

Matemática Discreta

Aula nº 1 Francisco Restivo 2007-02-22



Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Álgebra

Soma, subtracção, multiplicação e divisão

Números reais e complexos

Escalares, vectores e matrizes

Análise

Integração e diferenciação

Números reais e complexos

Escalares e vectores

Matemática discreta

Contagem

Operações e relações lógicas

Conjuntos e proposições





O que é?

Fundamentos: lógica, conjuntos, funções.

Análise combinatória: contagem, permutações, combinações.

Relações de recorrência.

Grafos: conectividade, grafos transversais.

Análise e projecto de algoritmos.

Algoritmos fundamentais: ordenação, grafos, numéricos.

Complexidade.

Etc.



Para que serve?

Linguagens formais (programação)

Projecto de compiladores

Teoria dos autómatos

Teoria das bases de dados relacionais

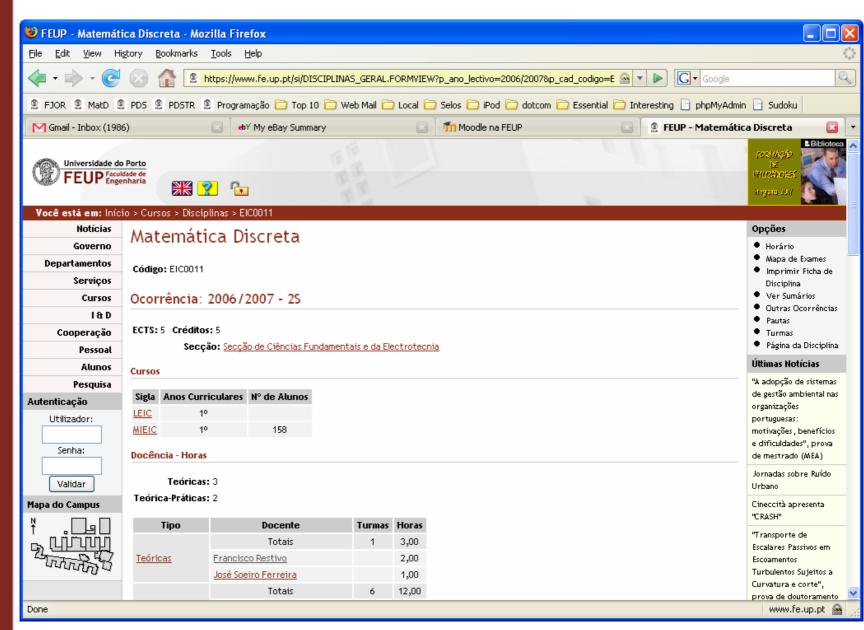
Computabilidade

Projecto de algoritmos

Teoria da complexidade

Etc.







Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Lógica

Estabelecer a validade dos argumentos Saber se um argumento é sólido Saber se a conclusão é consequência das premissas

Proposições (afirmações)

Podem ser verdadeiras (V) ou falsas (F)

O valor pode depender do contexto

Amanhã é o meu aniversário

Questões, exclamações, não são proposições

Não pisar a relva!

Proposições simples e compostas Conectivas lógicas





Conectivas lógicas (booleanas)

Negação (unária)

Conjunção

Disjunção

Condicional

Bicondicional

Negação

Todos os cães são bravos

Não é verdade que todos os cães são bravos

Nem todos os cães são bravos

Alguns cães não são bravos

p: Todos os cães são bravos

¬р

Linguagem natural e linguagem lógica



negação		
р ¬р		
V	F	
F V		

conjunção		
р	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Conjunção

p: o Sol brilha

q: as aves cantam

 $p \wedge q$: o Sol brilha e as aves cantam





disjunção		
р	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Ambiguidade da disjunção

Hoje de tarde vou nadar ou jogar golfe Para este emprego é preciso ter mais de 25 anos ou 3 anos de experiência





disjunção exclusiva		
р	q	p <u>∨</u> q
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Na linguagem natural

Hoje de tarde vou nadar ou jogar golfe, mas não as duas coisas

Para este emprego é preciso ter mais de 25 anos ou 3 anos de experiência, ou as duas coisas





condicional		
р	$q p \rightarrow q$	
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Condicional

p é o antecedente e q o consequente Só é falso quando p é verdadeiro e q é falso: Se chover hoje então vou ao cinema se não chover, não sabemos...





Condição necessária e condição suficiente

p é condição suficiente para q

q é condição necessária para p

Expressões equivalentes

$$b \rightarrow d$$

 $p \lor q$

condicional			
p	q	¬р	¬p ∨ q
V	V	F	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V





bicondicional			
р	$q p \leftrightarrow q$		
٧	V	V	
V	F	F	
F	V	F	
F	F	V	

Bicondicional

Se e só se ...

É verdadeiro quando p e q são ambos verdadeiros ou ambos falsos





Tautologia é uma proposição composta que é sempre verdadeira, independentemente dos valores lógicos dos seus componentes

$$(p \land q) \lor \neg(p \land q)$$

Contradição é uma proposição composta que é sempre falsa, independentemente dos valores lógicos dos seus componentes

$$p \wedge \neg p$$

$$(p \land \neg q) \land (\neg p \lor q)$$



Equivalência lógica

Duas proposições são logicamente equivalentes se tiverem o mesmo valor lógico para todas as combinações de valores dos seus componentes

$$\neg p \lor \neg q \equiv \neg (p \land q)$$

Implicação lógica

Uma proposição P implica uma proposição Q se sempre que P for verdadeira Q também o for

$$q \mid (p \lor q)$$

