas.
C. \$155.000.
25. A. 1.200 unidades.
B. 1.050 unidades.
C. 450 unidades.
D. \$86.700.

CAPÍTULO 4

1. El nivel óptimo de inventario es 4 matracas y la política de producción óptima es:

Producir..4 – X..si..4 > X.

No..producir..si..4 ≤ X

2. $Y = 75$ unidades y Las raíces son 60 y 90.
Producir.. $75 - X$ *..si..* $X < 60$.
No..producir..si.. $X \geq 60$
3. *Producir..* $60 - X$ *..si..* $X < 20$.
No..producir..si.. $X \geq 20$
4. La política de producción es la siguiente:
Producir.. $125 - X$ *..si..* $125 > X$
No..producir..si.. $125 \leq X$
5. El inventario óptimo es tres unidades y la política óptima de producción es:
Producir.. $3 - X$ *..si..* $3 > X$.
No..producir..si.. $3 \leq X$
6. El valor aproximado del inventario óptimo es 35 unidades y la política óptima de inventario es:
Producir.. $35 - X$ *..si..* $35 > X$.
No..producir..si.. $35 \leq X$
7. El costo por guardar una unidad en el inventario debe ser de \$0,5.
8. El rango de variación del costo de penalización debe estar entre \$46.888.089 y \$86.000.
9. El rango en el cual debe oscilar el costo de penalización debe ser entre \$19 y \$35 (valores aproximados) por unidad.
10. El costo que se genera por cada unidad que no se tenga en inventario debe ser de \$499.
11. Al evaluar las desigualdades por ambos lados, se obtiene que el rango en el cual debe oscilar el costo por no entrega a tiempo debe estar entre \$508.333 y \$1.091.666.

12. El nivel óptimo de inventario es 800 unidades y la política óptima de producción es la siguiente:

Producir..800 – X..si..800 > X.

No..producir..si..800 ≤ X

13. El nivel óptimo de inventario es unidades y la política óptima de producción es la siguiente:

Producir..3 – X..si..3 > X.

No..producir..si..3 ≤ X

14. El nivel óptimo de inventario es 50 unidades y la política óptima de producción es la siguiente:

Producir..50 – X..si..50 > X.

No..producir..si..50 ≤ X

15. El nivel óptimo de inventario es de 5 unidades y la política óptima de producción es la siguiente:

Producir..5 – X..si..5 > X.

No..producir..si..5 ≤ X

16. El nivel óptimo de inventario es de 2 avionetas y la política óptima de producción es la siguiente:

Producir..2 – X..si..2 > X.

No..producir..si..2 ≤ X

17. El nivel óptimo de inventario es de 4.39 unidades y la política óptima de producción es la siguiente:

Producir..4,39 – X..si..4,39 > X.

No..producir..si..4,39 ≤ X

18. El valor del inventario óptimo es de 625 unidades y la política óptima de producción es:

Producir..625 – X..si..625 > X.

No..producir..si..625 ≤ X

19. El valor del inventario óptimo es 5 unidades y la política óptima de producción es:

Producir..5 – X..si..5 > X.

No..producir..si..5 ≤ X

20. El valor del inventario óptimo aproximado es de 271 unidades y la política óptima de producción es:

Producir..271 – X..si..271 > X.

No..producir..si..271 ≤ X

BIBLIOGRAFÍA

- Anderson David R, Sweeney Dennis J y Williams Thomas A. (1999). *Métodos cuantitativos para los negocios*. Séptima edición, México. Editorial Thomson.
- Bazaraa Mokhtar S y Jarvis John J. (1994). *Programación Lineal y Flujo en Redes*, octava reimpresión, México. Editorial Limusa.
- Christopher, Martín. (1999). *Logística, aspectos estratégicos*. México. Editorial Limusa.
- Davis K Roscoe y McKeown Patrick G. (1986). *Modelos cuantitativos para administración*. México. Grupo Editorial Iberoamericana.
- Eppen G. D, Gould F.J, Schmidt C. P, Moore Jeffrey H y Weatherford Larry R. (2000). *Investigación de operaciones en la ciencia administrativa*. Quinta edición. México. Editorial Prentice Hall.
- García Cantú Alfonso.(1996). *Enfoques prácticos para la planeación y el control de inventarios*. México. Editorial Trillas.
- Hillier Frederick S y Gerald J Lieberman. (2006). *Introducción a la investigación de operaciones*. Octava edición, Editorial Mc Graw Hill.
- Mathur Kamlesh y Solow Daniel. (1996). *Investigación de operaciones, el arte de la toma de decisiones*. México. Editorial Prentice Hall.
- Prawda Witenberg, Juan. (1994) *Métodos y modelos de investigación de operaciones*, volumen 1 Modelos determinísticos. Editorial Limusa.
- Shamblim James E y Stevens G. T. Jr. (1985). *Investigación de operaciones, un enfoque fundamental*. México. Editorial Mc Graw Hill.
- Taha Hamdy A. (1991). *Investigación de operaciones*. Segunda edición, Editorial Alfaomega.
- Winston, Wayne L. (2004). *Investigación de operaciones. Aplicaciones y algoritmos*. Cuarta edición, Editorial Thomson.

Otros textos de su interés

- Administración para ingenieros,
Miguel David Rojas
- Cómo crear y dirigir la nueva empresa,
Julio Flórez A.
- Contabilidad de costos, *Gonzalo Sinisterra*
- Contabilidad general, *Ángel María Fierro*
 - Costeo basado en actividades ABC,
Joaquín Cuervo y Jair Albeiro Osorio
- Diagnóstico organizacional, *Elizabeth Vidal*
 - Diccionario de Logística y negocios internacionales, *Luis Aníbal Mora - Rubén Darío Muñoz*
- El servicio en acción: la única forma de ganar todos, *Jorge Eliécer Prieto*
- El servicio invisible: fundamento de un buen servicio al cliente, *Humberto Domínguez*
 - Estados financieros, normas para preparación y presentación, *Javier A. Carvalho*
 - Formulación y evaluación de proyectos,
Marcial Córdoba P.
 - Fundamentos de administración,
Carlos Ramírez Cardona
- Gerencia de compras, *Nora Ligia Heredia*
 - Gerencia financiera empresarial,
Marcial Córdoba P.
 - Gestión estratégica organizacional,
Jorge Eliécer Prieto
- Gestión logística integral, *Luis Aníbal Mora*
- Gestión y gerencia empresariales aplicadas al siglo XXI, *Edgar Van Den Berghe*
- Ideas para el cambio y el aprendizaje en la organización, *Mario E. Martínez*
 - Indicadores de gestión logística,
Luis Aníbal Mora
 - **Inventarios, manejo y control,**
Humberto Guerrero Salas
- Los proyectos la razón de ser del presente,
Jorge Eliécer Prieto
 - Manual para la creación de empresas,
Carlos Julio Galindo
- Pronóstico empresarial. Cómo proyectar su empresa al futuro, *Carlos J. Bello*
 - Proyectos de inversión para las Pyme,
Juan Antonio Flórez U.

Inventarios

MANEJO Y CONTROL



Inventarios, manejo y control sirve como texto guía en pregrado y postgrado de todas las carreras que incluyan dentro de sus asignaturas modelos de optimización y eficiencia en el manejo de los inventarios; dentro de éstas se pueden mencionar ingeniería industrial, administración de empresas, economía y contaduría pública, entre otras.

El texto comprende cuatro capítulos así:

En el primer capítulo se desarrolla la estructura teórica, tocando aspectos como costos, funciones y la clasificación ABC de los inventarios. El segundo capítulo presenta los modelos determinísticos de inventarios, desde su estructura teórica hasta su aplicación en empresas tanto manufactureras como comercializadoras. El tercer capítulo, los sistemas de inventario de revisión continua y revisión periódica, involucrando la variabilidad en los parámetros de los modelos (tiempos de reposición y demanda); y finalmente en el capítulo cuarto se presentan los modelos estocásticos aplicables a productos que se planifican para un solo período o artículos perecederos.

La gran ventaja que ofrece este texto es la forma cómo se abordan cada una de las aplicaciones y los procedimientos paso a paso que guían al lector en el aprendizaje y comprensión, tanto de las diferentes formulaciones y conceptos, como de su aplicación práctica en las empresas.

Colección: Ciencias administrativas

Área: Administración

ECOE
EDICIONES

978-958-648-583-8



9 789586 485838