

# 1 BeschreibendeStatistik

## 1.1 Begriffe

]

### 1.1.1 Beschreibende/Deskriptive Statistik

Beobachtete Daten werden durch geeignete statistische Kennzahlen charakterisiert und durch geeignete Grafiken anschaulich gemacht.

### 1.1.2 Schließende/Induktive Statistik

Aus beobachtete Daten werden Schlüsse gezogen und diese im Rahmen vorgegebener Modelle der Wahrscheinlichkeitstheorie bewertet.

### 1.1.3 Grundgesamtheit

Ω: Grundgesamtheit ω:Element oder Objekt der Grundgesamtheit diskret(<30 Ausprägungen), stetig(≥30 Ausprägungen), univariat(p=1), mulivariat(p>1)

## 1.2 Lagemaße

### 1.2.1 Modalwerte $x_{mod}$

Am häufigsten auftretende Ausprägungen (insbesondere bei **qualitativen** Merkmalen)

### 1.2.2 Mittelwert

R: $mean(x)$   
Schwerpunkt der Daten.  
**Empfindlich** gegenüber Ausreißern.

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

## 1.3 Median

R: $median(x)$   
Liegt in der Mitt der sortierten Daten  $x_i$ .  
**Unempfindlich** gegenüber Ausreißern.

$$x_{0.5} = \begin{cases} x_{\frac{n+1}{2}}, & \text{falls } n \text{ ungerade} \\ \frac{1}{2}(x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}), & \text{falls } n \text{ gerade} \end{cases} \quad (1)$$

## 1.4 Streuungsmaße

### 1.4.1 Spannweite

$$\max x_i - \min x_i$$

### 1.4.2 Stichprbenverians $s^2$

R: $var(x)$

**Verschiebungssatz:**

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n x_i^2 -$$

$n\bar{x}^2$ )  
Gemittelte Summe der quadratischen Abweichung vom Mittelwert

### 1.4.3 Stichprobenstandardabweichung

R: $sd(x)$

$s = \sqrt{s}$  Streuungsmaß mit gleicher Einheit wie beobachteten Daten  $x_i$ .  
 $\bar{x}$  minimiert die "quadratische Verlustfunktion" oder die Varianz gibt das Minimum der Fehlerquadrate an.

## 1.5 p-Quantile

R: $quantile(x,p)$ . Teilt die **sortierten** Daten  $x_i$  ca. im Verhältnis p: (1-p) d.h.  $\hat{F}(x_p) \approx p$   
1. Quartil = 0.25-Quantil; Median = 0.5-Quantil; 3. Quartil = 0.75-Quantil;

## 1.6 Interquartilsabstand I

$I = x_{0.75} - x_{0.25}$ . Ist ein weiterer Streuungsparameter.

## 1.7 Chebyshev

$\frac{N(S_k)}{n} > 1 - \frac{1}{k^2}$ , für alle  $k \geq 1$   
 $\bar{x}$  der Durchschnitt,  $s > 0$  die Stichproben-Standardabweichung von Beobachtungswerten  $x_1, \dots, x_n$ . Sei  $S_k = \{i, 1 \leq i \leq n : |x_i - \bar{x}| < k \cdot s\}$ ; Für eine beliebige Zahl  $k \geq 1$  liegen mehr als  $100 \cdot (1 - \frac{1}{k^2})$  Prozent der Daten im Intervall von  $\bar{x} - ks$  bis  $\bar{x} + ks$ .  
**Speziell:**Für  $k = 2$  liegen mehr als 75% der Daten im 2s-Bereich um  $\bar{x}$ . Für  $k=3$  liegen mehr als 89% der Daten im 3s-Bereich um  $\bar{x}$ .  
**Komplement Formulierung:**

$\bar{S}_k = \{i || x_i - \bar{x}| \geq k \cdot s\}$ ;  $\frac{N(\bar{S}_k)}{n} \leq \frac{1}{k^2}$ ;

Die Ungleichheit liefert nur eine **sehr grobe Abschätzung**, ist aber unabhängig von der Verteilung der Daten.  
**Empirische Regeln** 68% der Daten im Bereich um  $\bar{x} \pm s$ . 95% um  $\bar{x} \pm 2s$ . 99.7% um  $\bar{x} \pm 3s$ .

## 1.8 Korrelation

Grafische Zusammenhang zwischen multivariaten Daten y und y durch ein Streudiagramm. Kennzahlen zur Untersuchung des Zusammenhangs:

### 1.8.1 Empirische Kovarians

$$\text{R:cov}(x,y); s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n-1} (\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y})$$

### 1.8.2 Empirische Korrelationskoeffizient r

R: $cor(x,x)$ ;  $r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$ ; Näherungsweise lin.

Zusammenhang zw. x und y, falls  $|r| \approx 1$ .

### 1.8.3 Regressionsgerade y

$$y = mx + t \text{ mit } m = r \cdot \frac{s_y}{s_x} \text{ und } t = \bar{y} - m \cdot \bar{x}$$