

Gypsilab est un nouvel environnement de prototypage rapide pour la simulation numérique, incluant notamment du lancer de *rayons* pour le calcul en acoustique des salles. Entièrement codé en langage Matlab, et disponible en open-source sous licence GPL 3.0, il affiche des performances suffisantes pour résoudre des problèmes numériques de taille raisonnable (jusqu'à 100 000 éléments surfaciques pour un million de *rayons*). Pour ce faire, l'ensemble des calculs a été vectorisé, et une structure d'octree récursive a été implémentée pour réduire la complexité quadratique des interactions *rayons*/éléments à quasi linéaire. Ainsi, les temps d'exécutions sont moins sensibles à la densité du maillage, ce qui permet de faire des simulations de géométries complexes. Des réponses impulsionnelles sont construites en utilisant les hypothèses statistiques de Sabine, et les filtres sont proposés nativement sur 8 bandes d'octaves, tenant compte des propriétés d'absorption des matériaux et du milieu de propagation. Pour finir, le lanceur de *rayons* propose un format source-image, qui tient compte de la position dans l'espace des réflexions précoces. Ce format peut ensuite être écouté sous gypsilab, avec un rendu audio 3D binaural, qui spatialise avec head-tracking chacune de ces sources images en temps réel. En guise d'application, des calculs sur des géométries cubiques seront détaillés et comparés aux solutions analytiques, et un calcul complet dans une maquette du théâtre antique d'Orange sera présenté. Gypsilab est disponible en téléchargement libre à l'adresse suivante :

<http://www.cmap.polytechnique.fr/~aussal/gypsilab/>



FIGURE 1 – Théâtre antique d'Orange contemporain. (source de l'image [www.theatre-antique.com](http://www.theatre-antique.com))

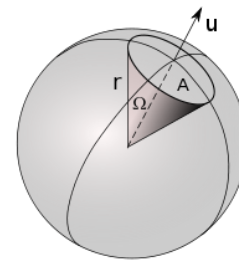


FIGURE 2 – Représentation d'un angle solide  $\Omega$  à travers une calotte sphérique de surface  $A$  et de hauteur  $r$  (distance à la source). L'angle solide  $\Omega$  est représenté par le vecteur directeur  $\mathbf{u}$ . (source de l'image Wikipedia)

## 1 Introduction

Le calcul numérique est de plus en plus répandu pour réaliser des études d'acoustique de salles et de bâtiments. En effet, cet outil permet d'estimer relativement simplement de nombreux critères comme le temps de réverbération, l'intelligibilité, le timbre, les modes de résonances, etc. Pour ce faire, il est nécessaire de générer un maillage de la structure à étudier, puis de réaliser différents calculs avec des méthodes numériques comme les éléments finis, les équations intégrales, ou encore le lancer de *rayons*. Selon les besoins, certaines méthodes sont à privilégier, d'autres à bannir.

Dans cette étude, nous nous intéressons au rendu acoustique du théâtre antique d'Orange, pour des besoins archéologiques (fig. 1, [2]). Aussi, face aux dimensions de la structure et à la densité élémentaire du maillage représentant ce théâtre, les méthodes numériques dites "exactes" (éléments finis ou équations intégrales) ne sont pas exploitables (temps de calcul et stockage des données rédhibitoire). C'est pourquoi, en suivant l'approximation haute fréquence de la physique des ondes, nous avons développé une méthode de lancer de *rayons* [8], capable de traiter des maillages conséquents, dans un temps raisonnable. Cette méthode a été implémentée à la fois dans une librairie Matlab open-source [10] et dans une librairie C++, associée à un plug'in Blender [6].

## 2 Mesure de l'énergie acoustique

En modélisant une source sonore ponctuelle comme une impulsion localisée dans l'espace [7, 9], l'énergie associée se propage au cours du temps sur une surface sphérique  $S(t)$  telle que :

$$E(t) = E_0 \int_{S(t)} I(t) ds \quad \forall t > 0, \quad (1)$$

avec  $E_0$  l'énergie initiale et  $I(t)$  l'intensité acoustique. En négligeant les pertes, l'énergie  $E(t)$  se conserve au cours du temps, ce qui implique :

$$\int_{S(t)} I(t) ds = 1 \quad \forall t > 0. \quad (2)$$

Après intégration sphérique, l'intensité acoustique  $I(t)$  s'écrit alors de façon infinitésimale comme :

$$I(t) = \frac{1}{4\pi r(t)^2} \quad \forall t > 0, \quad (3)$$

avec  $r(t)$  la distance à la source. Cela traduit le fait que l'intensité acoustique décroît comme le carré de la distance à la source. Par ailleurs, en intégrant cette fois sur une portion  $\sigma(t)$  de la sphère complète  $S(t)$ , l'énergie portée par cette portion s'écrit :

$$E_{\sigma}(t) = E_0 \int_{\sigma(t)} \frac{1}{4\pi r(t)^2} ds = \frac{E_0}{4\pi} \Omega_{\sigma}, \quad (4)$$

où  $\Omega_{\sigma}$  représente l'angle solide associée à la portion  $\sigma(t)$  (exemple fig. 2). Cela traduit le fait que l'énergie d'un angle

solide est constante au cours du temps et correspond à une portion de l'énergie initiale  $E_0$ .

En considérant l'équation (4), nous avons modélisé une source sonore à partir d'une partition de son énergie selon un nombre fixé d'angles solides élémentaires  $\Omega_i$ , vérifiant :

$$E(t) = \sum_{i=1}^N E_i(t) = \frac{E_0}{4\pi} \sum_{i=1}^N \Omega_i \quad \text{avec} \quad \sum_{i=1}^N \Omega_i = 4\pi. \quad (5)$$

Chaque élément  $\Omega_i$  pour  $i \in [1, N]$  porte donc une part de l'énergie initiale  $E_0$ , et cette part reste constante au cours du temps. Par ailleurs, nous avons choisi de représenter chaque angle solide  $\Omega_i$  par un vecteur directeur  $\mathbf{u}_i$ , que nous appellerons *rayon*, et qui donne la direction de propagation de l'énergie  $E_i(t)$  au cours du temps. Ainsi, pour mesurer l'énergie acoustique  $E(\mathbf{x}, t)$  en un point donné de l'espace  $\mathbb{R}^3$ , on peut considérer une sphère de mesure  $S(\mathbf{x}, a)$ , centrée en  $\mathbf{x}$  et de rayon  $a$ . Il suffit dès lors d'ajouter les contributions des  $n$  rayons qui intersectent cette sphère pour calculer l'énergie acoustique au point  $\mathbf{x}$  :

$$E(\mathbf{x}, t) = \frac{E_0}{4\pi} \Omega_a = \frac{E_0}{4\pi} \sum_{i=1}^n \Omega_i. \quad (6)$$

Cependant, cette méthode considère intrinsèquement que l'énergie se propage selon un ensemble de *rayons*, chacun représentant une portion d'énergie. Il faut donc considérer un grand nombre de *rayons* pour assurer la validité statistique d'une mesure. Par exemple, pour une source omnidirectionnelle définie telle que :

$$\Omega_i = \frac{4\pi}{N}, \quad (7)$$

l'énergie mesurée par une sphère  $S(\mathbf{x}, a)$  à distance  $r$  de la source vérifie :

$$\Omega_a = 4\pi \frac{n}{N} = 2\pi \left( 1 - \frac{\sqrt{r^2 - a^2}}{r} \right). \quad (8)$$

Aussi, en fixant un nombre minimal  $n$  de *rayons* pour satisfaire une mesure de rayon  $a$ , on obtient une distance maximum de mesurabilité  $r_{max}$ , telle que la statistique ne peut plus être assurée au delà de cette distance. Celle-ci peut être évaluée à partir de l'équation (8) :

$$r_{max} = \frac{a}{\frac{2n}{N} \sqrt{\frac{N}{n} - 1}}, \quad (9)$$

qui se simplifie pour  $N \gg n$  en :

$$r_{max} \approx \frac{a}{2} \sqrt{\frac{N}{n}}. \quad (10)$$

Ainsi, la distance maximum pour respecter la statistique évolue comme la racine du nombre total de *rayons*, ce qui implique qu'un grand nombre de *rayons* est nécessaire pour effectuer un calcul raisonnable (typiquement  $N > 10^6$  pour  $n > 100$ ).

Suivant ces contraintes, le problème de propagation d'onde peut alors se résoudre par des algorithmes de lancer de *rayons*, tout en respectant la conservation de l'énergie. De plus, cette modélisation permet l'utilisation de sources directives, dont la directivité peut dépendre de la fréquence.

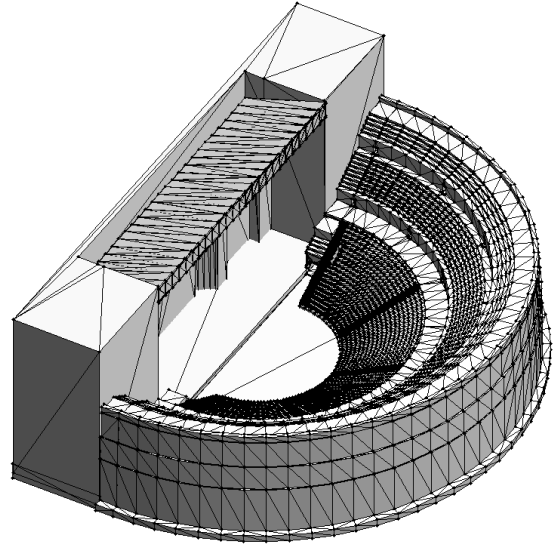


FIGURE 3 – Maillage surfacique du théâtre antique d'Orange, composé de 40 000 éléments triangulaires non uniformes.

### 3 Propagation dans une structure

En représentant la propagation de l'énergie sous la forme de *rayons*, le problème de la propagation des ondes dans une salle peut se formaliser en suivant les lois de l'optique géométrique. Ces lois mènent à la réflexion des *rayons* sur les parois par symétrie normale, en tenant compte de l'absorption de l'énergie acoustique par bande de fréquence. En posant  $E_i$  l'énergie incidente,  $E_r$  l'énergie réfléchie et  $\alpha$  l'énergie absorbée par une paroi, l'énergie réfléchie est telle que :

$$E_r = E_i - \alpha. \quad (11)$$

Dans le cas de réflexions multiples sur  $m$  parois, on appelle  $\alpha_e$  le coefficient d'absorption de la paroi  $e$ . L'énergie portée par chaque *rayon* décroît alors comme :

$$E = E_0 \prod_{e=1}^m (1 - \alpha_e). \quad (12)$$

Cette approximation, bien que discutable, est pertinente en haute fréquence et/ou pour des volumes conséquents, ce qui est le cas du théâtre antique que nous étudions (fig. 1).

Pour calculer les réflexions des *rayons* sur les parois, il est nécessaire d'utiliser un maillage qui discrétise la structure sur laquelle rebondissent ces *rayons*. Dans le cas de notre étude, nous nous sommes restreints aux maillages surfaciques, facetisés par des triangles plans (fig 3). Dans cette configuration, les réflexions des *rayons* sur les parois peuvent être calculées géométriquement, en intersectant les droites porteuses des *rayons* ( $D_i$ ) et les plans porteurs des éléments ( $P_e$ ). Ces deux objets géométriques peuvent se représenter en coordonnées paramétriques comme :

$$(D_i) : S_i + \delta \mathbf{u}_i \quad \text{avec} \quad \delta \in \mathbb{R} \quad (13)$$

$$(P_e) : C_e + \lambda \mathbf{a}_e + \mu \mathbf{b}_e, \quad \text{avec} \quad \lambda, \mu \in \mathbb{R} \quad (14)$$

avec  $S_i$  la source du *rayon*  $i$ ,  $\mathbf{u}_i$  son vecteur directeur,  $C_e$  un point de l'élément  $e$ ,  $\mathbf{a}_e$  et  $\mathbf{b}_e$  sa base locale (par exemple deux arêtes de l'élément). Or, s'il existe un point d'intersection entre une droite ( $D$ ) et un plan ( $P$ ), alors les coordonnées

paramétriques de ce point sont telles que :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a}_x & \mathbf{b}_x & -\mathbf{u}_x \\ \mathbf{a}_y & \mathbf{b}_y & -\mathbf{u}_y \\ \mathbf{a}_z & \mathbf{b}_z & -\mathbf{u}_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ \mu \\ \delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_x - C_x \\ S_y - C_y \\ S_z - C_z \end{pmatrix}. \quad (15)$$

En résolvant ce système linéaire pour toutes les droites contre tous les plans, on obtient l'ensemble des points d'intersections possibles. Il faut ensuite rajouter des conditions restrictives pour assurer l'unicité de l'impact, à savoir que chaque *rayon* ne touche bien qu'un seul triangle du maillage. Ces conditions se formalisent de la façon suivante :

- $0 < \lambda \leq 1$  et  $0 < \mu \leq 1$  pour assurer que le *rayon* est à l'intérieur du triangle,
- $\delta > 0$  pour respecter le sens de propagation des *rayons*,
- $\delta$  doit être minimum (pas de transparence des murs).

Pour finir, une fois que les paires  $\{\text{rayon}, \text{élément}\}$  ont été déterminées, chaque *rayon* est alors mis à jour de la façon suivante :

- L'énergie décroît suivant la loi de l'équation (12) :

$$E_i = E_i(1 - \alpha_e). \quad (16)$$

- Le point source est remplacé par le point d'impact :

$$S_i = S_i + \delta \mathbf{u}_i. \quad (17)$$

- Le vecteur directeur est symétrisé suivant sa projection le long de la normale de l'élément ( $\mathbf{n}_e$ ) :

$$\mathbf{u}_i = (\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{a}_e) \mathbf{a}_e + (\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{b}_e) \mathbf{b}_e - (\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n}_e) \mathbf{n}_e. \quad (18)$$

Ce faisant, les *rayons* peuvent de nouveau se propager au sein du maillage et engendrer de nouvelles réflexions.

Cet algorithme est intrinsèquement récursif et se trouve complètement indépendant de la mesure de l'énergie acoustique. En effet, cette expérience numérique caractérise simplement la propagation de l'énergie d'une source sonore ponctuelle au sein d'une structure, le long d'un angle solide. Pour un point de mesure fixé  $\mathbf{x}_0$ , il reste donc à calculer l'énergie acoustique au cours du temps. Pour cela, on utilise la méthode expliquée précédemment (eq. 6), à savoir l'utilisation d'une sphère de mesure  $S(\mathbf{x}_0, a)$ , définie par l'équation cartésienne :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = a^2. \quad (19)$$

En y injectant pour chaque *rayon* les représentations paramétriques des droites porteuses ( $D_i$ ) :

$$(S_x + \delta \mathbf{u}_x - x_0)^2 + \dots + (S_z + \delta \mathbf{u}_z - z_0)^2 = a^2, \quad (20)$$

on obtient une équation du second degré en  $\delta$ . Dès lors, seuls les *rayons* qui intersectent la sphère ont un discriminant positif ou nul, et nous garderons parmi ceux-ci ceux qui engendrent soit une unique solution positive (la source est dans la sphère de mesure), soit les deux solutions positives (la mesure est dans le sens du *rayon*). Une fois les *rayons* mesurés obtenus, ceux-ci sont alors rétropropagés selon  $(-\mathbf{u}_i)$ , afin d'être focalisés sur des sources images (ou sources virtuelles). Cette opération permet de concentrer les

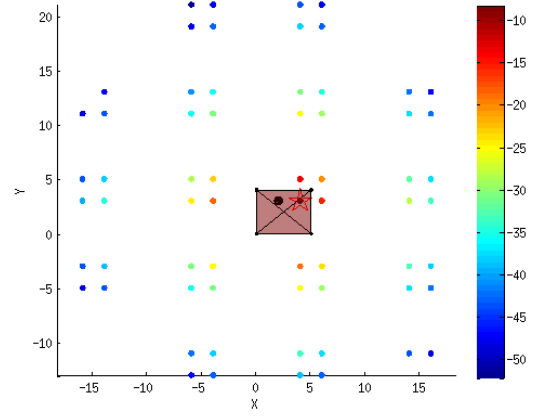


FIGURE 4 – Constellation des images restreintes au plan de la source, pour un maillage type "boite à chaussures". L'énergie associée à chaque source image est donnée en dB (couleurs). La source est représentée par une étoile rouge et la mesure par une sphère noire.

ensembles de *rayons* caractérisant les angles solides mesurés, et ainsi réduire notablement la quantité d'informations à stocker. En effet, dans le cas d'une source omnidirectionnelle (eq. 7), l'énergie de chaque source image s'écrit :

$$E(\mathbf{x}, t) = E_0 \left( \frac{n}{N} \right) \prod_{e=1}^m (1 - \alpha_e), \quad (21)$$

où  $n$  correspond au nombre de *rayons* mesurés pour la source image. De plus, l'absorption atmosphérique peut être aisément rajoutée dans la formule précédente :

$$E(\mathbf{x}, t) = E_0 \left( \frac{n}{N} \right) e^{-md} \prod_{e=1}^m (1 - \alpha_e), \quad (22)$$

où  $m$  caractérise une absorption par bande de fréquence et  $d$  représente la distance entre la source image et la mesure.

Pour valider notre démarche, cette méthode de calcul a été appliquée à la propagation sonore dans une salle parallélépipédique type "boite à chaussures", dont les sources images et leur énergies sont connues analytiquement [4]. Dans cet exemple, nous avons utilisé un matériau de coefficient d'absorption pleine bande  $\alpha = 0.6$  pour l'ensemble des parois. Pour un million de *rayons*, les sources images sont localisées à la précision machine ( $10^{-16}$ ) et les énergies sont reconstruites avec une précision relative de l'ordre de  $10^{-4}$ . La constellation des images, restreintes au plan de la source, est représentée sur la figure 4.

## 4 Accélération du calcul par Octree

Pour un problème avec  $m$  éléments et  $N$  *rayons*, la propagation des ondes calculée selon la méthode précédente nécessite de résoudre  $N \times m$  systèmes linéaires (15), et ce à chaque itération. Bien que tout à fait exploitable en l'état pour un petit nombre d'éléments  $m$ , cette complexité amène des volumes de calculs trop important pour des structures riches en éléments, comme le théâtre antique d'Orange (fig. 3). Pour pallier à cette limitation, nous avons développé un algorithme rapide basé sur une démarche *Divide & Conquer* par découpage spatial de type Octree (fig. 5, [5]).

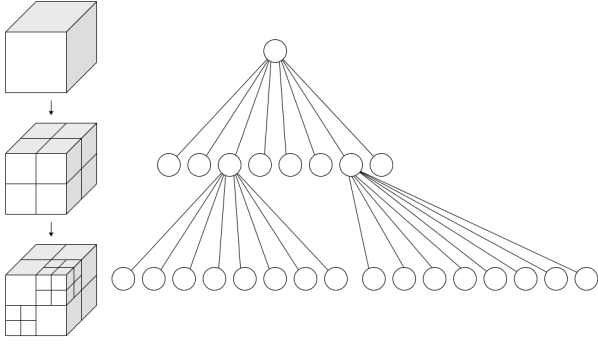


FIGURE 5 – Subdivision de l’espace de type Octree. Sur cette figure, deux étages de l’arbre sont représentés avec un raffinement non uniforme. (source de l’image : Wikipedia)

Pour cela, au lieu de calculer toutes les interactions *rayons*/éléments, nous rangeons récursivement les *rayons* dans des boîtes cubiques de plus en plus petites contenant le maillage. Une fois la répartition terminée, les *rayons* triés dans les plus petites boîtes interagissent uniquement avec quelques mailles (calcul aux feuilles).

Par exemple, considérons une source sonore et un maillage inclus dans une boîte cubique, représentée au premier étage de la figure 5. L’algorithme commence par subdiviser la boîte originale en huit boîtes identiques, par un découpage sur la demi-arête. Puis les *rayons* sont triés en ne sélectionnant que ceux rentrant dans chaque cube (on peut par exemple utiliser des sphères de mesures englobant les cubes). Une fois tous les *rayons* triés, le premier étage de l’arbre est alors atteint. Si les boîtes contiennent peu d’éléments, alors le calcul des interactions *rayons*/éléments est réalisé (feuille de l’arbre). Sinon, on recommence l’opération de subdivision jusqu’à atteindre les feuilles. Dans l’exemple de la figure 5, il y a donc 6 feuilles au 1er étage et 16 feuilles au second étage. En supposant que les *rayons* soient répartis de façon uniforme, par exemple avec une source omnidirectionnelle au centre du maillage, il y aurait donc environ  $\frac{6N}{8}$  *rayons* au premier étage et  $\frac{16N}{64}$  *rayons* au second. En considérant maintenant que les feuilles contiennent chacune  $p$  éléments (avec  $p$  petit), il ne faut résoudre que  $(Np)$  systèmes linéaires aux feuilles, contre  $(Nm \approx Np(6 + 16))$  sans octree.

Dans le cas général, comme la taille des boîtes diminue de façon exponentielle, que chaque boîte ne voit plus que ses propres *rayons* et que seules quelques mailles sont présentes aux feuilles, cet algorithme permet de réduire la complexité totale de  $O(Nm)$  à  $O(N \log m)$ . Ce résultat permet de diminuer sensiblement les temps de calcul des maillages conséquents ( $m$  grand). A titre de comparaison, une itération de lancé de *rayons* a été réalisée sur le maillage d’une sphère unité, plus ou moins raffinée, avec une source omnidirectionnelle en son centre. Les temps de calcul sont donnés dans le tableau 1, qui montre bien l’intérêt d’utiliser un octree lorsque la densité du maillage croît.

De plus, dans le cas théorique d’une salle sphérique 100% réfléchissante, il est attendu que l’énergie totale se conserve. Ainsi, en plaçant la source sonore et le récepteur au centre de la sphère, l’énergie mesurée doit évoluer comme un peigne de Dirac dont chaque pic est équidistant (diamètre de la sphère). Avec notre approche, chaque *rayon* devrait donc parcourir la même distance entre deux mesures, afin d’être compté en phase avec les autres pour reconstruire

TABLEAU 1 – Temps de calcul en secondes pour une itération de lancer de *rayons*, avec et sans accélération par octree. (Réalisé sous Gypsilab, Matlab R2014a sur 1 coeur à 2.7 GHz et 32 Go de ram)

Temps de calcul **sans octree** (s)

# éléments	$10^4$ <i>rayons</i>	$10^5$ <i>rayons</i>	$10^6$ <i>rayons</i>
$10^2$	0.11	0.78	8.31
$10^3$	0.67	7.19	87.8
$10^4$	6.32	72.4	-

Temps de calcul **avec octree** (s)

# éléments	$10^4$ <i>rayons</i>	$10^5$ <i>rayons</i>	$10^6$ <i>rayons</i>
$10^2$	0.10	0.47	4.80
$10^3$	0.21	0.63	5.42
$10^4$	1.18	1.79	7.73
$10^5$	10.8	12.1	19.7
$10^6$	102	113	127

totalemnt l’énergie. En pratique, ce résultat dépend du raffinement du maillage, puisque la surface sphérique est approchée avec des triangles plans. Ainsi, plus le maillage est fin, plus la focalisation est précise. La figure 6 illustre ce résultat, en représentant le pourcentage de *rayons* par mesure pour trois sphères comportant respectivement 1, 10 et 100 millier(s) d’éléments. L’énergie la plus fidèlement reconstruite est celle associée au maillage le plus fin, calculée en quelques secondes grâce à la répartition par octree.

## 5 Application au théâtre d’Orange

Le script ci-après permet de calculer avec Gypsilab l’ensemble des réflexions acoustiques sur le maillage du théâtre d’Orange (fig. 3), et de visualiser les sources images :

```

%%%%%%%% Parametres %%%%%%%%%
src = [ 22  0 -12.5] % Position de la source
mic = [ -7  0 -11 ] % Position du microphone
rad = 3             % Rayon de la sphère de mesure
fs = 44100          % Frequence d’echantillonnage
Nray = 1e6           % Nombre de rayons

%%%%%%%% Lecture du maillage %%%%%%%%%
mesh = msh('orange.mesh');

%%%%%%%% Representation graphique %%%%%%%%%
figure
plot(mesh,'w')
hold on
plot3(src(1),src(2),src(3),'rp','MarkerSize',20)
plot3(mic(1),mic(2),mic(3),'+k','MarkerSize',20)
axis equal;
view(210,40)
camlight
material dull

```

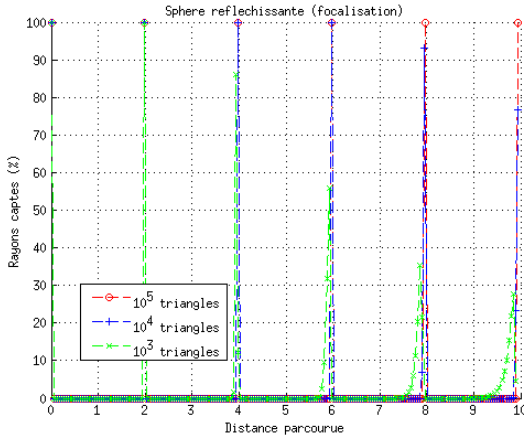


FIGURE 6 – Pourcentage de *rayons* par mesure au cours du temps pour une sphère réfléchissante, avec source et mesure au centre de la sphère.

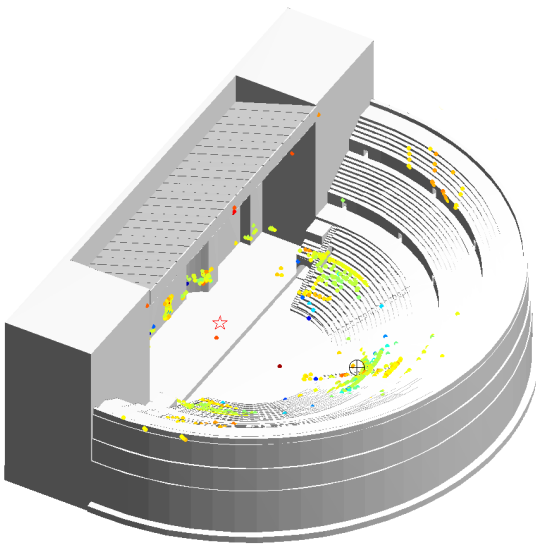


FIGURE 7 – Réflexions sur le théâtre antique d'Orange calculée par Gypsilab, pour une source sonore sur la scène (étoile rouge) et un auditeur dans les gradins (croix noire).  $\approx 3500$  images sont calculées en quelques minutes sur un ordinateur portable.

```
%%%%%%%% Lancer de rayon %%%%%%%%%
room = rir(mesh,src,mic,rad);
tic
room = room.rayTracing(Nray);
toc

%%%%%%%% Representation des sources images %%%%%%%%%
plotImg(room)

%%%%%%%% Representation des impacts %%%%%%%%%
plotSrc(room)

%%%%%%%% Representation des FIR %%%%%%%%%
fir = room.rfl(fs);
figure
plot(10*log10(fir),'.')
```

Dans le détail, on commence par initialiser quelques paramètres, comme :

- La position de la source sonore dans l'espace,
- La position de la mesure et son rayon,

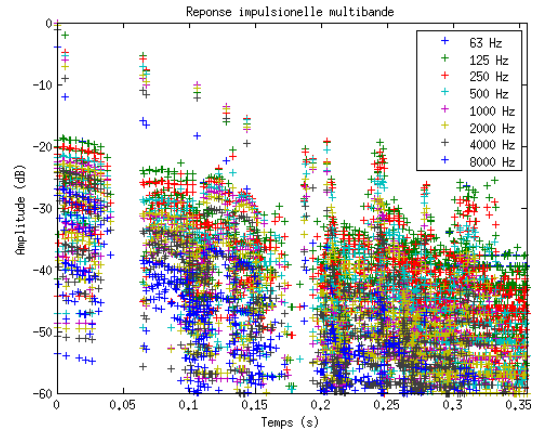


FIGURE 8 – Filtre à réponse impulsionnelle finie multibande, générée par les sources images de la figure 7. La fréquence d'échantillonnage est fixée à 44 100 Hz.

- La fréquence d'échantillonnage pour générer la réponse impulsionnelle,
- Le nombre de *rayons* à utiliser pour le calcul.

Puis on charge le maillage sous un des formats supportés (.msh, .mesh, .vtk, .ply, ...). Idéalement, en plus de la table des nœuds et des éléments, ce maillage peut comporter des couleurs (chaque élément est associé à un numéro). Cela permet d'associer plus simplement un type de matériau à un élément. Pour ce calcul, nous avons utilisé la table des matériaux proposée par le logiciel Odéon, sous 8 bandes de fréquences, pour modéliser les différentes absorptions qui composent les parois du théâtre. Une fois chargé, le maillage peut alors être représenté, avec ou sans les couleurs des éléments (fig. 3). Puis le ray-tracing est appliqué sur le maillage, en définissant uniquement la source et le microphone. Le logiciel gère automatiquement le nombre de sources images générées à la sortie, en fonction du nombre de *rayon* et du rayon de mesure. Une fois le calcul réalisé, on peut visualiser les sources images sous forme d'une constellation (*plotImg*, fig. 4) ou sous forme d'impacts (*plotSrc*, fig. 7). Pour terminer, l'utilisateur peut générer la réponse impulsionnelle associée aux sources images sous la forme d'un filtre à réponse finie multibande (FIR8), pour toute fréquence d'échantillonnage (fig. 8).

Au final, en s'appuyant sur les outils présentés précédemment, nous avons calculé environ 3500 sources images sur le maillage à 40 000 éléments du théâtre antique d'Orange, en quelques minutes sur un ordinateur portable. Celles-ci, représentées en projection sur la figure 7, permettent de voir le lieu et l'intensité des réflexions mesurées. Il est intéressant de noter que l'on retrouve bien les premières réflexions observées par F. Canac, à savoir celles du mur de scène et de l'orchestre [3].

## 6 Conclusion et perspectives

Nous proposons un outil open-source [10], qui permet de calculer relativement simplement la constellation des sources images associée à un problème de propagation sonore dans une salle complexe, pour des géométries quelconques. Pour résumer, cet outil présente les caractéristiques suivantes :

- Lancer de *rayons* avec conservation de l'énergie par

mesure statistique,

- Discrétisation des structures par maillage surfacique composé de triangles plans,
- Calcul rapide des réflexions par octree,
- Représentation de l'énergie par sources images,
- Calcul du filtre à réponse finie (FIR8) associée.

Cela permet aujourd'hui aux archéologues qui travaillent dans ce projet d'étudier des hypothèses architecturales, en un temps raisonnable. Par ailleurs, nous y avons associé un module d'auralisation binaurale avec Head-Tracker, capable de filtrer avec des HRTFs (Head-Related Transfer Function) le son réverbéré dans l'espace. Ceci permet d'associer un rendu audio spatialisé à l'analyse des résultats.

Pour la suite, nous souhaiterions désormais valider plus précisément cet outil en le comparant à la fois aux logiciels existants, mais aussi à des mesures *in-situ*. Nous souhaiterions aussi affiner la résolution physique, en couplant ce module aux autres fonctionnalités présentes dans l'environnement Gypsilab [1]. Par ailleurs, nous voudrions travailler sur d'autres géométries et dans d'autres contextes (prédiction d'acoustique de bâtiments, optimisation d'auditorium, etc.). Enfin, nous aimerions travailler sur un rendu plus approché, mais plus rapide, pour tenter d'auraliser des structures complexes en temps réel.

## Remerciements

Les auteurs tiennent tout particulièrement à remercier François Alouges, Titien Bartet, Pascal Frey et Emmanuelle Rosso pour toute l'aide qu'ils ont chacun apporté aux différentes étapes de ce projet. Merci aussi à Jean-Dominique Polack pour ses conseils avisés en matière d'acoustique architecturale.

## Références

- [1] Aussal, M. & Alouges, F. (2018). GypsiLab, un nouvel outil de calcul FEM/BEM pour l'acoustique numérique. *Actes du Congrès Français d'Acoustique*, Le Havre 2018.
- [2] Badie, A., Fincker, M., Moretti, J-C., Rabatel, L., Rosso, E. & Tardy, D. (2013). LE THÉÂTRE D'ORANGE - Rapport final d'opération. *PACA Vacluse, Orange Théâtre antique 84 087 0031 - Patriarche 9827 n2012-203*.
- [3] Canac, F. (1967). L'Acoustique des théâtres antiques : ses enseignements. *Édition du Centre national de la recherche scientifique*.
- [4] McGovern, S. G. (2009). Fast image method for impulse response calculations of box-shaped rooms. *Applied Acoustics*, 70(1), 182-189.
- [5] Greengard, L., & Rokhlin, V. (1987). A fast algorithm for particle simulations. *Journal of computational physics*, 73(2), 325-348.
- [6] Gueguen, R. (2018). Virtualisation architecturale visuelle et auditive du théâtre antique d'Orange. *Dissertation doctorale* (à paraître).

- [7] Joughaneau, J. (1998). Sonorisation. *Ed. Techniques Ingénieur*.
- [8] Kulowski, A. (1985). Algorithmic representation of the ray tracing technique. *Applied Acoustics*, 18(6), 449-469.
- [9] Sabine, W.C. (1900). Architectural Acoustics, Part I. Reverberation. *Reprints of the American Architect*.
- [10] Voir <http://www.cmap.polytechnique.fr/~aussal/gypsilab/>