认知科学与类脑计算课程实验报告

实验题目: BP 算法分析与实现 学号: 201600181073

实验目的:

通过使用 BP 算法更新简单神经网络的权重,加深对 BP 算法的理解。

实验环境:

Jupyter notebook & python3.7 & numpy

主要算法及步骤:

BP 算法的学习过程由正向传播过程和反向传播过程组成。

在正向传播过程中,输入信息通过输入层经隐含层,逐层处理并传向输出层。如果在输出层 得不到期望的输出值,则取输出值与期望值的误差的平方和作为目标函数,转入反向传播,逐层 求出目标函数对各神经元权值的偏导数,构成目标函数对权值向量的梯度,将这个梯度乘上一个 比例并取反后加到权重上。这个比例将会影响到训练过程的速度和效果,因此称为学习率。梯度 的方向指明了误差扩大的方向,因此在更新权重的时候需要对其取反,从而减小权重引起的误差。 网络的学习在权值修改过程中完成。误差达到所期望值时,网络学习结束。

在这一实验构建的两层神经网络中,隐藏层有两个结点,输出层有一个结点,在每一层用 sigmoid 作为激活函数,sigmoid 函数表达式及导数如下:

$$f(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$
, $\frac{df(z)}{dz} = f(z)(1 - f(z))$

用误差平方和作为 Loss:

$$Loss = (output - real)^2$$

设隐藏层结点为 L_2 ,应用链式法则,则Loss 对权重 w_1, w_2 的梯度为:

$$\frac{dLoss}{dw_2} = 2(output - real) \cdot output \cdot (1 - output) \cdot L_2$$

$$\frac{dLoss}{dw_1} = 2(output - real) \cdot output \cdot (1 - output) \cdot w_2 \cdot L_2 \cdot (1 - L_2) \cdot input$$

程序设计:

(1) 定义输入数据和期望输出

输入数据: input = np.array([[0.35], [0.9]]);

label: real = np.array([[0.5]]);

误差平方作为损失函数: $Loss = (output - real)^2$

(2) 创建神经网络

创建输入层、隐藏层、输出层节点数分别为 2, 2, 1 的神经网络,初始化权重参数, w_1 为 2×2 矩阵, w_2 为 2 维向量。

(3) 按照网络结构,前向传播:

```
L2 = sigmoid(np. dot(w1, input))
output = sigmoid(np. dot(w2, L2))
```

参数更新:

每次迭代对网络输出计算误差,当 Loss 小于10⁻⁵时,网络学习结束,否则,按照上一栏中推导公式,设学习率为0.5,对权重作以下更新:

$$w2 = w2 - e*output*(1-output)*L2.T$$

 $w1 = w1 - e*output*(1-output)*w2*L2.T*(1-L2.T)*input$

调试分析:

对权重更新公式重新作了推导,在程序中对矩阵运算作了调试。

测试结果及分析:

经过 76 轮迭代,误差满足要求, output = 0.50309108。