

自动控制原理

中国科学技术大学
工业自动化研究所

吴刚

2019年9月

第四章

反馈控制系统特性

目录

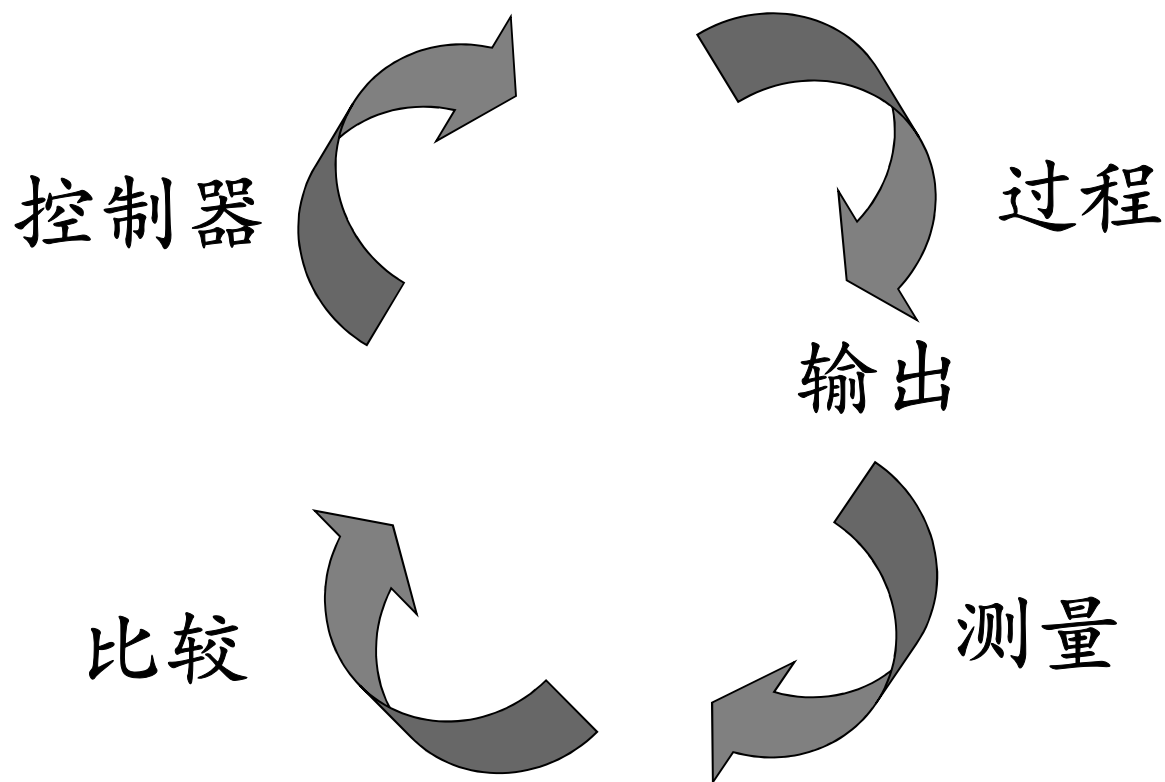
- 4.1 引论
- 4.2 误差信号分析
- 4.3 控制系统对参数变化的灵敏度
- 4.4 反馈控制系统中的扰动信号
- 4.5 瞬态响应的控制
- 4.6 稳态误差
- 4.7 反馈的代价
- 4.8 设计实例
- 4.9 应用控制设计软件分析控制系统特性
- 4.10 系列设计案例：磁盘驱动器读取系统
- 4.11 总结

习题

- **Skills Check:** 全部
- **Exercises:** E4.2、E4.4、E4.9、E4.11、E4.12、E4.15
- **Problems:** P4.2、P4.4、P4.5、P4.6、P4.7、P4.11、P4.12、P4.13、P4.17
- **Advanced Problems:** AP4.3、AP4.6
- **Design Problems:** CDP4.1、DP4.2、DP4.3
- 作业说明：绘制系统输出响应、稳态误差响应曲线需用**MATLAB**作图，并在图中标明必要信息，集中在一起打印，贴到作业本上

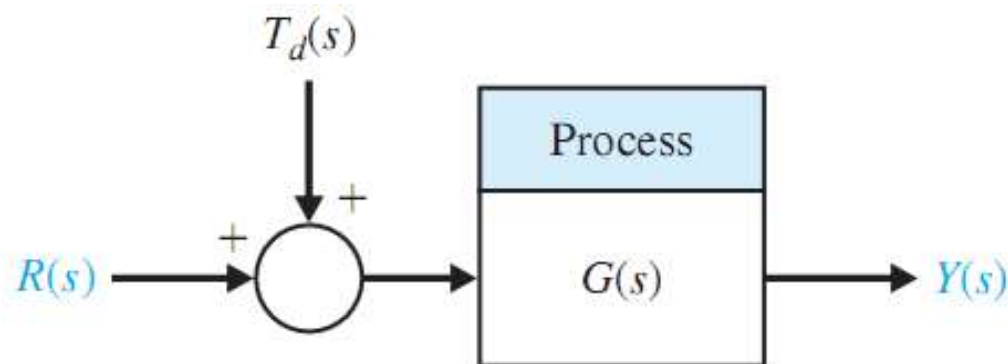
4.1 引论

- 控制系统：相互连接的部件组成的系统，产生期望的系统响应
- 根据期望响应与实际响应的误差来控制系统



4.1 引论

- **开环系统**: 工作不需要反馈, 输入信号直接产生输出响应。扰动 $T_d(s)$ 直接影响输出, 开环控制系统对扰动和被控过程的参数变化高度敏感
- **闭环系统**: 测量输出信号, 与期望输出比较, 产生偏差信号, 控制器根据偏差信号调整执行器。输出 $Y(s)$ 受设定值输入 $R(s)$ 、扰动输入 $T_d(s)$ 、测量噪声 $N(s)$ 影响



开环系统方框图

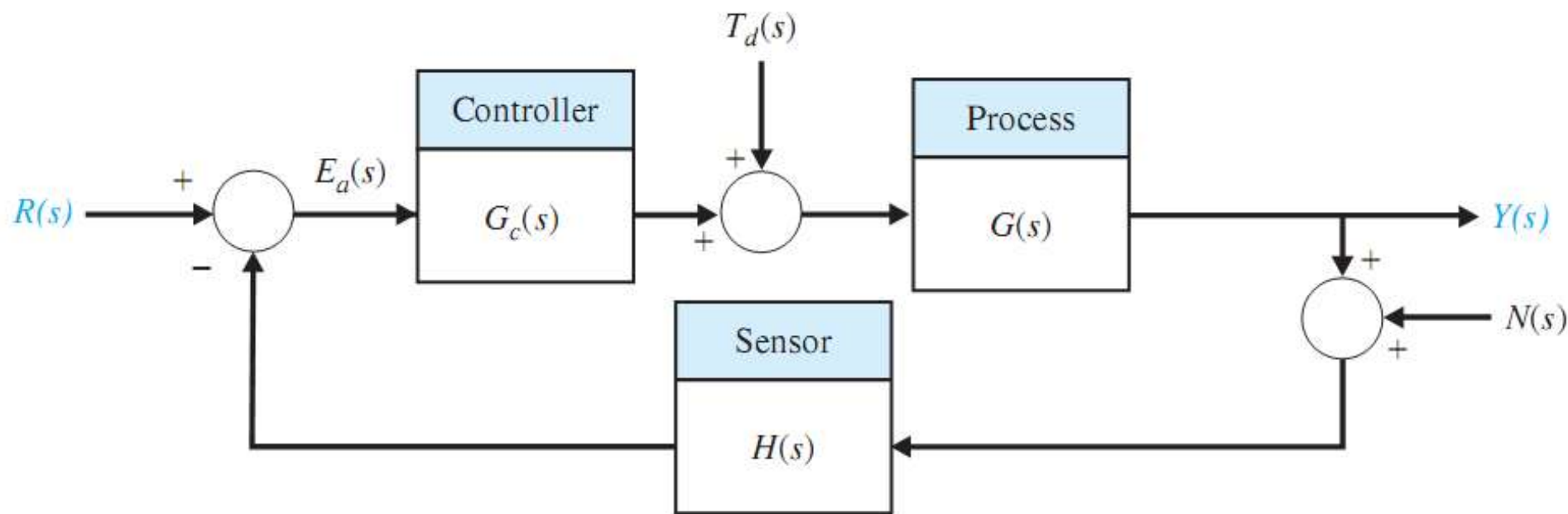
4.1 引论

➤ 跟踪误差 **tracking error**:

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

➤ 注意跟踪误差 $E(s)$ 与偏差 $E_a(s)$ 的区别:

$$E_a(s) = R(s) - H(s)[Y(s) + N(s)]$$



闭环系统方框图

4.1 引论

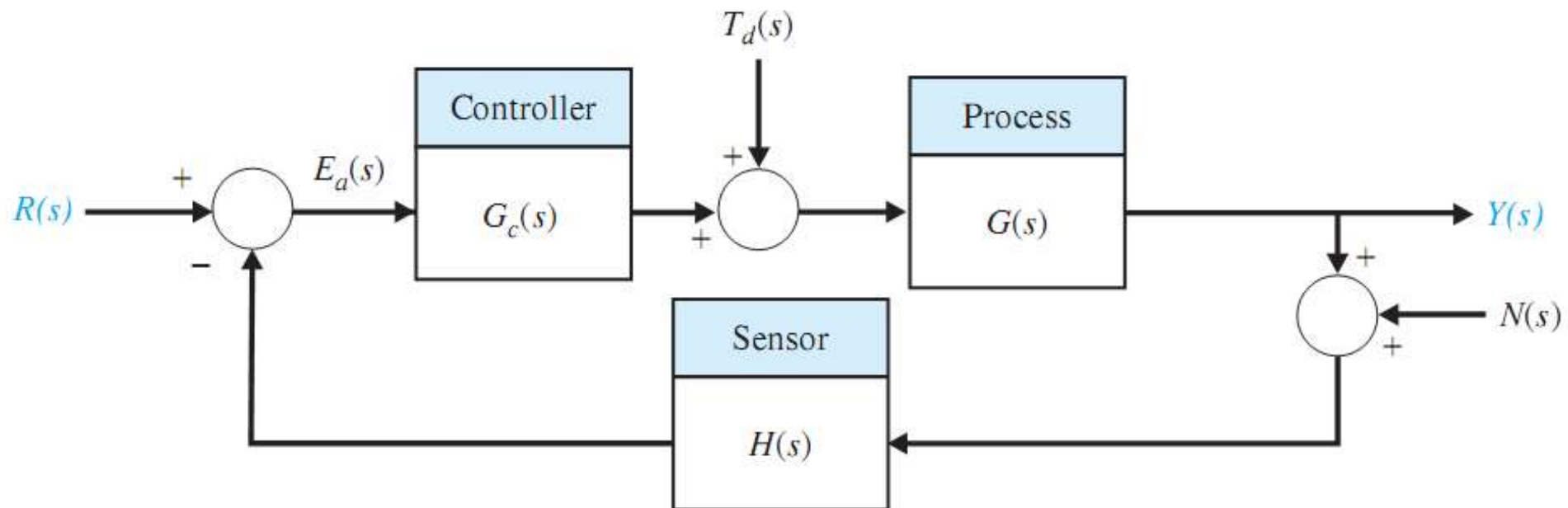
➤ 反馈提高了系统成本，增加了系统复杂性，但是反馈具有如下优点：

- 降低了系统对过程参数变化的灵敏度
- 增强了扰动抑制能力
- 衰减了测量噪声
- 减小了系统稳态误差
- 使系统瞬态响应易于控制和调整

4.2 误差信号分析

➤ 单位负反馈系统跟踪误差, $H(s)=1$:

$$Y(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} R(s) + \frac{G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} T_d(s) - \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} N(s)$$



4.2 误差信号分析

$$E(s) = R(s) - Y(s)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)} R(s) - \frac{G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} T_d(s) + \\ &\quad + \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} N(s) \end{aligned}$$

➤ 回路增益 **Loop gain**: $L(s) = G_c(s)G(s)$

$$E(s) = \frac{1}{1 + L(s)} R(s) - \frac{G(s)}{1 + L(s)} T_d(s) + \frac{L(s)}{1 + L(s)} N(s)$$

➤ 令: $F(s) = 1 + L(s)$

4.2 误差信号分析

➤ 灵敏度函数 **Sensitivity function**:

$$S(s) = \frac{1}{F(s)} = \frac{1}{1 + L(s)}$$
$$= \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)}$$

➤ 互补灵敏度函数 **Complementary sensitivity function**:

$$C(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)}$$

$$\therefore S(s) + C(s) = 1$$

4.2 误差信号分析

➤ 跟踪误差：

$$E(s) = S(s)R(s) - S(s)G(s)T_d(s) + C(s)N(s)$$

➤ 要减小跟踪误差，必须同时减小 $S(s)$ 和 $C(s)$ ：

Min $S(s)$ and Min $C(s)$

sub. $S(s) + C(s) = 1$

➤ 这是不可能的，因此设计控制器 $G_c(s)$ 时，必须折中考虑

➤ 如何判断传递函数的大、小？

➤ 考虑回路增益 $L(s)$ 的幅值，或者在感兴趣频段 ω 上 $|L(j\omega)|$ 的幅值

4.2 误差信号分析

$$\begin{aligned} Y &= \frac{G_c G}{1 + G_c G} R + \frac{G}{1 + G_c G} T_d - \frac{G_c G}{1 + G_c G} N \\ &= \frac{L}{1 + L} R + \frac{G}{1 + L} T_d - \frac{L}{1 + L} N \end{aligned}$$

1. 跟踪设定值 $R(s)$ ，要求在设定值 $R(j\omega)$ 的频带内：

$$|L(j\omega)| = |G_c(j\omega)G(j\omega)| \gg 1$$

2. 消除扰动 $T_d(s)$ ，要求在扰动 $T_d(j\omega)$ 的频带内：

$$|L(j\omega)| = |G_c(j\omega)G(j\omega)| \gg 1 \quad \text{且} \quad |G_c(j\omega)| \gg 1$$

3. 抑制噪声 $N(s)$ ，要求在噪声 $N(j\omega)$ 的频带内：

$$|L(j\omega)| = |G_c(j\omega)G(j\omega)| \ll 1$$

4.2 误差信号分析

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{1+G_c G} R - \frac{G}{1+G_c G} T_d + \frac{G_c G}{1+G_c G} N \\ &= \frac{1}{1+L} R - \frac{G}{1+L} T_d + \frac{L}{1+L} N \end{aligned}$$

1. 为减弱扰动 $T_d(s)$ 对跟踪误差 $E(s)$ 的影响，在扰动

频带内： $|L(j\omega)|=|G_c(j\omega)G(j\omega)|\gg 1$

当 $G(s)$ 确定时，要求设计控制器使 $|G_c(j\omega)|\gg 1$

2. 为抑制噪声 $N(s)$ 对跟踪误差 $E(s)$ 的影响，在噪声

频带内： $|L(j\omega)|=|G_c(j\omega)G(j\omega)|\ll 1$

当 $G(s)$ 给定时，要求设计控制器使 $|G_c(j\omega)|\ll 1$

4.2 误差信号分析

- 如果设定值的频带、扰动的频带、测量噪声的频带相互错开，比较好处理。
- 设定值的频带、前向通道的扰动和噪声起作用的频带主要是低频段、中频段，可以设计控制器，增大这些频段的回路增益。
- 反馈通道测量噪声和扰动的频带相对较高，可以设计控制器，减小这些频段的回路增益。
- 如果设定值的频带、前向通道扰动和噪声的频带、反馈通道测量噪声和扰动的频带相互交叉，甚至重合，处理起来就比较棘手。

4.3 控制系统对参数变化的灵敏度

- 控制系统对于参数变化的灵敏度非常重要
- 被控过程 $G(s)$ 受到环境变化、元部件老化、被控过程参数真实值未知或时变等因素的影响
- 开环系统中，以上这些变化因素将直接导致系统输出变化、无法精确跟踪设定值
- 闭环系统能感知由于过程变化引起的输出变化，并试图修正控制器输出的控制量，从而改变系统的输出量
- 闭环反馈控制系统的主要优点是，它能够降低系统对被控过程的参数变化的灵敏度

4.3 控制系统对参数变化的灵敏度

- 假定闭环系统中 $T_d(s)=0$; $N(s)=0$, 如果在感兴趣频带上, 有 $G_c(s)G(s) \gg 1$, 可得:

$$Y(s) \approx R(s)$$

- 增加回路增益的幅值可以减少 $G(s)$ (即被控过程) 对系统输出的影响
- 但是, 回路增益过大, $G_c(s)G(s) \gg 1$, 可能导致系统响应强烈振荡, 甚至不稳定

4.3 控制系统对参数变化的灵敏度

- 假定 $T_d(s)=N(s)=0$ ，当被控过程 $G(s)$ 变化，系统真实的动力学特性为 $G(s)+\Delta G(s)$ ，跟踪误差为：

$$E(s) + \Delta E(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)[G(s) + \Delta G(s)]} R(s)$$

- 跟踪误差的变化为：

$$\Delta E(s) = \frac{-G_c \Delta G}{(1 + G_c G + G_c \Delta G)(1 + G_c G)} R(s)$$

- 通常有： $G_c G \gg G_c \Delta G$

$$\therefore \Delta E(s) \approx -\frac{G_c(s)}{[1 + L(s)]^2} \Delta G(s) R(s)$$

4.3 控制系统对参数变化的灵敏度

- 因子 $1+L(s)$ 降低了跟踪误差的变化
- 如果 $|L(s)| \gg 1$, 则 $1+L(s) \approx L(s)$, 跟踪误差的变化量近似为:

$$\begin{aligned}\Delta E(s) &\approx -\frac{G_c(s)}{L(s)G_c(s)G(s)}\Delta G(s)R(s) \\ &= -\frac{1}{L(s)}\frac{\Delta G(s)}{G(s)}R(s)\end{aligned}$$

- 回路增益 $L(s)$ 越大, 跟踪误差的变化量就越小, 降低了系统对被控过程变化 $\Delta G(s)$ 的灵敏度

4.3 控制系统对参数变化的灵敏度

- **系统灵敏度** System sensitivity: 在工作点附近系统特性的小增量变化时, 系统传递函数的相对变化与被控过程传递函数(或参数)的相对变化之比

$$S = \frac{\Delta T(s)/T(s)}{\Delta G(s)/G(s)} = \frac{\frac{\Delta T(s)}{T(s)}}{\frac{\Delta G(s)}{G(s)}} = \frac{G}{T} \frac{\Delta T}{\Delta G}, \quad T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)}$$

- 极限时, 有:

$$S = \frac{\partial T/T}{\partial G/G} = \frac{\frac{\partial T}{T}}{\frac{\partial G}{G}} = \frac{G}{T} \frac{\partial T}{\partial G} = \frac{\partial \ln T}{\partial \ln G}$$

4.3 控制系统对参数变化的灵敏度

➤ 开环系统对被控过程 $G(s)$ 变化的灵敏度为1

➤ 单位负反馈闭环系统:

$$T(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)}$$

$$S_G^T = \frac{G}{T} \cdot \frac{\partial T}{\partial G} = \frac{G}{\frac{G_c G}{1 + G_c G}} \cdot \frac{G_c}{(1 + G_c G)^2}$$

$$= \frac{1}{1 + G_c G} = \frac{1}{1 + L} = \frac{1}{F}$$

➤ 在感兴趣的频带, 增加回路增益 $L=G_c G$, 闭环系统灵敏度将低于开环系统灵敏度

4.3 控制系统对参数变化的灵敏度

- 被控对象传递函数 G 有参数 α ，闭环传递函数对参数 α 的灵敏度：

$$S_{\alpha}^T = S_G^T S_{\alpha}^G$$

- 增加回路增益 $L=G_c G$ ，可以使闭环系统对参数 α 的灵敏度低于开环系统对参数 α 的灵敏度
- 增加反馈回路可以降低控制系统参数变化所造成的影响
- 为了提高精度，开环系统必须仔细选择元部件，而闭环系统对前向通道元部件的要求则不那么苛刻

4.3 控制系统对参数变化的灵敏度

➤ 对于非单位负反馈系统，有：

$$\begin{aligned} T(s) &= \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)H(s)} \\ S_H^T &= \frac{H}{T} \cdot \frac{\partial T}{\partial H} \\ &= \frac{H}{\frac{G_c G}{1 + G_c GH}} \cdot \frac{-(G_c G)^2}{(1 + G_c GH)^2} \\ &= -\frac{G_c GH}{1 + G_c GH} \end{aligned}$$

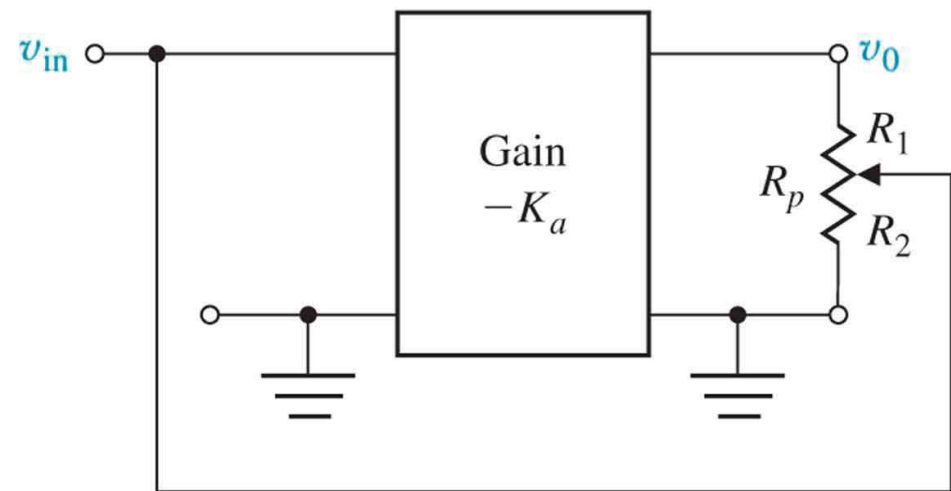
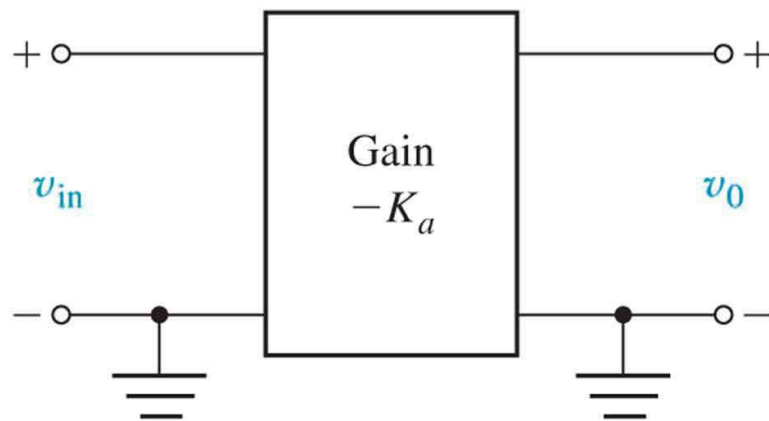
4.3 控制系统对参数变化的灵敏度

- 回路增益 $L(s)=G_c(s)G(s)H(s)$ 很小时，闭环系统对反馈通道变化的灵敏度很低，但同时系统动态、静态特性却不好。
- 回路增益 $L(s)=G_c(s)G(s)H(s)$ 很大时，闭环系统对反馈通道变化的灵敏度约为-1，反馈通道的变化将直接影响输出。
- 因此，必须仔细选择反馈通道的元器件，使其不因环境等变化而改变。即，反馈通道上的元器件特性要求比较高、比较苛刻。

4.3 控制系统对参数变化的灵敏度

➤ 例4.1 反馈放大器！

➤ 对这个电路不理解，负反馈信号是怎么叠加的？



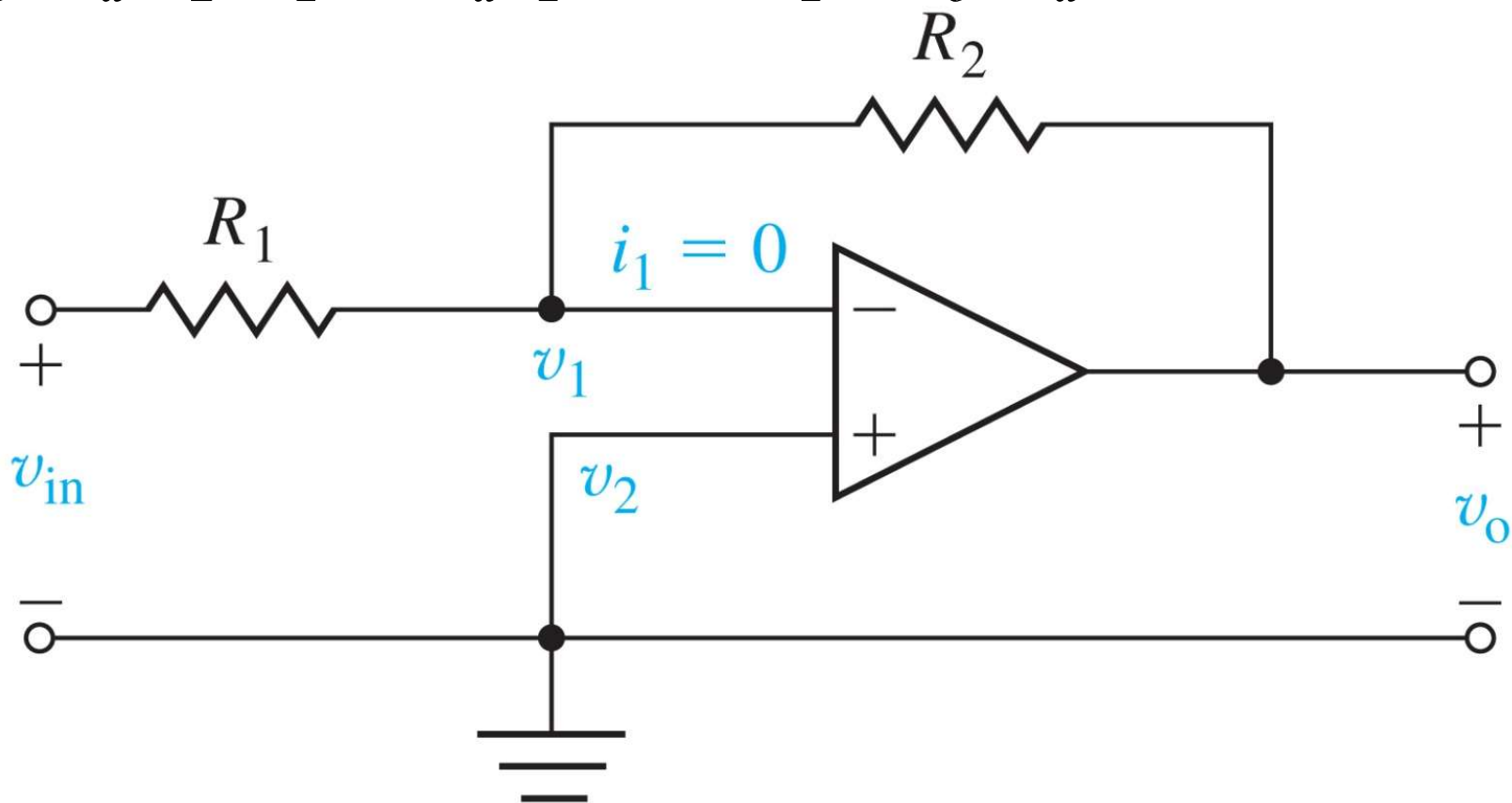
4.3 控制系统对参数变化的灵敏度

► 例4.1 反相放大器

$$\frac{v_{\text{in}} - v_1}{R_1} + \frac{v_o - v_1}{R_2} = 0$$

$$v_o = k_a(v_2 - v_1) = -k_a v_1$$

$$v_1 = -v_o / k_a$$



4.3 控制系统对参数变化的灵敏度

$$\frac{v_{\text{in}}}{R_1} + \frac{v_o}{k_a R_1} + \frac{v_o}{R_2} + \frac{v_o}{k_a R_2} = 0$$

$$\frac{v_o}{v_{\text{in}}} = \frac{-k_a \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_2}{R_1} + k_a} \approx \frac{-k_a}{1 + \beta k_a}, \quad \beta = \frac{R_1}{R_2}, \quad k_a \gg 1$$

$$\begin{aligned} S_{K_a}^T &= \frac{K_a}{T} \cdot \frac{\partial T}{\partial K_a} = \frac{k_a}{\frac{-k_a}{1 + \beta k_a}} \cdot \frac{-(1 + \beta k_a) + k_a \beta}{(1 + \beta k_a)^2} \\ &= \frac{1}{1 + K_a \beta} \end{aligned}$$

4.3 控制系统对参数变化的灵敏度

➤ 假设 $K_a=10^4$, $\beta=0.1$, 有:

$$S_{K_a}^T = \frac{1}{1+10^3} \approx 0.001$$

➤ 开环传递函数对放大器增益变化的灵敏度为1,
闭环灵敏度是开环灵敏度的千分之一

➤ 闭环传递函数对反馈电阻 R_2 电阻值变化的灵敏度近似为:

$$S_{R_2}^T = S_{\beta}^T \cdot S_{R_2}^{\beta} = -\frac{1}{R_2} \frac{k_a^2 \beta}{(1 + k_a \beta)^2}$$

4.4 反馈控制系统中的扰动信号

➤ 反馈控制系统能够有效消除非线性畸变、噪声、扰动的影响

➤ 当设定值 $R(s)=0$ 、测量噪声 $N(s)=0$ 时：

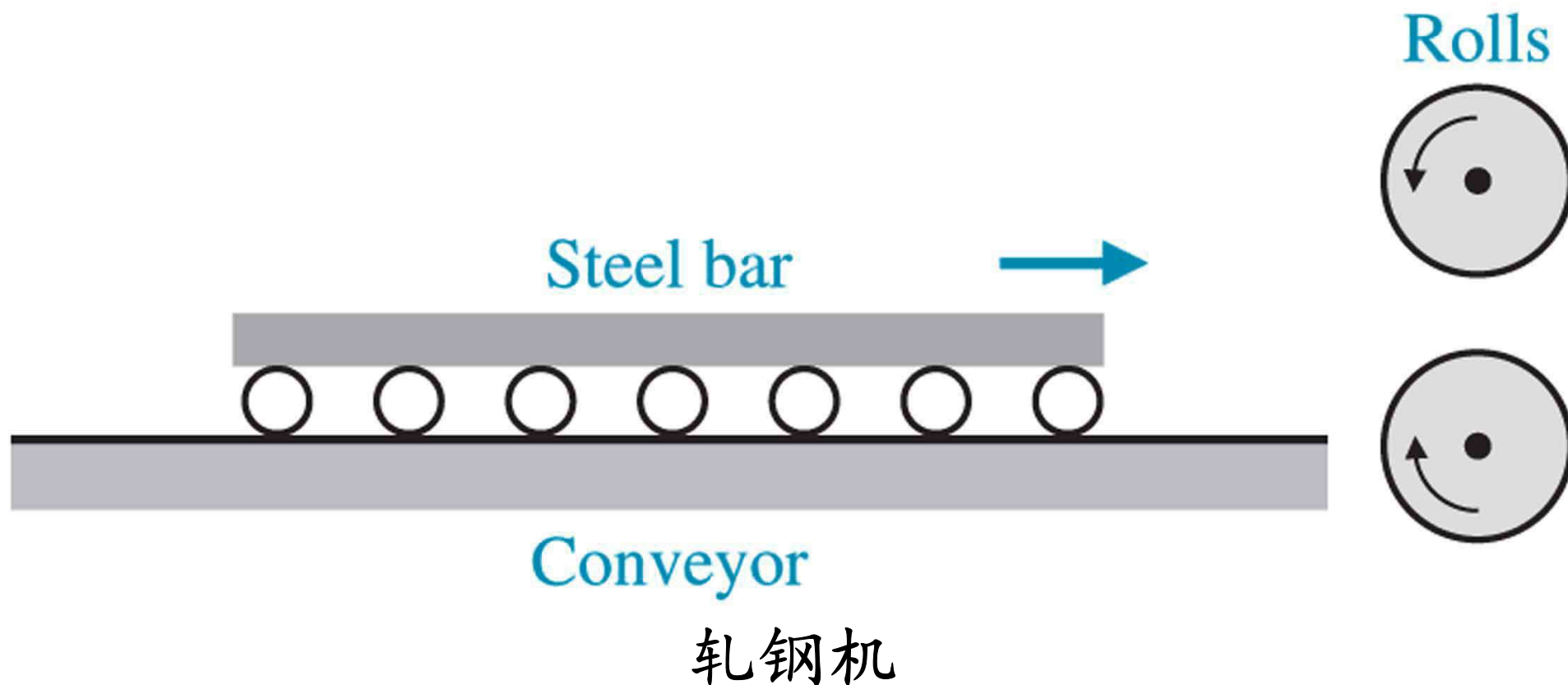
$$\begin{aligned} E(s) &= -\frac{G(s)}{1+G_c(s)G(s)}T_d(s) = -\frac{G(s)}{1+L(s)}T_d(s) \\ &= -S(s)G(s)T_d(s) \end{aligned}$$

➤ 当被控对象 $G(s)$ 确定后，设计控制器 $G_c(s)$ ，在扰动起作用的频段内（常常是低频段），增大回路增益 $L(s)$ ，灵敏度函数 $S(s)$ 就降低，扰动 $T_d(s)$ 对跟踪误差的影响就减小，从而增强闭环系统对扰动的抑制能力

4.4 反馈控制系统中的扰动信号

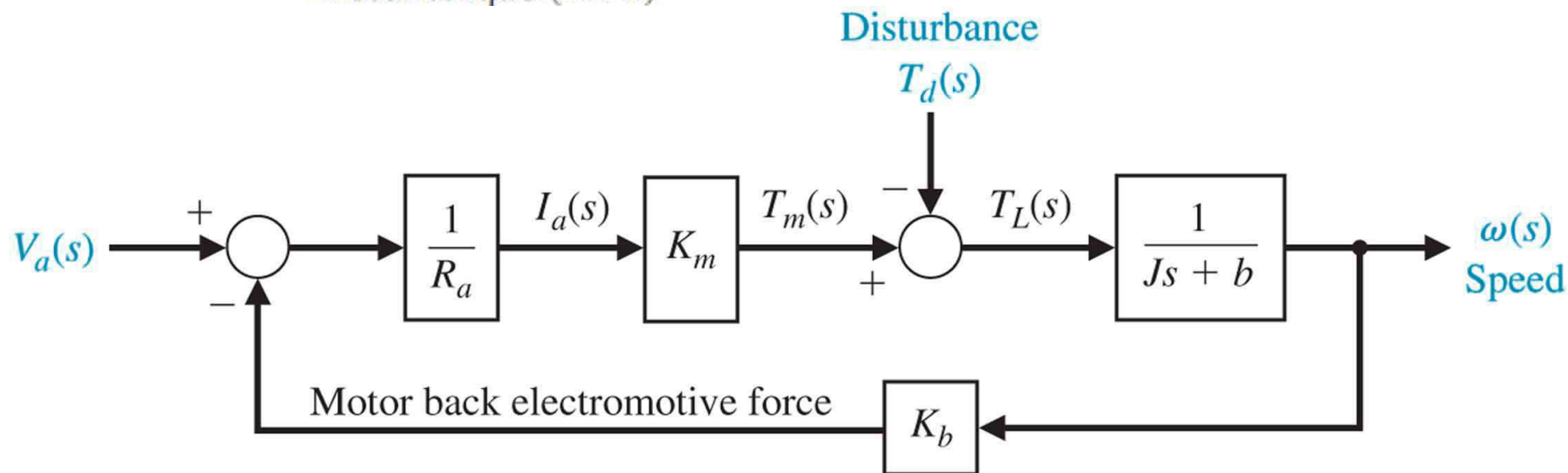
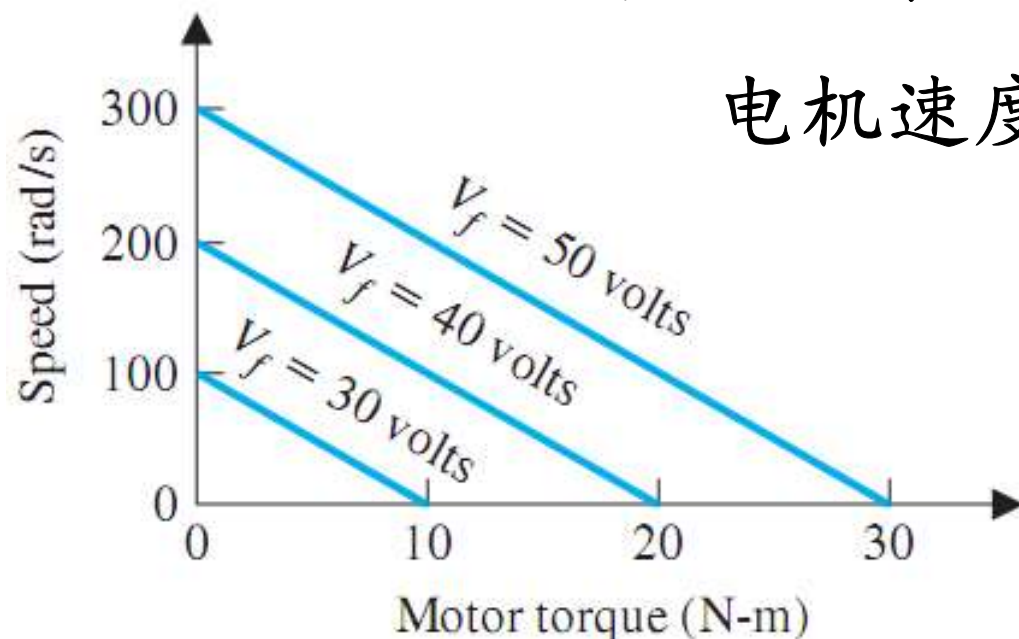
➤ 轧钢机的速度控制系统

条钢接近轧辊时，轧辊空转；条钢啮合进轧辊，轧辊负载迅速增加，这种负载影响可以近似为扰动转矩的阶跃变化



4.4 反馈控制系统中的扰动信号

电机速度-转矩曲线



开环速度控制系统(没有转速计反馈)

4.4 反馈控制系统中的扰动信号

- 轧钢机开环速度控制系统(没有速度反馈)
- 研究扰动对系统的影响, 令 $R(s)=0$, 忽略电枢电感 $L_a=0$, 跟踪误差为:

$$E(s)=R(s)-\omega(s)=-\omega(s)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{1 + \frac{1}{Js + b} \times K_b \times \frac{1}{R_a} \times K_m} \left[-T_d(s) \right] \\ &= \frac{1}{Js + b + \frac{K_m K_b}{R_a}} T_d(s) \end{aligned}$$

4.4 反馈控制系统中的扰动信号

- 负载转矩为 $T_d(s)=D/s$ ，采用终值定理求稳态角速度误差：

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{Js + b + \frac{K_m K_b}{R_a}} \left(\frac{D}{s} \right) = \frac{D}{b + \frac{K_m K_b}{R_a}}$$

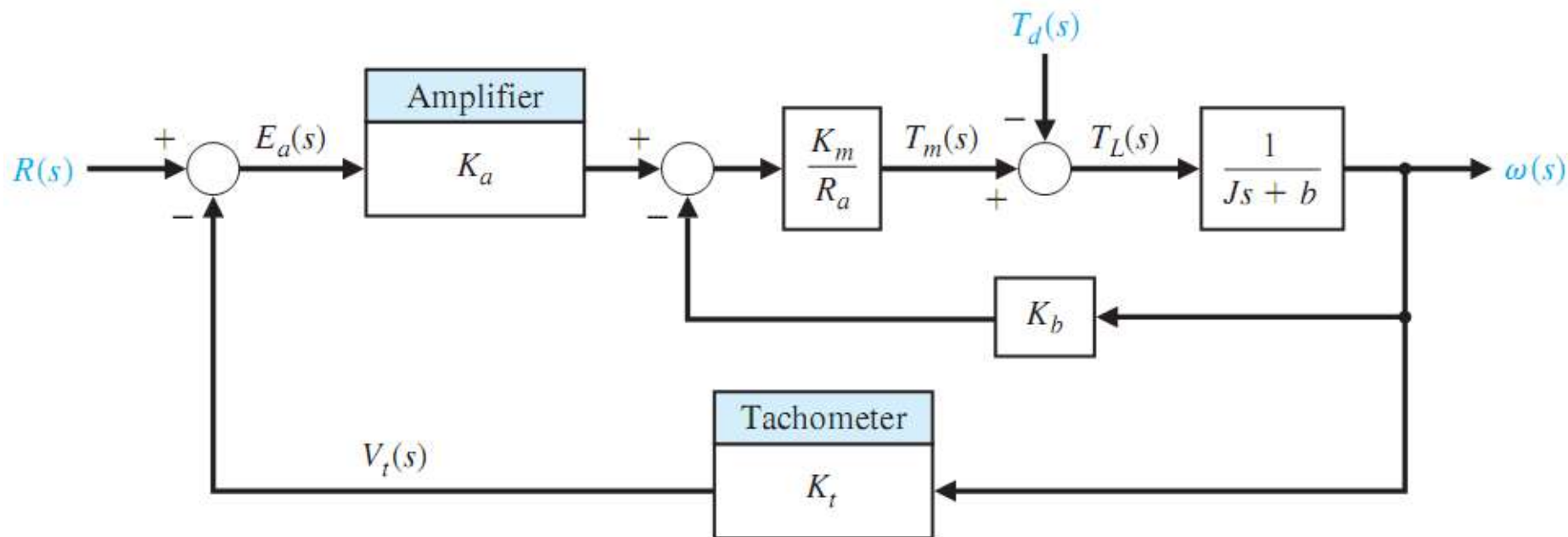
$$= r(\infty) - \omega_o(\infty)$$

$$= -\omega_o(\infty)$$

- $\omega_o(\infty)$ 是 $R(s)=0$ 时，在扰动 $T_d(s)=D/s$ 作用下的开环稳态角速度

4.4 反馈控制系统中的扰动信号

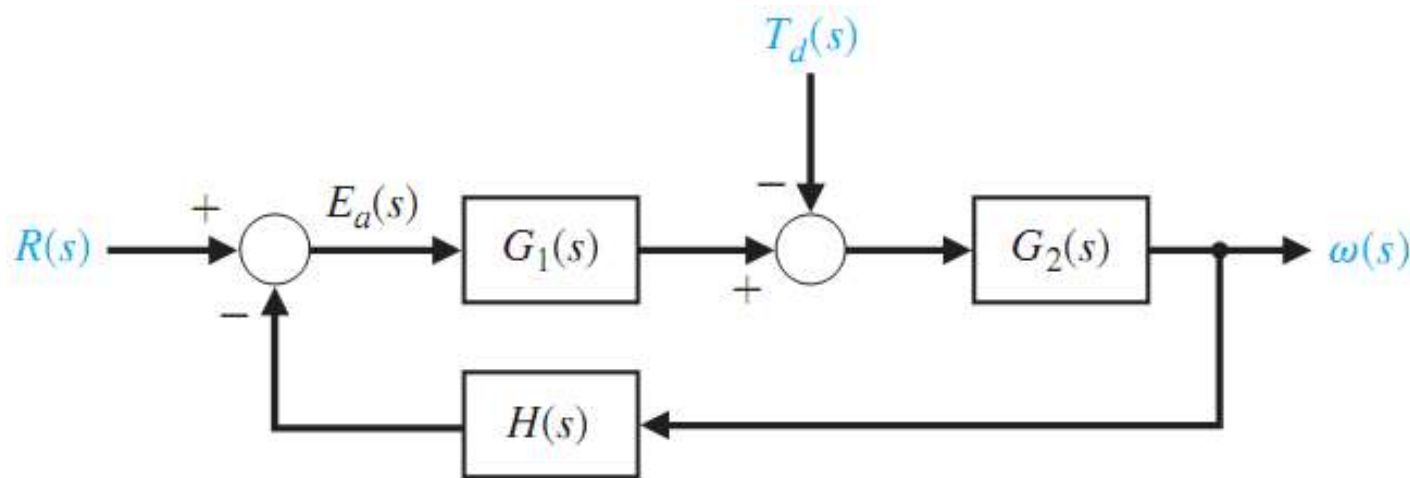
➤ 轧钢机闭环速度控制系统(有转速计反馈)



$$G_1(s) = \frac{K_a K_m}{R_a}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{Js + b}$$

$$H(s) = K_t + \frac{K_b}{K_a}$$



4.4 反馈控制系统中的扰动信号

➤ $R(s)=0$ 时，闭环系统速度误差：

$$E(s)=R(s)-\omega(s)$$

$$=-\omega(s)$$

$$=\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}T_d(s)$$

➤ 在 $G_1G_2H(s)\gg 1$ 的频带上，有：

$$E(s)\approx\frac{1}{G_1(s)H(s)}T_d(s)$$

4.4 反馈控制系统中的扰动信号

- 若 $G_1 H \gg 1$, 则 $E(s) \approx 0 = R(s)$, 速度闭环反馈可以很好地抑制扰动
- 与放大器增益 K_a 相比, 直流电机的反电势系数 K_b 很小, $K_a \gg K_b$

$$\begin{aligned}\therefore G_1(s)H(s) &= \frac{K_a K_m}{R_a} \left(K_t + \frac{K_b}{K_a} \right) \\ &\approx \frac{K_a K_m K_t}{R_a}\end{aligned}$$

- 一般选择高增益放大器
- 选择电机的电枢电阻 $R_a < 2\Omega$

4.4 反馈控制系统中的扰动信号

➤ 当 $R(s)=0$ 时，负载扰动作用下的输出速度为：

$$\begin{aligned}\omega(s) &= \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} [-T_d(s)] \\ &= -\frac{\frac{1}{Js + b}}{1 + \left(\frac{K_a K_m}{R_a}\right) \left(\frac{1}{Js + b}\right) \left(K_t + \frac{K_b}{K_a}\right)} T_d(s) \\ &= -\frac{1}{Js + b + \frac{K_m}{R_a} (K_t K_a + K_b)} T_d(s)\end{aligned}$$

4.4 反馈控制系统中的扰动信号

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s\omega(s)$$

$$= -\frac{1}{b + \frac{K_m}{R_a}(K_t K_a + K_b)} D$$

➤ 如果放大器增益 K_a 足够大，则有：

$$\omega(\infty) \approx -\frac{R_a}{K_a K_m K_t} D$$
$$= \omega_c(\infty) \quad !$$

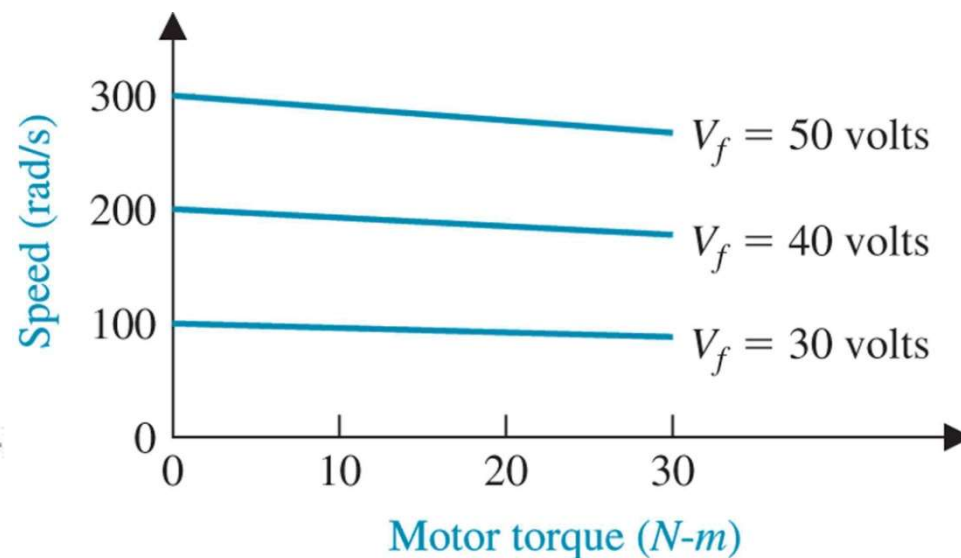
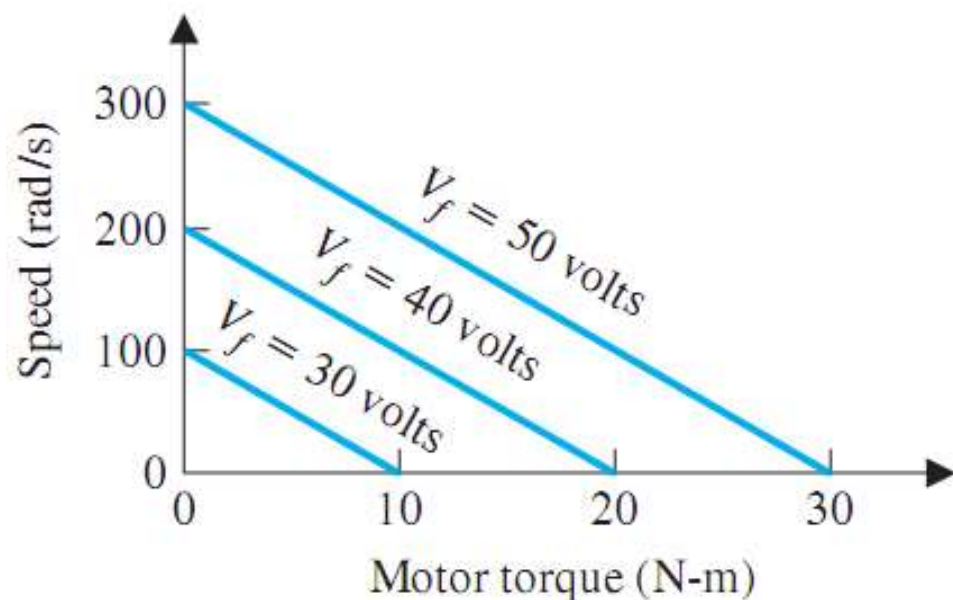
➤ $\omega_c(\infty)$ 是 $R(s)=0$ 时，在扰动 $T_d(s)=D/s$ 作用下的闭环稳态角速度

4.4 反馈控制系统中的扰动信号

- 闭环稳态速度输出与开环稳态速度输出之比：

$$\frac{\omega_c(\infty)}{\omega_o(\infty)} = \frac{R_a b + K_m K_b}{K_a K_m K_t}, \text{ 这个比值通常小于 } 0.02$$

- 闭环系统的速度转矩曲线更加平直，机械特性更硬，即，在一定范围内，输出速度几乎不受负载转矩的影响。



4.4 反馈控制系统中的扰动信号

➤ 对反馈通道测量噪声的衰减

当 $R(s)=0$, $T_d(s)=0$ 时, 有:

$$E(s) = C(s)N(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} N(s)$$

$$\frac{E(s)}{N(s)} = \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)}$$

➤ 在测量噪声频带上, 设计控制器 $G_c(s)$ 使回路增益

$L(s)=G_c(s)G(s) \ll 1$, 则: $C(s) \approx L(s) \ll 1$

➤ 回路增益 $L(s)$ 减小, 互补灵敏度函数 $C(s)$ 降低, 测量噪声 $N(s)$ 对跟踪误差影响减弱, 能够很好地衰减测量噪声

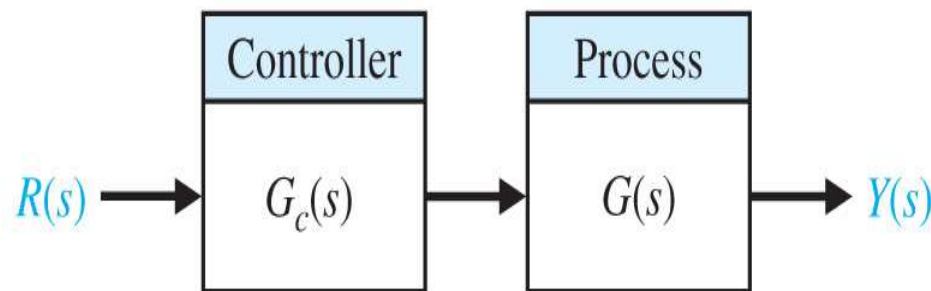
4.4 反馈控制系统中的扰动信号

➤ 回路增益 $L(s) = G_c(s)G(s)$

- 在低频扰动作用的频带，增大控制器增益，使回路增益尽可能高。
- 在高频噪声作用的频带，减小控制器增益，使回路增益尽可能低。
- 对高频扰动、低频噪声，处理就比较麻烦。

4.5 瞬态响应的控制

- 瞬态响应 **transient response** 是控制系统最重要的特性之一，必须调节系统的瞬态响应达到满意的程度。
- 如果对开环系统 $G(s)$ 的瞬态响应不满意，可以在被控对象 $G(s)$ 前面串联一个控制器 $G_c(s)$ ，设计控制器 $G_c(s)$ ，使开环系统得到满意的瞬态响应。



串联控制系统(无反馈)

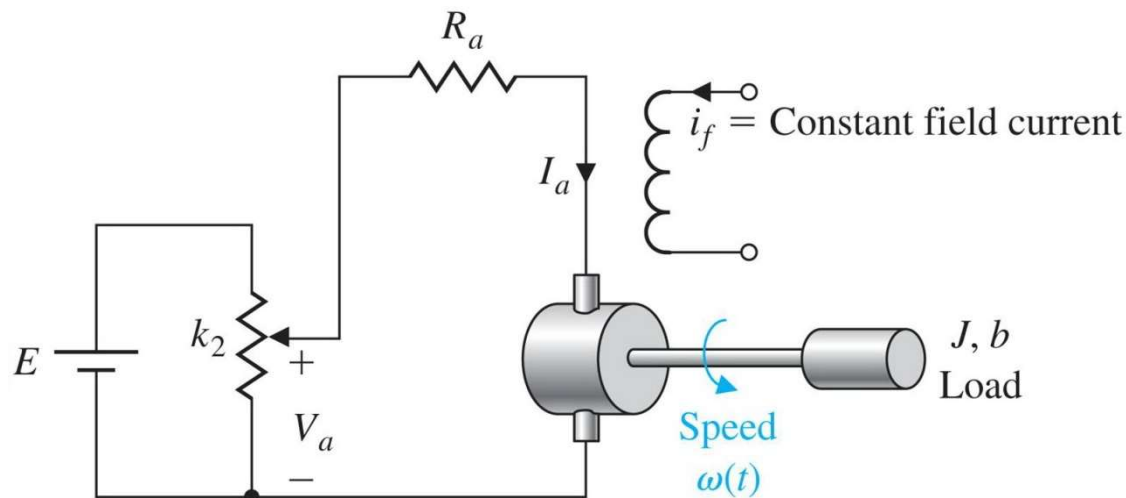
4.5 瞬态响应的控制

➤ 开环调速系统 open-loop speed control system

开环传递函数:

$$G(s) = \frac{\omega(s)}{V_a(s)} = \frac{K_1}{\tau_1 s + 1}$$

$$K_1 = \frac{K_m}{R_a b + K_b K_m}, \quad \tau_1 = \frac{R_a J}{R_a b + K_b K_m}$$



电枢受控直流电机开环调速系统(无反馈)

4.5 瞬态响应的控制

- 如果要求速度按阶跃信号变化， E 为设定值电位计的电源电压，输出响应为：

$$V_a(s) = \frac{k_2 E}{s}, \quad 0 \leq k_2 \leq 1$$

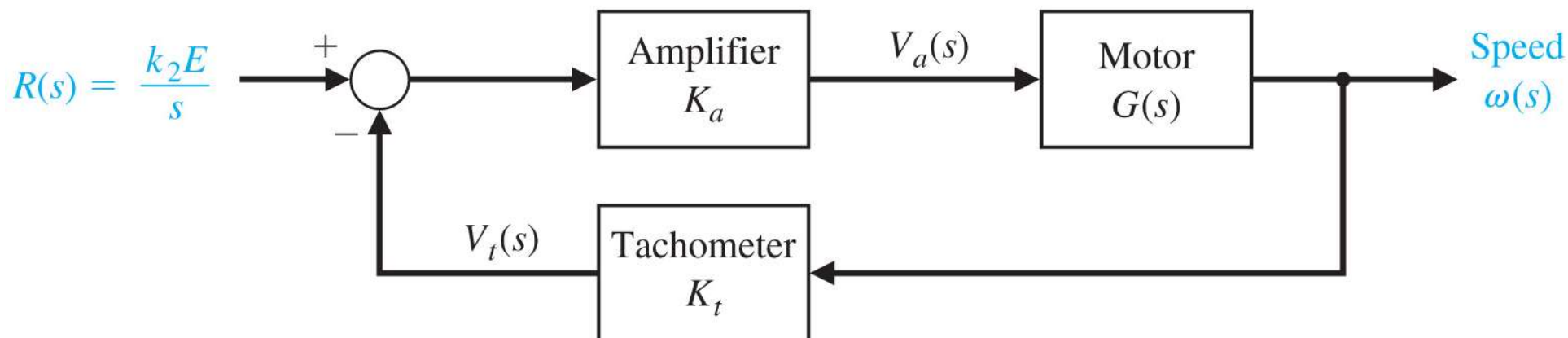
$$\omega(s) = G(s)V_a(s) = \frac{K_1}{\tau_1 s + 1} \frac{k_2 E}{s}$$

$$\omega(t) = K_1(k_2 E)(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}})$$

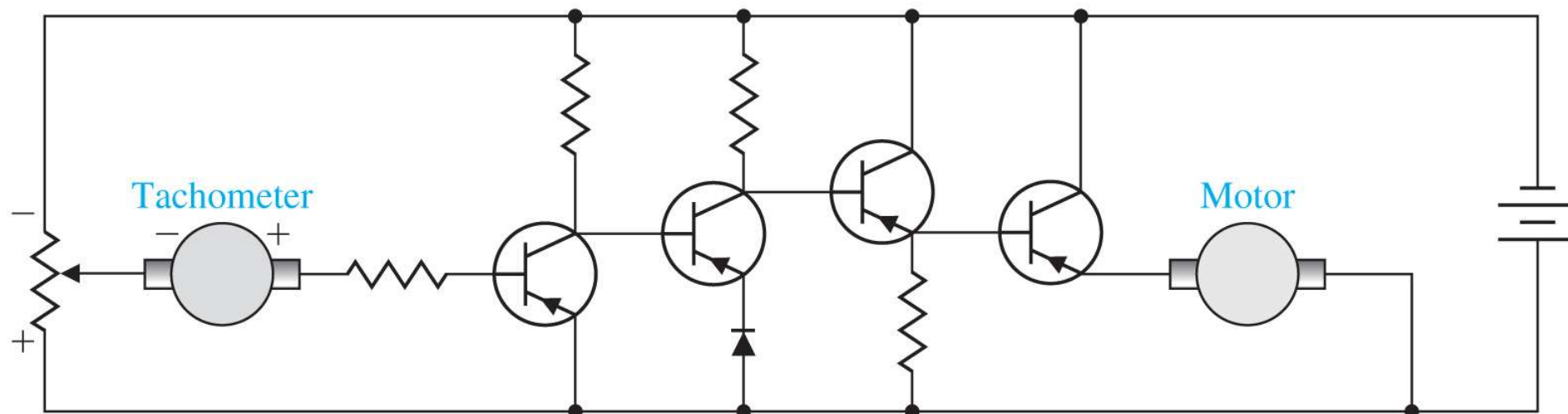
- 瞬态响应速度由时间常数 τ_1 决定。如果瞬态响应速度太慢，可以考虑更换电机。但 τ_1 主要受负载转动惯量 J 的影响，更换电机常常也无法加快瞬态响应速度

4.5 瞬态响应的控制

➤ 闭环调速系统：用转速计测量速度，构成闭环



闭环调速系统



采用晶体管放大电路的小功率闭环调速系统

4.5 瞬态响应的控制

➤ 闭环传递函数为：

$$\begin{aligned}\frac{\omega(s)}{R(s)} &= \frac{K_a G(s)}{1 + K_a K_t G(s)} = \frac{K_a K_1}{\tau_1 s + 1 + K_a K_t K_1} \\&= \frac{\frac{K_a K_1}{\tau_1}}{s + \frac{1 + K_a K_t K_1}{\tau_1}} \\&= \frac{\frac{K_a K_1}{1 + K_a K_t K_1}}{\frac{\tau_1}{1 + K_a K_t K_1} s + 1}\end{aligned}$$

4.5 瞬态响应的控制

➤ 引入速度闭环后，闭环系统稳态增益的变化：

$$K_1 \Rightarrow \frac{K_a K_1}{1 + K_a K_t K_1} \approx \frac{1}{K_t}, \quad K_a K_t K_1 \gg 1$$

➤ 引入速度闭环后，闭环系统时间常数的变化：

$$\tau_1 \Rightarrow \frac{\tau_1}{1 + K_a K_t K_1} \approx \frac{\tau_1}{K_a K_t K_1}, \quad K_a K_t K_1 \gg 1$$

➤ 调整放大器增益 K_a ，可以得到满意的瞬态响应

➤ 必要时，还可以改变转速计增益系数 K_t ，即改变反馈通道增益

4.5 瞬态响应的控制

➤ 阶跃响应:

$$\omega(t) = \frac{K_a K_1}{1 + K_a K_t K_1} (k_2 E) (1 - e^{-pt})$$

$$p = \frac{1 + K_a K_t K_1}{\tau_1}$$

➤ 如果负载转动惯量很大, 无法改变 τ_1 时, 可以增大放大器增益 K_a , 使得 $K_a K_t K_1 \gg 1$, 则有:

$$\omega(t) \approx \frac{1}{K_t} (k_2 E) \left(1 - e^{-\frac{K_a K_t K_1 t}{\tau_1}} \right)$$

4.5 瞬态响应的控制

➤ 例如，开环极点为 $-1/\tau_1 = -0.10$ ，开环系统时间常数为 $\tau_1 = 10$ 秒

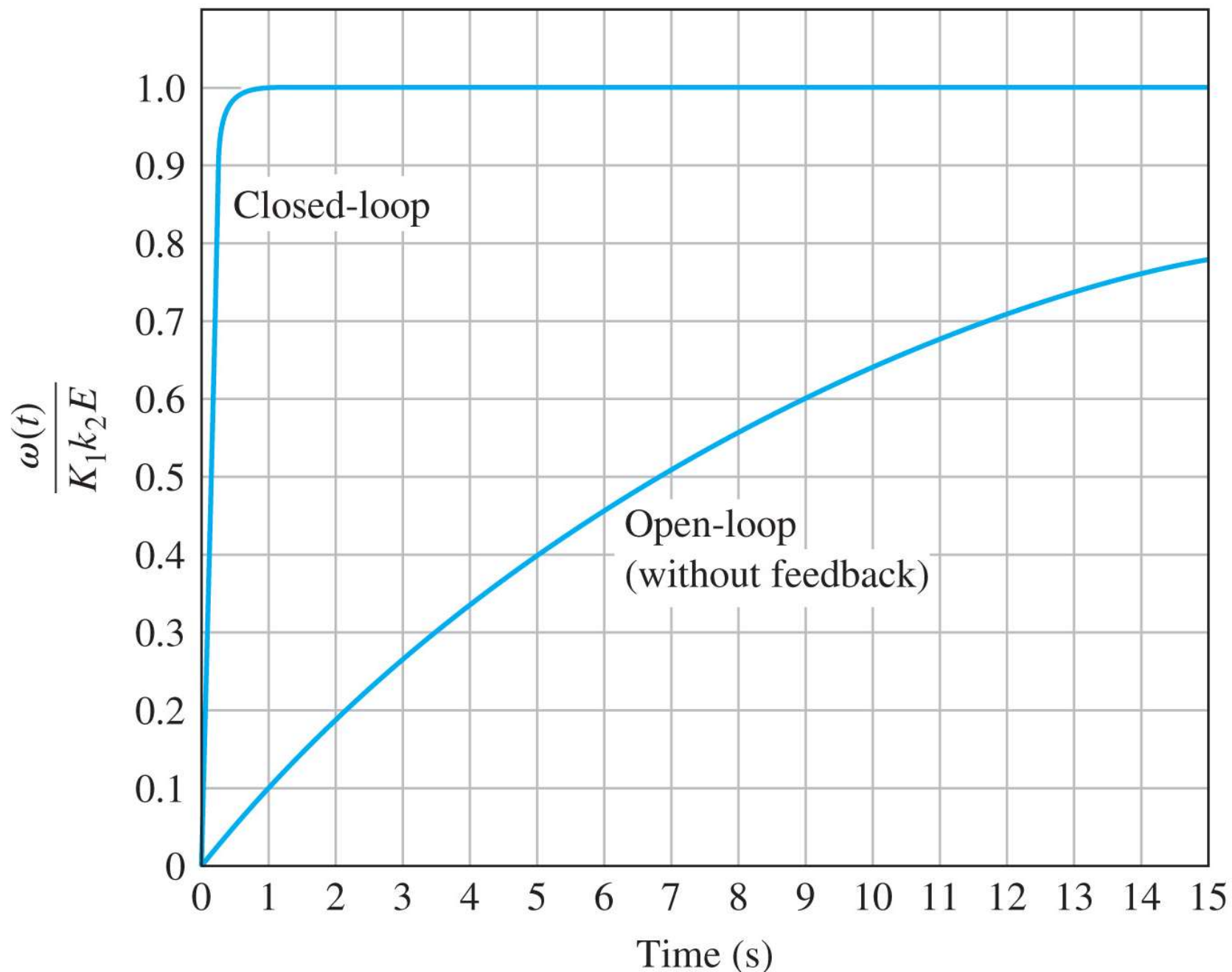
➤ 调整 K_a ，使 $K_a K_t K_1 = 100$ ，则闭环极点为：

$$-\frac{K_a K_t K_1}{\tau_1} = -10$$

➤ 闭环极点在 S 平面向左移动100倍。闭环系统时间常数为：

$$\frac{\tau_1}{K_a K_t K_1} = 0.1 \text{秒}$$

➤ 闭环系统时间常数减小100倍。闭环响应速度比开环响应速度快100倍



$\tau_1=10$ 秒, $K_a K_t K_1=100$ 时的开环响应和闭环响应

4.5 瞬态响应的控制

- 达到最终值的98%时，开环系统需要40秒，闭环系统只需0.4秒
- 由于放大器增益 K_a 很大，电枢两端的控制电压、系统需要电机输出的转矩都很大，为避免电机的饱和非线性，要换用大功率电机
- 开环系统对于电机常数 K_m 、电位计常数 K_2 的灵敏度为1。闭环系统对于 K_m 变化的灵敏度为：

$$S_{K_m}^T = S_G^T S_{K_m}^G \approx \frac{1}{s + \frac{1}{\tau_1}} \frac{\tau_1}{s + \frac{K_a K_t K_1 + 1}{\tau_1}}$$

4.5 瞬态响应的控制

- 可见闭环系统对于 K_m 的灵敏度是复变量 S 的函数
- 当 $\tau_1=10$ 秒, $K_a K_t K_1=100$ 时:

$$S_{K_m}^T \approx \frac{s + 0.10}{s + 10}$$

- 在低频段, 例如 $S=j\omega=j1$, 有:

$$\left| S_{K_m}^T \right| \cong 0.1$$

- 闭环灵敏度低于开环灵敏度。当前向通道元器件特性变化时, 闭环系统性能的变化较低

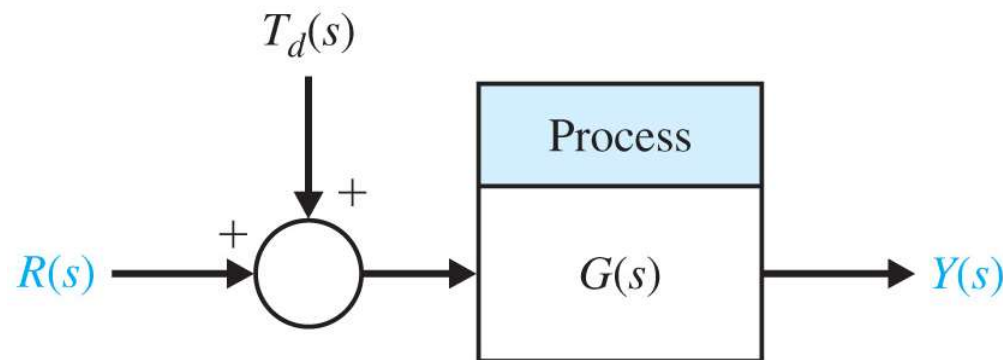
4.6 稳态误差

- **稳态误差steady-state error**: 瞬态响应完全衰减后, 只有持续响应时的跟踪误差。(注意: 是跟踪误差, 不是偏差)
- 用终值定理计算稳态误差:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

- 当 $T_d(s)=0$ 时, 开环系统跟踪误差:

$$E_o(s) = R(s) - Y(s) = [1 - G(s)]R(s)$$



4.6 稳态误差

➤ 单位阶跃输入，开环系统稳态误差：

$$R(s) = \frac{1}{s}$$

$$e_o(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[1 - G(s) \right] \left(\frac{1}{s} \right)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} [1 - G(s)]$$

$$= 1 - G(0)$$

➤ $G(0)$ 为开环系统稳态增益

➤ 调整开环系统增益，使 $G(0)=1$ ，开环系统对阶跃输入可以获得零稳态误差

4.6 稳态误差

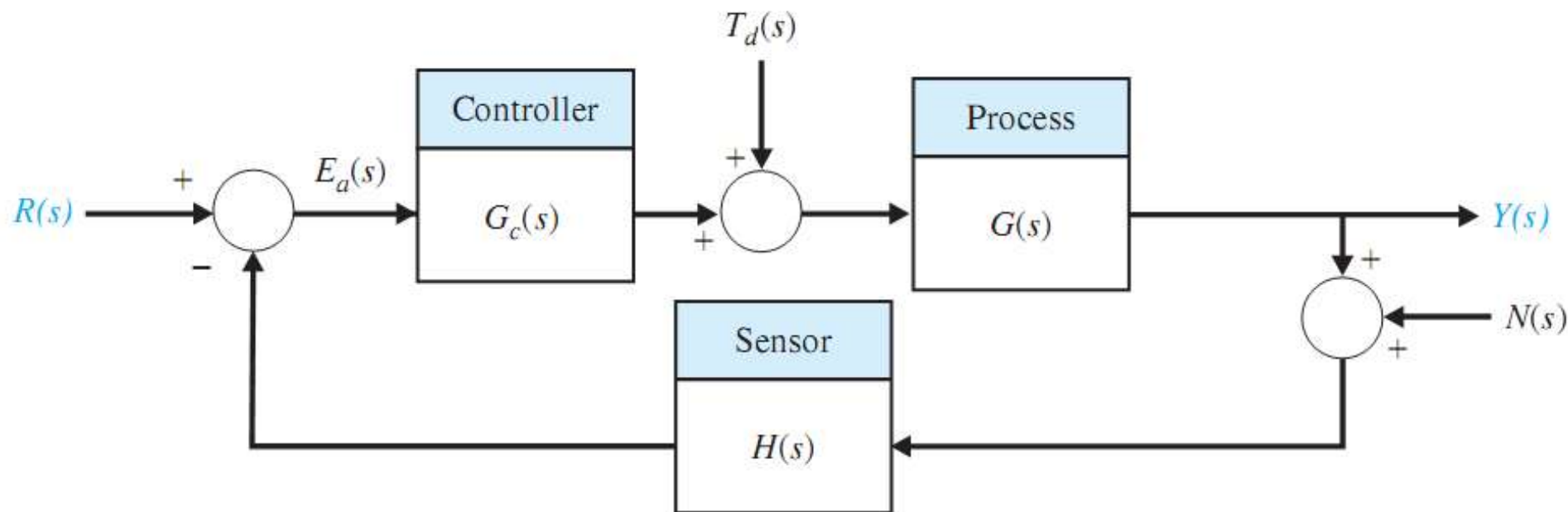
- 或者设计串联控制器 $G_c(s)$ ，使 $G_c(0)G(0)=1$ ，开环系统也可以获得零稳态误差
- 但是：
 - 取开环稳态增益 $G(0)=1$ 或 $G_c(0)G(0)=1$ ，可能使开环系统瞬态响应不理想
 - 系统实现时，很难保证 $G(0)=1$ 或 $G_c(0)G(0)=1$
 - 系统运行时，由于系统、环境的变化，系统动力学特性肯定会变化，很难长期保证 $G(0)=1$ 或 $G_c(0)G(0)=1$ ，需要反复校正系统参数
- 开环系统通常具有较大的稳态误差

4.6 稳态误差

➤ 没有扰动 $T_d(s)=0$ ，没有测量噪声 $N(s)=0$ ，单位负反馈系统 $H(s)=1$ ，闭环系统跟踪误差：

$$E_c(s) = R(s) - Y(s)$$

$$= \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)} R(s)$$



4.6 稳态误差

➤ 单位阶跃输入，闭环系统稳态误差：

$$R(s) = \frac{1}{s}$$

$$\begin{aligned} e_c(\infty) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \left[\frac{1}{1 + G_c(s)G(s)} \right] \left(\frac{1}{s} \right) \\ &= \frac{1}{1 + G_c(0)G(0)} \end{aligned}$$

- 在回路的直流增益 $L(0) = G_c(0)G(0)$ 较大时，闭环系统稳态误差较小
- 闭环反馈系统能持续监视稳态误差，并产生控制信号，以降低稳态误差

4.6 稳态误差

➤ 单位负反馈系统，控制器、过程传递函数为：

$$G_c(s) = \frac{K_a}{\tau_1 s + 1}, \quad G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

➤ 开环系统单位阶跃响应稳态误差为：

$$R(s) = \frac{1}{s}$$

$$e_o(\infty) = 1 - G_c(0)G(0) = 1 - K_a K$$

➤ 可以选择：

$$K_a K = 1$$

➤ 则开环系统单位阶跃响应稳态误差为**0**

4.6 稳态误差

➤ 如果系统开环增益减少10%，即：

$$\frac{\Delta K_a K}{K_a K} = 0.1$$

$$K_a K = 0.9 \text{ 或 } 1.1$$

➤ 开环系统稳态误差的变化量为：

$$|\Delta e_o(\infty)| = 0.1$$

➤ 与期望输出相比，相对变化为：

$$\left| \frac{\Delta e_o(\infty)}{r(t)} \right| = \frac{0.10}{1} = 10\%$$

4.6 稳态误差

➤ 闭环系统误差为：

$$E_c(s) = R(s) - T(s)R(s)$$

$$T(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)}$$

➤ 单位负反馈闭环系统单位阶跃响应稳态误差为：

$$\begin{aligned} e_c(\infty) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \{1 - T(s)\} \frac{1}{s} = 1 - T(0) \\ &= 1 - \frac{K_a K}{1 + K_a K} = \frac{1}{1 + K_a K} \end{aligned}$$

4.6 稳态误差

➤ 对闭环系统，可以加大前向通道稳态增益，如：

$$K_a K = 100$$

➤ 闭环系统稳态误差：

$$e_c(\infty) = \frac{1}{101}$$

➤ 如果被控对象开环增益减小10%：

$$\frac{\Delta K_a K}{K_a K} = 0.1, \quad K_a K = 90$$

➤ 稳态误差为：

$$e_c(\infty) = \frac{1}{91}$$

4.6 稳态误差

➤ 误差变化量为：

$$\Delta e_c(\infty) = \frac{1}{101} - \frac{1}{91} \approx 0.0011$$

➤ 与期望输出相比，误差相对变化量为：

$$\left| \frac{\Delta e_c(\infty)}{r(t)} \right| = \frac{0.0011}{1} = 0.11\%$$

➤ 开环增益 **K** 减少**10%**，闭环稳态误差的相对变化量比开环稳态误差的相对变化量低两个数量级

4.7 反馈的代价

- 构成反馈需要增加系统的元器件，提高成本：
 - 要增加传感器，而传感器往往是控制系统中最贵的元件
 - 要增加反馈通道的其他元器件(例如通信器件)
 - 要增加控制器
- 元器件增加，导致系统复杂性增强
- 元器件增加，降低系统可靠性
- 引入反馈，带来稳定性问题，即使开环系统是稳定的，闭环后系统也可能不稳定

4.7 反馈的代价

➤ 增益的损失

开环传递函数： $G_c(s)G(s)$

单位负反馈时，闭环传递函数： $\frac{G_c(s)G(s)}{1+G_c(s)G(s)}$

闭环增益比开环增益减小 $\frac{1}{1+G_c(s)G(s)}$ 倍

➤ 正好是闭环系统对参数变化和扰动的灵敏度所减少的系数。牺牲一部分增益，以换取对系统响应的控制能力

➤ 注意：闭环增益比开环增益减少，但闭环系统中前向通道的增益 $G_c(s)G(s)$ 并没有减少

4.8 设计实例

➤ 例4.2 英吉利海峡隧道掘进机

英法海底隧道横跨英吉利海峡，西起英国的福克斯通，东到法国的加来，由三条51km的平行隧洞组成，1986年2月12日法英签订坎特布雷条约，1987年12月1日开工，1994年5月7日通车，耗资150亿美元。



4.8 设计实例

➤ 盾构机



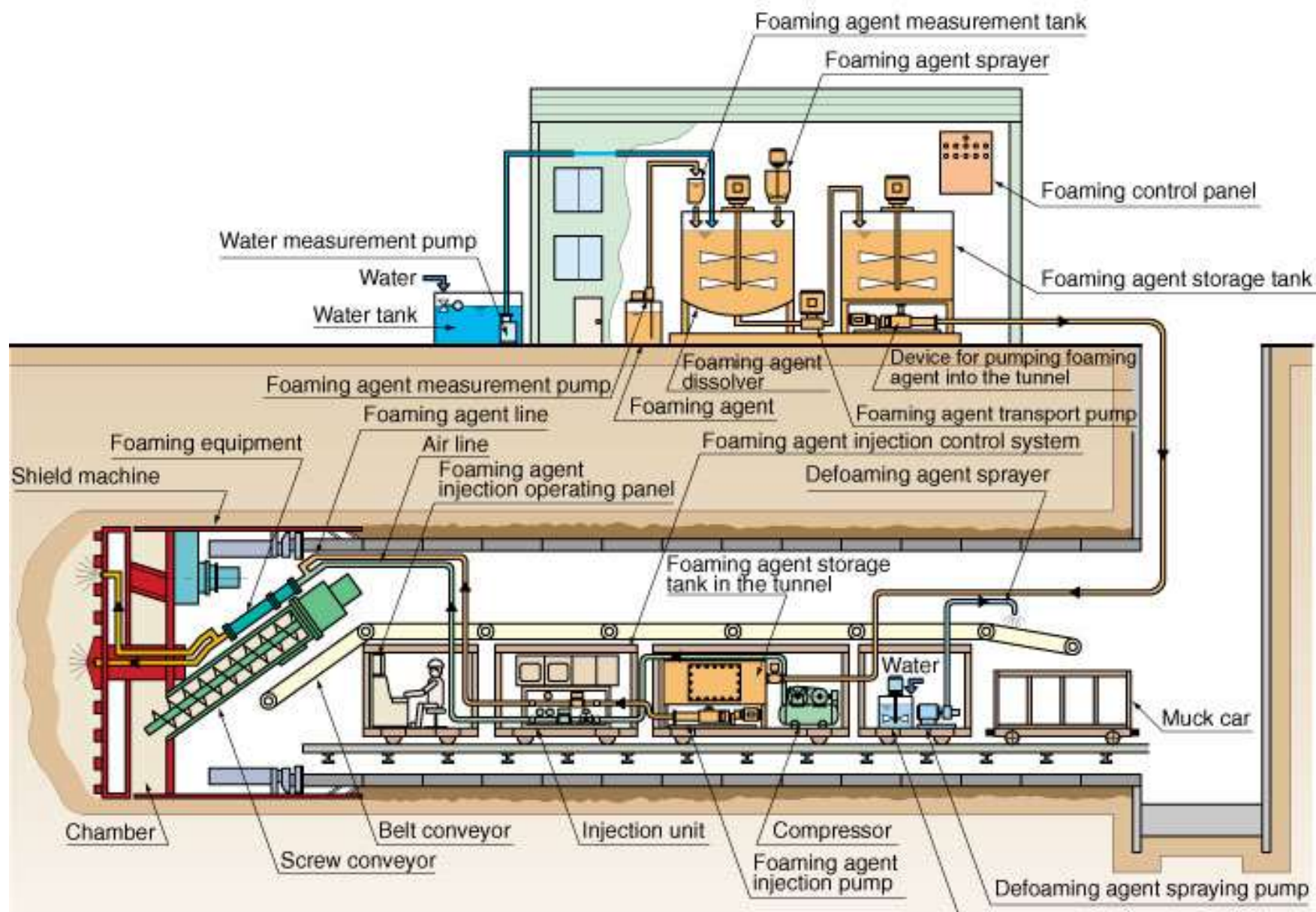


4.8 设计实例



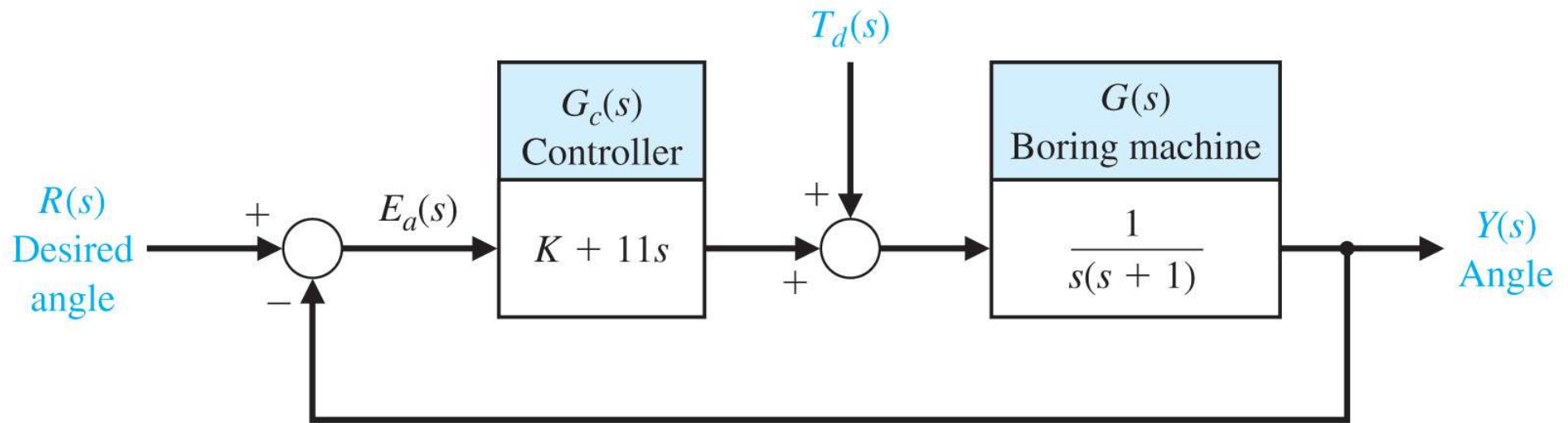
4.8 设计实例

➤ 采用激光导引系统保持掘进方向



4.8 设计实例

- 本例重点研究闭环系统对扰动的响应
- 设计目标：选择适当的控制器增益 K ，使系统对期望角度有理想的响应，同时，由于扰动引起的误差尽可能地小



掘进机控制系统方框图模型

$Y(s)$ 为掘进机运行方向的实际角度， $R(s)$ 为期望角度， $T_d(s)$ 为扰动

4.8 设计实例

➤ 由期望输入、扰动输入产生的输出为：

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{G_c(s)G(s)}{1+G_c(s)G(s)}R(s) + \frac{G(s)}{1+G_c(s)G(s)}T_d(s) \\ &= \frac{K+11s}{s^2+12s+K}R(s) + \frac{1}{s^2+12s+K}T_d(s) \end{aligned}$$

➤ 系统对单位阶跃输入 $R(s)=1/s$ 的稳态误差为：

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

$$= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1+G_c(s)G(s)}R(s)$$

4.8 设计实例

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{K+1}{s(s+1)}} \frac{1}{s} = 0$$

➤ 当期望输入 $r(t)=0$ ，扰动为单位阶跃 $T_d(s)=1/s$ ，系统稳态输出为：

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s Y(s) \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{G(s)}{1 + G_c(s)G(s)} T_d(s) \end{aligned}$$

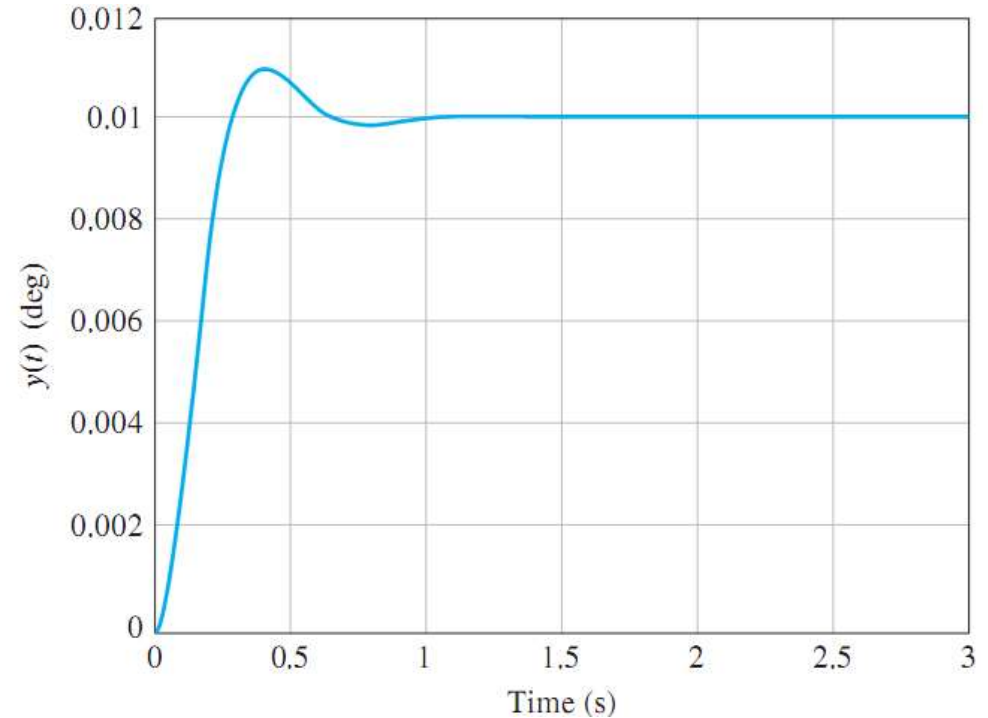
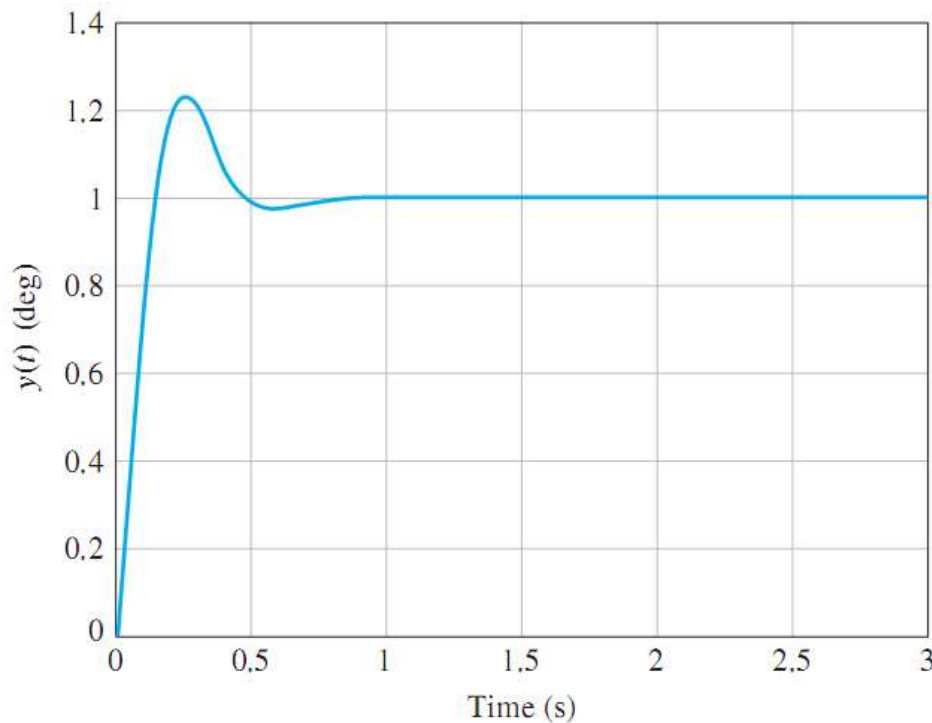
4.8 设计实例

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[\frac{1}{s(s+12) + K} \right] \frac{1}{s}$$
$$= \frac{1}{K}$$

- 采用**PD**控制器无法完全抑制阶跃干扰对系统输出的影响
- 稳态时，**K**越大，扰动对实际输出的影响越小
- **K=100**时，实际输出稳态值**0.01**，扰动幅值的**1%**
- **K=20**时，实际输出稳态值**0.05**，扰动幅值的**5%**

4.8 设计实例

➤ $K=100$ 时的系统响应 $y(t)$

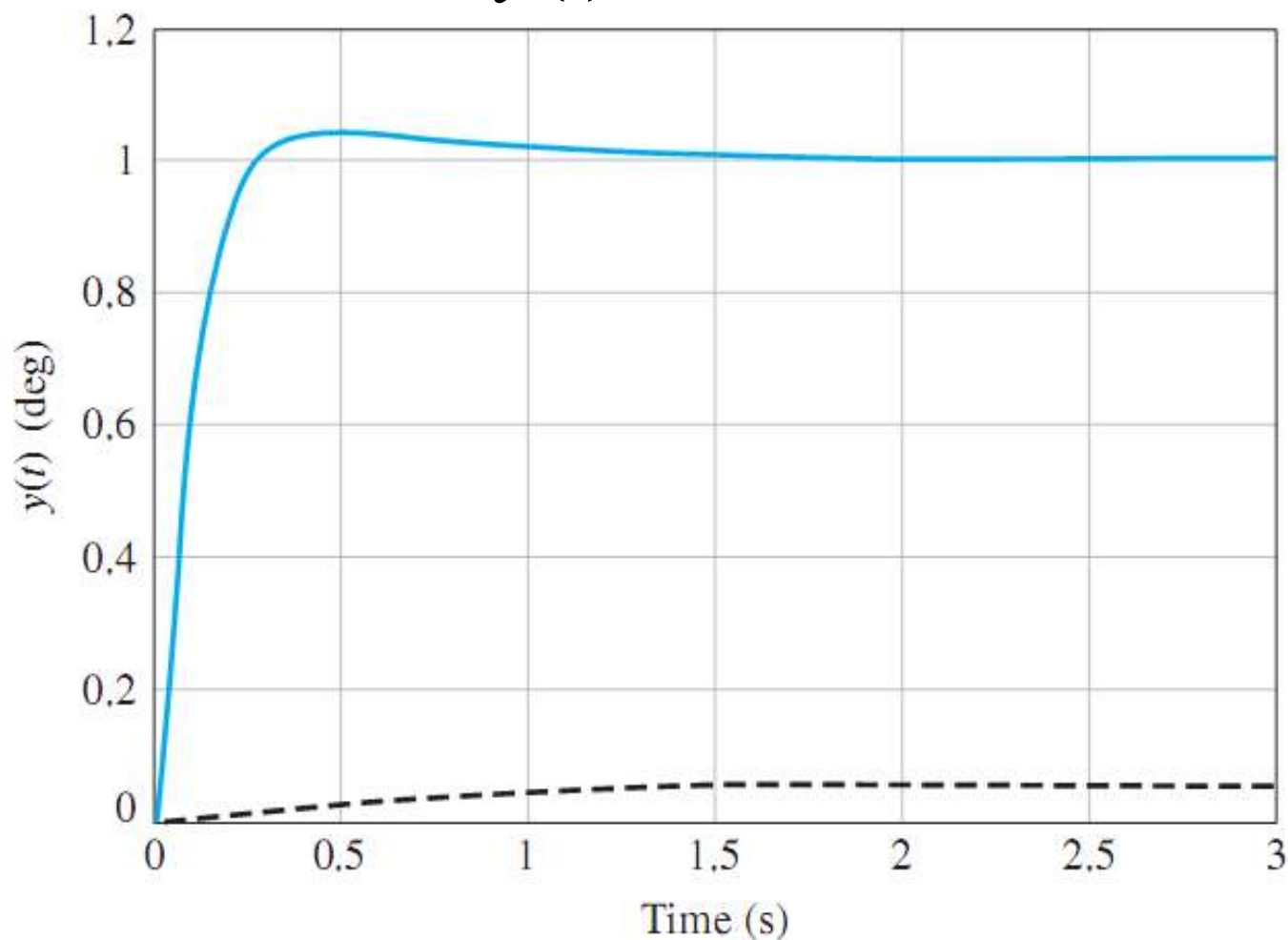


$r(t)$ 为单位阶跃，无扰动 $r(t)=0$ ，扰动为单位阶跃

➤ 当 $K=100$ 时，扰动对系统的影响很小，稳态时只有1%。但系统瞬态响应超调量较大，达到22%，对于盾构机这样的庞然大物，这是无法接受的

4.8 设计实例

➤ $K=20$ 时的系统响应 $y(t)$



实线为单位阶跃输入响应
虚线为单位阶跃扰动响应

4.8 设计实例

➤ $K=100$ 、 $K=20$ 时掘进系统的响应

增益 K	$r(t)$ 为阶跃输入时的超调量	$r(t)$ 为阶跃输入的调整时间(2%准则)	无扰动, $r(t)$ 为阶跃输入的稳态误差	$r(t)=0$, 单位阶跃扰动时的稳态响应 $y(t)$
100	22%	0.7 s	0	0.01
20	4%	1.0 s	0	0.05

➤ 从超调量、响应时间、对扰动的抑制能力、稳态误差等不同角度综合平衡、折衷考虑, 选 $K=20$ 更合适, 此时系统响应的超调量较小(低于4%), 且在1 s内达到稳态。

4.8 设计实例

➤ 闭环系统对被控过程 $G(s)$ 的灵敏度

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_c(s)G(s)}{1 + G_c(s)G(s)}$$

$$\begin{aligned} S_G^T &= \frac{G(s)}{T(s)} \frac{\partial T}{\partial G} \\ &= \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)} \\ &= \frac{s(s+1)}{s(s+12) + K} \end{aligned}$$

4.8 设计实例

➤ 在低频段 ($s=j\omega$, $\omega<1$), 灵敏度近似为:

$$S_G^T \approx \frac{s}{K}$$

➤ 其中 $|s|<1$, $K \geq 20$

➤ 控制器增益 K 增加, 闭环系统对被控过程 $G(s)$ 的灵敏度降低, 但超调量增加。选择 $K=20$ 是一个合理的设计折衷。

4.8 设计实例

➤ 例4.3 麻醉中血压控制

手术中麻醉师需监测多种生命参数，如：麻醉深度、血压、心率、体温、血氧、呼气中二氧化碳浓度等，并将它们控制在适当的范围内。自动测量、控制某些生命参数，能够提高受术者的安全

➤ **目标：**开发自动调节麻醉深度的系统，病人的安全是最终目标。

➤ **如何测量麻醉深度？**许多麻醉师将平均动脉压作为麻醉深度最可靠的度量。根据临床经验和麻醉师所遵从的程序，被控变量确定为平均动脉压。

➤ 麻醉深度测量至今没有解决，需要依靠诸多生理指标凭经验综合判断，血压只是其中之一

4.8 设计实例

► 血压控制系统设计过程中的要素

五个设计指标:

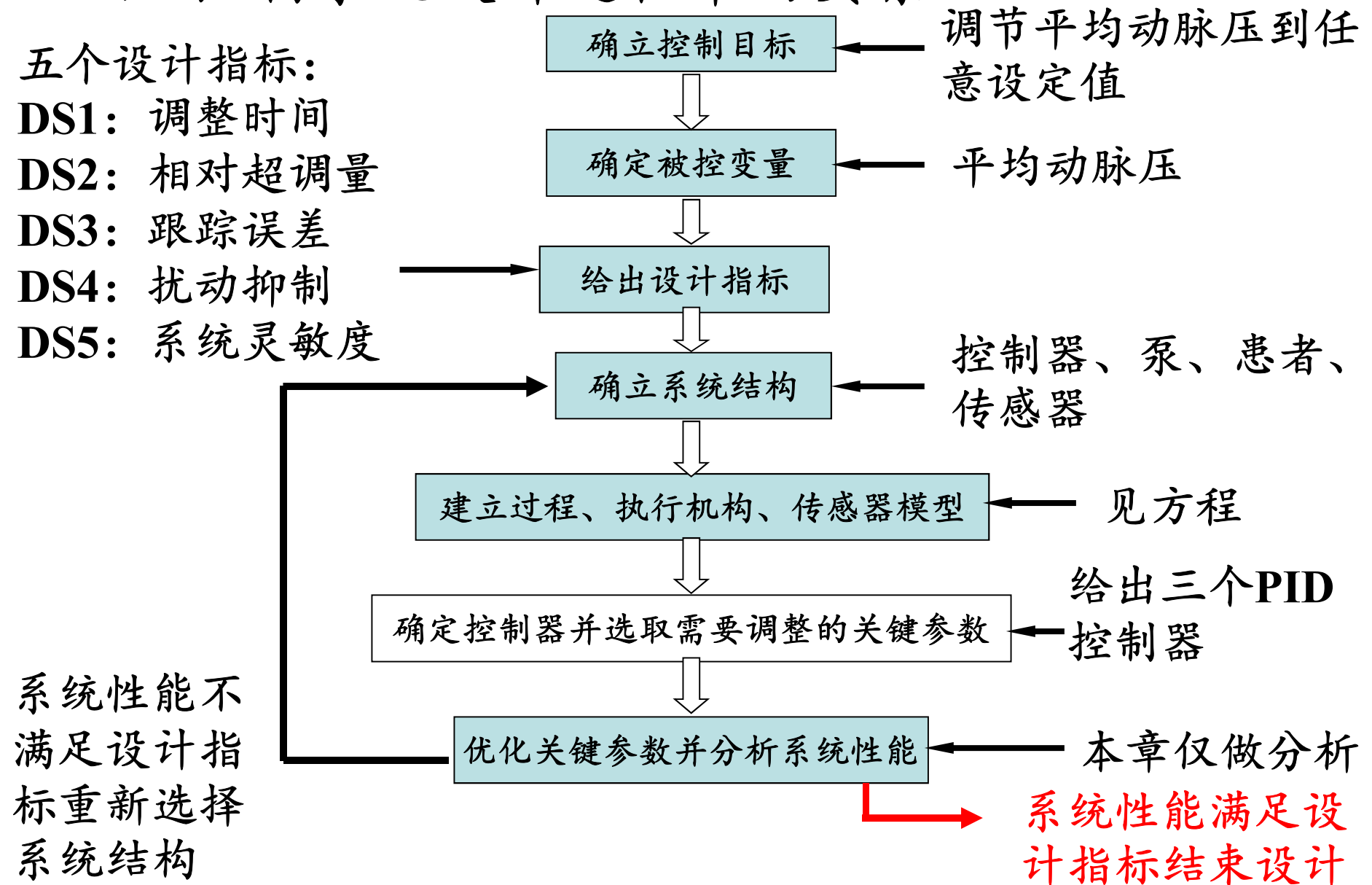
DS1: 调整时间

DS2: 相对超调量

DS3: 跟踪误差

DS4: 扰动抑制

DS5: 系统灵敏度



4.8 设计实例

- **控制目标：** 调节平均动脉压到任意期望的设定值，出现扰动时能够维持在规定的设定值
- **被控变量：** 平均动脉压(MAP)
- **平均动脉压 (MAP) Mean Arterial Pressure：** 一个心动周期中各瞬时动脉血压的平均值
- **平均动脉压是在一个心动周期中持续地推动血液向前流动的平均推动力，能更精确地反映心脏和血管的机能状态，其正常值约为96mmHg**
- **平均动脉压 \approx 舒张压 $+\frac{1}{3}$ 脉压差**
$$=\frac{1}{3}\text{收缩压}+\frac{2}{3}\text{舒张压}$$

4.8 设计实例

- **控制设计指标：**在满足控制指标的前提下，控制系统复杂性要低，要尽可能简单，系统越简单，可靠性越高，成本越低
- 麻醉师改变MAP设定值时，闭环系统响应要又快又平稳，并且超调量不能大
- 闭环系统要使扰动的影响最小：手术扰动，例如切开皮肤会使MAP快速上升10 *mmHg*；测量误差，例如校准误差、随机噪声
- 要能够处理个体差异。同一个控制系统要用于许多不同的患者，又不可能给每一个患者建立单独的模型，因此闭环系统对被控过程参数变化的灵敏度要低

4.8 设计实例

- **DS1**: MAP设定值阶跃变化10%，调整时间少于20分钟
- **DS2**: MAP设定值阶跃变化10%，相对超调量小于15%
- **DS3**: MAP设定值阶跃变化，稳态跟踪误差为零
- **DS4**: 对阶跃的手术扰动输入 ($|d(t)| \leq 50$)，稳态跟踪误差为零，同时，输出响应的最大偏差小于MAP设定值的 $\pm 5\%$
- **DS5**: 对过程参数变化的灵敏度最小

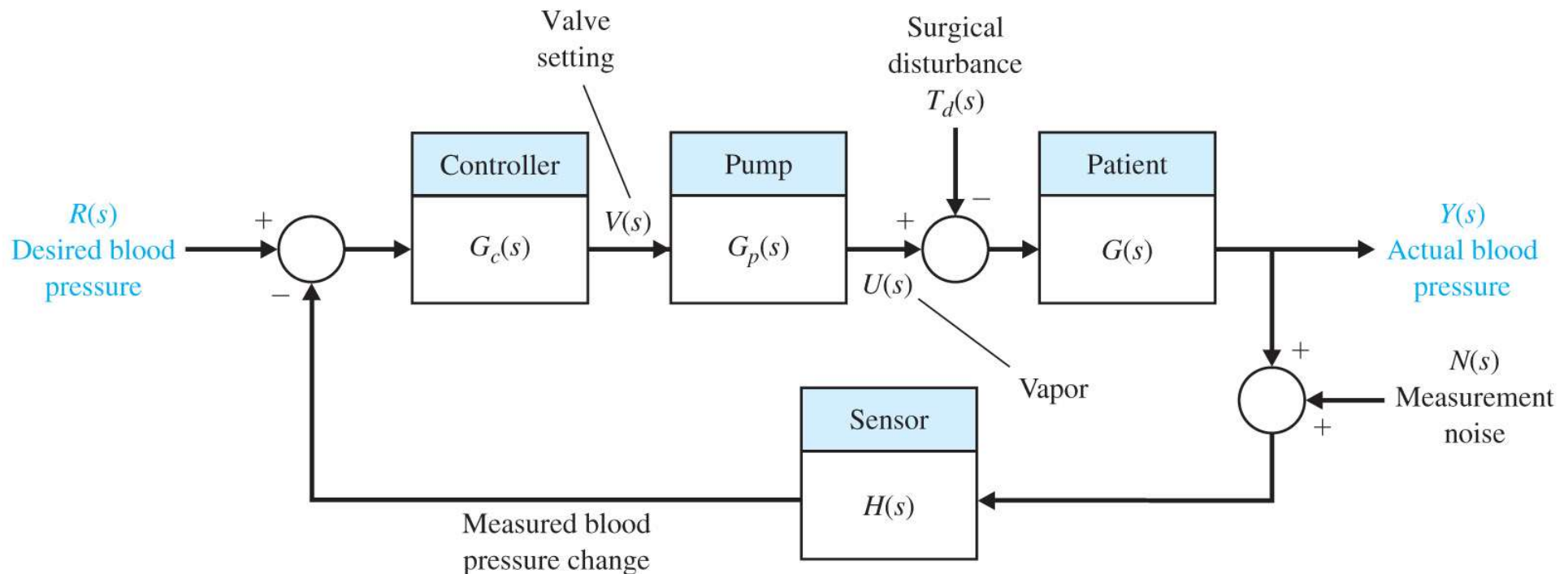
4.8 设计实例

➤ 血压控制系统结构

$R(s)$ 是期望的平均动脉压变化

$Y(s)$ 是实际的平均动脉压变化

两者的偏差被控制器用于确定对泵/蒸发器的阀门给定值，泵/蒸发器给患者输送麻醉药蒸气



4.8 设计实例

- **泵/蒸发器模型**：输出蒸气的变化率等于阀门的给定值(控制量)：

$$\dot{u}(t) = v(t)$$

- 泵的传递函数：

$$G_p(s) = \frac{U(s)}{V(s)} = \frac{1}{s}$$

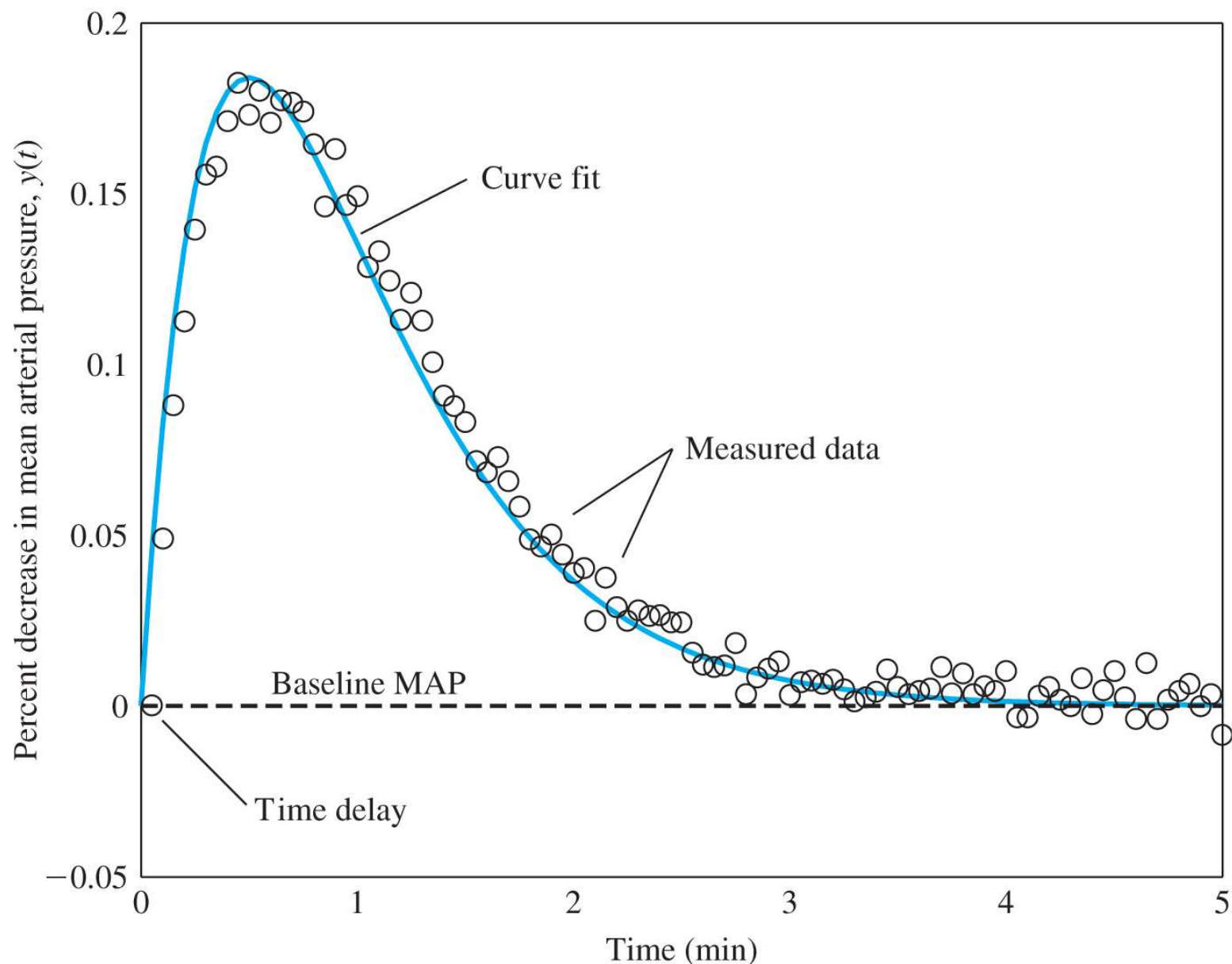
- 泵的脉冲响应：

$$h(t) = 1, \quad t \geq 0$$

- **患者模型**：患者的生理学系统很难建模，即使建立，也是非线性、时变、多输入多输出模型，很难用于实际的控制系统

4.8 设计实例

➤ 因而采用黑箱建模方法，如脉冲响应法。



4.8 设计实例

➤ 对实验脉冲响应拟合得到模型的脉冲响应：

$$y(t)=te^{-pt}, t \geq 0$$

$p=2$ ， t 的单位是分钟

由于个体差异，患者不同，参数 p 的值不一样

➤ 由模型的脉冲响应得到传递函数模型：

$$G(s) = \frac{1}{(s+p)^2}$$

➤ 传感器模型：传感器的传递函数为：

$$H(s)=1$$

单位负反馈系统

假定没有测量噪声

4.8 设计实例

➤ **PID控制器**: Proportional-Integral-Derivative Controller

$$v(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

比例项 积分项 微分项

➤ K_P : 比例增益; K_I : 积分增益; K_D : 微分增益

➤ 调整 K_P 、 K_I 、 K_D 使闭环系统响应满足设计指标

$$G_c(s) = \frac{V(s)}{E(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$
$$= \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$

4.8 设计实例

➤ 选择关键调整参数：控制器增益 K_P 、 K_I 、 K_D

➤ 当 $T_d(s)=0$ ， $N(s)=0$ 时，跟踪误差为：

$$E(s)=R(s)-Y(s)$$

$$= \frac{1}{1 + G_c(s)G_p(s)G(s)} R(s)$$

$$= \frac{s^4 + 2ps^3 + p^2s^2}{s^4 + 2ps^3 + (p^2 + K_D)s^2 + K_Ps + K_I} R(s)$$

➤ 由终值定理，稳态跟踪误差为：

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

4.8 设计实例

➤ 当设定值取幅值 R_0 的阶跃信号，即 $R(s)=R_0/s$ 时：

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{s^4 + 2ps^3 + p^2s^2}{s^4 + 2ps^3 + (p^2 + K_D)s^2 + K_Ps + K_I} \frac{R_0}{s} = 0$$

➤ 采用**PID**控制器，系统对设定值阶跃输入的稳态跟踪误差为零，满足设计指标**DS3**

➤ 令 $R(s)=0$ ， $N(s)=0$ ，从扰动 $T_d(s)$ 到输出 $Y(s)$ 的传递函数为：

$$Y(s) = -\frac{G(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)G(s)} T_d(s)$$

4.8 设计实例

➤ 对幅值 D_0 的阶跃扰动, $T_d(s)=D_0/s$, 输出为:

$$Y(s) = -\frac{s^2}{s^4 + 2ps^3 + (p^2 + K_D)s^2 + K_Ps + K_I} T_d(s)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{-s^2}{s^4 + 2ps^3 + (p^2 + K_D)s^2 + K_Ps + K_I} \frac{D_0}{s}$$
$$= 0$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0$$

➤ 稳态时, 幅值为 D_0 的阶跃扰动对输出的影响为零。
即: 稳态时, 闭环系统能够克服阶跃型扰动

4.8 设计实例

➤ 闭环传递函数对参数 p 的变化的灵敏度:

$$S_p^T = S_G^T S_p^G$$

$$\begin{aligned} S_G^T &= \frac{1}{1 + G_c(s) G_p(s) G(s)} \\ &= \frac{s^2 (s + p)^2}{s^4 + 2ps^3 + (p^2 + K_D)s^2 + K_p s + K_I} \end{aligned}$$

$$S_p^G = \frac{p}{G(s)} \cdot \frac{\partial G(s)}{\partial p} = -\frac{2p}{s + p}$$

4.8 设计实例

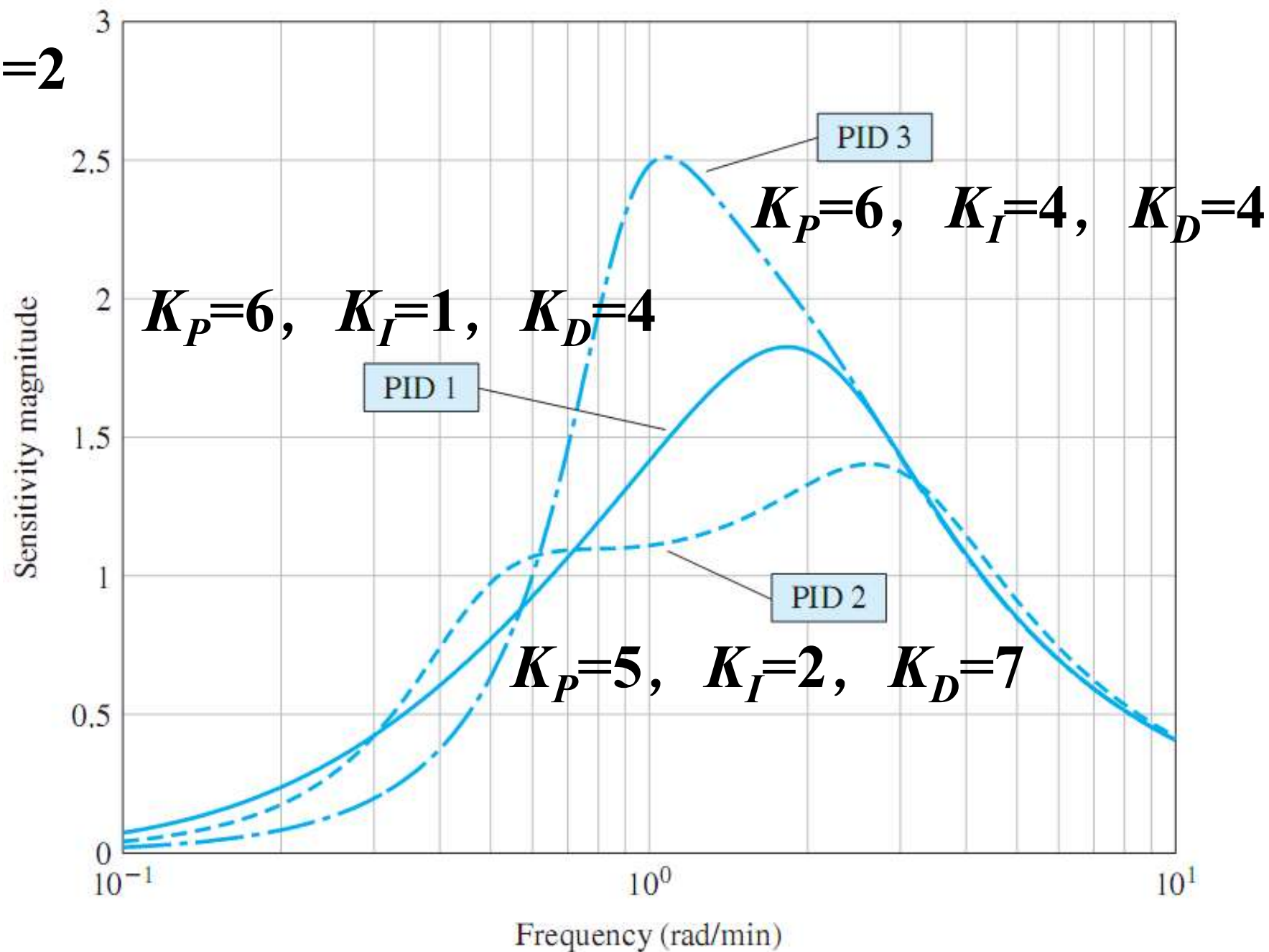
$$\begin{aligned} S_p^T &= S_G^T S_p^G \\ &= -\frac{2p(s+p)s^2}{s^4 + 2ps^3 + (p^2 + K_D)s^2 + K_Ps + K_I} \end{aligned}$$

➤ 频率不同，灵敏度函数 S_p^T 是不同的，在低频段灵敏度函数近似为：

$$S_p^T \approx \frac{2p^2s^2}{K_I}$$

➤ 增大积分增益 K_I ，可以减小系统对参数 p 变化的灵敏度

$p=2$



系统对参数 p 变化的灵敏度

4.8 设计实例

➤ $p=2$ 时，在低频段：

■ PID3($K_p=6$, $K_I=4$, $K_D=4$)对参数 p 变化的灵敏度最低，PID3的积分增益 K_I 最大；

■ PID2($K_p=5$, $K_I=2$, $K_D=7$)对参数 p 变化的灵敏度适中；

■ PID1($K_p=6$, $K_I=1$, $K_D=4$)的灵敏度最大

➤ 频率增大时，灵敏度增大

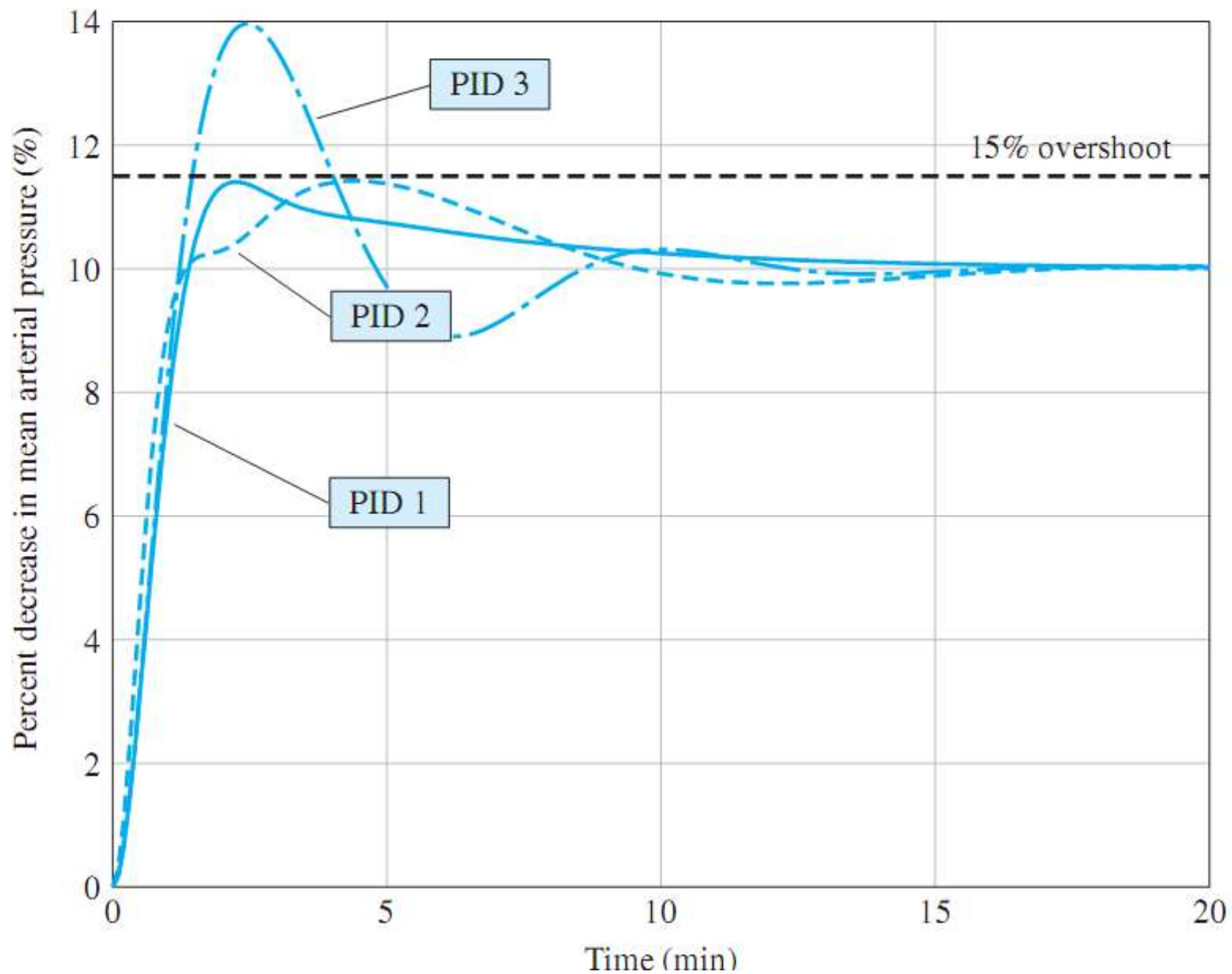
➤ PID3的灵敏度峰值最大

4.8 设计实例

➤ **MAP**的设定值阶跃幅值为**10%**时:

$$R(s) = \frac{R_0}{s} = \frac{10}{s}$$

- 阶跃幅值**10%**，按照**DS2**，最大相对超调量**15%**，最大绝对超调量**1.5%**
- **PID1**、**PID2**满足调整时间、超调量的设计指标
- **PID3**的超调量过大，接近**40%**



MAP的设定值阶跃降低10%的瞬态响应

4.8 设计实例

➤ 对扰动输入的瞬态响应：

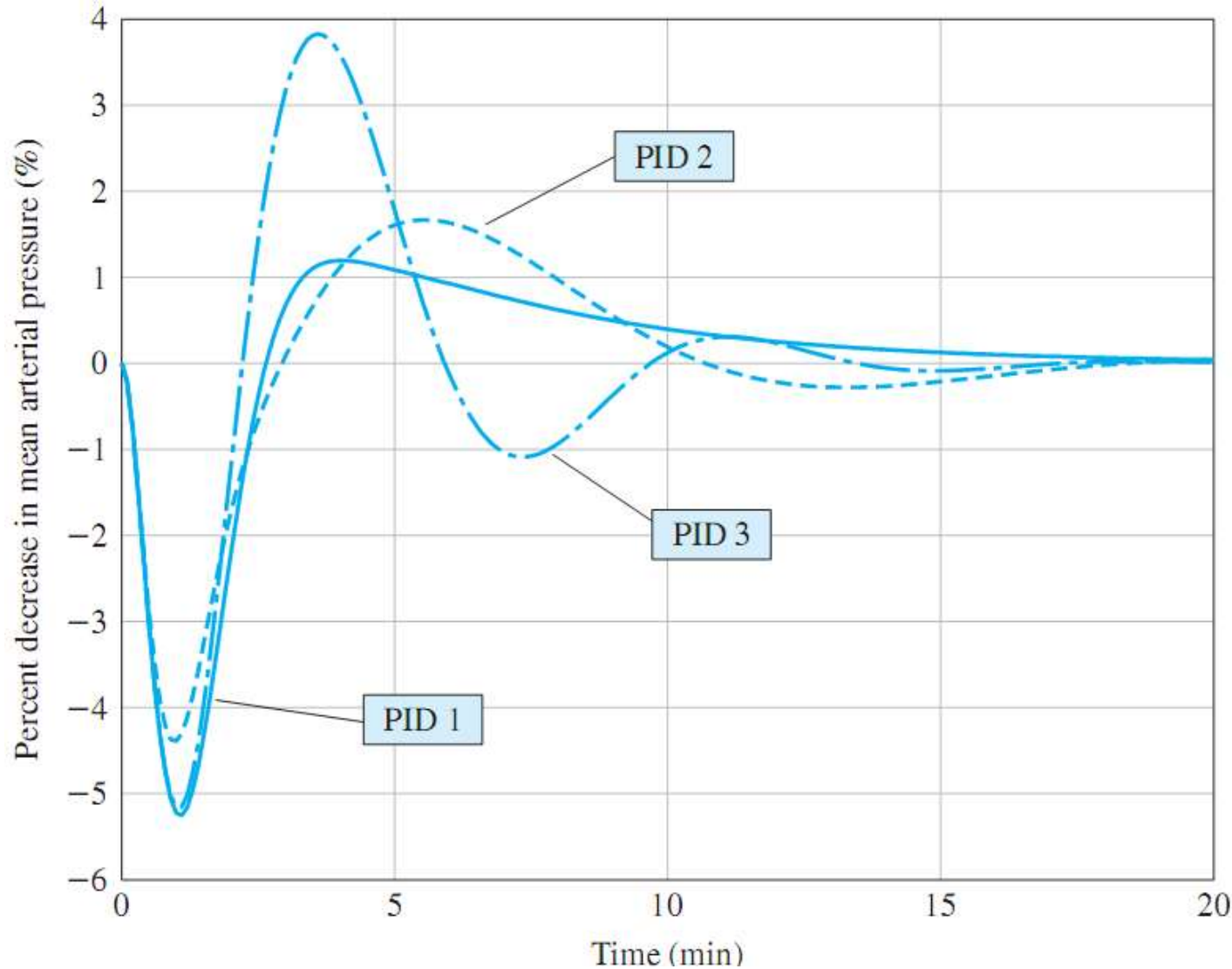
$$Y(s) = -\frac{G(s)}{1 + G_c(s)G_p(s)G(s)}T_d(s)$$
$$= -\frac{s^2}{s^4 + 2ps^3 + (p^2 + K_D)s^2 + K_Ps + K_I}T_d(s)$$

➤ 对于线性系统，如果对最大幅值的扰动，系统能够达到设计指标，对于较小的扰动，系统也能满足要求。取最大幅值的扰动：

$$T_d(s) = \frac{D_0}{s} = \frac{50}{s}$$

4.8 设计实例

- 最大幅值的扰动作用下，PID2的最大响应小于MAP设定值的 $\pm 5\%$ ，满足DS4



4.8 设计实例

➤ $p=2$ 时，PID增益与系统性能：

PID	K_P	K_I	K_D	输入响应 超调量(%)	调整时间 (min、2%)	扰动响应 超调量(%)
1	6	1	4	14.0	10.9	5.25
2	5	2	7	14.2	8.7	4.39
3	6	4	4	39.7	11.1	5.16

➤ 综合以上研究结果，三个PID方案中，PID2最合适，它满足所有的设计指标，对过程参数 p 的变化的灵敏度也比较合理。

4.8 设计实例



4.8 设计实例



4.9 应用控制设计软件分析控制系统特性 (略)

4.10 系列设计案例：磁盘驱动器读取系统

➤ 磁盘驱动器的设计折衷和优化：

- 精确定位读磁头

- 减少参数变化对读磁头定位的影响

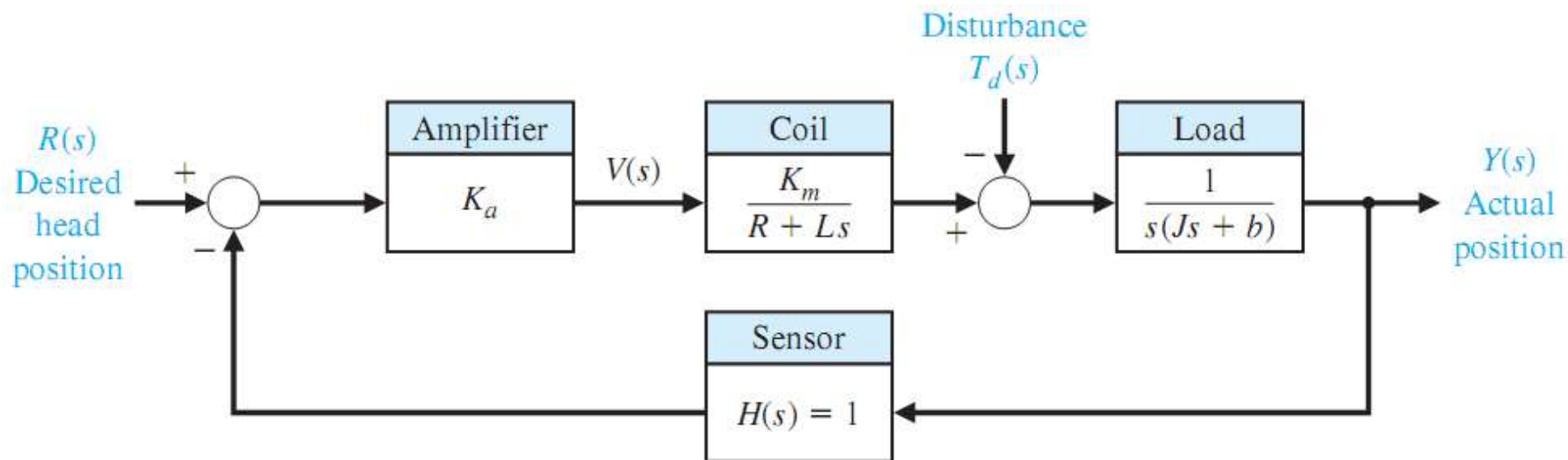
- 降低外部撞击和振动对读磁头定位的影响

- 在某些频率受到激励(如笔记本电脑计算机被撞击)，磁头臂和簧片会产生共振

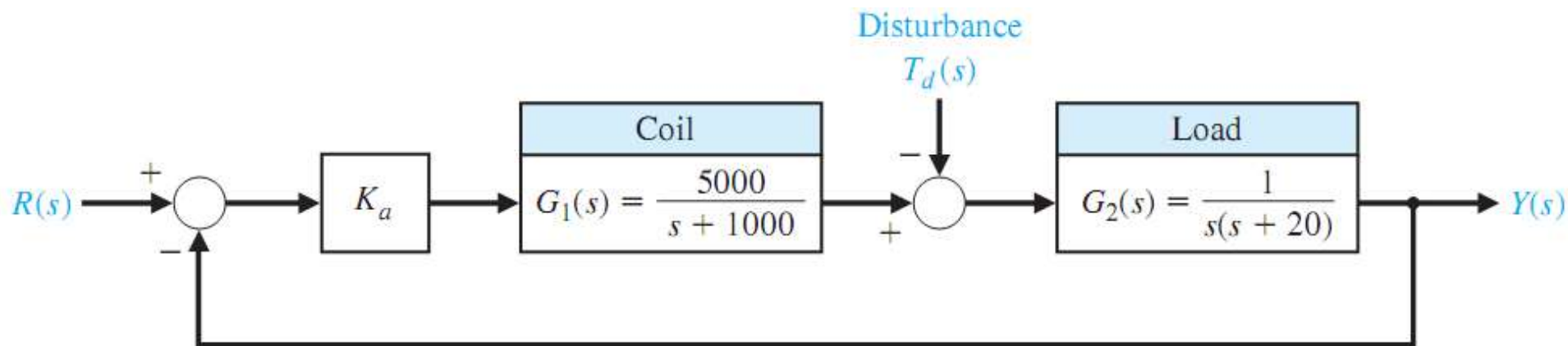
- 磁盘驱动器运行所受到的扰动：物理撞击、轴承的磨损和摇摆、元部件改变引起的参数变化

➤ 本节研究磁盘驱动器对阶跃指令的稳态误差，系统对扰动的响应特性，调整放大器增益时系统的瞬态响应

4.10 系列设计案例：磁盘驱动器读取系统



磁盘驱动器读磁头控制系统



具有典型参数的磁盘驱动器读磁头控制系统

4.10 系列设计案例：磁盘驱动器读取系统

- 单位负反馈 $H(s)=1$ ，没有负荷扰动 $T_d(s)=0$
- 无论系统参数如何变化，系统对阶跃输入的稳态误差为零：

$$R(s) = \frac{D}{s}$$

$$G_1(s) = \frac{5000}{s + 1000}$$

$$G_2(s) = \frac{1}{s(s + 20)}$$

4.10 系列设计案例：磁盘驱动器读取系统

$$E(s)=R(s)-Y(s)$$

$$= \frac{1}{1 + K_a G_1(s) G_2(s)} R(s)$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{5000 K_a}{s(s+20)(s+1000)}} \frac{D}{s}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

4.10 系列设计案例：磁盘驱动器读取系统

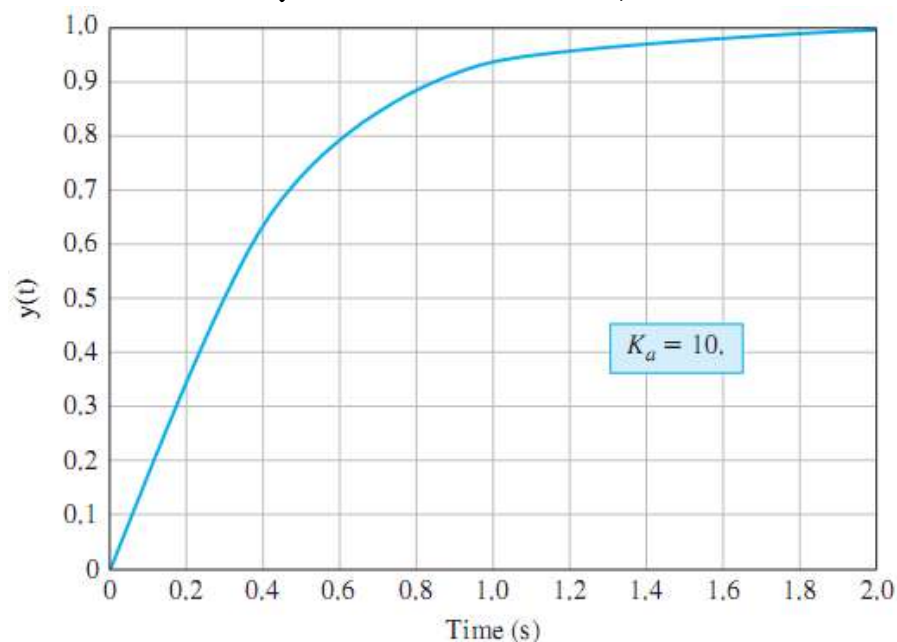
$$\begin{aligned}\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} s \left[\frac{1}{1 + K_a G_1(s) G_2(s)} \right] \frac{D}{s} \\&= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{1 + \frac{5000 K_a}{s(s+20)(s+1000)}} \frac{D}{s} \\&= \frac{D}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} \frac{5000 K_a}{s(s+20)(s+1000)}} \\&= \mathbf{0}\end{aligned}$$

4.10 系列设计案例：磁盘驱动器读取系统

➤ $T_d(s)=0$ 时，闭环传递函数为：

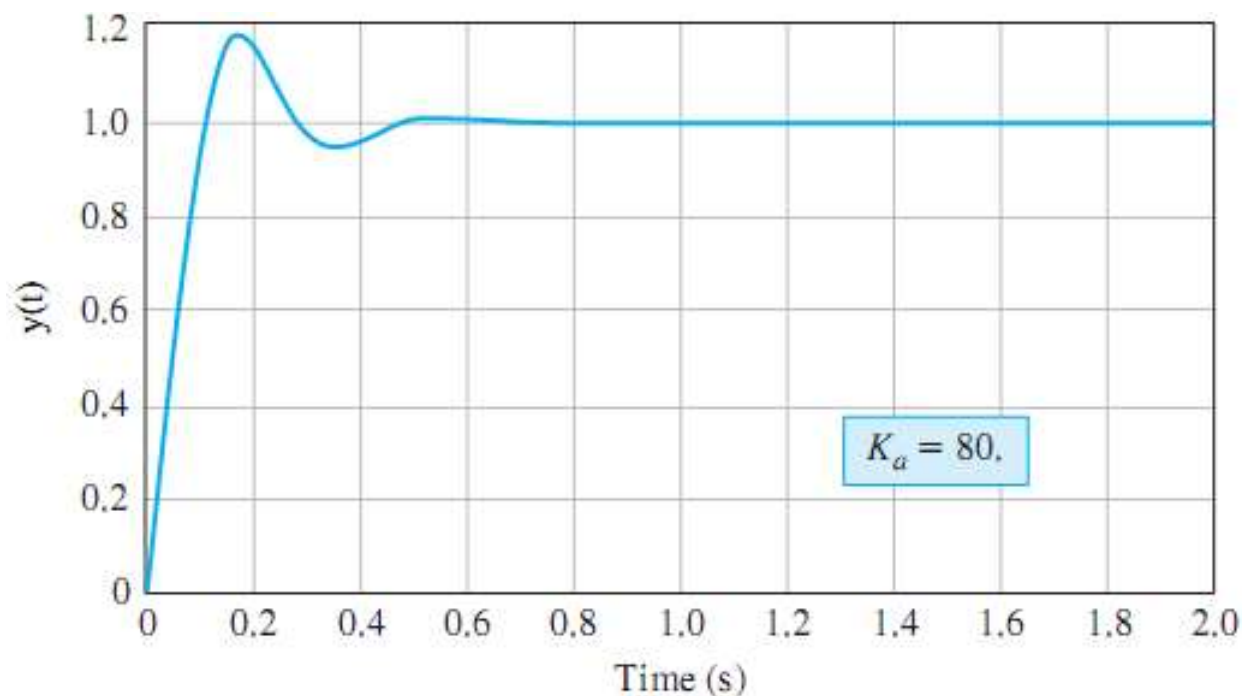
$$\begin{aligned} T(s) &= \frac{Y(s)}{R(s)} \\ &= \frac{K_a G_1(s) G_2(s)}{1 + K_a G_1(s) G_2(s)} \\ &= \frac{5000 K_a}{s^3 + 1020s^2 + 20000s + 5000K_a} \end{aligned}$$

4.10 系列设计案例：磁盘驱动器读取系统



$$K_a = 10$$

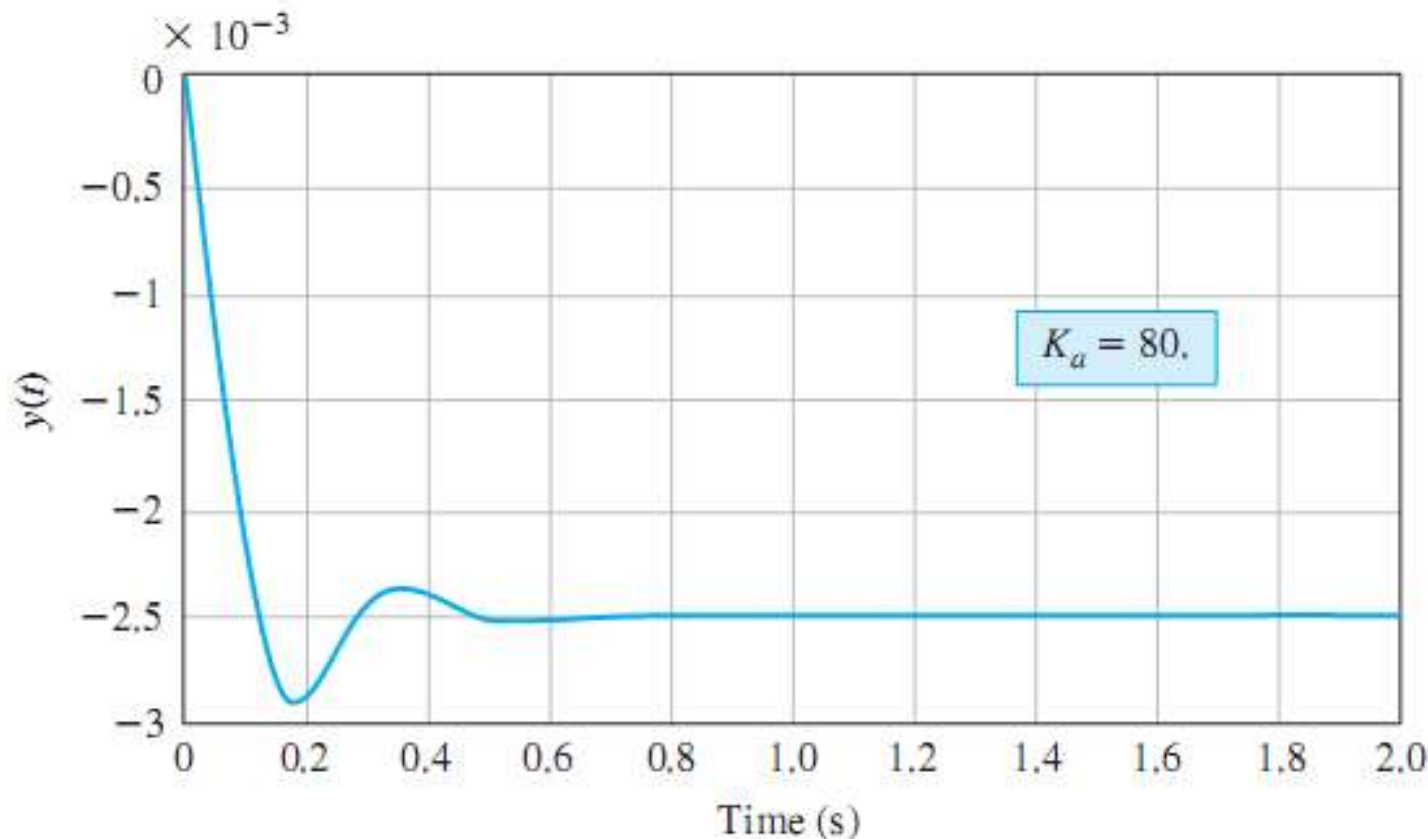
$K_a=80$ 时，系统
对输入指令的响应
速度更快，但出现
不可接受的振荡



4.10 系列设计案例：磁盘驱动器读取系统

➤ $R(s)=0$, $K_a=80$, $T_d(s)=1/s$, 系统对单位阶跃扰动的响应:

$$Y(s) = -\frac{G_2(s)}{1 + K_a G_1(s) G_2(s)} T_d(s)$$



4.10 系列设计案例：磁盘驱动器读取系统

- 为了进一步减小扰动的影响，需要增大 K_a 使之超过80。但此时系统对阶跃指令($r(t)=1, t>0$)的响应，会出现不可接受的振荡
- 下一章将给出 K_a 的最佳设计值，使系统的响应既快速又不振荡

4.11 总结

➤ 反馈的优点:

- 降低了系统对过程参数变化的灵敏度
- 增强了抑制扰动的能力
- 提高了衰减测量噪声的能力
- 减小了系统稳态误差
- 使系统瞬态响应易于控制和调整

➤ 反馈的缺点:

- 增加了元器件
- 提高了系统成本
- 增加了系统复杂性
- 降低了系统可靠性
- 带来了闭环稳定性问题

END