

MIMO 系统中天线选择算法的研究与仿真

摘要：多天线无线通信系统目前已经越来越受到人们的关注。与传统的 SISO 系统相比，MIMO 系统的信道容量随着天线数目的增加而快速增加，并且 MIMO 系统具有更好的抗衰落性能。随着发射天线与接受天线的数目的快速增长，硬件成本的开销将变得十分巨大。因此，采用发射/接受天线选择以很小的性能损失为代价换取射频链路成本的大幅度降低，使 MIMO 系统不完全受到成本的限制。本文在总结几种常见的天线选择算法的基础上，对于这几种常见的天线选择算法进行仿真与性能对比，得出这几种算法的优缺点并提出改进方法。

关键词：MIMO 系统，天线选择算法，信道容量

1. 引言

在多径衰落环境中，无线通信的信道容量由于使用多发射天线与多接收天线得到了大幅度提升。在 MIMO 系统中，分集技术被广泛运用，在发送端由多根天线发送同一个信号，那么在独立衰落的信道中，接收端接收到的信号包含同一个信号经历了不同衰落的副本，在接收端我们把信号通过一定的准则进行选择或者合并，这样就有效的提高了接收端的信噪比，极大地消除了深衰落的影响，从而提高了信道容量。MIMO 技术用到的大部分是空间分集，空间分集是以多根天线来发送与接收信号。也就是说在发射机或接收机上同时使用多根天线，天线之间的间隔要求大于波长的一半，以至于天线之间的干扰尽可能小，这样可以让空间发挥“复用”的作用，改善系统性能。

在文献[1]-[2]中指出信道容量几乎随着发射天线或者接收天线的数目最小值线性增加。在文献[3]中指出信道容量取决于发射天线与接收天线数目的最小值，额外的天线不能提供更多的独立信道，只是增加了天线的分集阶数。实

实际上,对于 MIMO 系统而言,增加发射天线与接收天线的数目并不是使成本增加的主要因素,真正的限制因素是当天线数目很多的时候,每一根天线对应的射频链路的成本以及信号编码与解码的高计算复杂度,尤其在总的功率有限的时候这个限制因素变得尤其剧烈。

在降低硬件成本与计算复杂度的同时获得最大的信道容量,可以从大量的天线中选择最优的天线子集。理想的天线选择算法得到的天线子集的信道容量远高于不经过选择得到的天线子集;次优的天线选择算法的计算复杂度远低于理想的天线选择算法,同时在信道容量上只有极小的损失。

我们在文中用 N_r 与 N_t 分别表示所有可使用的接收天线与发射天线,用 L_r 与 L_t 分别表示选择出来的接收天线子集与发射天线子集。为了选择出最理想的接收天线子集,需要对 $C_{N_r}^{L_r}$ 种天线组合进行比较;为了选择出最理想的发射天线子集,需要对 $C_{N_t}^{L_t}$ 种天线组合进行比较。

在文献[3]中,作者提出一种考虑接收天线之间的相关程度的天线选择算法,进而抽象为考虑信道矩阵中某两行之间的相关程度。在文献[4]中,作者提出一种快速的“逐次递增”的天线选择算法,从一个空子集开始,在每一次选择中选择出对信道容量“贡献”最大的天线加到选择的的天线子集中。在文献[5]中,作者提出一种“逐次递减”的快速天线选择算法,从所有的天线开始,在每一次选择中排除将对信道容量“贡献”最小的天线排除。

在本文中,第二部分给出一个 MIMO 系统的模型,并基于这个模型推导出信道容量的表达式。第三部分对于目前比较常见的天线选择算法进行分析论证,并且简单阐述这些天线算法。第四部分通过计算机仿真验证这些天线选择算法的性能,结合仿真的结果,对这些天线选择算法进行对比。最后在第五部分,

结合当下的 Massive MIMO，提出一些想法与建议。

2. MIMO 系统模型

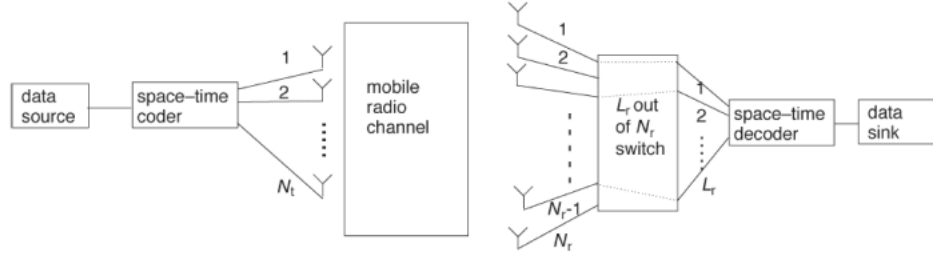


Fig. 1. Block diagram of the considered system.

本文的 MIMO 模型省略了上变频，功率放大器以及滤波环节，并且信号通过移动式无线通信信道。假设信道为准静态的平坦衰落瑞利信道，这样相干时间足够长。假设数据以接近香农极限的速率编码，因此大量的数据流可以在一个相干时间内发送完成。假设每个信道是独立衰落的，接收信号可以写成 $y=HS+n$ (n 为加性高斯白噪声)。此外，ST 编码器与 ST 解码器都是理想的，假设接收端知道信道的状态信息，发射端不知道信道的状态信息，意味着不考虑注水定理，发射功率也平均分配。

此时 H 是一个 $N_r \times N_t$ 的信道矩阵， ρ 是平均信噪比， I_n 表示 $n \times n$ 的单位矩阵， $\det(\cdot)$ 表示矩阵的行列式， $(\cdot)^H$ 表示共轭转置。因此，对于任意一个信道矩阵 H ，根据文献[4]和[6]得到信道容量的表达式为：

$$C(H) = \log_2 \det(I_{N_t} + \frac{\rho}{N_t} H^H H) = \log_2 \det(I_{N_r} + \frac{\rho}{N_r} H^H H)$$

3. 天线选择算法

1) 一种基于行相关的递增选择算法

通过对信道矩阵进行奇异值分解,信道容量的公式可以进一步表达为

$C(H) = \sum_{j=1}^r \log_2 (1 + \rho \gamma(j))$ 。其中， r 表示信道矩阵的秩， $\gamma(j)$ 表示信道矩阵第 j 行的特征值。当信道矩阵的秩和特征值最大时，整个

信道容量就最大。矩阵的秩反映了矩阵中各行或列的最大线性无关组，也就是说当各行线性无关时，此时矩阵的秩最大；矩阵的特征值反映了各行或列向量模值大小。因此我们希望通过选择所获得的信道子矩阵的各行要具有较大的模值，以及各行之间要有较小的相关性。

所以这个算法的思路为：

- i 信道矩阵 H 的第 k 行为 h_k , 其中 k 是集合 $X=\{1,2, \dots, N_r\}$ 中的一个元素。
- ii 对于 X 中所有的 k 和 $l, k>l$, 计算第 k 行与第 l 行的相关程度, 相关程度定义为 $|\langle h_k, h_l \rangle|$, $\langle a, b \rangle$ 代表向量的内积。
- iii 循环:
 - a) 选择使相关程度最大的一组 k 和 l , 如果 $\|h_k\|^2 \geq \|h_l\|^2$, 则抛弃 h_l , 否则抛弃 h_k
 - b) 从 X 中删除 k 或者 l
 - c) 循环执行直到 $N_r - L_r$ 行被删除

2) 一种“逐次递增”的天线选择算法

由公式 $C(H) = \log_2 \det(I_{N_t} + \frac{\rho}{N_t} H^H H)$

以及公式 $H_{n+1}^H H_{n+1} = H_n^H H_n + h_j h_j^H$ 并运用谢尔曼 - 莫里森公式

(Sherman-Morrison formula) 得到：

$$C(H_{n+1}) = C(H_n) + \log_2 [1 + \frac{\rho}{N_t} h_j^H (I_{N_t} + \frac{\rho}{N_t} H_n^H H_n)^{-1} h_j]$$

$$\text{用 } B_n = (I_{N_t} + \frac{\rho}{N_t} H_n^H H_n)^{-1} \text{ 与 } \alpha_{j,n} = h_j^H B_n h_j$$

$$\text{此时 } C(H_{n+1}) = C(H_n) + \log_2 [1 + \frac{\rho}{N_t} \alpha_{j,n}]$$

此外在每一步之后需要更新 B_n 与 $\alpha_{j,n}$

可以得到, $B_{n+1} = B_n - \frac{1}{\frac{N_t}{\rho} + \alpha_{j,n}} B_n h_j h_j^H B_n = B_n - a a^H$

其中, $a = \frac{1}{\sqrt{\frac{N_t}{\rho} + \alpha_{j,n}}} B_n h_j$

与 $\alpha_{j,n+1} = h_j^H B_{n+1} h_j = h_j^H (B_n - a a^H) h_j = \alpha_{j,n} - |a^H h_j|^2$

因此在每一步中我们需要找到“贡献”最大天线加入到天线子集中, 也就是找到

$J = \arg\max(\alpha_{j,n})$

所以这个算法的思路如下:

```

 $\mathcal{I} := \{1, 2, \dots, N_r\}$ 
 $\mathbf{B} := \mathbf{I}_{N_s}$ 
for  $j := 1$  to  $N_r$ 
     $\alpha_j := \mathbf{h}_j^H \mathbf{h}_j$ 
end
for  $n := 1$  to  $L_r$ 
     $J := \arg\max_{j \in \mathcal{I}} \alpha_j$ 
     $\mathcal{I} := \mathcal{I} - \{J\}$ 
    if  $n < L_r$ 
         $\mathbf{a} := \frac{1}{\sqrt{N_s/\rho + \alpha_J}} \mathbf{B} \mathbf{h}_J$ 
         $\mathbf{B} := \mathbf{B} - \mathbf{a} \mathbf{a}^H$ 
        for all  $j \in \mathcal{I}$ 
             $\alpha_j := \alpha_j - |\mathbf{a}^H \mathbf{h}_j|^2$ 
        end
    end
end
return  $\{1, 2, \dots, N_r\} - \mathcal{I}$ 

```

3) 一种“逐次递减”的天线选择算法

递减选择算法与递增选择算法相反, 在每一步中选择对信道容量“贡献”

最小的天线删除, 直到选择后剩下 L_r 根需要的天线为止。本文在这里介

绍一种基于矩阵运算的简化的天线选择算法, 同递增算法类似, 在每一

步中选择 $J = \arg\min(\alpha_{j,n})$, 具体如下:

```

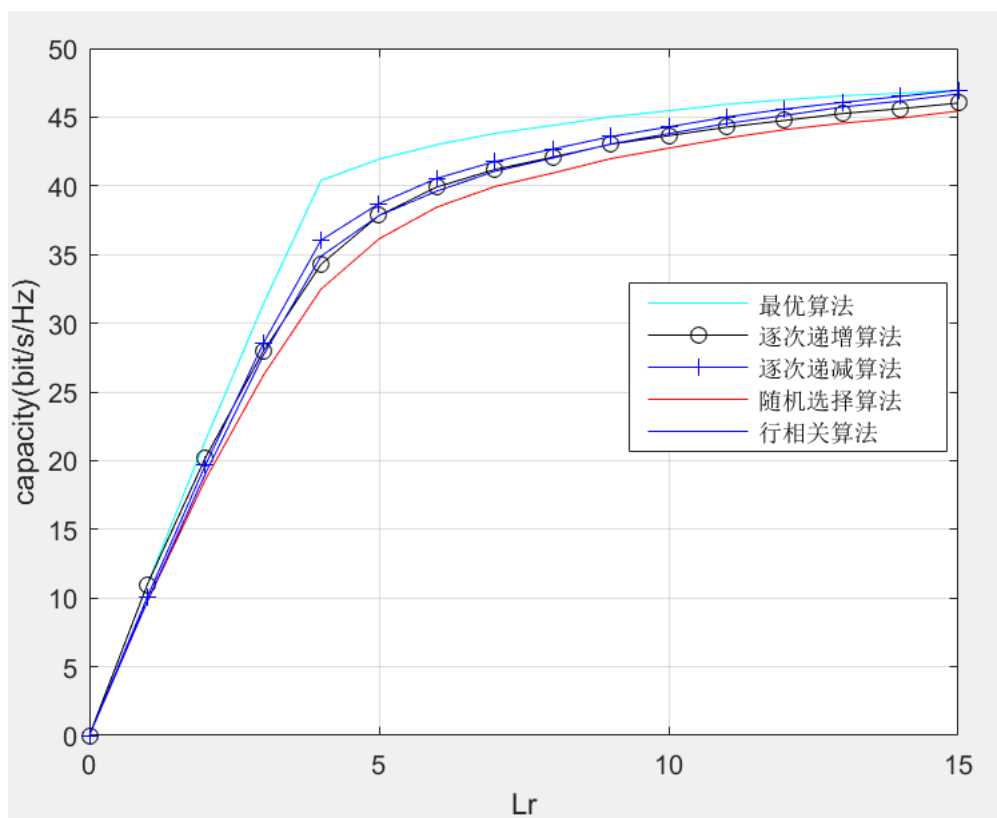
 $\mathcal{I} := \{1, 2, \dots, N_r\}$ 
 $\mathbf{H} := [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \dots \quad \mathbf{h}_{N_r}]^H$ 
 $\mathbf{B} := \left( \mathbf{I}_{N_s} + \frac{\rho}{N_s} \mathbf{H}^H \mathbf{H} \right)^{-1}$ 
for  $n := 1$  to  $N_r - L_r$ 
  for all  $j \in \mathcal{I}$ 
     $\alpha_j := \mathbf{h}_j^H \mathbf{B} \mathbf{h}_j$ 
  end
   $J := \underset{j \in \mathcal{I}}{\operatorname{argmin}} \alpha_j$ 
   $\mathcal{I} := \mathcal{I} - \{J\}$ 
  if  $n < N_r - L_r$ 
     $\mathbf{a} := \mathbf{B} \mathbf{h}_J$ 
     $\mathbf{B} := \mathbf{B} + \frac{1}{N_s/\rho - \alpha_J} \mathbf{a} \mathbf{a}^H$ 
  end
end
return  $\mathcal{I}$ 

```

4. 仿真结果

为了检验与比较本文中所提到的算法的性能，使用蒙特卡洛仿真方法得到相应结果。假设信道是准静态、平坦衰落的瑞利信道， $N_r=16$, $N_t=4$,所有的仿真都是经过 1000 次的平均之后的结果。信道矩阵 \mathbf{H} 是独立同分布的复高斯矩阵，均值为 0，方差为 1。

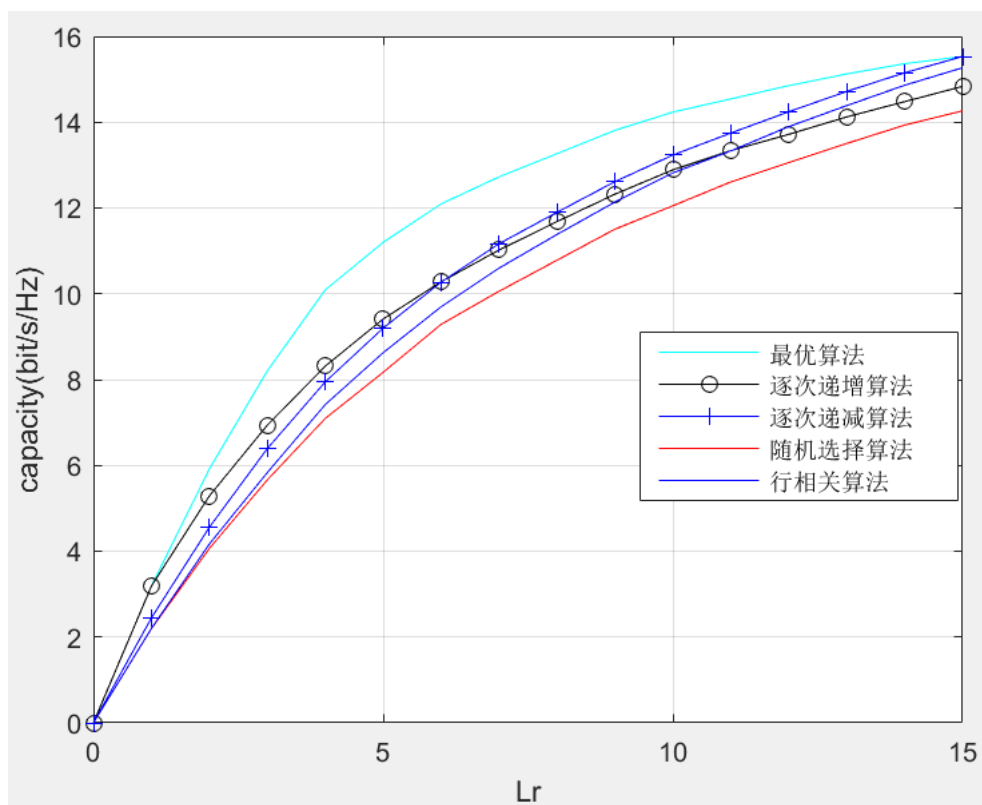
图一显示了信噪比为 30dB 的条件下，采用不同的天线选择算法在选择数目不同的接收天线数目时获得的信道容量。由图可见，当 $L_r \leq 4$ 的时候信道容量随着 L_r 的增长速度很快，这是由于此时增加天线数目不仅可以增加天线的分集阶数，还增加了新的独立信道，所以信道容量迅速增加。当 $L_r > 4$ 之后，额外的天线不能提供更多的独立信道，只是增加了天线的分集阶数，因此信道容量增加不再那么明显。除此之外，可以看出最优的天线选择算法的信道容量最大，递增算法、递减算法与基于行相关的选择算法作为次优算法，信道容量比最优算法略低但是高于随机选择算法。但是在复杂度上，次优算法为 $O(\max\{N_r, N_t\}N_t L_r)$, NBS 算法的复杂度为 $O(N_r^2 L_r)$ ，远低于最优算法。



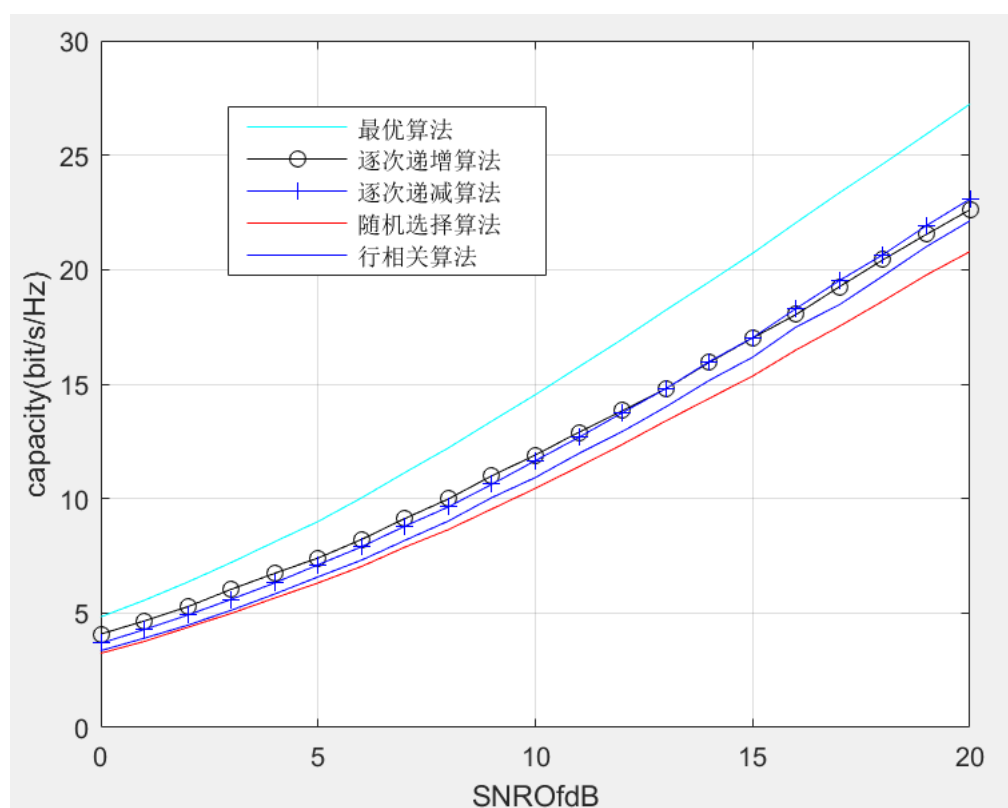
图一

图二显示了信噪比为 6dB 的条件下，采用不同的天线选择算法在选择不同数目的接收天线时获得的信道容量。可以看出在信噪比较低的时候，信道容量相比于信噪比为 30dB 的时候要低，但是变化趋势与不同算法的表现是一致的。

图三显示了在 $L_r=4$ 的条件下，不同的信噪比条件下采用不同天线选择算法获得的信道容量。由图可见，在不同信噪比条件下，最优算法的信道容量依然是最大的，次优算法的信道容量比最优算法略低但是高于随机选择算法，随着信噪比的增加信道容量也不断增加。随着信噪比的增加，最优算法与次优算法、次优算法与随机选择算法信道容量的差距也越来越大。



图二



图三

参考文献：

- [1] E. Telatar, "Capacity of multi-antenna Gaussian channels," Eur. Trans.Telecommun., vol. 10, pp. 585–595, Nov. 1999.
- [2] T. L. Marzetta and B. M. Hochwald, "Capacity of a mobile multiple-antenna communication link in Rayleigh flat fading," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 45, pp. 139–157, Jan. 1999.
- [3] A. F. Molisch, M. Z. Win, and J. H. Winters, "Capacity of MIMO systems with antenna selection," in Proc. IEEE Int. Conf. Commun., June 2001, pp. 570–574.
- [4] Gharavi-Alkhansari M, Greshman A. Fast antenna selection in MIMO systems. IEEE Trans. on Sig. Proc., 2004, 52(2):339–347.
- [5] Gorokhov A. Antenna selection algorithms for MEA transmission systems. Proc. IEEE ICASSP, Orlando, Florida, USA, May 2002, 3: 2857–2860.
- [6] X. Gao, O. Edfors, J.N. Liu, and F. Tufvesson, "Antenna Selection in Measured Massive MIMO Channels Using Convex Optimization",in 2013 Workshop on Emerging Technologies for LTE-Advanced and Beyond-4G, Atlanta, Georgia, USA, Dec. 2013.
- [7] Yuan Gao; Thomas Kaiser,"Antenna selection in massive MIMO systems: Full-array selection or subarray selection?"in 2016 IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), Pages: 1 – 5.
- [8] David Tse and Pramod Viswanath, Fundamentals of Wireless

Communication, Published in the United States of America by Cambridge

University Press, New York, 2005