

Лабораторная работа № 7

Выполнил студент группы 428

Мунин Сергей Александрович

Вариант № 16

Решить с помощью чисто неявной схемы задачу Коши $4y + 5y' + 2y'' = x \Delta \exp(x)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $x \in [0, 2]$ с заданной относительной точностью 0,01.

Теоретическая часть

Любое дифференциальное уравнение m -го порядка $y^{(m)} = f(x, y, y', \dots, y^{(m-1)})$ можно свести к системе, состоящей из m уравнений 1-го порядка при помощи замен.

$$y_1 = y',$$

$$y_2 = y'' = y_1'$$

$$y_3 = y''' = y_2',$$

...

$$y_m = y^{(m)} = y_{m-1}'.$$

В результате получаем систему:

$$\begin{cases} y' = y_1, \\ y_1' = y_2, \\ y_2' = y_3, \\ \dots \\ y_{m-1}' = f(x, y, \dots, y_{m-1}). \end{cases}$$

Решением системы и дифференциального уравнения является m функций $y, y_1 = y', \dots, y_m = y_{m-1}'$.

Задача Коши состоит в нахождении решения дифференциального уравнения, удовлетворяющего начальным условиям. При численном решении задачи ищется последовательность векторов (приближений для зна-

чений решения) на множестве точек сетки $x_i : x_{i+1} = x_i + h_i, i = \overline{0, N-1}$.

Для задачи $\begin{cases} \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} + A(x)\vec{u} = \vec{\varphi}(x), & x > 0 \\ \vec{u}(0) = \vec{u}_0. \end{cases}$ чисто неяв-

ная разностная схема $\begin{cases} \frac{\vec{y}_{n+1} - \vec{y}_n}{h} + A\vec{y}_n = \vec{\varphi}_n \\ n = 0, 1, 2, \dots, \vec{y}_0 = \vec{u}_0 \end{cases}$, где A

- матрица порядка $m \times m$, $\vec{y}_n, \vec{\varphi}_n$ - векторы размерности m .

Практическая часть

Программа состоит из двух функций: 1.main 2.rightpart

В функции main находится неявный метод. В ней задаются две квадратичные матрицы для записи предыдущего и последующего состояний. Далее с помощью цикла находится значение функции при заданном x . Сама переменная x изменяется с каждым проходом по циклу на величину шага h . Для выполнения условия остановки цикла находим норму матриц. После этого переписываем значения матриц в другие матрицы для надежности и выводим их.

В функции rightpat происходит вычисление y неявного метода. Для этого на вход подается значение x , а так же значения первой и второй производных. Из уравнения извлекается переменная y и вычисляется с помощью заданных параметров.

Результаты

В результате работы программы с помощью чисто неявной схемы была решена задача Коши, а именно, решено дифференциальное уравнение. Значение y на заданном интервале $x \in [0, 2]$ $y = -0.0019995$.