

# Optique

## Chapitre 1

### Vers l'optique ondulatoire

# Vers l'optique ondulatoire

Comme nous le verrons dans le cours d'électromagnétisme, la lumière peut être vue comme une onde propagative. Cet aspect ondulatoire va avoir quelques conséquences qui ne sont pas rare d'observer dans la vie courante : irisation des bulles de savon, le halo lumineux autour de la Lune par temps de brouillard (léger)... Mais avant de nous plonger dans l'étude de ces phénomènes, nous allons commencer par nous intéresser aux bases de l'optique, c'est-à-dire aux différents modèles existants de la lumière.

Dans la première partie nous commencerons par revoir les notions importantes de l'optique géométrique. Cette optique, et notamment la manière de « tracer des rayons lumineux » est un des préliminaires requis pour pouvoir comprendre, et donc traiter, les problèmes d'optique ondulatoire.

Nous verrons ensuite, dans une deuxième partie, une autre manière de représenter la lumière, appelée « modèle scalaire de la lumière ». Cela nous permettra d'aborder des notions qui seront fondamentales pour les chapitres suivants.

# Table des matières

<b>Biographies succinctes</b>	<b>5</b>
<b>I Rappels d'optique géométrique</b>	<b>7</b>
I-1 Lois de SNELL – DESCARTES . . . . .	7
I-1.i modèles de la lumière . . . . .	7
modèle corpusculaire . . . . .	7
modèle ondulatoire . . . . .	7
domaine visible . . . . .	8
I-1.ii indice optique d'un milieu . . . . .	8
définition . . . . .	8
loi de CAUCHY . . . . .	9
milieu biréfringent . . . . .	9
I-1.iii lois de la réflexion . . . . .	9
I-1.iv lois de la réfraction . . . . .	10
loi . . . . .	10
$n_1 < n_2$ : cône de réfraction . . . . .	11
$n_1 > n_2$ : réflexion totale . . . . .	11
I-2 Systèmes optiques . . . . .	11
I-2.i définition . . . . .	11
I-2.ii objet / image – réel / virtuel . . . . .	12
les définitions de base . . . . .	12
exemples courants . . . . .	13
propriété d'un système optique . . . . .	15
lien entre objet et image . . . . .	15
I-2.iii foyers . . . . .	15
I-2.iv miroir plan . . . . .	16
fonctionnement optique . . . . .	16
dépliement . . . . .	16
I-2.v conditions de GAUSS . . . . .	17
I-2.vi dioptre plan . . . . .	18
I-3 Miroirs sphériques minces . . . . .	18
I-3.i présentation . . . . .	18
miroirs réels . . . . .	18
miroirs minces . . . . .	19
I-3.ii construction de rayons . . . . .	19
trouver l'image pour un miroir convergent . . . . .	19
trouver l'objet pour un miroir divergent . . . . .	20
ça marche dans tous les sens . . . . .	21
I-3.iii relations de conjugaison . . . . .	21
relation de NEWTON . . . . .	21
relation de DESCARTES . . . . .	22
I-3.iv hyperboles de conjugaison . . . . .	22
intérêt . . . . .	22
les hyperboles . . . . .	23
exemple . . . . .	24
I-4 Lentilles sphériques minces . . . . .	24
I-4.i présentation . . . . .	24
lentilles réelles . . . . .	25

	lentilles minces . . . . .	25
	lentille convergente ou divergente ? . . . . .	25
I.4.ii	construction de rayons . . . . .	26
	trouver l'image pour une lentille convergente . . . . .	26
	trouver l'objet pour une lentille divergente . . . . .	27
	ça marche dans tous les sens, même pour la lumière . . . . .	27
	la fin d'un rayon . . . . .	28
I.4.iii	relations de conjugaison . . . . .	29
	relation de NEWTON . . . . .	29
	relation de DESCARTES . . . . .	29
I.4.iv	hyperboles de conjugaison . . . . .	29
	intérêt . . . . .	29
	les hyperboles . . . . .	30
<b>II</b>	<b>Modèle scalaire de la lumière</b>	<b>32</b>
II.1	Propagation de l'onde . . . . .	32
II.1.i	amplitude scalaire . . . . .	32
	présentation, notation . . . . .	32
	propriétés . . . . .	33
	cas d'une OPPM . . . . .	33
II.1.ii	phase en un point d'un chemin de lumière . . . . .	34
	milieu de propagation . . . . .	34
	expression de la phase . . . . .	34
	traversée de plusieurs milieux . . . . .	35
II.1.iii	chemin optique . . . . .	35
	définition simplifiée . . . . .	36
	interprétation, utilité . . . . .	36
	déphasage . . . . .	36
II.1.iv	cas exceptionnels de déphasage supplémentaire . . . . .	37
II.2	Surfaces d'onde . . . . .	38
II.2.i	définition . . . . .	38
II.2.ii	théorème de MALUS . . . . .	38
II.2.iii	ondes planes . . . . .	39
II.2.iv	ondes sphériques . . . . .	40
II.2.v	effet des lentilles . . . . .	40
II.3	Éclairement . . . . .	42
II.3.i	puissance instantanée . . . . .	42
II.3.ii	visuellement . . . . .	42
II.3.iii	intensité . . . . .	44
II.4	Sources lumineuses . . . . .	44
II.4.i	source monochromatique . . . . .	44
II.4.ii	lampes spectrales . . . . .	45
II.4.iii	lumière « blanche » . . . . .	45
II.5	Trains d'ondes . . . . .	45
II.5.i	onde monochromatique . . . . .	46
II.5.ii	onde non monochromatique . . . . .	46
	un train d'onde . . . . .	46
	succession des trains d'onde . . . . .	47
	<b>Fiche de révision</b>	<b>48</b>

## Biographies succinctes

### Willebrord SNELL

(1580 Leyde – 1626 Leyde)



Le père de Willebrord est professeur de mathématiques à l'université de Leyde et bien que ce dernier l'incite à suivre des études de droit, il préfère les mathématiques. À 20 ans il quitte les Pays-Bas pour faire un petit tour d'Europe (durant lequel il rencontrera Tycho BRAHÉ et KÉPLER) avant de revenir en 1608 et de devenir professeur à l'université de Leyde. Ce n'est qu'en marge de ses travaux mathématiques qu'il découvre la loi de la réfraction en 1621 mais ne la publie pas. Il meurt à 46 ans alors qu'il allait être nommé recteur.

### René DESCARTES

(1596 La Haye, Touraine – 1650 Stockholm)



De père conseiller au parlement et de mère issue de la noblesse, René n'aura guère de soucis financiers dans sa vie. Il fait ses études au lycée de La Flèche et reçoit une solide formation en mathématique, physique et philosophie. Après les rencontres avec BEEKMAN et le père MERSENNE il écrit *Le discours de la méthode* en 1637, ouvrage dans lequel il expose sa méthode qui lui permettra d'écrire LA DIOPTRIQUE et *La géométrie*. Il publie la loi de la réfraction que SNELL avait découverte sans la publier mais il existe un doute sur le fait que DESCARTES avait connaissance de ces travaux, doutes émis par HUYGENS en particulier.

### Étienne Louis MALUS DE MITRY

(1775 Paris – 1812 Paris)



Renvoyé de l'école du génie de Mézière en 1793 comme « suspect », Étienne est envoyé dans une école à Dunkerque où un ingénieur remarque son potentiel et l'oriente vers l'école Polytechnique où il entre en 1794. Dès sa sortie de l'école, il participe à la campagne d'Égypte (1798-1801) puis devient responsable des travaux du port d'Anvers et des fortifications de Strasbourg. Il est élu à l'académie des sciences en 1810 et devient directeur de l'école Polytechnique en 1811 juste avant de décéder d'une épidémie de choléra. Ses travaux les plus célèbres sont en optique avec la loi de MALUS en  $\cos^2 \theta$  et le théorème de MALUS sur les surfaces d'onde.

### Carl Friedrich GAUSS

(1777 Brunswick – 1855 Göttingen)



Carl GAUSS est incontestablement considéré comme l'un des plus grands scientifiques de tous les temps. Tant en mathématiques qu'en physique, ses apports furent importants. Né dans une famille pauvre, Carl montre des dons pour les mathématiques : il su mener des calculs compliqué avant de savoir écrire. Encouragé par son père et aidé par une riche famille de Brunswick, Carl fait de brillantes études et c'est en tant que directeur de l'observatoire de Göttingen qu'il mènera tous ses travaux. En ce qui concerne la physique, citons seulement les conditions de GAUSS en optique, la gaussienne, le théorème de GAUSS et une vieille unité de champ magnétique : le gauss ( $10^{-4}$  tesla).

**Augustin CAUCHY**

(1789 Paris – 1857 Sceaux, Hauts-de-Seine)



Arrivé deuxième au concours d'entrée à l'école Polytechnique, Augustin fut au cœur des bouleversements politiques de l'époque. Il reste malgré tout l'un des plus grands mathématiciens français avec plus de 800 publications et 7 ouvrages. La loi de CAUCHY connue en optique n'est qu'un tout petit résultat face à ce qu'il a fait en probabilité, géométrie, algèbre, analyse et analyse complexe.

**Max Karl Ernst Ludwig PLANCK**

(1858 Kiel – 1947 Göttingen)



Max effectue des études de mathématiques à Munich et sa thèse en 1879 sur le second principe n'est pas très remarquée. Max est critique vis-à-vis de la pédagogie de ses maîtres, notamment HELMHOLTZ et KIRCHHOFF. Il est nommé professeur à Munich en 1880 puis à Kiel en 1885 et enfin à Berlin en 1889 date à laquelle il émet une hypothèse d'apparence farfelue mais qui se révélera un des fondements de la mécanique quantique : la quantification des énergies d'oscillations. Il reçoit le prix Nobel en 1918. Il tente comme il peut de préserver les enseignants juifs, mais en vain ce qui entraîne sa démission en 1937. Sa vie personnelle est jalonnée de drames : sa première femme meurt en lui laissant quatre enfants dont trois meurent (un durant la première guerre mondiale, deux autres en couches), sa maison sera bombardée par les alliés détruisant tous ses documents, un de ses fils issu d'un second mariage, est exécuté pendant la guerre, ...

# I – Rappels d'optique géométrique

◇ Comme l'indique le titre de cette partie : beaucoup de rappels, peu d'explications...

## I.1 – Lois de SNELL – DESCARTES

### I.1.i – modèles de la lumière

◇ Même si, désormais, la mécanique quantique a imposé une « dualité onde – corpuscule » pour la lumière, à notre niveau, c'est-à-dire pour les applications que nous étudierons, nous nous référerons *soit* à l'aspect corpusculaire, *soit* à l'aspect ondulatoire de la lumière.

#### ★ modèle corpusculaire

La lumière est composée de photons.

Un *photon* est une particule caractérisée par sa fréquence  $\nu$  et :

- de masse rigoureusement nulle ;
- d'énergie  $E = h \nu$  avec  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  J.s la constante de PLANCK ;
- de quantité de mouvement  $p = \frac{h \nu}{c}$  dans le vide.

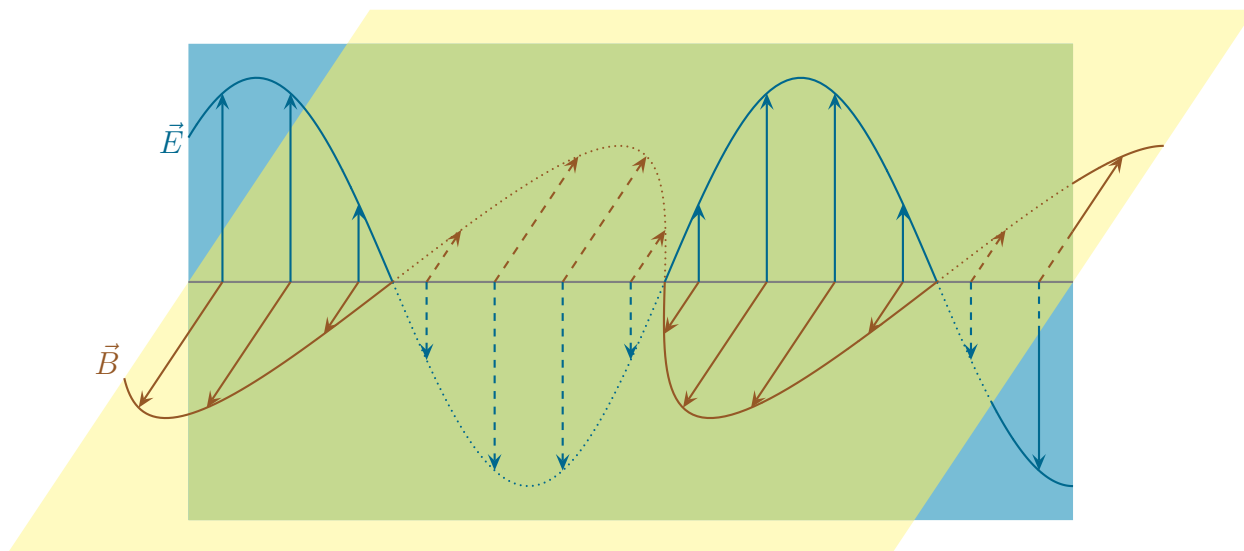
☕ *Remarque.* Mieux vaut ne pas tenter de changer de référentiel lorsque nous aurons affaire à des photons car il s'agit là du domaine de la relativité restreinte.

#### ★ modèle ondulatoire

◇ Nous montrerons cela dans le chapitre consacré en électromagnétisme.

La lumière est une onde électromagnétique.

La plupart du temps  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  sont transverses et le trièdre  $(\vec{k}, \vec{E}, \vec{B})$ , avec  $\vec{k}$  le vecteur d'onde, est direct.



### ★ domaine visible

Le domaine du visible s'étend de 400 à 800 nm.

☞ *Remarque.* Sauf précision explicite, lorsque nous parlerons de longueur d'onde, nous sous-entendrons « longueur d'onde dans le vide ».

◇ Numériquement cela correspond à des fréquences

$$\nu_{\text{visible}} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-9}} \sim 10^{15}$$

Les fréquences du visibles sont de l'ordre de 1 PHz.

## I.1.ii – indice optique d'un milieu

### ★ définition

L'*indice optique* d'un milieu est défini par  $n = \frac{c}{v_\varphi}$  où

→  $c$  est célérité des ondes dans le vide ;

→  $v_\varphi$  est la célérité des ondes dans le milieu.

L'indice optique caractérise la *réfringence* d'un milieu.

$$n_{\text{vide}} = 1 \quad n_{\text{air}} = 1 + 3 \cdot 10^{-4} \quad n_{\text{eau}} = 1,33 \quad n_{\text{verre}} = 1,5$$



## ★ loi de CAUCHY

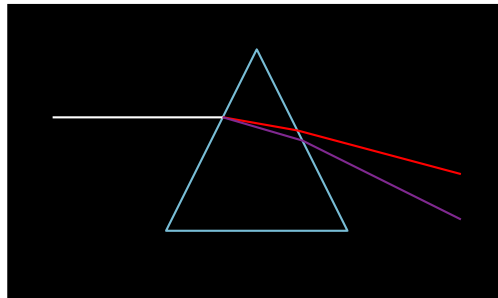
Dans un milieu usuel l'indice d'un milieu obéit à la loi de CAUCHY

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad \text{avec} \quad A, B > 0$$

◇ Ainsi dans un milieu usuel

$$n_{\text{rouge}} < n_{\text{bleu}}$$

◇ C'est ainsi que lors d'une *réfraction* le rouge est le moins dévié.



## ★ milieu biréfringent

Un milieu *biréfringent* est un milieu où l'indice dépend de la direction du champ  $\vec{E}$ .

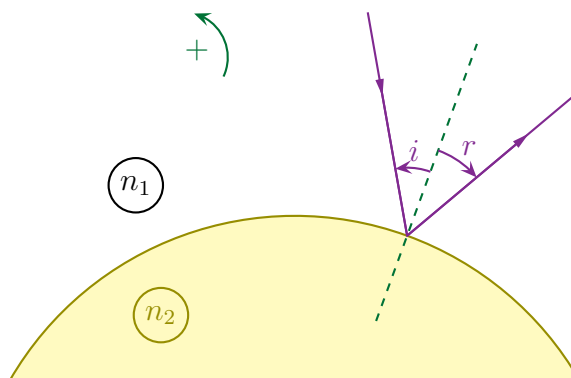
◇ Un milieu biréfringent n'est donc pas isotrope.

◇ Exemples : cristaux liquides, lunettes 3D de cinéma...

## I.1.iii – lois de la réflexion

Au niveau de l'interface entre deux milieux d'indices différents, interface appelée *dioptre* nous avons :

- le rayon réfléchi dans le plan d'incidence défini par la normale au point d'impact et par le rayon incident ;
- $i = r$  (version non algébrique) ou  $r = -i$  (version algébrique).



◇ Remarquons que s'il n'y a pas d'indice différent, il n'y a pas de réflexion même si les milieux sont physiquement différents.

- ◇ Comme la loi ne dépend pas de l'indice, la réflexion permet d'obtenir des systèmes optiques complètement achromatiques.

Il y a **toujours** réflexion en optique géométrique.

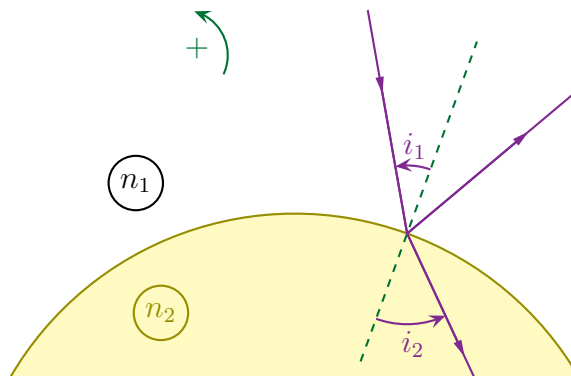
- ⚠ Dans le cadre des ondes électromagnétiques, il existe un angle pour lequel il peut ne pas y avoir de réflexion, c'est l'angle de BREWSTER. Mais ce n'est plus de l'optique géométrique puisqu'il faut tenir compte de la polarisation de l'onde électrique.

## I.1.iv – lois de la réfraction

### ★ loi

Au niveau de l'interface entre deux milieux d'indice différent nous avons :

- le rayon réfracté dans le plan d'incidence ;
- $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$  (cf. schéma).



- ◇ Remarquons que s'il n'y a pas d'indices différents, il n'y a pas de réfraction même si les milieux sont physiquement différents.
- ◇ C'est ainsi que du verre plongé dans de la glycérine semblera disparaître puisque les indices sont les mêmes comme le montre la photo ci-dessous<sup>1</sup>



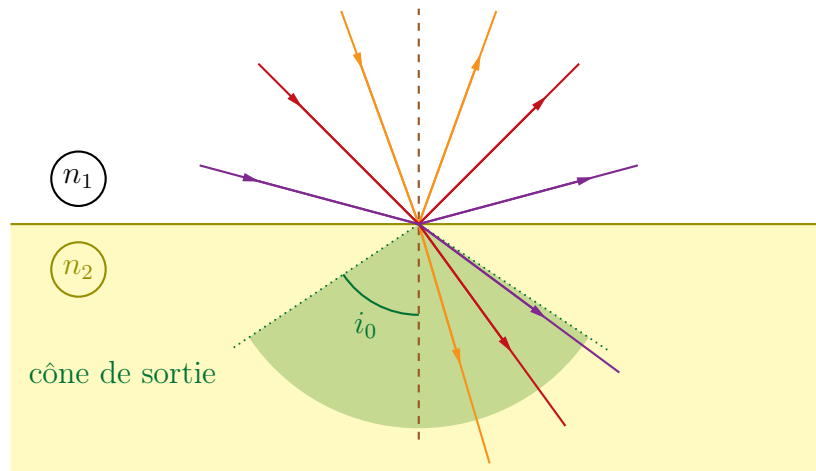
- ◇ Ici la loi dépend de l'indice : la réfraction a pour défaut d'engendrer des aberrations chromatiques dans les systèmes optiques.

1. Il s'agit d'une expérience facile à réaliser à la maison car la glycérine est un produit en vente libre. L'image est issue d'un film amateur dont le lien est :

<http://tapas.palats.com/video/1976/comment-rendre-bouteille-invisible.html>

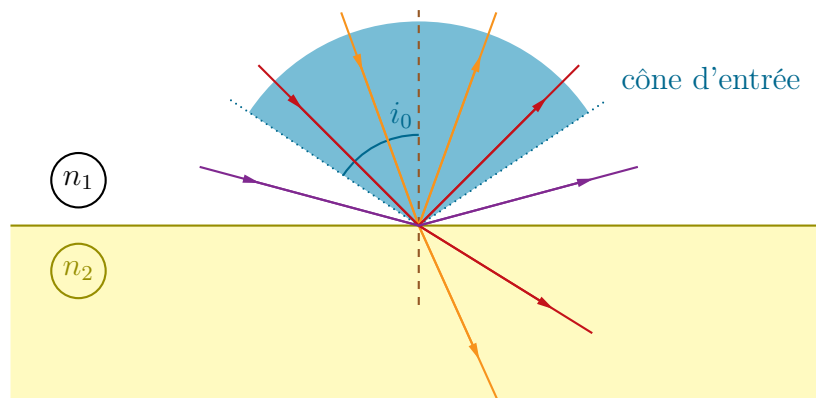
★  $n_1 < n_2$  : cône de réfraction

◇ Si  $n_1 < n_2$ , il y a toujours réfraction et le rayon réfracté émerge dans un cône d'angle  $i_0 = \arcsin \frac{n_1}{n_2}$ .



★  $n_1 > n_2$  : réflexion totale

◇ Si  $n_1 > n_2$ , il n'y a pas de réfraction lorsque  $i_1 > i_0 = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$ .



Lorsqu'en optique géométrique un rayon incident ne peut pas engendrer de rayon réfracté, la réflexion est dite *totale*.

## I.2 – Systèmes optiques

### I.2.i – définition

Un *système optique* est un dispositif qui modifie le trajet de la lumière. Il possède une face d'entrée et une face de sortie.



- ✧ Cette définition sous-entend qu'il y a un « endroit » et un « envers » pour les systèmes optiques. Ceux qui ont déjà regardé du mauvais côté d'une paire de jumelles le savent bien.

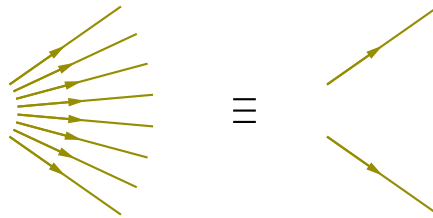
Un système optique *centré* est un système optique dont les propriétés sont symétriques par rapport à un axe de révolution appelé *axe optique*.

- ✧ Les yeux souffrants d'astigmatie sont des yeux qui ne constituent pas un système centré.

## I.2.ii – objet / image – réel / virtuel

### ★ les définitions de base

Un *faisceau lumineux* est un ensemble de rayons lumineux issu d'une même source physique. Le faisceau est généralement représenté par ses rayons extrêmes.



Un *point objet* pour un système optique est le sommet d'un faisceau lumineux entrant dans un système optique.

Un *objet* pour un système optique est un ensemble de points objets pour ce système.



Contrairement au langage courant, un « objet » ou un « point objet » n'existent **pas** en tant que tels : il est impératif de dire « objet pour tel système » ou « point objet pour tel système ».

Un *point image* pour un système optique est le sommet d'un faisceau lumineux sortant d'un système optique.

Un faisceau parallèle correspond à un **point** objet ou image.

Un point objet est dit :

- *réel* s'il est situé avant la face d'entrée dans le sens de la lumière, il est associé à un faisceau divergent ;
- *virtuel* s'il est situé après la face d'entrée dans le sens de la lumière, il est associé à un faisceau convergent.

Un point image est dit :

- *réel* s'il est situé après la face de sortie dans le sens de la lumière, il est associé à un faisceau convergent ;
- *virtuel* s'il est situé avant la face de sortie dans le sens de la lumière, il est associé à un faisceau divergent.

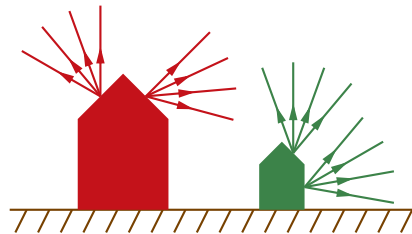


Attention à ce vocabulaire très glissant !

### ☆ exemples courants

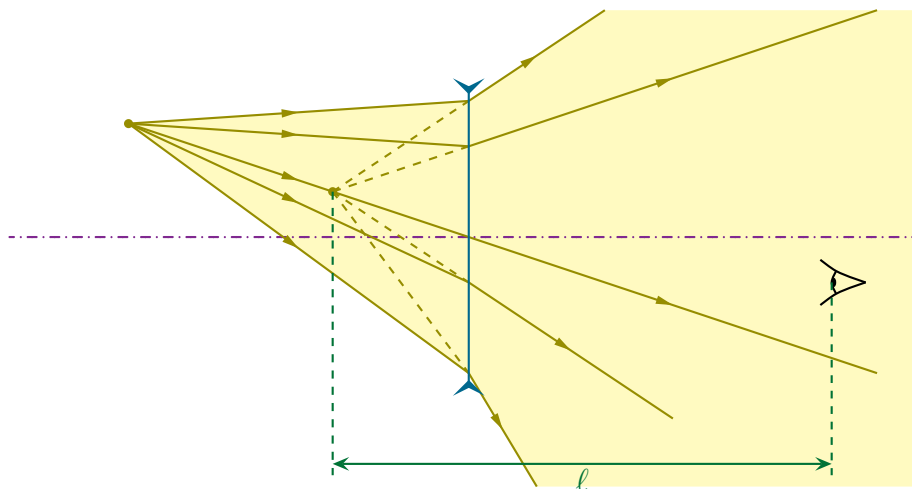
### 🕒 les objets concrets

- ◇ Tout objet concret au sens profane ne peut que constituer un objet réel puisqu'il émet des faisceaux lumineux divergents.



### 🕒 les images virtuelles

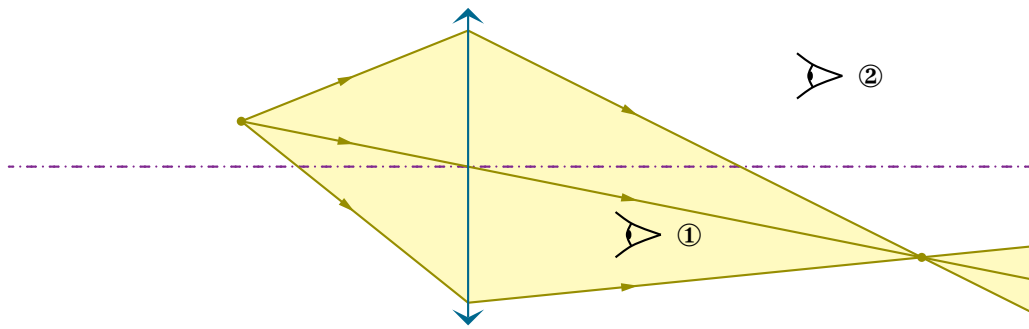
- ◇ Il est tout à fait possible de voir avec ses yeux des images virtuelles, pourvu seulement qu'elles constituent des objets réels pour l'œil.



- ◇ Pour voir net, il faut aussi que la distance  $\ell$  ci-dessus soit supérieure à la distance minimale de vision distincte qui est d'environ 25 cm.

☕ *Remarque.* Nous pouvons constater que très peu de rayons lumineux pénètrent dans l'œil.

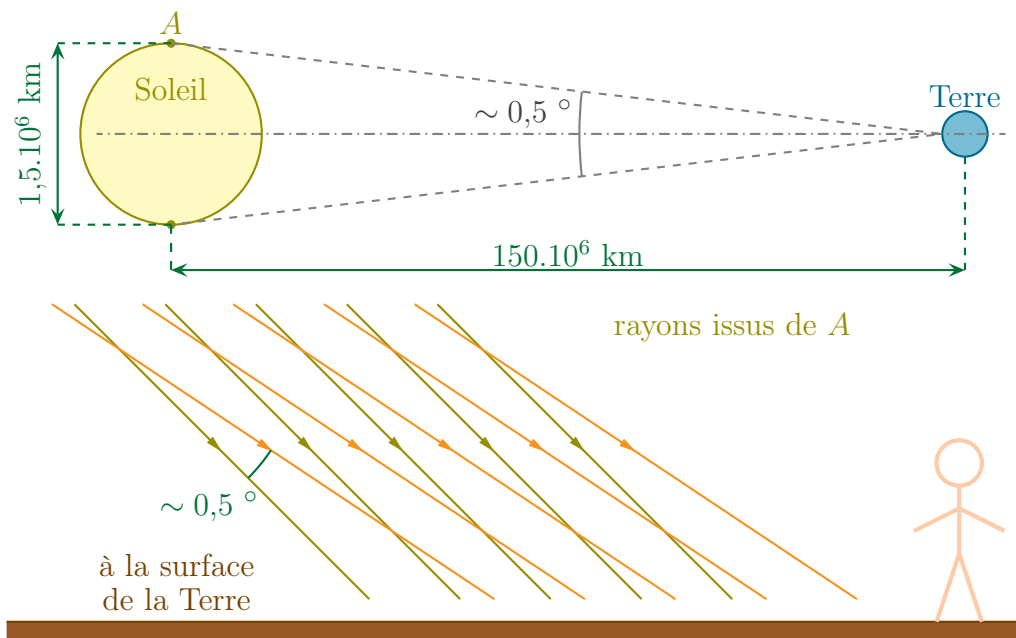
- ◇ Dans le cas suivant, l'image n'est pas « vue » puisque virtuelle pour l'œil👁 : la personne percevra de la lumière mais ne pourra pas voir net.



- ✧ Dans le schéma ci-dessus, l'œil ② ne perçoit aucune lumière issue du point objet, il ne peut donc pas voir (même de manière floue), le point objet « à travers » la lentille.

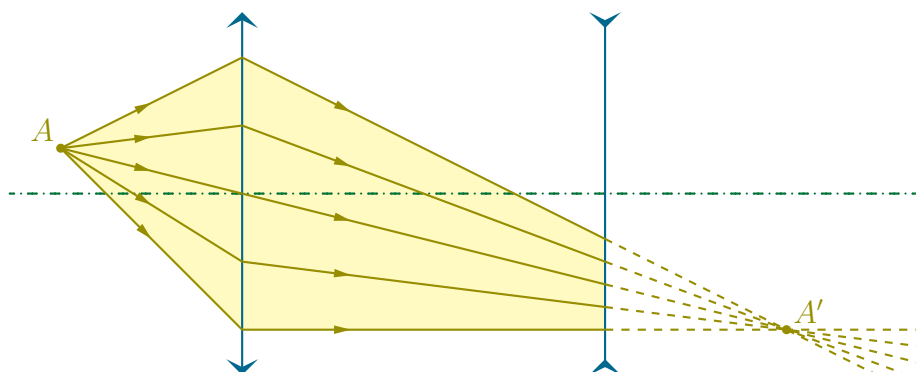
### 🕒 objet à l'infini

- ✧ Un point à l'infini correspond visuellement à une étoile.
- ✧ Le Soleil est un objet à l'infini mais qui n'a **pas** la taille d'un point : tous les rayons qu'il émet ne sont pas parallèles entre eux, et pas qu'un peu ! Il y a environ  $0,5^\circ$  entre les rayons extrêmes issus du Soleil et parvenant au système optique.



### 🕒 les objets virtuels

- ✧ Il est nécessaire d'utiliser un système optique annexe pour créer un objet virtuel pour un autre système optique.



- ✧ Sur le schéma précédent, notons que  $A'$  est l'image *réelle* de  $A$  par la lentille convergente et l'objet *virtuel* pour la lentille divergente. Toujours sur ce schéma, la réfraction de la lumière par la lentille divergente n'a pas été tracée.
- ✧ En se souvenant qu'un objet virtuel correspond à un faisceau convergent, il est très facile de retrouver le montage idoine.

### ★ propriété d'un système optique

Un système optique est dit *stigmatique* lorsqu'un point objet donne un point image.

- ✧ Il est tout à fait possible que cela ne soit pas le cas : un faisceau divergeant à partir d'un point (le point objet) pourrait très bien ne pas converger en *un* point mais dans une petite zone de l'espace.

Le stigmatisme est dit *approché* lorsque le faisceau constituant un point image ne converge pas en un point géométrique mais dans une zone restreinte de l'espace.

- ✧ Seul le miroir plan est rigoureusement stigmatique.

Un système optique est dit *aplanétique* lorsque tout objet situé dans un plan orthogonal à l'axe optique donne une image qui est, elle aussi, située dans un plan orthogonal à l'axe optique.

- ✧ Pour être aplanétique il faut pouvoir parler d'image et de points images donc il faut que le système optique soit stigmatique.
- ✧ En revanche, il est tout à fait possible pour un système optique d'être stigmatique sans être aplanétique comme le montre l'exemple (courant ?) des salles de cinéma où la projection se fait sur un écran courbe.

### ★ lien entre objet et image

Une *relation de conjugaison* est une loi qui relie les positions :

- du système optique ;
- d'un point objet ;
- d'un point image associé au point objet.

Deux points, un point objet et un point image, associés par un système optique sont dits *conjugués*.

## I.2.iii – foyers

Le *foyer principal objet* noté  $F$  d'un système optique est le point sur l'axe optique dont l'image est à l'infini.

- ✧ Pour des raisons de symétrie, l'image de  $F$  est dans la direction de l'axe optique.

☞ *Remarque.* Ce n'est pas parce qu'un rayon lumineux est parallèle à l'axe optique qu'il vient de (ou part à) l'infini !

Le *foyer principal image* noté  $F'$  d'un système optique est le point sur l'axe optique dont l'objet est à l'infini.

◇ Pour les mêmes raisons de symétrie, l'objet conjugué de  $F'$  est dans la direction de l'axe optique.

Un point qui n'appartient pas à l'axe est dit *foyer (objet ou image) secondaire* lorsqu'il est conjugué avec l'infini.

Pour les systèmes aplanétique, les foyers secondaires sont situés dans le *plan de front* (le plan orthogonal à l'axe optique) passant par le foyer associé.

☞ *Remarque.* « Plan de front » et « viseur à frontale fixe » ont la même racine.

Un système optique est dit :

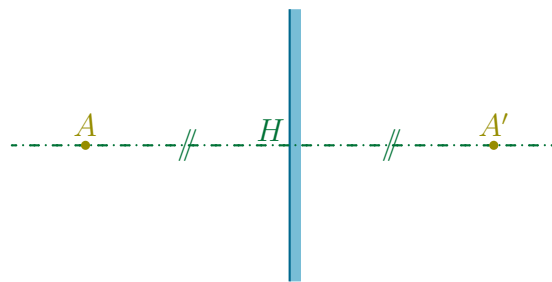
- *convergent* si  $F'$  est réel ;
- *divergent* si  $F'$  est virtuel ;
- *afocal* si l'infini est conjugué avec l'infini.

## I.2.iv – miroir plan

### ★ fonctionnement optique

Soient  $A$  un point objet et  $H$  son projeté orthogonal sur le miroir, alors  $A'$  est tel que

$$\overline{HA} + \overline{HA'} = 0$$



Quel que soit l'objet, le grandissement pour un miroir plan vaut 1.

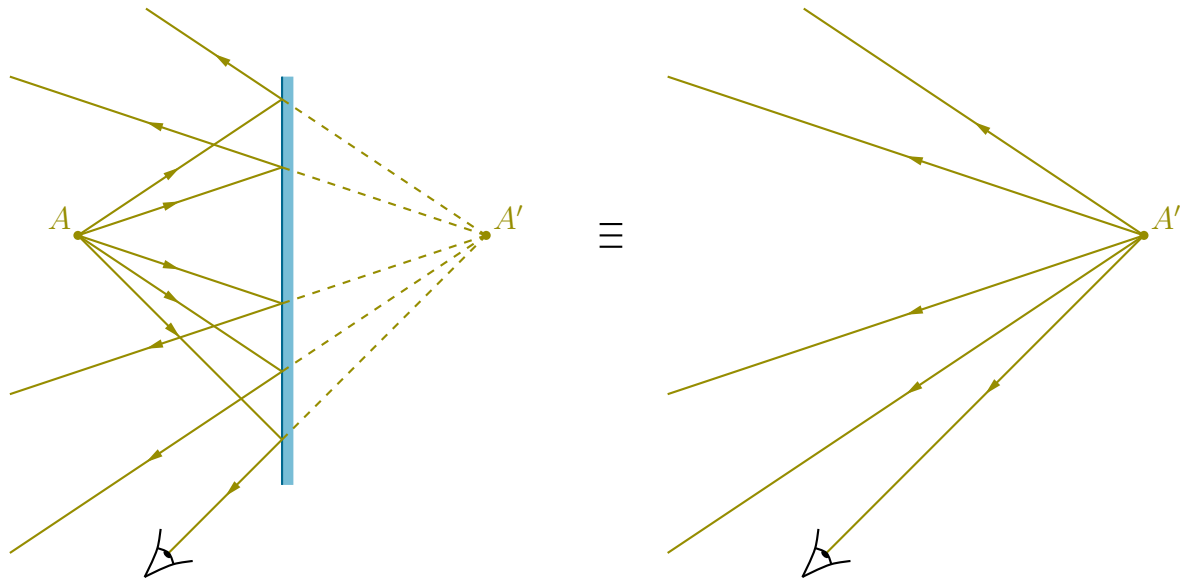
◇ Le miroir ne sert qu'à dévier des rayons lumineux, mais cela nous sera très pratique.

### ★ dépliement

◇ Optiquement, tout se passe comme si la lumière provenait directement de l'image  $A'$  « tout droit » et non de  $A$  « par réflexion ».



- ◇ Cette propriété nous permet de « déplier » les rayons lumineux et ainsi de simplifier les constructions géométriques.



- ◇ Rappelons que si nous savons que ce que nous voyons est une image dans un miroir c'est uniquement lorsque nous voyons le miroir ! Cette propriété est la base de d'illusions optique de disparition utilisées par certains magiciens.

### I.2.v – conditions de GAUSS

Pour qu'un rayon respecte *les conditions de GAUSS* il faut :

- qu'il soit peu incliné par rapport à l'axe optique ;
- qu'à l'endroit où il rentre dans le système optique il soit proche de l'axe optique.

Un rayon lumineux qui respecte les conditions de GAUSS est dit *paraxial*.

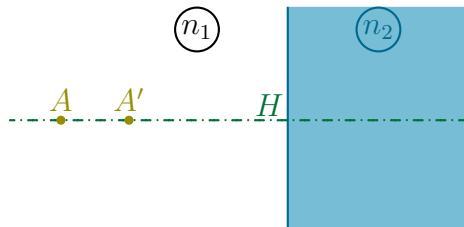
Un système optique qui respecte les conditions de GAUSES pour tous les rayons lumineux est aplanétique et stigmatique.

- ◇ Il s'agit bien sûr d'un stigmatisme approché.

## I.2.vi – dioptré plan

Pour un dioptré plan pour lequel la lumière va du milieu d'indice  $n_1$  au milieu d'indice  $n_2$ , avec  $A$  un point image et  $H$  son projeté orthogonal sur le dioptré, alors  $A'$  est tel que

$$\frac{n_1}{HA} - \frac{n_2}{HA'} = 0$$



- ◇ Typiquement quand quelqu'un regarde dans de l'eau (une rivière, une piscine...) les objets semblent plus près ou « tassé »

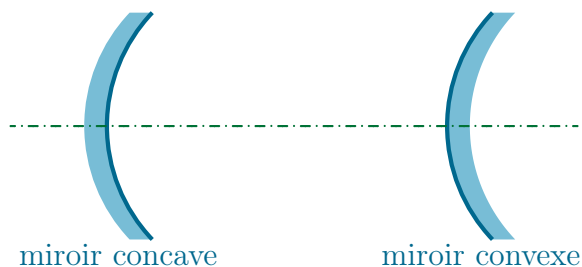
Montrer une photo du phénomène.

## I.3 – Miroirs sphériques minces

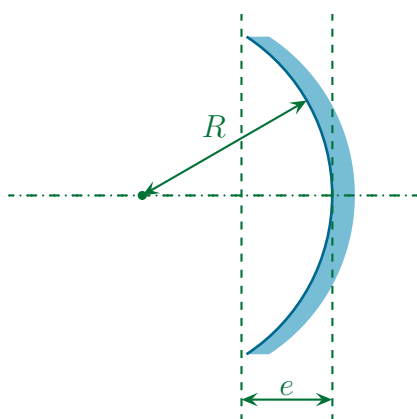
### I.3.i – présentation

#### ★ miroirs réels

- ◇ Un miroir sphérique est un miroir consistant une portion de sphère.



- ◇ Pour qu'un miroir soit mince il faut que  $e \ll R$ .



## ★ miroirs minces

◇ Un miroir sphérique mince ne sera **jamais** dessiné courbé.

Un miroir sphérique mince est schématisé de la manière suivante



- $C$  est le *centre* du miroir ;
- $S$  est le *sommet* du miroir ;
- $F$  et  $F'$  sont confondus ;
- $SF = \frac{SC}{2}$ .

Un miroir concave est convergent ( $f' < 0$ ) et un miroir convexe est divergent ( $f' > 0$ ).

◇ Pour s'assurer du caractère convergent ou divergent d'un miroir, il suffit de penser à ce que devient un faisceau parallèle incident.



Faire très attention avec les conventions de signes pour les distances focales ! Rappelons que pour avoir  $f' = \overline{SF'}$ , il **faut** albriger l'axe dans le sens d'arrivée de la lumière. Le problème est que le signe de  $\overline{SF'}$  dépend d'une convention arbitraire (le sens positif de l'axe) qui peut changer pour chaque personne, chaque exercice, alors que le signe de  $f'$  est « absolu » au sens où il dépend exclusivement de la nature du miroir.

◇ Quand il y a plusieurs miroirs, au moins l'un des deux n'a plus une convention cohérente avec le sens d'arrivée initial de la lumière. Il faut alors redoubler d'attention pour l'utilisation de lois algébriques (les relations de conjugaison par exemple).

## I.3.ii – construction de rayons

◇ Faisons quelques exemples sachant que :

- ① : un rayon qui arrive parallèlement à l'axe optique se réfléchit en direction de  $F'$  ;
- ② : un rayon qui arrive en direction <sup>3</sup> de  $F$  se réfléchit parallèlement à l'axe optique ;
- ③ : un rayon qui arrive en direction de  $C$  se réfléchit sur lui-même ;
- ④ : un rayon qui se réfléchit en  $S$  se réfléchit symétriquement par rapport à l'axe optique <sup>4</sup>.

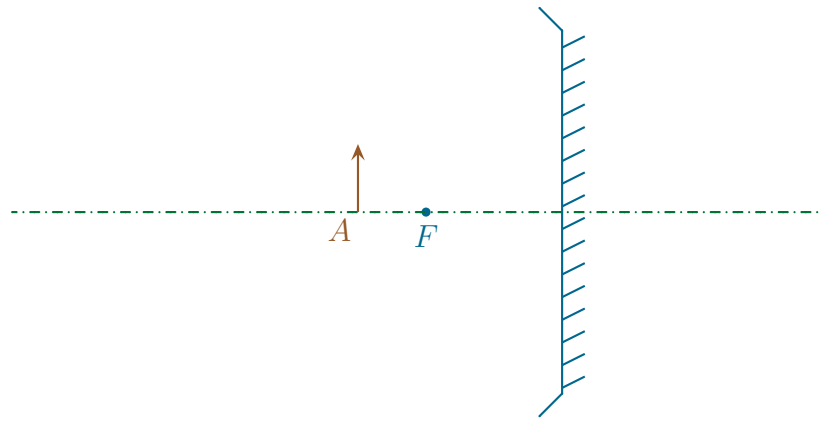
## ★ trouver l'image pour un miroir convergent

◇ Voici la situation de départ.

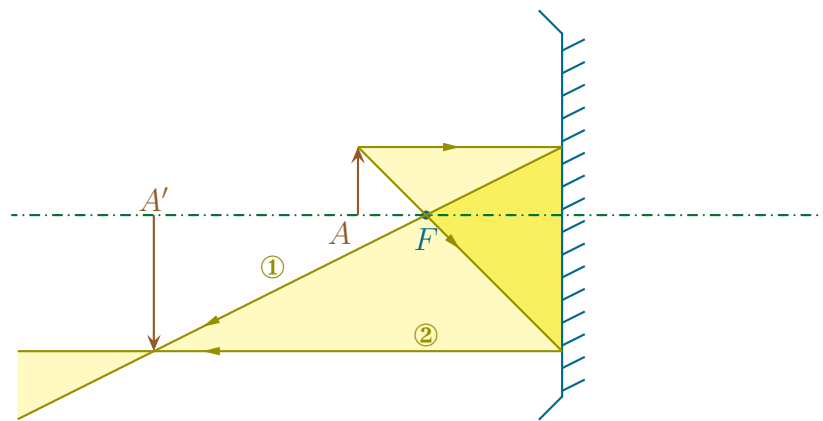
2. Ne surtout pas dire « en passant par ».

3. Ne surtout pas dire non plus « en passant par ». Une telle façon de parler provoque bien souvent des erreurs car cela engendre une envie (irrépressible ?) de faire passer le rayon lumineux par  $F$  alors que, parfois, ce n'est pas ce qui doit se passer.

4. C'est le seul cas où nous pouvons *voir* les lois de SNELL – DESCARTES à l'œuvre.

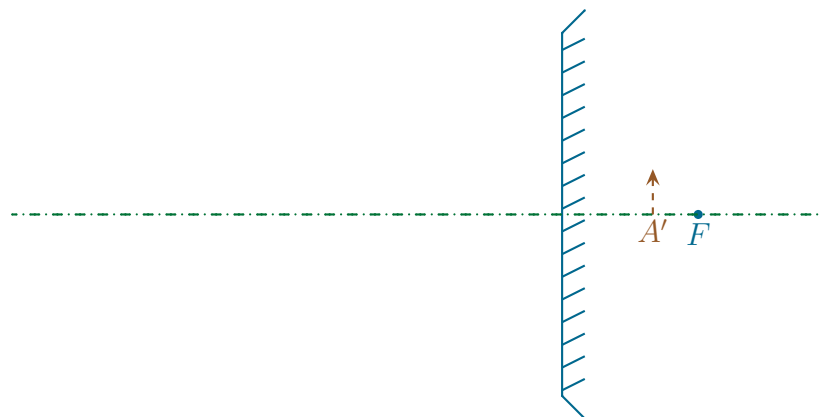


✧ Et voici la construction avec les références aux lois décrites ci-dessus.

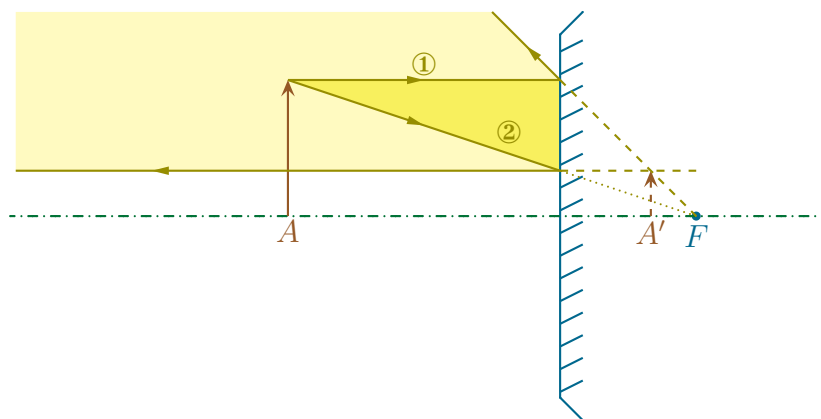


### ★ trouver l'objet pour un miroir divergent

✧ Voici la situation de départ.

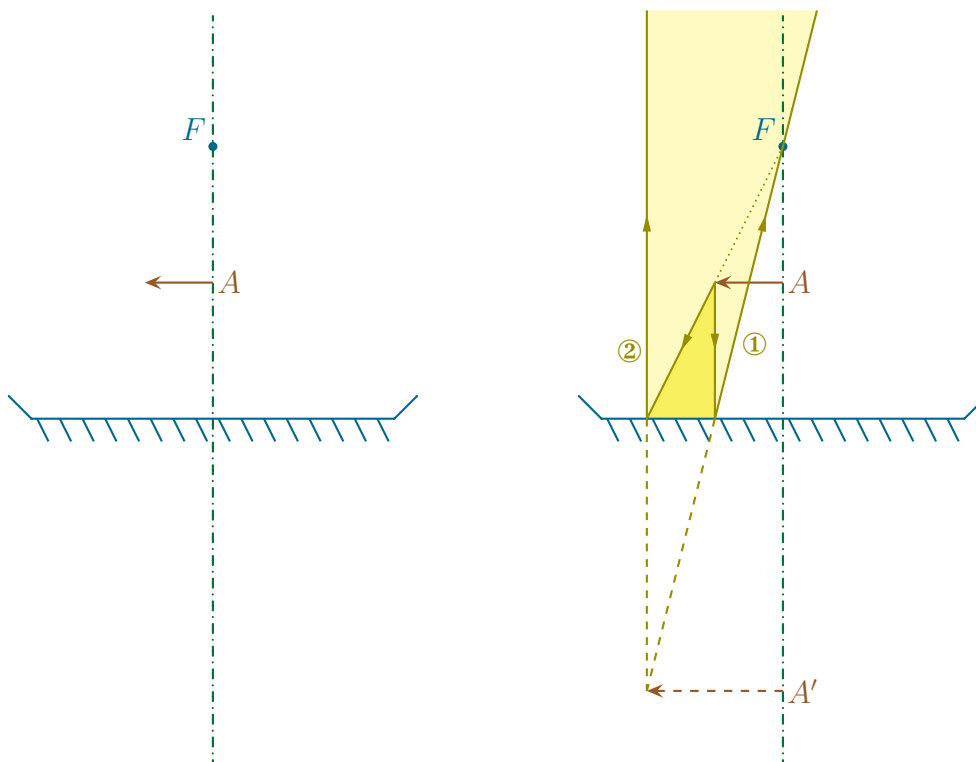


✧ Et voici la construction avec les références aux lois décrites ci-dessus.



★ ça marche dans tous les sens

- ◇ Prenons cette fois un axe optique vertical et cherchons l'image pour un miroir convergent.
- ◇ Et voici la construction avec les références aux lois décrites ci-dessus.



### I.3.iii – relations de conjugaison

★ relation de NEWTON

- ◇ La plus pratique, tant en exercice que qualitativement, est étrangement celle qui est la moins utilisée<sup>5</sup>.

Pour un miroir sphérique mince de foyers  $F$  et  $F'$ , les points  $A$  et  $A'$  sont reliés par

$$\overline{FA} \times \overline{F'A'} = +f'^2$$

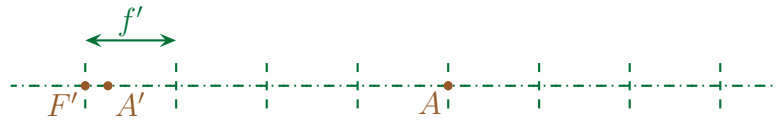
- ◇ La distinction  $F$  et  $F'$  est superflue pour un miroir sphérique car ces deux points sont confondus. Elle n'est faite que pour la symétrie avec la relation de conjugaison des lentilles minces.

5. L'auteur soupçonne un chauvinisme excessif qui nous apprendre davantage la relation de DESCARTES.

- ◇ Cette relation de conjugaison permet de trouver extrêmement vite le point conjugué d'un point image ou objet. Pour cela réécrivons la relation sous la forme

$$\underbrace{\frac{\overline{FA}}{f'}}_x \times \underbrace{\frac{\overline{F'A'}}{f'}}_y = 1 \quad \rightsquigarrow \quad x \times y = 1$$

- ◇ En comptant en terme de distances focales :
- objet et image sont du même côté de leurs foyers respectifs ;
  - si l'un des deux points conjugués est « tant » à droite de son foyer, l'autre est à « un sur tant » à droite de son foyer.
- ◇ Dans l'exemple suivant  $A$  est à 4 distance focale à droite de  $F$  donc  $A'$  est à  $1/4$  de distance focale à droite de  $F'$ .



- ◇ Le lecteur pourra vérifier la puissance de cette méthode en constatant quelle fonctionne quelle que soit la nature du miroir et le sens de la lumière<sup>6</sup>.

### ★ relation de DESCARTES

- ◇ Elles sont pratiques essentiellement en TP où les points  $A$ ,  $A'$  et  $S$  sont facilement accessibles.

Pour un miroir sphérique mince de foyer principal image  $F'$ , de sommet  $S$  et de centre  $C$  les points  $A$  et  $A'$  sont reliés par

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SF'}} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{1}{\overline{CF'}}$$

- ◇ Parce que l'algébrisation des grandeurs  $\overline{SA}$  ne correspond pas forcément à l'algébrisation associée à  $f'$  (surtout avec des miroirs qui peuvent changer le sens de parcours de la lumière), il vaut clairement mieux utiliser la forme précédente plutôt qu'une forme avec des  $f'$ .

## I.3.iv – hyperboles de conjugaison

### ★ intérêt

- ◇ Ces hyperboles représentent  $\overline{SA'}$  en fonction de  $\overline{SA}$  avec l'algébrisation conventionnelle (dans le sens d'arrivée de la lumière).
- ◇ Il est possible d'y lire :
- le caractère réel ou virtuel de l'objet et de l'image à travers le signe de l'abscisse et de l'ordonnée ;
  - le grandissement car la droite passant par l'origine et le « point de fonctionnement » optique a pour pente  $-\gamma$ .
- ◇ Ces hyperboles sont très pratiques pour l'analyse qualitative.
- ◇ Pour tracer une hyperbole de conjugaison, une méthode rapide consiste à :
- repérer l'asymptote verticale (qui correspond au foyer objet) ;
  - repérer l'asymptote horizontale (qui correspond au foyer image) ;

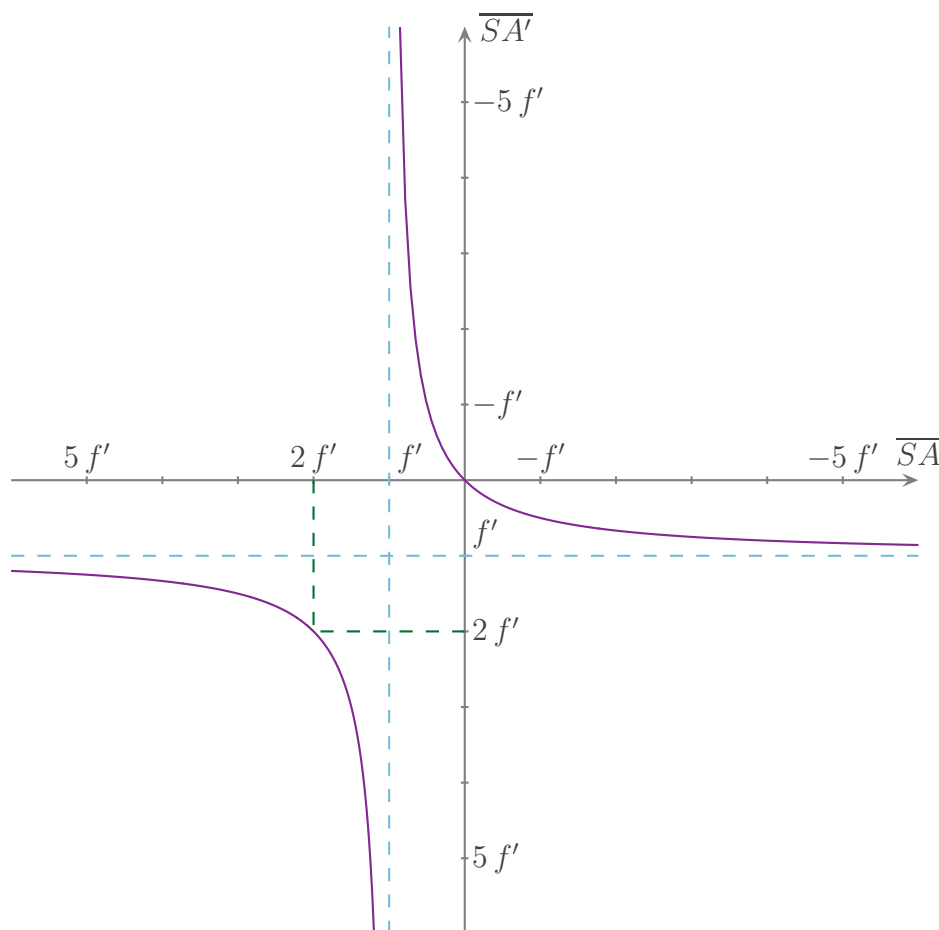
<sup>6</sup>. Un exemple de ce type avec les vérifications est disponible dans le chapitre 2 d'optique de première année du même auteur.

→ tracer les deux arcs d'hyperbole dans les deux bons cadrans, parmi les 4 délimités par les asymptotes, sachant que l'origine des axes fait partie de l'hyperbole.

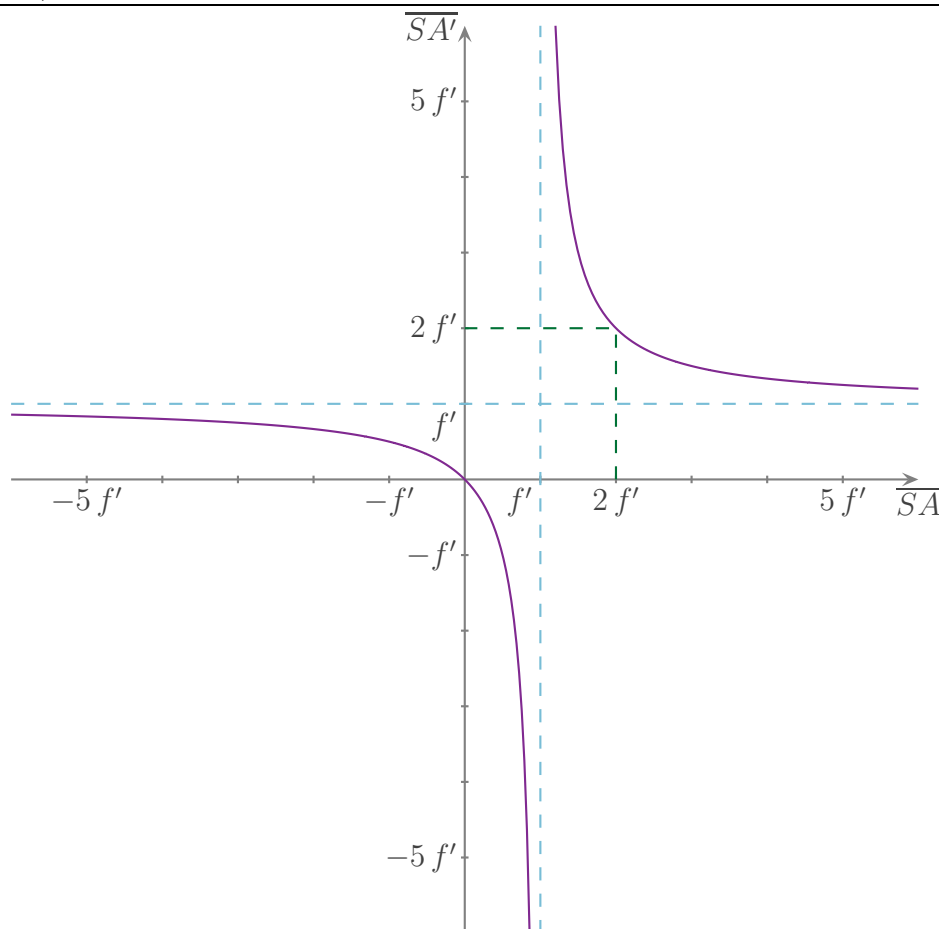
☕ *Remarque.* Il s'agit d'exactement la même méthode que pour tracer les hyperboles de conjugaison des lentilles minces.

### ★ les hyperboles

◇ Voici l'hyperbole de conjugaison d'un miroir convergent.

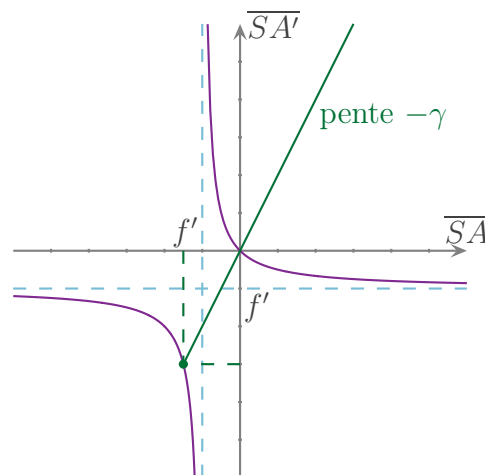
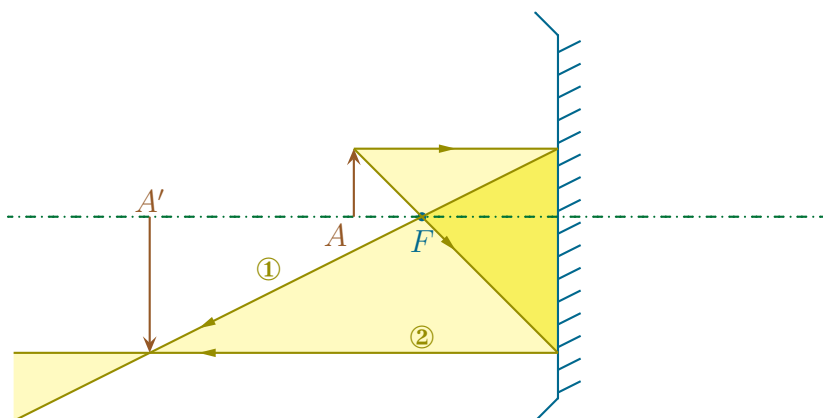


◇ Et voici l'hyperbole de conjugaison d'un miroir divergent.



### ★ exemple

◇ Traçons rapidement un exemple de construction d'une image à partir de l'objet.



◇ Vérifions sur l'hyperbole de conjugaison que :

- l'image est bien réelle ( $\overline{SA'} < 0$ ) ;
- l'image est bien renversée ( $\gamma < 0$ ) ;
- l'image est bien agrandie ( $|\gamma| > 1$ ).

## I.4 – Lentilles sphériques minces

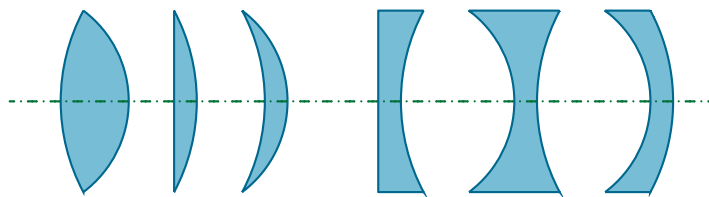
### I.4.i – présentation



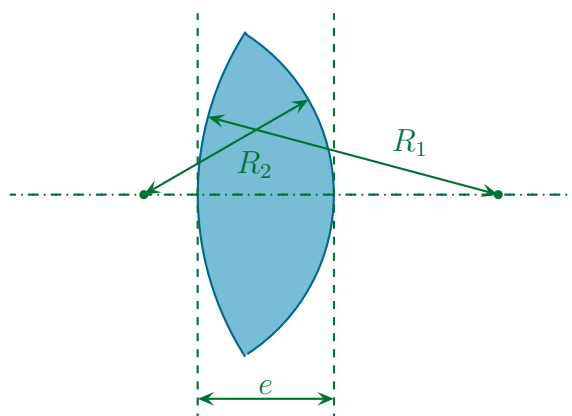
### ★ lentilles réelles

◇ Il existe deux grands types de lentilles

- les lentilles à bords minces ;
- les lentilles à bords épais.



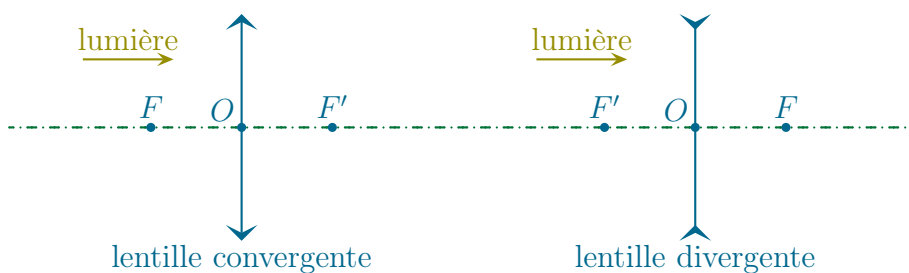
◇ Une lentille est dite mince lorsque son épaisseur  $e$  sur l'axe est telle que  $e \ll R$ .



### ★ lentilles minces

◇ Tout comme pour les miroirs sphériques, les lentilles minces ne seront **jamais** dessinées courbées.

Une lentille sphérique mince est schématisée de la manière suivante



- $O$  est le *centre* (optique) de la lentille ;
- $F$  et  $F'$  sont de part et d'autre de la lentille ;
- $O$  est le milieu de  $F$  et  $F'$ .

 Les positions de  $F$  et  $F'$  **dépendent** du sens d'arrivée de la lumière.

### ★ lentille convergente ou divergente ?

Utilisées dans l'air, les lentilles à bords minces (resp. à bords épais) sont convergentes (resp. divergentes).

- ◇ Comme les lentilles utilisent le phénomène de réfraction, leur vergence et leur nature dépendent de l'indice du milieu extérieure.
- ◇ Pour une lentille sphérique, la vergence est proportionnelle à  $n_{\text{mat}} - n_{\text{ext}}$

$$V = \frac{1}{f} = \kappa (n_{\text{mat}} - n_{\text{ext}})$$

- ◇ Ainsi avec un matériau usuel :  $n_{\text{mat}} \sim 1,5$  et  $n_{\text{air}} = 1$  soit  $V_2 \sim 0,5 \kappa$ .
- ◇ Cette même lentille plongée dans l'eau acquiert une vergence

$$n_{\text{eau}} = 1,33 \quad \rightsquigarrow \quad V_2 \sim 0,17 \kappa \quad \rightsquigarrow \quad \frac{V_2}{V_1} \sim 0,33 \quad \rightsquigarrow \quad \frac{f'_2}{f'_1} = 3$$

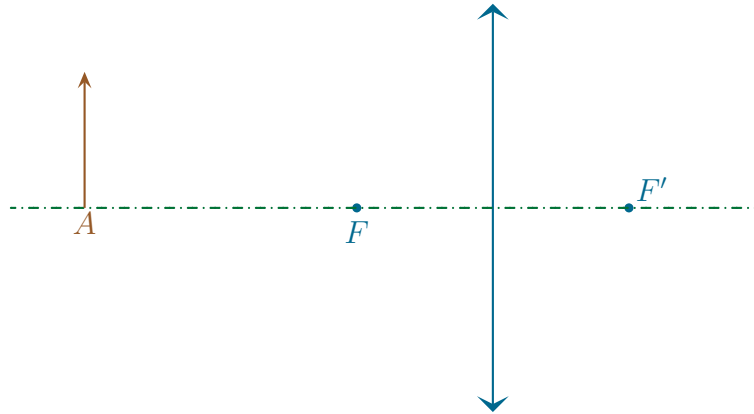
- ◇ Dans l'eau, la distance focale d'une lentille est multipliée par un facteur proche de 3.

### I.4.ii – construction de rayons

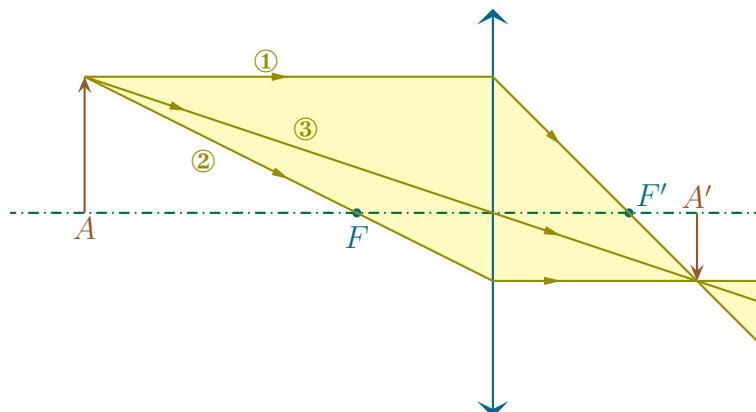
- ◇ Faisons quelques exemples sachant que :
  - ➔ ① : un rayon qui arrive parallèlement à l'axe optique est réfracté en direction de  $F'$  ;
  - ➔ ② : un rayon qui arrive en direction de  $F$  est réfracté parallèlement à l'axe optique ;
  - ➔ ③ : un rayon qui arrive en direction de  $O$  continue sa course tout droit.

### ★ trouver l'image pour une lentille convergente

- ◇ Voici la situation de départ.

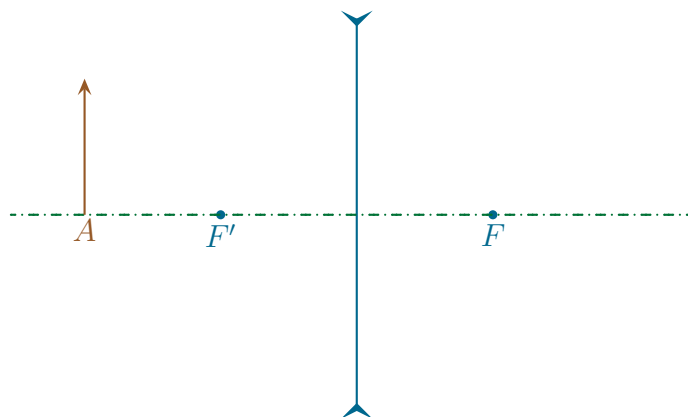


- ◇ Et voici la construction avec les références aux lois décrites ci-dessus.

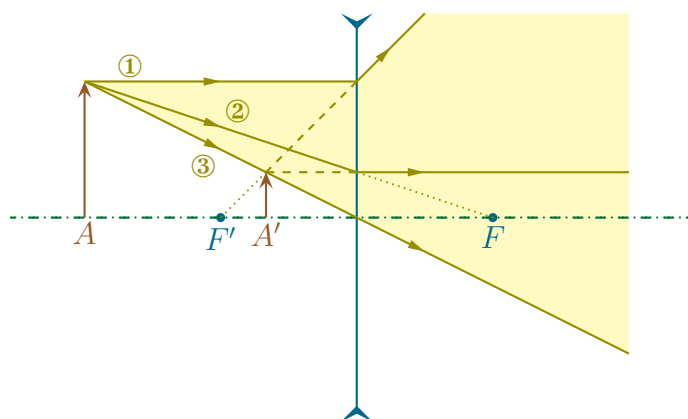


### ★ trouver l'objet pour une lentille divergente

◇ Voici la situation de départ.

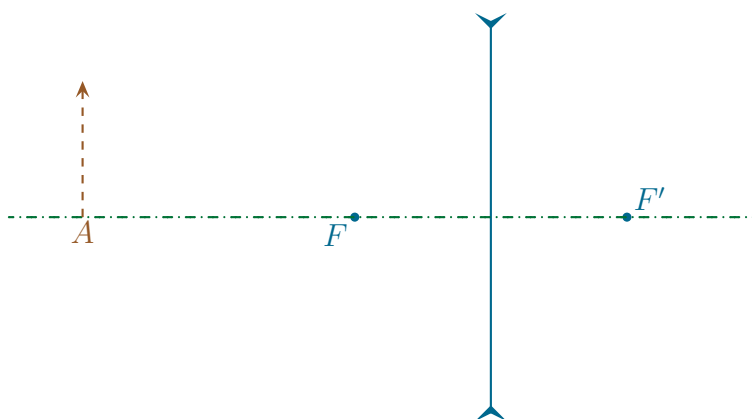


◇ Et voici la construction avec les références aux lois décrites ci-dessus.

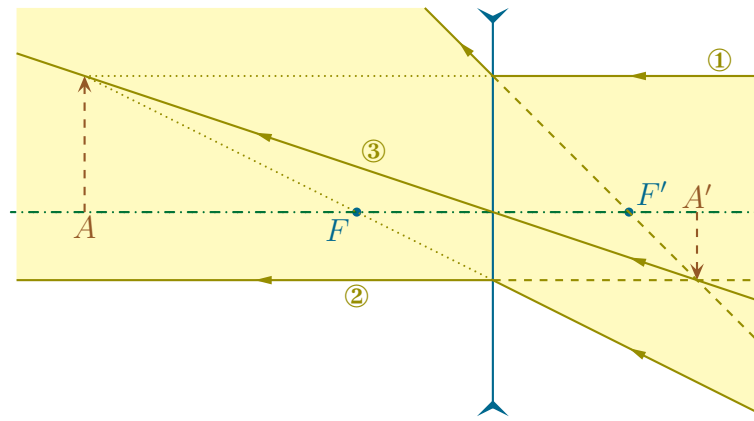


### ★ ça marche dans tous les sens, même pour la lumière

◇ Voici la situation de départ avec, pour une fois de la lumière qui vient de la droite.

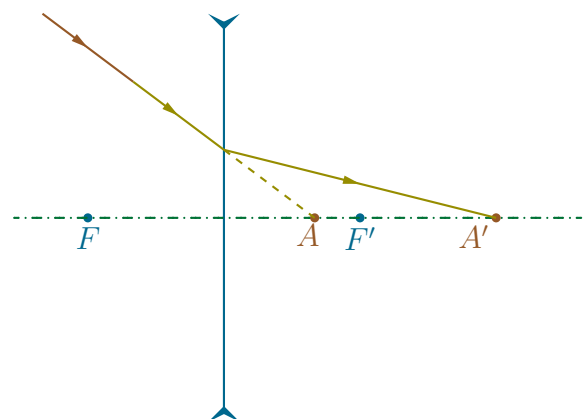
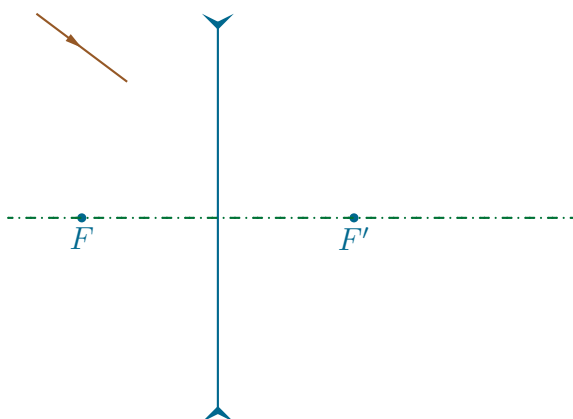
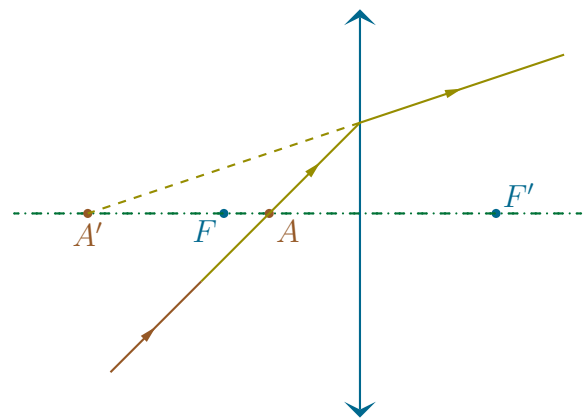
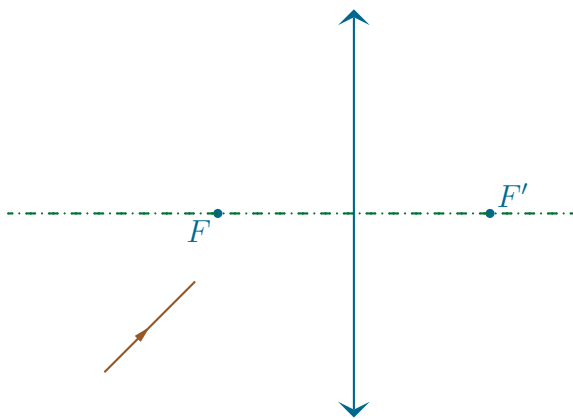


◇ Et voici la construction avec les références aux lois décrites ci-dessus.



### ★ la fin d'un rayon

- ◇ Pour tracer la fin d'un rayon quelconque, il y a plusieurs méthode.
- ◇ La plus simple est peut-être la suivante :
  - trouver l'objet ou l'image de point de l'axe optique associé au rayon (suivant qu'il est incident ou réfracté) ;
  - trouver le point conjugué par la relation de NEWTON ;
  - utiliser le stigmatisme.
- ◇ La méthode la plus classique consiste :
  - à tracer un rayon fictif parallèle au rayon initial et passant par le centre optique ;
  - dire que ce rayon fictif et le rayon initial définissent un point objet (ou image) à l'infini dont le conjugué est dans le plan focal idoine ;
  - trouver ce point conjugué par l'intersection du rayon fictif et du plan focal.
  - terminer par stigmatisme.
- ◇ Au lecteur de s'essayer.



### I.4.iii – relations de conjugaison

#### ★ relation de NEWTON

- ◇ La plus pratique, comme pour les miroirs, reste celle qui est la moins utilisée.

Pour une lentille sphérique mince de foyers  $F$  et  $F'$ , les points  $A$  et  $A'$  sont reliés par

$$\overline{FA} \times \overline{F'A'} = -f'^2$$

- ◇ Cette relation de conjugaison permet ici aussi de trouver extrêmement vite le point conjugué d'un point image ou objet. Pour cela réécrivons la relation de conjugaison se réécrit

$$\underbrace{\frac{\overline{FA}}{f'}}_x \times \underbrace{\frac{\overline{F'A'}}{f'}}_y = -1 \quad \rightsquigarrow \quad x \times y = -1$$

- ◇ En comptant en terme de distances focales :

- objet et image sont de part et d'autre de leurs foyers respectifs ;
- si l'un des deux points conjugués est « tant » à droite de son foyer, l'autre est à « un sur tant » à gauche de son foyer.

- ◇ Dans l'exemple suivant  $A$  est à 4 distances focales à droite de  $F$  donc  $A'$  est à  $1/4$  de distance focale à gauche de  $F'$ .



- ◇ Le lecteur pourra constater une fois de plus la puissance de cette méthode en vérifiant qu'elle fonctionne quelle que soit la nature de la lentille et du sens de la lumière.

#### ★ relation de DESCARTES

- ◇ Là aussi, elle est pratique essentiellement en TP où les points  $A$ ,  $A'$  et  $O$  sont facilement accessibles.

Pour une lentille sphérique mince de foyer principal image  $F'$ , de centre  $O$  les points  $A$  et  $A'$  sont reliés par

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

- ◇ Là aussi il faut faire attention à l'algébrisation associée à  $f'$  qui ne correspond pas forcément à l'algébrisation associée à l'axe optique.

### I.4.iv – hyperboles de conjugaison

#### ★ intérêt

- ◇ Ces hyperboles représentent  $\overline{OA'}$  en fonction de  $\overline{OA}$  avec l'algébrisation conventionnelle (dans le sens d'arrivée de la lumière).

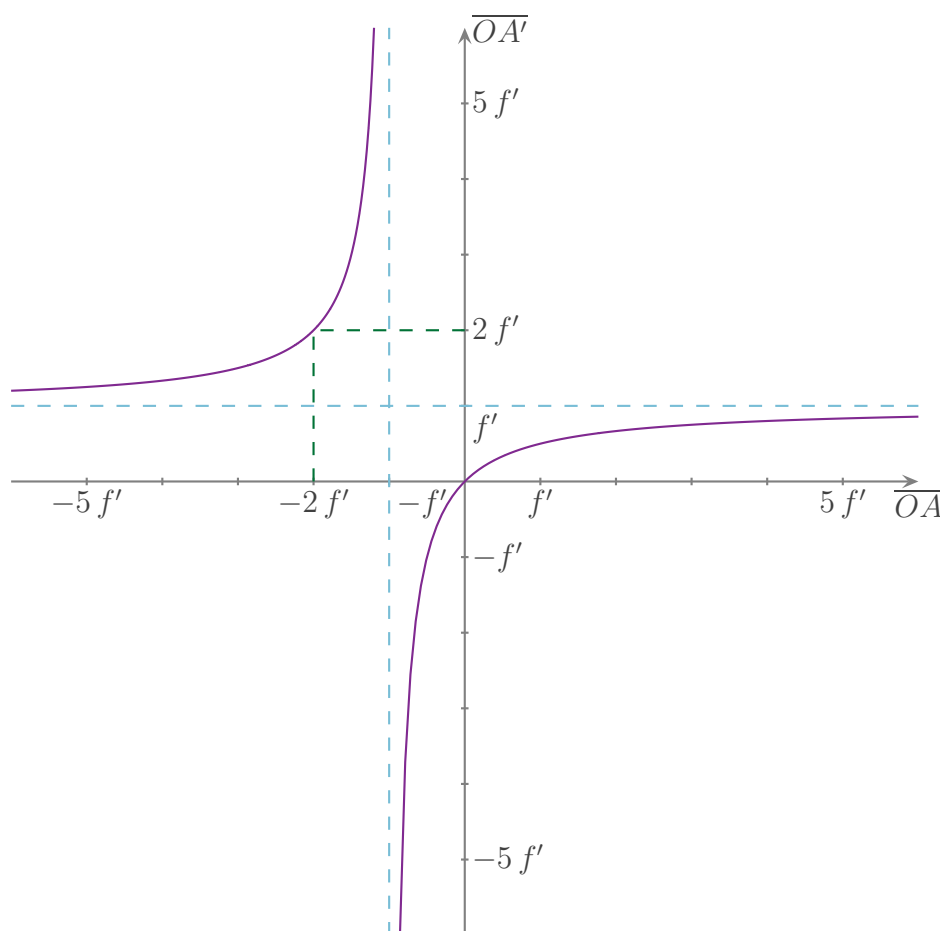
- ◇ Il est possible d'y lire :

- le caractère réel ou virtuel de l'objet et de l'image à travers le signe de l'abscisse et de l'ordonnée ;
- le grandissement car la droite passant par l'origine et le « point de fonctionnement » optique a pour pente  $+\gamma$  (contrairement aux miroirs pour lesquels la pente était  $-\gamma$ ).

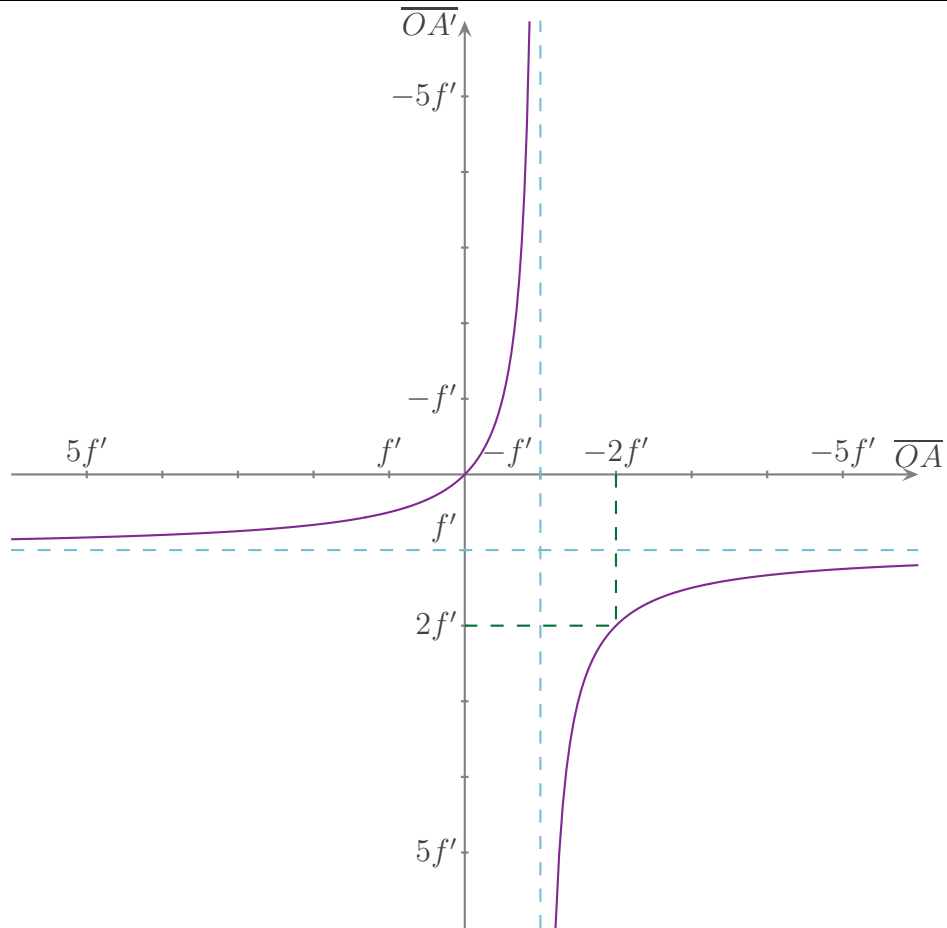
- ◇ Ces hyperboles sont très pratiques pour l'analyse qualitative.
- ◇ Pour tracer une hyperbole de conjugaison, il s'agit de la même méthode rapide que celle utilisée pour les miroirs :
  - repérer l'asymptote verticale (qui correspond au foyer objet) ;
  - repérer l'asymptote horizontale (qui correspond au foyer image) ;
  - tracer les deux arcs d'hyperbole dans les deux bons cadrans parmi les 4 délimités par les asymptotes sachant que l'origine des axes fait partie de l'hyperbole.

### ★ les hyperboles

- ◇ Voici l'hyperbole de conjugaison d'une lentille convergente.



- ◇ Et voici l'hyperbole de conjugaison d'une lentille divergente.



◇ Le lecteur vérifiera sur des exemples de son choix l'interprétation fournie par les hyperboles de conjugaison.

## II – Modèle scalaire de la lumière

### II.1 – Propagation de l'onde

#### II.1.i – amplitude scalaire

##### ★ présentation, notation

- ◇ Comme nous le verrons plus tard, la lumière est une onde et à ce titre elle se propage.
- ◇ Contrairement au câble coaxial ou à la corde pour lesquels l'onde était guidée, ici, avec la lumière nous devons « matérialiser » ou plutôt « dessiner » les chemins où est passé la lumière.

Un *chemin de lumière* est le chemin qu'emprunte de la lumière pour se propager. Il est souvent dessiné sous la forme d'un rayon lumineux mais il est préférable de le représenter en pointillés pour ne pas le confondre avec un « vrai » rayon lumineux.



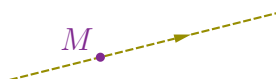
Il y a de la lumière (donc de l'énergie) en tout point d'un *rayon lumineux*.

- ◇ La différence entre un chemin de lumière et un rayon lumineux ? Aucune dans le cadre de l'optique géométrique.
- ◇ En revanche, dans le cadre de l'optique ondulatoire, la superposition de deux rayons lumineux n'est plus un rayon lumineux puisqu'il est possible d'avoir

$$\text{lumière} + \text{lumière} = \text{ombre}$$

- ◇ Malgré tout, la tradition continue à représenter les chemins de lumière comme des rayons lumineux, ce qui est source de confusion, notamment en diffraction.
- ◇ Que le lecteur note aussi que malgré le soin apporté par l'auteur à son cours, il peut arriver parfois que des chemins de lumières soient représentés en traits plein pour des raisons d'habitude, de facilité ou de lisibilité ou d'inadvertance.

En tout point d'un chemin de lumière, l'onde lumineuse a une *amplitude scalaire*  $s(M,t)$  qui se propage.



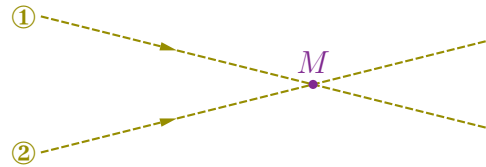
- ◇ L'amplitude scalaire équivaut à la projection du champ  $\vec{E}$  sur un axe orthogonal à la propagation.



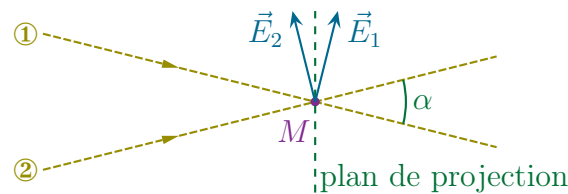
## ★ propriétés

Au croisement de deux chemins de lumière, les amplitudes scalaires s'ajoutent.

$$s(M,t) = s_1(M,t) + s_2(M,t)$$



✧ Pour que les deux vecteurs  $\vec{E}$  s'ajoutent correctement (*i.e.* sans effet de projection), il faut que les deux chemins de lumière se croisent avec un angle suffisamment faible pour pouvoir faire l'approximation  $\cos \alpha \sim 1$ .

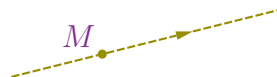


## ★ cas d'une OPPM

Pour une OPPM, la phase s'écrit

$$s(M,t) = A(M) \times \cos(\omega t - \varphi(M)) \quad \text{où :}$$

- $A(M)$  est l'amplitude de l'onde qui décroît avec la propagation ;
- $\varphi(M)$  est la phase (ou le retard de phase) due à la propagation.



✧ Rappelons que, pour une OPPM :

- $\omega$  est la pulsation,  $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$  est la fréquence et  $T = \frac{1}{\nu}$  la période ;
- $k$  est le vecteur d'onde,  $\sigma = \frac{k}{2\pi}$  est le nombre d'ondes et  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  la longueur d'onde ;
- $\omega = k v_\varphi$  et  $n = \frac{c}{v_\varphi}$  ce qui donne  $\omega \times n = k c$ .

Dans un milieu d'indice  $n$ , nous avons

$$k = n k_0 \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad \text{où}$$

$k_0$  et  $\lambda_0$  sont le vecteur d'onde et la longueur d'onde dans le vide.

✧ En ce qui concerne la notation complexe, en optique nous adopterons la convention

$$\cos() \longrightarrow e^{-j()}$$

Pour une onde monochromatique (pas forcément plane) :

- $s(M,t) = A(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$  ;
- $\underline{s}(M,t) = A(M) e^{j(\varphi(M) - \omega t)}$  ;
- $\underline{s}(M,t) = \underline{A}(M) e^{-j\omega t}$ .

◇ Dans la suite nous travaillerons quasi exclusivement avec l'amplitude scalaire  $\underline{A}(M) = A(M) e^{j\varphi(M)}$ .

## II.1.ii – phase en un point d'un chemin de lumière

### ★ milieu de propagation

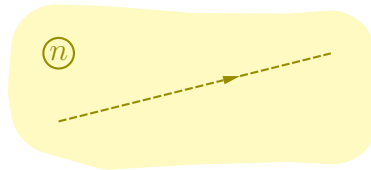
◇ Le milieu de propagation de la lumière sera supposé :

- isotrope ;
- homogène ;
- non dissipatif ;
- linéaire.

◇ Il s'agit là d'hypothèses de base, systématiquement sous-entendues. Nous pourrions éventuellement revenir sur l'une ou l'autre mais toujours en l'explicitant.

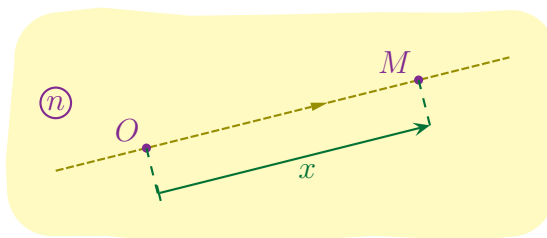
### ★ expression de la phase

Dans un milieu homogène, les chemins de lumière sont rectilignes.



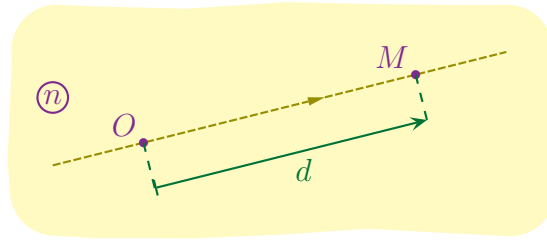
◇ C'est donc un peu comme un rayon lumineux.

Pour une onde monochromatique dans un milieu usuel, l'amplitude scalaire s'écrit  
 $s(M,t) = A(M) \cos(\omega t - k x - \varphi(O))$       ou       $s(M,t) = A(M) \cos(\omega t - k_0 n x - \varphi(O))$



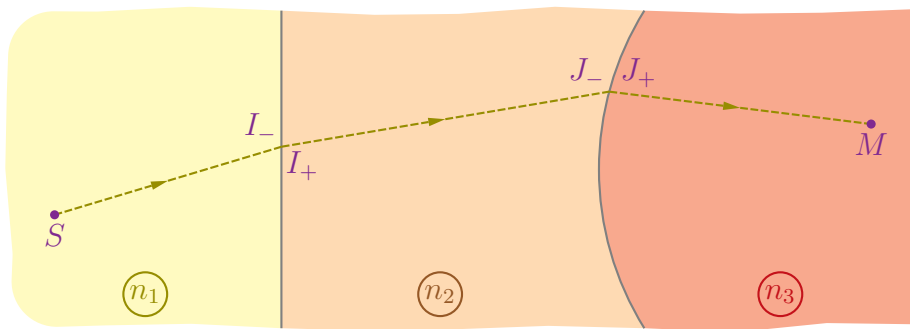
Pour  $M$  situé  $d$  plus loin que  $O$  et sur le même chemin de lumière rectiligne, nous pouvons écrire

$$\varphi(M) = \varphi(O) + n k_0 d$$



### ★ traversée de plusieurs milieux

◇ Regardons la situation et notons  $I$  et  $J$  les points où le rayon lumineux est réfracté.



La phase, sur un chemin de lumière, est continue à la traversée d'un dioptre.

◇ Nous démontrerons ce résultat dans le dernier chapitre d'électromagnétisme.

◇ Nous avons ainsi

$$\begin{aligned}\varphi(M) &= \varphi(J^+) + k_0 n_3 J^+ M \\ \varphi(J^+) &= \varphi(J^-) = \varphi(I^+) + k_0 n_2 I^+ J^- \\ \varphi(I^+) &= \varphi(I^-) = \varphi(S) + k_0 n_1 S I^-\end{aligned}$$

◇ Et en regroupant, cela nous donne

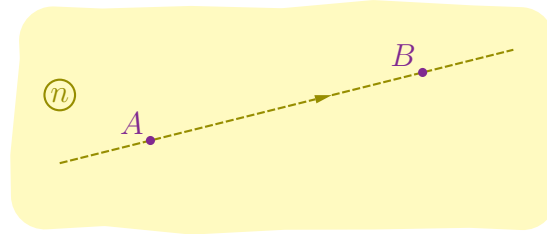
$$\varphi(M) = \varphi(S) + k_0 (n_1 S I + n_2 I J + n_3 J M)$$

### II.1.iii – chemin optique

## ★ définition simplifiée

Dans un milieu homogène, le *chemin optique* parcouru par la lumière entre deux points  $A$  et  $B$  s'écrit

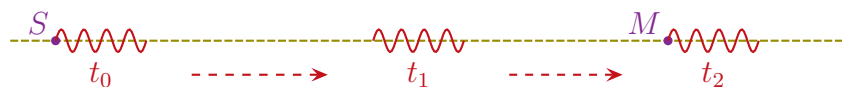
$$(AB) = n AB$$



## ★ interprétation, utilité

Le chemin optique  $(AB)$  entre deux points  $A$  et  $B$  représente la distance qu'aurait parcouru la lumière dans le vide pendant la durée utilisée pour aller effectivement de  $A$  à  $B$ .

◇ Imaginons un paquet d'onde qui passe en  $S$  à l'instant  $t = 0$  et en  $M$  à l'instant  $t_2$ .



◇ La durée de propagation vaut

$$t_2 = \frac{SM}{v_\varphi} \quad \text{et} \quad n = \frac{c}{v_\varphi} \quad \rightsquigarrow \quad t_2 = \frac{n SM}{c} = \frac{(SM)}{c} \quad \rightsquigarrow \quad (SM) = t_2 c$$

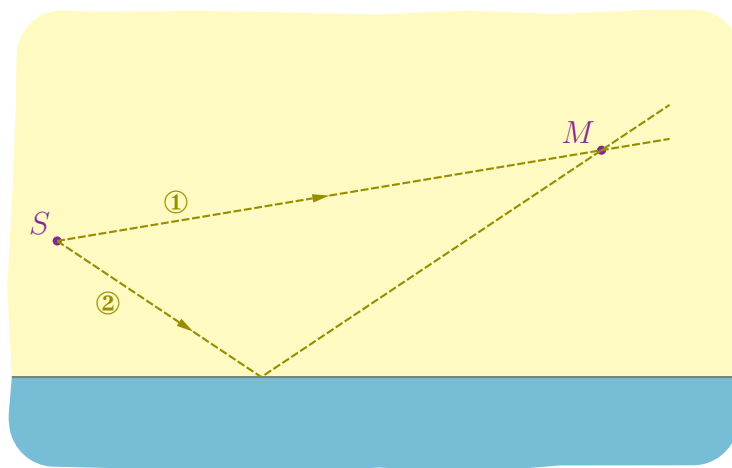
Le chemin optique permet de transposer en terme géométrique des problèmes temporels.

- ◇ Autrement dit, les questions de « Qui arrive avant qui ? » sont remplacées par des questions de type « Qui a parcouru le plus long chemin ? ».
- ◇ L'avantage est considérable puisqu'il est très facile de représenter sur un papier un schéma représentant les chemins parcourus alors qu'il est très difficile (impossible même) de dessiner une vidéo montrant l'aspect temporel du problème.

## ★ déphasage

- ◇ Si à une différence de temps nous pouvons associer un déphasage, nous allons faire de même pour les chemins optiques.

La *différence de marche* notée  $\delta$  est la différence entre deux chemins optiques.



◇ Comme nous le verrons, le signe d'une différence de marche n'a pas d'interprétation intrinsèque mais est lié au choix du chemin de lumière de référence.

$\delta = \lambda_0$	$\Delta t = T$ et $\Delta\varphi = 2\pi$
$\delta = \frac{\lambda_0}{2}$	$\Delta t = \frac{T}{2}$ et $\Delta\varphi = \pi$
$\delta = \frac{\lambda_0}{4}$	$\Delta t = \frac{T}{4}$ et $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$

### II.1.iv – cas exceptionnels de déphasage supplémentaire

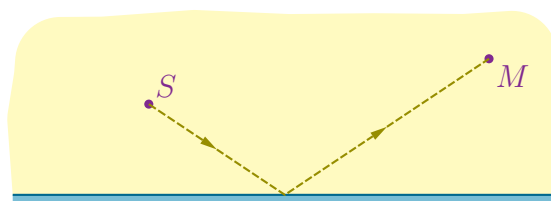
◇ Rappelons qu'il n'y a pas de déphasage lors d'une réfraction.

Il y a un déphasage supplémentaire de  $\pi$   
(ou une différence de marche supplémentaire de  $\lambda_0/2$ ) lorsque :

- il y a réflexion sur un miroir ;
- il y a une réflexion « vitreuse » (*i.e.* une réflexion sur un milieu plus réfringent) ;
- il y a passage par un point de convergence.

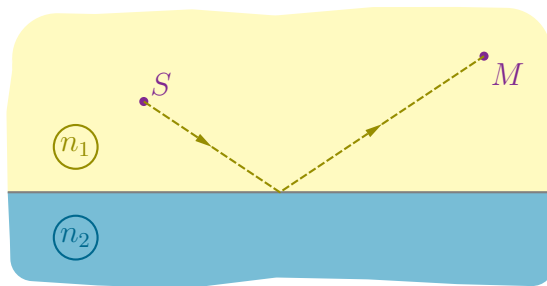
◇ Pour le miroir cela donne

$$(SM) = n SI + \underbrace{\frac{\lambda_0}{2}}_{\text{miroir}} + n IM$$



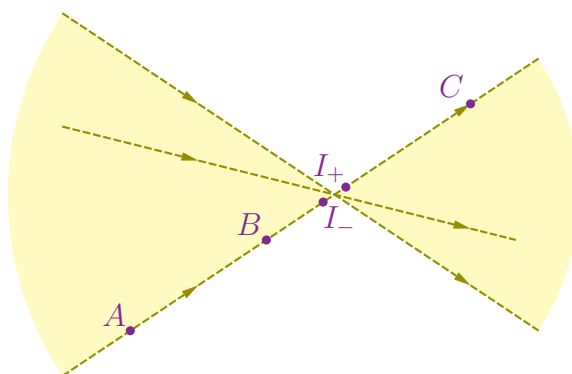
◇ Pour la réflexion vitreuse cela donne

- si  $n_1 > n_2$  :  $(SM) = n_1 SI + \text{rien} + n_1 IM$  ;  
 → si  $n_1 < n_2$  :  $(SM) = n_1 SI + \frac{\lambda_0}{2} + n_1 IM$ .



✧ Pour le point de convergence, nous avons

$$(AC) = n AC + \frac{\lambda_0}{2}$$



## II.2 – Surfaces d'onde

### II.2.i – définition

Une *surface d'onde* est une surface sur laquelle tous les points sont en phase à un instant fixé.

- ✧ Une surface d'onde est donc une surface « isophas ».  
 ✧ Ce n'est pas parce que la phase est définie à  $2\pi$  près que les points  $A$  et  $B$  ci-dessous sont en phase.



- ✧  $A$  et  $B$  ne sont **pas** sur la même surface d'onde.

### II.2.ii – théorème de MALUS

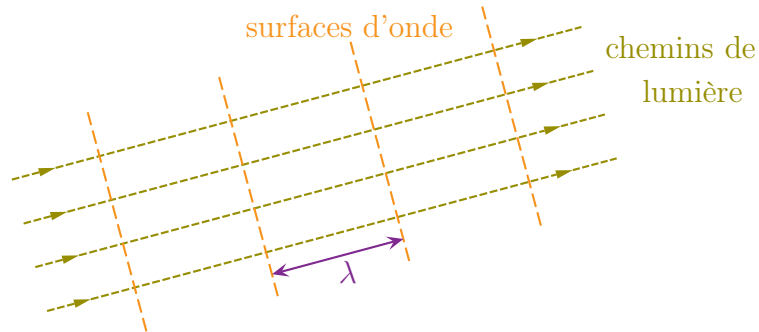
- ✧ C'est un théorème admis.

Les rayons lumineux sont orthogonaux aux surfaces d'onde.

- ✧ Là, il s'agit bien de rayons lumineux.
- ✧ C'est tout à fait analogue à l'électrostatique où les lignes de champ  $\vec{E}$  sont orthogonales aux isopotentiels.

### II.2.iii – ondes planes

Une onde est *plane* lorsque toutes ses surfaces d'onde sont planes.

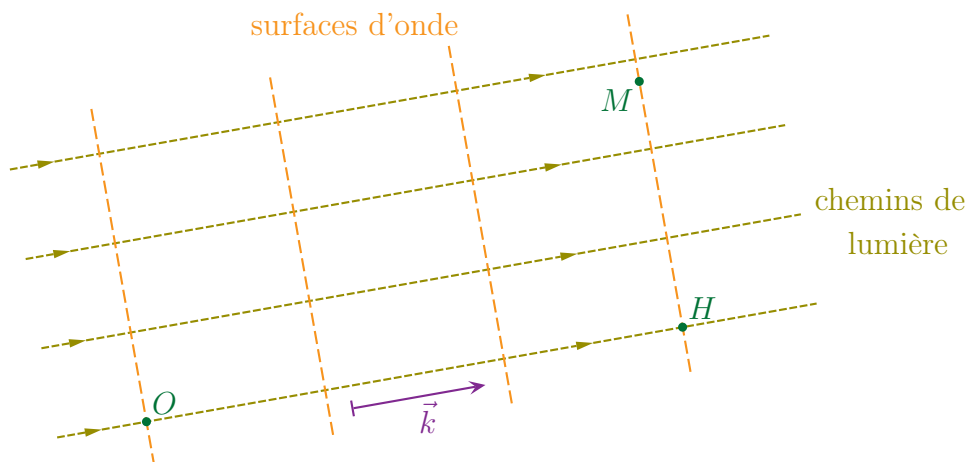


- ✧ Nous voyons sur la construction ci-dessus qu'une onde plane provient de rayons parallèles.

Une onde plane est engendrée par une source **ponctuelle** à l'infini.

La phase d'une onde plane peut s'écrire sous la forme

$$\varphi(M) = \varphi(O) + \vec{k} \cdot \overrightarrow{OM}$$

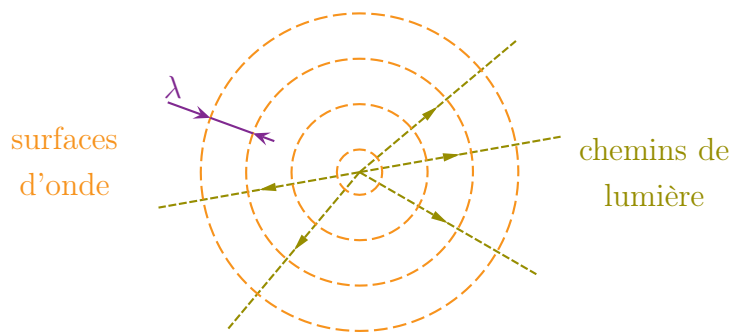


- ✧ En effet, avec les notations du schéma ci-dessus nous avons

$$\begin{aligned}
 \varphi(M) &= \varphi(H) \\
 &= \varphi(O) + \frac{2\pi}{\lambda_0} \times (OH) \\
 &= \varphi(O) + \frac{2\pi}{\lambda_0} \times n \times OH \\
 &= \varphi(O) + k \times \vec{u} \cdot \overrightarrow{OM} \\
 &= \varphi(O) + \vec{k} \cdot \overrightarrow{OM}
 \end{aligned}$$

### II.2.iv – ondes sphériques

Une onde est *sphérique* lorsque toutes ses surfaces d'onde sont sphériques centrées sur le même point.



Une onde sphérique correspond à onde émise par une source **ponctuelle** à distance finie située au centre des sphères des surfaces d'onde.

Pour une onde sphérique :

- l'amplitude diminue en  $\frac{1}{SM}$  où  $SM$  est la distance source / point considéré ;
- la phase s'écrit  $\varphi(M) = \varphi(S) + k_0 (SM)$ .

- ◇ Nous démontrerons ces résultats dans le chapitre sur l'électromagnétisme traitant des ondes.
- ◇ Rappelons simplement qu'ici la diminution de l'amplitude correspond à de l'atténuation sans absorption.

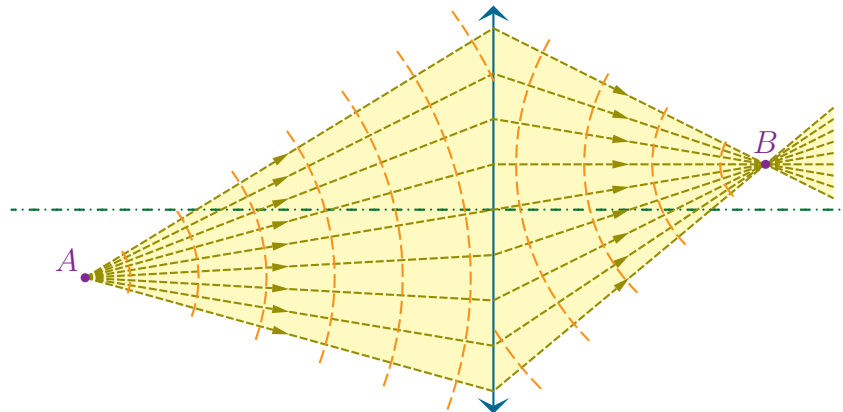
### II.2.v – effet des lentilles

Entre deux points conjugués  $A$  et  $B$  par un système optique, le chemin optique entre  $A$  et  $B$  est le même *quel que soit* le chemin de lumière emprunté.

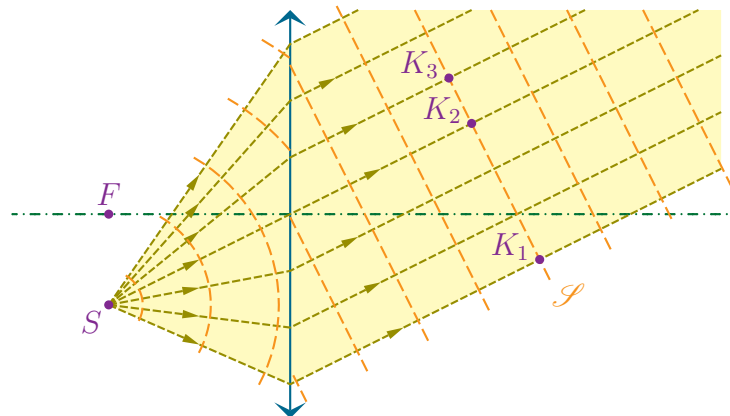
- ◇ Il s'agit là d'un résultat très utile pour calculer des chemins optiques à travers des systèmes optiques schématisés.



- ◇ L'explication est presque évidente sur un schéma.
- ◇ Prenons deux points conjugués à distance fini et dessinons les rayons lumineux puis les surfaces d'onde.



- ◇ Nous voyons alors que si  $A$  correspond à une « surface d'onde » puisqu'il est la source, alors  $B$  est aussi sur une surface d'onde ce qui implique que tous les ondes arrivent avec la même phase donc ont parcouru le même chemin optique.
- ◇ La plupart du temps nous utiliserons cette propriété dans le cas où  $B$  est à l'infini.



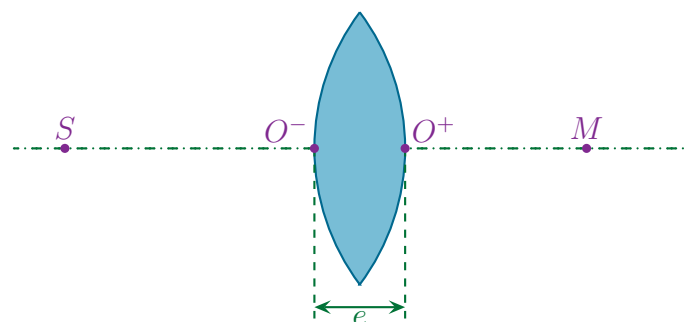
- ◇ En n'importe lequel des points situés sur la surface  $\mathcal{S}$ , à savoir  $K_1, K_2 \dots$  nous avons

$$(SK1) = (SK2) = (SK3) = \dots$$



Si nous savons que le chemin optique est le même quel que soit le chemin de lumière emprunté, nous ne pouvons pas connaître la valeur de ce chemin optique car il dépend de l'épaisseur de la lentille, épaisseur qui n'est jamais représentée sur les schémas.

$$(SM) = (SO^-) + (O^-O^+) + (O^+M) \quad \rightsquigarrow \quad (SM) = n_{\text{air}} SO^- + n_{\text{lentille}} e + n_{\text{air}} O^+M$$



- ✧ Le lecteur pourra réfléchir à l'explication, en terme d'onde et de chemin optique, du lien entre la forme d'une lentille (bord mince ou épais) avec sa nature (convergente ou divergente).
- ⚠ En fait le point conjugué par une système optique correspond au point où toutes les portions d'ondes émises par le point source interfèrent constructivement.

## II.3 – Éclairement

### II.3.i – puissance instantanée

- ✧ Nous verrons plus tard en électromagnétisme que l'énergie volumique contenue dans une onde électromagnétique s'écrit, en un point fixé de l'espace,

$$e(t) \propto E^2(t)$$

- ✧ Comme nous l'avons vu dans les chapitres précédent, dans le cas du phénomène de propagation, la puissance transportée est proportionnelle à l'énergie contenue.




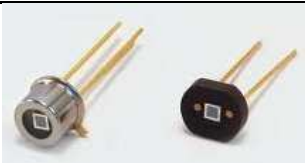
L'*éclairement* est la puissance surfacique transportée par l'onde lumineuse et s'écrit

$$\mathcal{E}(M,t) = \kappa s^2(M,t)$$

- ✧ Cet éclairement est en  $\text{W.m}^{-2}$  mais, comme nous le verrons, expérimentalement nous ne mesurons jamais (ou si peu) la valeur numérique de la puissance : nous ne mesurerons que des *variations* d'éclairement.
- ✧ Ceci explique le fait que la constante  $\kappa$  n'a aucun intérêt physique.
- ⚠ L'éclairement n'est autre que  $\vec{\Pi} \cdot \vec{n}$  avec  $\vec{\Pi}$  le vecteur de POYNTING et  $\vec{n}$  la normale à la surface d'observation.

### II.3.ii – visuellement

- ✧ Pour observer la lumière, il faut naturellement un capteur. Il en existe différents types dont les plus courants sont les suivants.

capteur	photographie	temps de réaction
photorésistance	 subaru.univ-lemans.fr	1 s
œil	 www.photo-libre.fr	0,1 s
CCD	 www.cours-photophiles.com	$10^{-3}$ s
photodiode	 www.epn-online.com	$10^{-6}$ s

capteur	photographie	temps de réaction
photomultiplicateur	 www.hofstragroup.com	$10^{-9}$ s

◇ Étant donné que les fréquences lumineuses sont de l'ordre de  $10^{15}$  Hz cela pose un « léger soucis ».

L'éclairement instantané est inaccessible expérimentalement.

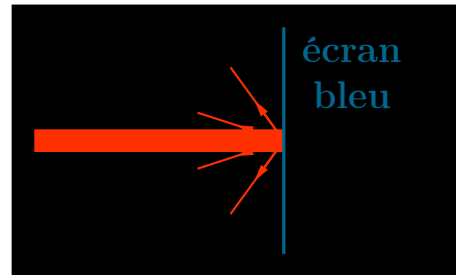
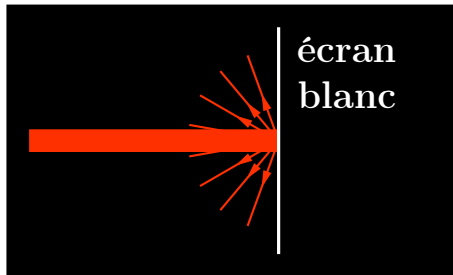
L'*éclairement* en optique sera toujours compris comme la valeur moyenne de l'éclairement instantané.

$$\mathcal{E}(M) = \kappa \left\langle s^2(M, t) \right\rangle \quad \text{ou} \quad \mathcal{E}(M) = \kappa \left| \underline{s}^2(M) \right|$$

### II.3.iii – intensité

L'*intensité* d'une onde lumineuse est la puissance surfacique émise par une source.

- ✧ Pour une source dite primaire, éclairement et intensité sont deux notions identiques mais il n'en est pas de même pour des sources secondaires.
- ✧ Prenons ainsi une radiation rouge arrivant sur un écran blanc puis un écran bleu.



- ✧ Dans le premier cas, l'intensité est loin d'être non nulle alors que dans le 2<sup>e</sup> cas seule une faible fraction de l'éclairement est réémis.

L'intensité est proportionnelle à l'éclairement.

- ✧ De manière pratique il y a **très souvent** une confusion entre intensité et éclairement ce qui, en soi, n'est pas grave puisque, sauf exception que le rédacteur que je suis n'a jamais rencontrée, nous traiterons toujours des problèmes avec des écrans blancs pour lesquels la constante de proportionnalité entre éclairement et intensité ne dépend pas de la radiation.
- ✧ Dans toute la suite, nous calculerons et raisonnerons toujours avec l'éclairement, **même si** l'énoncé parle d'intensité.

## II.4 – Sources lumineuses

### II.4.i – source monochromatique

- ✧ Aucune source n'est parfaitement monochromatique mais c'est le laser qui s'en approche le plus.
- ✧ LASER est un acronyme qui signifie « Light Amplified by Stimulated Emission Radiation »

La longueur d'onde du LASER rouge Hélium – Néon utilisé en TP vaut  $\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$ .

- ✧ L'idée du LASER est d'envoyer une radiation correspondant à une transition entre deux états électroniques pour lesquels les électrons sont *déjà* excités.
- ✧ S'en suit alors une désexcitation « stimulée » par le photon incident qui a pour caractéristique de créer un photon identique à lui-même.
- ✧ Le rendement des LASER est plus que très faible : de 10 W à l'entrée (pour un LASER de TP) il ne ressort « que » 1 mW.
- ✧ Expérimentalement nous pouvons considérer que le spectre se réduit à une raie même si ce n'est pas exactement le cas.

## II.4.ii – lampes spectrales

- ✧ Ce sont les lampes à sources de raies.
- ✧ Les électrons sont excités par une décharge électrique et la désexcitation est spontanée.

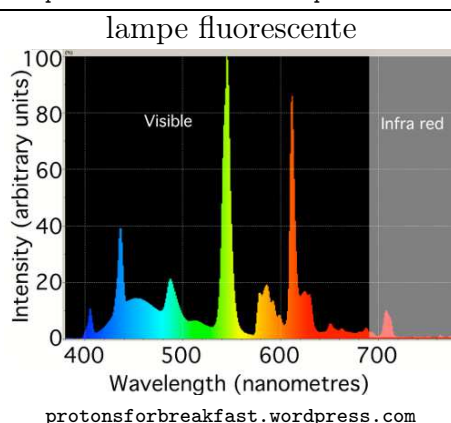
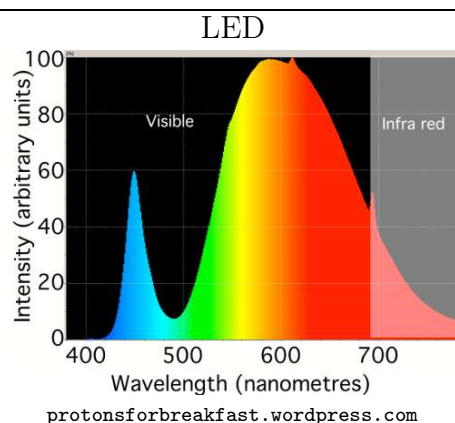
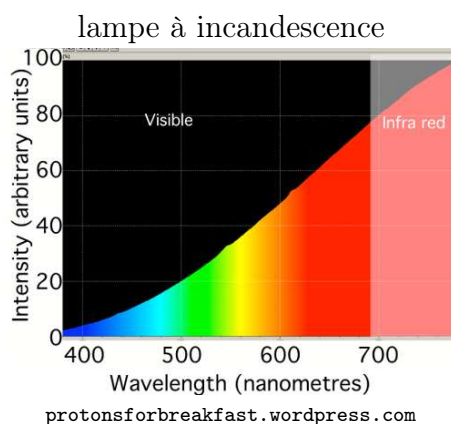
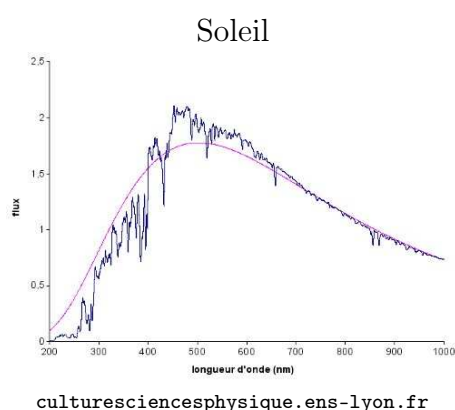
Le doublet jaune orange de la lampe à vapeur de sodium correspond à  $\lambda = 589,0$  nm et  $\lambda = 589,6$  nm.

Le doublet jaune de la lampe à vapeur de mercure correspond à  $\lambda = 577$  nm et  $\lambda = 579$  nm.

- ✧ Le spectre est un ensemble de raies à des fréquences très précises caractéristique de l'élément utilisé.
- ☞ *Remarque.* La mesure précise des longueurs d'onde émises par les étoiles lointaine permettent de connaître leurs compositions et leurs vitesses par rapport à nous.

## II.4.iii – lumière « blanche »

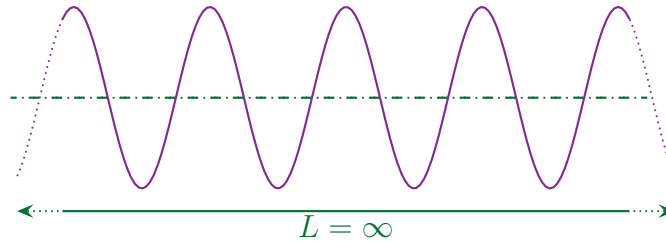
- ✧ Quand la température d'un corps s'élève, celui-ci émet spontanément de la lumière.
- ✧ C'est le cas en particulier du Soleil, des lampes à incandescence (de plus en plus rares) et des lampes halogènes.
- ✧ Voici quelques spectres.



## II.5 – Trains d'ondes

## II.5.i – onde monochromatique

- ◇ Une onde parfaitement monochromatique est une onde qui possède une extension spatiale et temporelle infinie : c'est tout simplement impossible.



- ◇ Ceci étant, par superposition d'ondes monochromatiques, nous pouvons créer de vrais paquets d'ondes qui ont une extension spatiale et temporelle finie.

## II.5.ii – onde non monochromatique

### ★ un train d'onde

Dans le cadre de l'optique ondulatoire, un paquet d'onde s'appelle un *train d'onde*.

L'extension spatiale d'un train d'onde s'appelle la *longueur de cohérence* et se note  $\ell_c$ .

L'extension temporelle d'un train d'onde s'appelle la *durée de cohérence* et se note  $\tau_c$ .

- ⚠ Le mot « cohérence » est directement lié aux problèmes de cohérences. En revanche, les problèmes de cohérence spatiales n'ont **rien à voir** avec la longueur de cohérence  $\ell_c$  mais sont liés à la taille de la source.

- ◇ Nous pouvons représenter un train d'onde par quelques « oscillations ».



- ◇ Suite au phénomène de propagation, nous avons tout naturellement

Longueur de cohérence et durée de cohérence sont reliés par

$$\ell_c = c \tau_c$$

- ◇ Avec ce que nous avons vu dans le chapitre sur les ondes, nous pouvons donner la propriété suivante.

Pour un train d'onde de durée de cohérence  $\ell_c$  et dont le spectre a pour largeur caractéristique  $\Delta\nu$  nous avons

$$\tau_c \times \Delta\nu \sim 1$$

source	Soleil	doublet Hg	doublet Na	LASER de TP
$\ell_c$	1 $\mu\text{m}$	0,3 mm	1 mm	1 m

★ **succession des trains d'onde**

- ◇ Entre chaque train d'onde émis, la source « attend » un peu.
- ◇ Quand la source se désexcite à nouveau, elle a oublié le précédent train d'onde et, donc, ne l'envoie pas dans la continuité.



Les trains d'onde successifs émis sont déphasés de manière aléatoire.

- ⚠ C'est bien cette propriété qui est à la base des problèmes de cohérence temporelle.

# Vers l'optique ondulatoire

## Au niveau du cours

### ★ Programme concerné

- ◇ Programme de 1<sup>re</sup> année :
  - II.A. Formation des images en optique
- ◇ Programme de 2<sup>e</sup> année :
  - I.C.1. Phénomènes de propagation unidimensionnels non dispersifs – équation de D'ALEMBERT

### ★ Les définitions

- ◇ Sont à savoir :
  - photon, onde électromagnétique, spectre, longueur d'onde, radiation, fréquence ;
  - indice optique, réfringence, biréfringence, loi de CAUCHY ;
  - système optique, système centré, système dioptrique / catadioptrique, système convergent / divergent ;
  - point objet / image, point réel / virtuel, foyer principal / secondaire ;
  - stigmatisme, aplanétisme ;
  - rayon paraxial ;
  - miroirs sphérique minces, lentilles sphériques minces ;
  - amplitude scalaire ;
  - chemin optique, phasey
  - onde plane / sphérique ;
  - éclairément, intensitéy
  - laser, lampe spectrale, lumière blanche ;
  - train d'onde, durée d'émission.

### ★ Les grandeurs

- ◇ Connaître les valeurs de :
  - constante de PLANCK  $h$  (J.s) ;
  - longueur d'onde du laser He-Ne / du doublet du sodium ;
  - longueur des trains d'onde des lumières usuelles : laser He-Ne, lampe au sodium, lumière blanche.

### ★ Les lois

- ◇ Sont à connaître :
  - loi de CAUCHY ;
  - lois de SNELL – DESCARTES ;
  - relation de conjugaison pour un miroir plan ;
  - relations de conjugaison de NEWTON et de DESCARTE pour un miroir sphérique / une lentille sphérique ;
  - expression du vecteur d'onde / la longueur d'onde en fonction du vecteur d'onde / de la longueur d'onde dans le vide et de l'indice optique ;
  - connaître les cas exceptionnels de déphasage d'une onde ;
  - théorème de MALUS.



### ★ la phénoménologie

◇ Savoir :

- savoir interpréter la réflexion dans un miroir en terme de source fictive ;
- savoir décrire les conditions de GAUSS et en connaître les conséquences ;
- connaître la relation entre durée d'émission d'un train d'onde et largeur spectrale.

## Au niveau des savoir-faire

### ★ petits gestes

◇ Savoir :

- savoir tracer le rayon réfléchi par un miroir d'un rayon incident quelconque ;
- savoir tracer le rayon réfracté par une lentille d'un rayon incident quelconque ;
- savoir tracer rapidement l'hyperbole de conjugaison pour un miroir sphérique / une lentille sphérique ;
- savoir utiliser les hyperboles de conjugaison pour trouver rapidement la position de l'image connaissant celle de l'objet ou le contraire ;
- savoir calculer un chemin optique.

# Optique

## Chapitre 2

### Interférences

# Interférences

Après le chapitre préparatoire ayant introduit quelques notions fondamentales dans l'étude de l'optique ondulatoire, nous allons commencer par nous intéresser au phénomène des interférences.

Comme nous le verrons, ces interférences ne sont qu'une « simple » conséquence quasi-immédiate de l'aspect ondulatoire de la lumière associé au caractère linéaire du milieu de propagation. Le caractère faussement étrange voire magique qui est souvent associé aux interférences ne provient que des ordres de grandeurs temporels mis en jeu. Rappelons d'ores et déjà que la lumière est une onde de fréquence d'environ  $10^{15}$  Hz ce qui va bien au delà de l'humainement imaginable.

Pour appréhender les interférences, nous commencerons par nous pencher sur le cas le plus simple, celui des interférences à deux ondes. Cela nous mènera, au passage, à parler d'un système interférométrique bien connu, l'interféromètre de MICHELSON.

Dans une deuxième partie, nous étudierons un peu plus précisément ce qui se passe lorsque les conditions sont presque mais pas totalement réunies pour qu'il y ait observation du phénomène d'interférence. Il s'agira alors de s'intéresser à ce que nous appellerons la *cohérence* des sources.

# Table des matières

<b>Biographies succinctes</b>	<b>5</b>
<b>I Interférences à deux ondes</b>	<b>6</b>
I-1 Condition d'existence : cas de deux OPPM . . . . .	6
I-1 <i>·i</i> que sont les interférences ? . . . . .	6
I-1 <i>·ii</i> superposition de deux ondes planes . . . . .	6
situation . . . . .	6
première version de l'éclairement . . . . .	7
I-1 <i>·iii</i> interférences . . . . .	8
I-1 <i>·iv</i> éclairage . . . . .	9
réécriture . . . . .	9
ondes de même amplitude . . . . .	9
interprétation . . . . .	10
I-1 <i>·v</i> figure d'interférence pour deux OPPM . . . . .	10
résultat . . . . .	10
construction des plans de lumière . . . . .	11
distance . . . . .	13
I-2 Interférences de deux ondes sphériques . . . . .	14
I-2 <i>·i</i> miroir de LLOYD . . . . .	14
situation . . . . .	14
analyse . . . . .	14
interférences . . . . .	15
I-2 <i>·ii</i> différence de marche . . . . .	15
réécriture de l'éclairement . . . . .	15
expression de la différence de marche . . . . .	15
expression finale de l'éclairement . . . . .	18
I-2 <i>·iii</i> figure d'interférence . . . . .	18
représentation . . . . .	18
ordre d'interférence . . . . .	19
interfrange . . . . .	20
loi phénoménologique . . . . .	20
I-2 <i>·iv</i> cas général d'interférence de deux OSPM . . . . .	21
deux sources cohérentes . . . . .	21
figure d'interférence . . . . .	21
représentation . . . . .	22
deux cas d'observation . . . . .	22
I-3 Interféromètre de MICHELSON . . . . .	23
I-3 <i>·i</i> c'est une version réduite . . . . .	23
I-3 <i>·ii</i> fonctionnement qualitatif de l'interféromètre idéal . . . . .	24
première simplification . . . . .	24
schématisation et nouvelle simplification . . . . .	24
I-3 <i>·iii</i> système équivalent . . . . .	26
I-3 <i>·iv</i> réglages . . . . .	27
lame d'air . . . . .	27
coin d'air . . . . .	27
I-3 <i>·v</i> utilisation en lame d'air éclairée par une onde sphérique . . . . .	27
observation des interférences . . . . .	27
figure d'interférence . . . . .	28

I.3.vi	utilisation en coin d'air éclairée par une onde plane en incidence quasi normale	33
	situation . . . . .	33
	figure d'interférence . . . . .	34
I.4	Bilan . . . . .	34
I.4.i	type d'interféromètre . . . . .	34
I.4.ii	interféromètre à deux ondes . . . . .	35
I.4.iii	à quoi servent les interférences ? . . . . .	35
<b>II</b>	<b>Problèmes de cohérence</b>	<b>37</b>
II.1	Origine des incohérences . . . . .	37
II.2	Cohérence spatiale . . . . .	37
II.2.i	idoinoton . . . . .	37
	situation . . . . .	37
	approche qualitative . . . . .	38
	éclairage . . . . .	39
	interprétation . . . . .	40
II.2.ii	le miroir de LLOYD éclairé par une fente large – fonction sinus cardinal . . .	41
	agrandir la source dans le sens des franges . . . . .	41
	agrandir la source dans le sens orthogonal aux franges . . . . .	41
II.2.iii	le contraste . . . . .	45
II.2.iv	le michelson en lame d'air . . . . .	45
II.2.v	le michelson en coin d'air . . . . .	46
	simulation . . . . .	46
	retrouver la différence de marche . . . . .	47
	interfrange . . . . .	48
II.3	Cohérence temporelle . . . . .	48
II.3.i	le problème, l'idée . . . . .	48
II.3.ii	le michelson en lame d'air . . . . .	49
	expression de l'éclairage . . . . .	49
	mesurer $\Delta\lambda$ . . . . .	51
II.3.iii	miroir de LLOYD . . . . .	52
	spectre carré . . . . .	52
	éclairage . . . . .	52
	interprétation . . . . .	53
II.3.iv	l'interféromètre de MICHELSON . . . . .	54
	des conclusions identiques en coin d'air . . . . .	54
	spectre cannelé en lame d'air . . . . .	55
II.4	Bilan . . . . .	56
II.4.i	éclairage et cohérence . . . . .	56
II.4.ii	localisation des interférences . . . . .	56
II.4.iii	l'interféromètre de MICHELSON . . . . .	57
II.4.iv	à quoi ça sert ? . . . . .	57
	<b>Fiche de révision</b>	<b>58</b>

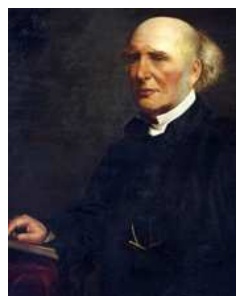
## Biographies succinctes



### Augustin FRESNEL

(1788 Broglie (France) – 1827 Paris)

Polytechnicien, Augustin FRESNEL commence sa carrière comme ingénieur des Ponts et Chaussée. Son côté royaliste le conduit en prison lorsque Napoléon revient de l'île d'Elbe. Réhabilité en 1818 il reprend du service comme préparateur à l'école Polytechnique. Il travaille beaucoup sur l'optique et notamment sur la théorie ondulatoire de la lumière ce qui lui vaut d'être très contesté sur le plan scientifique malgré des contributions utiles comme « les lentilles de FESNEL ». Il est atteint de la tuberculose mais fait face grâce à sa foi. Il meurt à 39 ans.



### Humphrey LLOYD

(1800 Dublin – 1881)

Fils de Bartholomew LLOYD (doyen du Trinity collège de Dublin de 1831 à 1867), Humphrey LLOYD décroche la médaille d'or lors de l'obtention de son diplôme en 1820. Une bourse lui est accordée 4 ans plus tard et succède à son père en tant que professeur de philosophie naturelle et expérimentale en 1831. Après être devenu maître enseignant en 1843, il est nommé doyen en 1867 pour succéder là aussi à son père. Il a beaucoup étudié l'optique et le magnétisme terrestre.



### Albert Abraham MICHELSON

(1852 Strelno (Prusse) – 1931)

Américain fils d'émigré polonais, Albert MICHELSON enseigne la physique dès 1880. Il s'intéresse particulièrement à la mesure de la vitesse de la lumière en améliorant tout au long de sa vie l'interféromètre qui porte son nom. Aidé en 1887 par Edward MORLEY (1838 – 1923) sur une version améliorée du dispositif interférométrique, le résultat reste encore négatif mais deviendra ainsi l'un des fondements de la relativité restreinte d'Albert EINSTEIN (1879 – 1955). Albert MICHELSON reçoit le prix Nobel de physique en 1907.

# I – Interférences à deux ondes

## I.1 – Condition d'existence : cas de deux OPPM

### I.1.i – que sont les interférences ?

◇ Posons tout d'abord une définition.

Nous parlons d'*interférence* lorsque l'éclairement de deux ondes n'est **pas** égale à la somme des éclairements de ces deux ondes.

◇ Il s'agit d'une définition pour des interférences à deux ondes facilement généralisable à  $N$  ondes.

Pour qu'il y ait interférence entre deux ondes, il **faut** :

- qu'elles aient la même pulsation (condition de synchronisme) ;
- qu'elles soient issues du même train d'onde (condition de cohérence).

◇ Nous allons expliquer ces deux conditions *nécessaires* dans la suite.

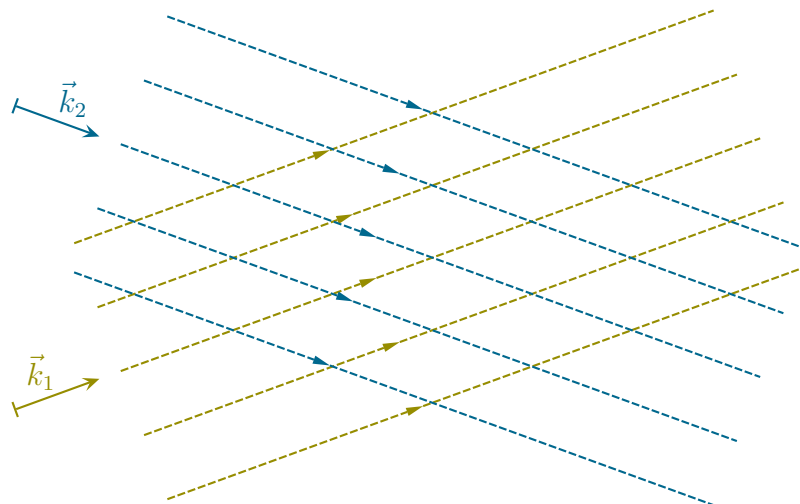
### I.1.ii – superposition de deux ondes planes

★ **situation**

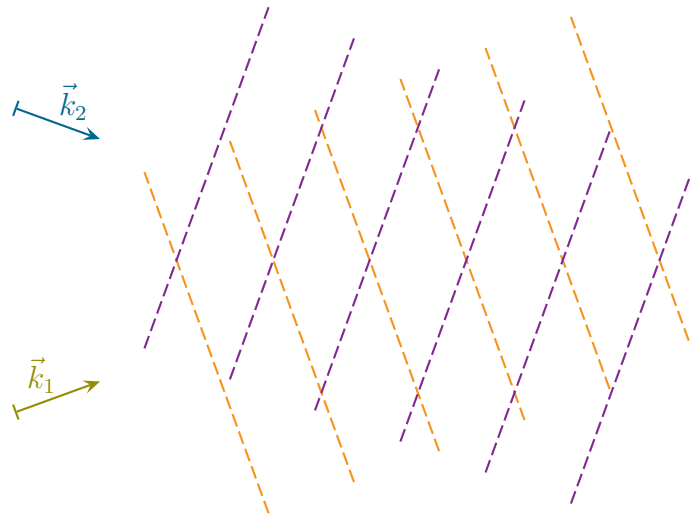
🌀 **représentation**

◇ Imaginons deux ondes planes qui se superposent.

◇ En terme de rayons lumineux, la situation est la suivante.



◇ En terme ondulatoire, avec les plans de phase, la situation est la suivante.



✧ Insistons : les deux situations sont parfaitement identiques mais vues sous deux angles différents.

### 🌀 amplitudes scalaires

✧ Intéressons-nous à l'onde ①.

✧ Chaque train d'onde peut s'écrire sous la forme

$$s_1(M,t) = a_1(M) \cos \left( \omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \overrightarrow{OM} - ?_1 \right)$$

✧ Le  $?_1$  représente la phase à l'origine de l'onde.

✧ La phase à l'origine  $?_1$  dépendant du train d'onde et les trains d'onde se succédant sans cesse, nous pouvons réécrire l'amplitude de l'onde arrivant en un point  $M$  sous la forme

$$s_1(M,t) = a_1(M) \cos \left( \omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \overrightarrow{OM} - ?_1(t) \right)$$

✧ Cette fois  $?_1(t)$  est une fonction du temps dont les valeurs varient sans cesse (sur une durée de l'ordre de la durée de cohérence) et sont totalement aléatoires.

✧ De même l'amplitude scalaire de la 2<sup>e</sup> onde s'écrit

$$s_2(M,t) = a_2(M) \cos \left( \omega_2 t - \vec{k}_2 \cdot \overrightarrow{OM} - ?_2(t) \right)$$

### ★ première version de l'éclairement

✧ L'éclairement en un point  $M$  s'écrit, par définition

$$\mathcal{E}(M) = \left\langle s^2(M,t) \right\rangle$$

✧ Cela donne, en développant

$$s^2(M,t) = s_1^2(M,t) + s_2^2(M,t) + 2 s_1(M,t) \times s_2(M,t)$$

✧ La moyenne étant un opérateur linéaire, nous avons

$$\left\langle s^2(M,t) \right\rangle = \left\langle s_1^2(M,t) \right\rangle + \left\langle s_2^2(M,t) \right\rangle + \left\langle 2 s_1(M,t) \times s_2(M,t) \right\rangle$$

✧ Et en identifiant avec les éclairements



$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + \underbrace{\langle 2 s_1(M,t) \times s_2(M,t) \rangle}_{(*)}$$

◇ Le terme  $(*)$  est donc le terme responsable des interférences :

- s'il est nul quel que soit  $M$  il n'y a pas d'interférence ;
- sinon il y a interférence.

◇ Réécrivons ce terme interférentiel avant de poursuivre.

$$2 s_1(M,t) \times s_2(M,t) = 2 a_1(M) \cos \left( \omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \overrightarrow{OM} - \varphi_1(t) \right) \times a_2(M) \cos \left( \omega_2 t - \vec{k}_2 \cdot \overrightarrow{OM} - \varphi_2(t) \right)$$

avec la formule trigonométrique  $\cos a \times \cos b = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2}$

$$= a_1(M) a_2(M) \left[ \cos \left( (\omega_1 + \omega_2) t - (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \overrightarrow{OM} - \varphi_1(t) - \varphi_2(t) \right) + \dots \right. \\ \left. \dots + \cos \left( (\omega_1 - \omega_2) t - (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \overrightarrow{OM} - \varphi_1(t) + \varphi_2(t) \right) \right]$$

◇ En prenant la valeur moyenne temporelle, le premier terme est obligatoirement de valeur moyenne nulle puisque du type  $\langle \cos(\omega t) \rangle$  et il reste ainsi

$$\langle 2 s_1(M,t) \times s_2(M,t) \rangle = a_1(M) a_2(M) \left\langle \cos \left( (\omega_1 - \omega_2) t - (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \overrightarrow{OM} - \varphi_1(t) + \varphi_2(t) \right) \right\rangle$$

### I.1.iii – interférences

◇ Rappelons que même pour un détecteur rapide (temps de réponse en  $10^{-9}$  s), les fréquences optiques sont telles ( $10^{15}$  Hz) qu'il « voit » au moins  $10^6$  oscillations, *i.e.* il n'en perçoit que la *moyenne*.

◇ Ici pour que le terme interférentiel soit non nul, il *faut* que la moyenne d'un cosinus soit non nulle.

◇ Or pour qu'un  $\cos(\omega t + \varphi)$  soit de moyenne non nulle il est *nécessaire* que son argument soit indépendant du temps.

◇ Ici l'argument du cosinus se décompose en trois termes.

- «  $(\omega_1 - \omega_2) t$  » ne peut être indépendant du temps que si  $\omega_1 = \omega_2$ . Nous retrouvons là la condition de synchronisme.
- «  $(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \overrightarrow{OM}$  » ne dépend que de la géométrie et de l'espace. C'est indépendant du temps, ce terme ne pose donc pas de problème.
- «  $-\varphi_1(t) + \varphi_2(t)$  » ne peut être indépendant du temps que si  $\varphi_1(t) = \varphi_2(t)$  car les fonctions  $\varphi_1(t)$  et  $\varphi_2(t)$  non seulement sont totalement aléatoires mais en plus sont complètement indépendantes l'une de l'autre. Or la condition  $\varphi_1(t) = \varphi_2(t)$  implique que les ondes viennent du *même* train d'onde, c'est la condition de cohérence.

Deux points sources physiquement différents ne peuvent pas engendrer d'interférences.

◇ C'est la raison pour laquelle dans la vie courante il est rare de voir des interférences car il faut un montage particulier ou au moins une situation particulière pour éviter que la lumière ne se mélange

de trop. Les manifestations les plus fréquentes d'interférences dans la vie courante sont les irisations des bulles de savon (ou de flaque d'huile).

## I.1.iv – éclaircissement

### ★ réécriture

◇ Supposons désormais que les conditions d'interférences soient remplies, *i.e.* que nous avons

$$\omega_1 = \omega_2 \quad \text{et} \quad \varphi_1(t) = \varphi_2(t)$$

◇ L'éclaircissement s'écrit donc

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + a_1(M) a_2(M) \left\langle \cos \left( (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \overrightarrow{OM} \right) \right\rangle$$

◇ Comme le cosinus est constant (nous avons tout fait pour!), sa valeur moyenne est égale à lui-même

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + a_1(M) a_2(M) \cos \left( (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \overrightarrow{OM} \right)$$

◇ Pour l'onde ① nous avons

$$\mathcal{E}_1(M) = \left\langle a_1^2(M) \left( \omega_1 t - \vec{k}_1 \cdot \overrightarrow{OM} - \varphi_1(t) \right) \right\rangle \rightsquigarrow \mathcal{E}_1(M) = \frac{a_1^2(M)}{2} \rightsquigarrow a_1(M) = \sqrt{2 \mathcal{E}_1(M)}$$

◇ Et ainsi l'éclaircissement s'écrit

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + 2 \sqrt{\mathcal{E}_1(M) \mathcal{E}_2(M)} \cos \left( (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \overrightarrow{OM} \right)$$

#### FORMULE DE FRESNEL

Pour deux ondes qui interfèrent, quelles que soient leurs natures, l'éclaircissement s'écrit

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + 2 \sqrt{\mathcal{E}_1(M) \mathcal{E}_2(M)} \times \cos(\Delta\varphi) \quad \text{où :}$$

$\Delta\varphi$  est la différence de phase entre les ondes au point  $M$ .

### ★ ondes de même amplitude

Pour deux ondes de même amplitude qui interfèrent, quelles que soient leurs natures, l'éclaircissement s'écrit

$$\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} (1 + \cos(\Delta\varphi)) \quad \text{où :}$$

$\Delta\varphi$  est la différence de phase entre les ondes au point  $M$ .

◇ En effet, avec  $\mathcal{E}_1(M) = \mathcal{E}_2(M) = \mathcal{E}_0$  nous obtenons

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_0 + \mathcal{E}_0 + 2 \mathcal{E}_0 \cos(\Delta\varphi)$$

◇ D'où le résultat avec  $\mathcal{E}_{\max} = 4 \mathcal{E}_0$ .

- ◇ L'intérêt de la notation  $\mathcal{E}_{\max}$  est de normaliser la fonction « éclairément » par sa valeur maximale.
- ◇ Insistons : cette loi n'est valable que pour l'interférence de **deux** ondes.
- ◇ À partir de trois ondes, il faut (presque) tout recommencer : partir des amplitudes complexes, les sommer et calculer  $|\underline{s}(M)|^2$ . La seule chose qu'il ne soit pas nécessaire de refaire c'est de retrouver les conditions d'interférence à savoir la condition de synchronisme et la condition de cohérence.

### ★ interprétation

- ◇ Nous pouvons constater que :

- si  $\Delta\varphi \sim 0$  alors  $\mathcal{E} > 2 \mathcal{E}_0$  voire  $\mathcal{E} = 4 \mathcal{E}_0$  ;
- si  $\Delta\varphi \sim \pi$  alors  $\mathcal{E} < 2 \mathcal{E}_0$  voire  $\mathcal{E} = 0$ .

L'interférence est dite *constructive* (resp. *destructive*) lorsque l'éclairement obtenu est supérieur (resp. inférieur) à la somme des éclairements des deux ondes.

- ◇ Il existe aussi une définition plus courante.

L'interférence de deux ondes est dite *constructive* lorsque l'éclairement est maximale et elle est dite *destructive* lorsque l'éclairement est nul.

L'interférence de deux ondes est :

- constructive lorsque les deux ondes sont en phase ( $\Delta\varphi = 2p\pi$  avec  $p$  entier) ;
- destructive lorsque les deux ondes sont en opposition de phase ( $\Delta\varphi = \pi + 2p\pi$  avec  $p$  entier).

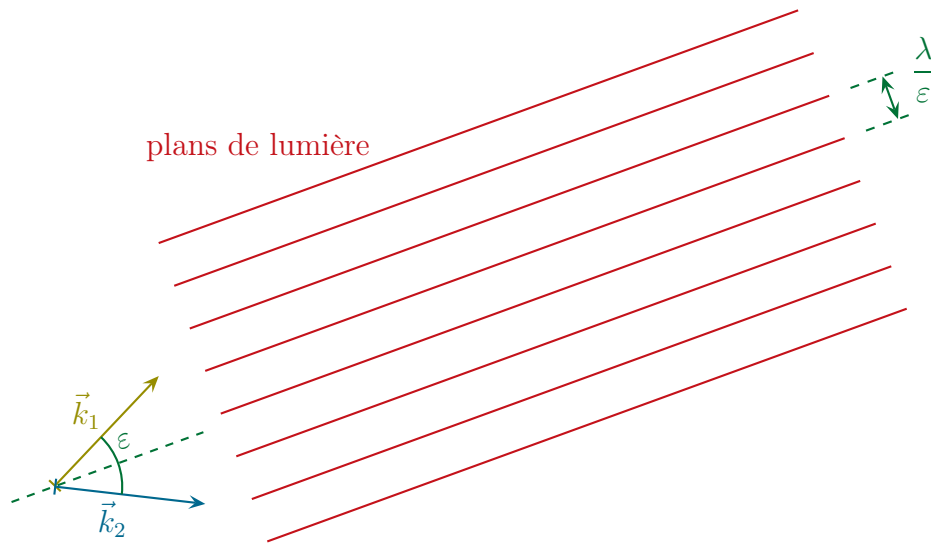
- ◇ Cette dernière interprétation est fondamentale puisque c'est celle qui sera à la base de l'exploitation des figures d'interférence.

## I.1.v – figure d'interférence pour deux OPPM

### ★ résultat

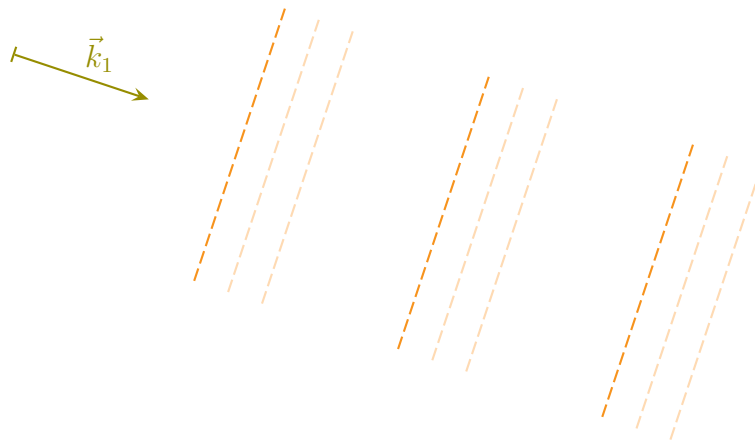
La *figure d'interférence* est l'éclairement reçu par un écran de l'interférence d'ondes lumineuses.

L'interférence de deux OPPM faisant un angle  $\varepsilon \ll 1$  entre elles forme des plans de lumière parallèles entre eux, dans la direction moyenne des deux OPPM et distants de  $\frac{\lambda}{\varepsilon}$

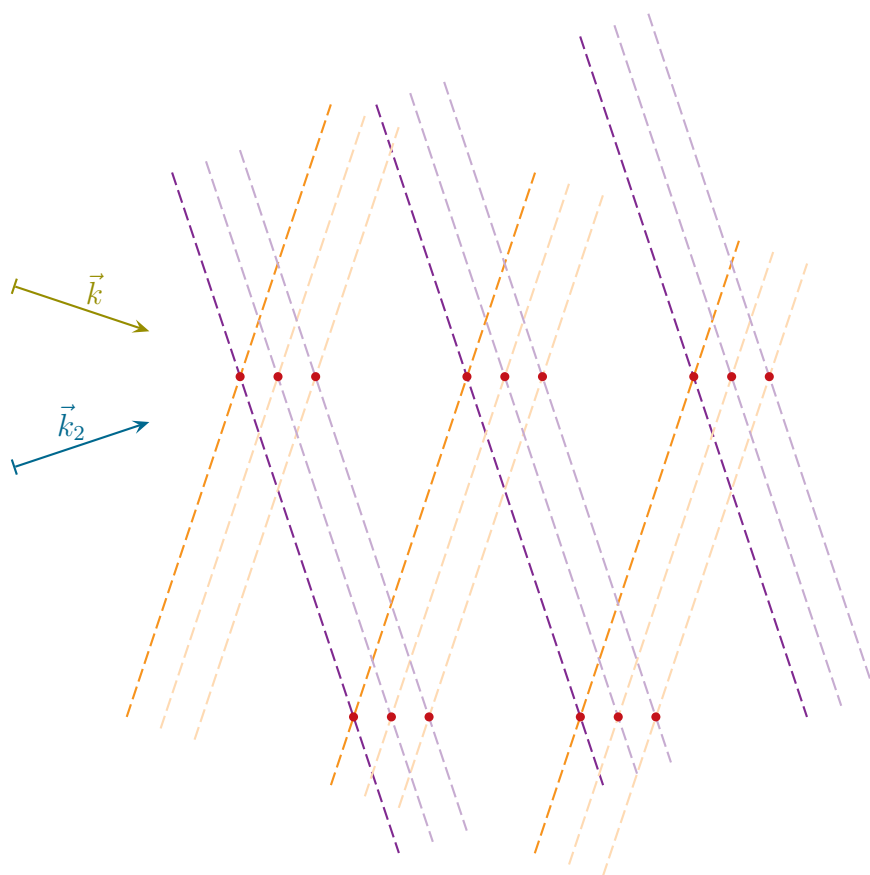


### ★ construction des plans de lumière

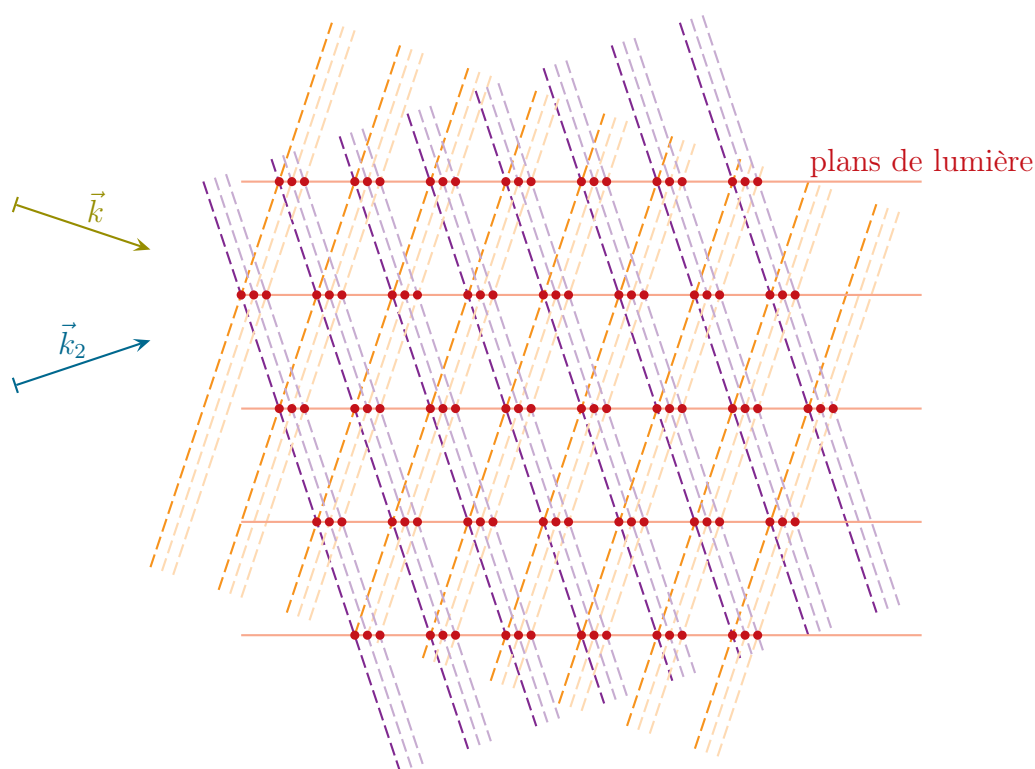
- ◇ Regardons une onde plane et représentons à  $t$  (couleur soutenue), à  $t + \delta t$  et  $t + 2\delta t$  (couleur claire) les plans de phase. Par convention, nous représentons les maxima de phase.



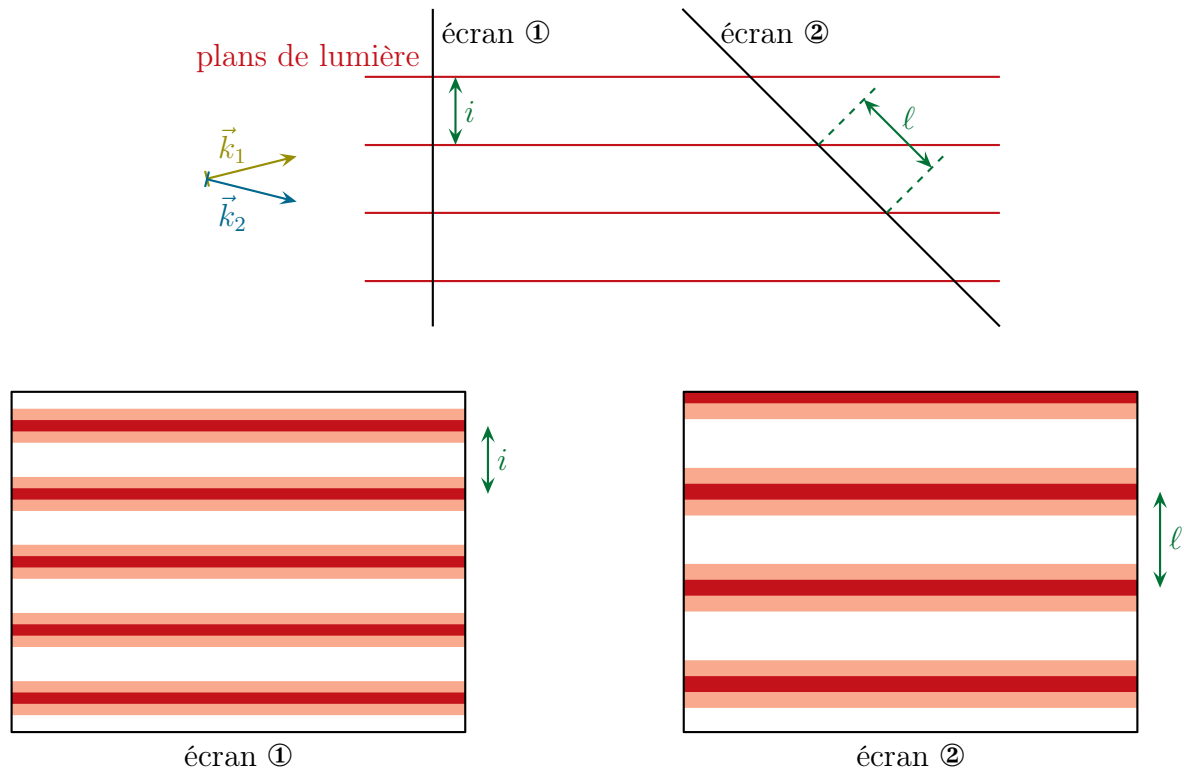
- ◇ Les plans avancent dans le sens et la direction de  $\vec{k}$ .
- ◇ Lorsqu'il y a deux ondes il y a interférences constructive (points rouges) au niveau des intersections à  $t$ ,  $t + \delta t$  et  $t + 2\delta t$ .



◇ Il faut bien imaginer que les points où il y a interférence « bougent » extrêmement vite. Si vite que nous ne voyons plus un point mais une ligne de lumière.

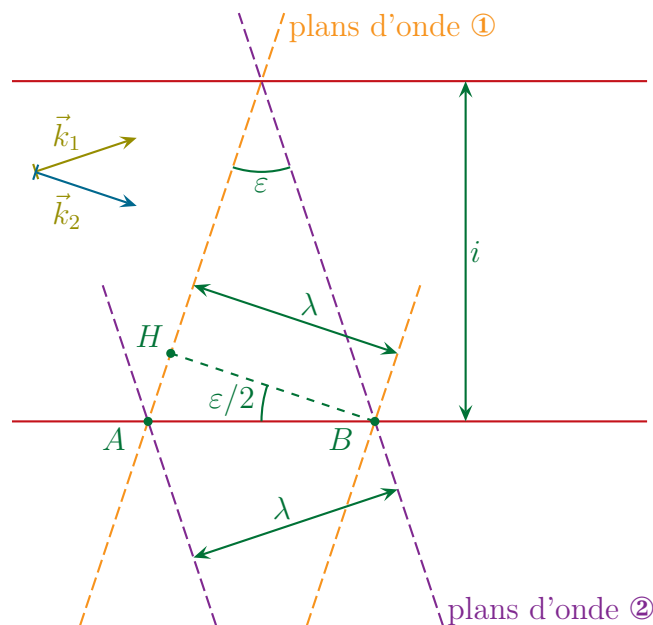


◇ Nous pouvons alors interposer un écran sur ces lignes de lumière, nous verrions alors des bandes lumineuses espacées différemment suivant l'inclinaison de l'écran.



### ★ distance

- ◇ Regardons de près deux bandes lumineuses sans oublier que les plans représentés sont des plans où la phase des ondes sont maximales donc sont séparés de  $\lambda$ .



- ◇ Nous avons

$$HB = \lambda \quad AB = \frac{\lambda}{\cos(\varepsilon/2)} \quad \text{et} \quad \tan \frac{\varepsilon}{2} = \frac{AB/2}{i}$$

- ◇ Cela nous conduit à

$$i = \frac{AB}{2 \tan \frac{\varepsilon}{2}} \quad \rightsquigarrow \quad i = \frac{\lambda}{2 \cos \frac{\varepsilon}{2} \tan \frac{\varepsilon}{2}}$$

✧ Et pour  $\varepsilon \ll 1$  nous avons bien

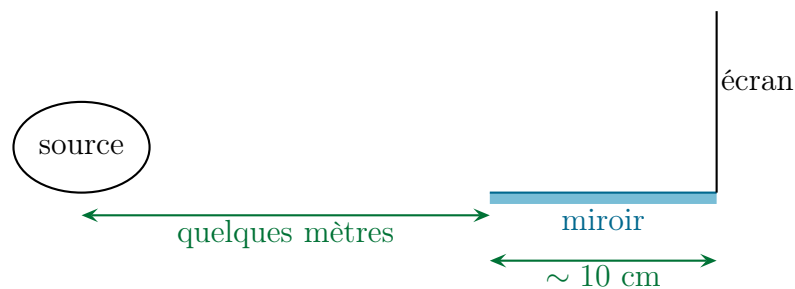
$$i = \frac{\lambda}{2 \times 1 \times \frac{\varepsilon}{2}} \quad \rightsquigarrow \quad i = \frac{\lambda}{\varepsilon}$$

## I.2 – Interférences de deux ondes sphériques

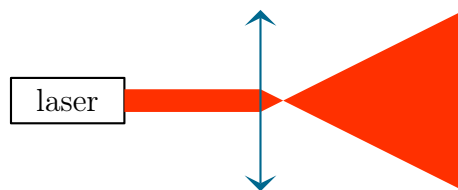
### I.2.i – miroir de LLOYD

#### ★ situation

✧ Considérons le montage suivant.



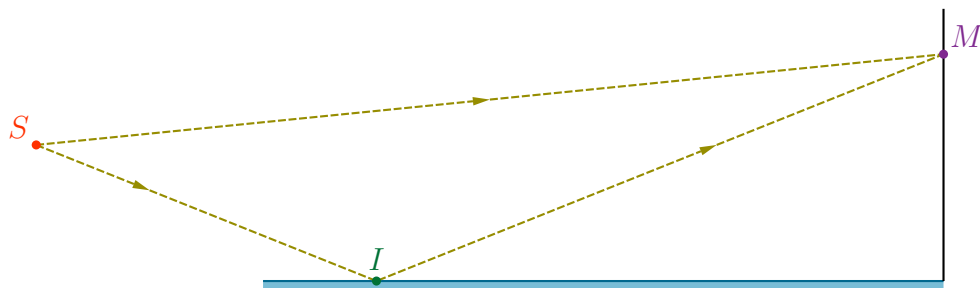
✧ La source, ponctuelle et monochromatique, est réalisée grâce à un laser traversant une lentille convergente.



#### ★ analyse

✧ Comme nous pouvons le constater sur le schéma ci-dessous, en prenant un point  $M$  quelconque de l'écran, nous voyons que deux chemins de lumière y conduisent :

- celui qui va directement de  $S$  à  $M$  ;
- celui qui se réfléchit en  $I$  sur le miroir conformément aux lois de SNELL-DESCARTES.



✧ Nous avons donc bien deux ondes qui :

- ont la même pulsation (source monochromatique) ;
- sont issus du même train d'onde (il n'y a qu'un seul point source, il ne pourrait pas en être autrement).

✧ Nous avons donc affaire à des interférences.

★ **interférences**

- ◇ En considérant que les deux ondes qui parviennent en un point de l'écran sont de même amplitude, nous pouvons utiliser la version simplifiée de la formule de FRESNEL

$$\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} (1 + \cos(\Delta\varphi))$$

- ◇ Reste à déterminer  $\Delta\varphi \dots$

I.2.ii – **différence de marche**★ **réécriture de l'éclairement**

- ◇ Nous avons

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \quad \text{où} \quad \varphi_1 = k_0 (SM)_1 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (SM)_1 \quad \text{et} \quad \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_0} (SM)_2$$

- ◇ Remarquons au passage que prendre  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  ou  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  ne change rien à l'éclairement puisque la fonction cosinus est paire.
- ◇ Nous avons ainsi

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} ((SM)_2 - (SM)_1) \quad \rightsquigarrow \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0}$$

- ◇ Nous voyons apparaître la différence de marche.

Pour deux ondes, la différence de phase s'écrit

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0}$$

- $\lambda_0$  la longueur d'onde dans le vide, même si le dispositif n'est pas le vide ;
- $\delta$  la différence de marche entre les ondes qui interfèrent.

- ◇ Rappelons que l'énorme avantage de la différence de marche par rapport à la différence de phase est que la première est une notion *géométrique* mesurable avec une règle sur un schéma dessiné alors que la seconde est une notion *temporelle* mesurable avec un chronomètre lors de la projection d'une vidéo.

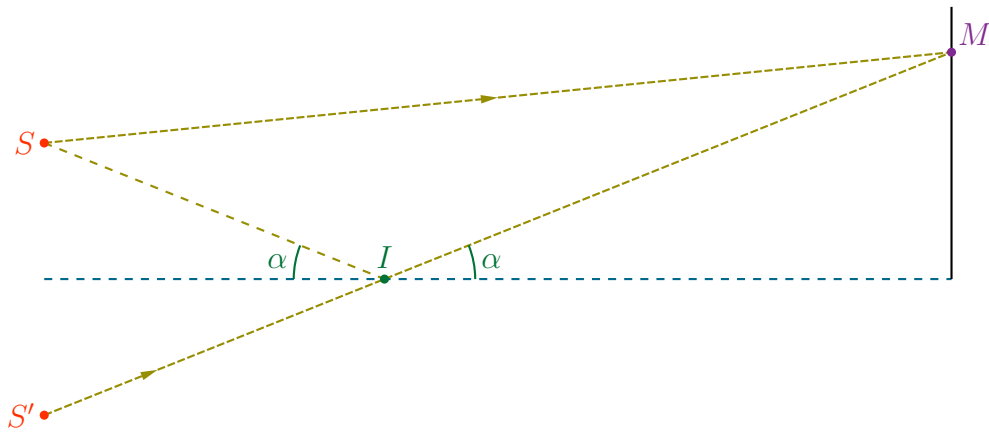
★ **expression de la différence de marche**🌀 **préparation**

- ◇ Nous devons donc déterminer la différence de marche entre les chemins de lumière ① et ②.

$$(SM)_2 - (SM)_1 = n_{\text{air}} SM - n_{\text{air}} (SI + IM) + \frac{\lambda_0}{2}$$

- ◇ Commençons par déplier le miroir plan de manière à faire apparaître une source fictive  $S'$ .





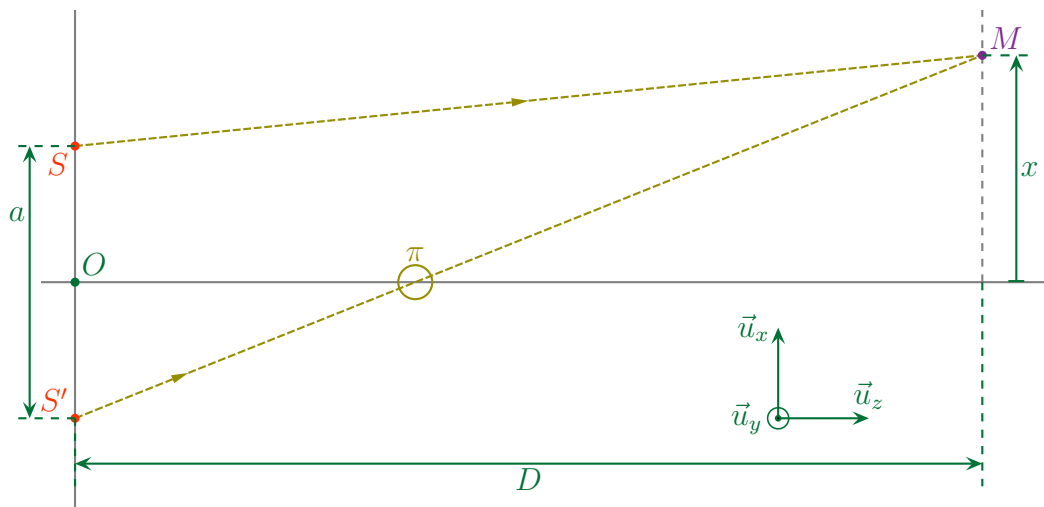
◇ Le respect des lois de la réflexion imposent  $S'$ ,  $I$  et  $M$  alignés d'où

$$SI + IM = S'I + IM \quad \rightsquigarrow \quad SI + IM = S'M$$

◇ Finalement avec  $n_{\text{air}} = 1,000$

$$\delta = SM - S'M + \frac{\lambda_0}{2}$$

◇ Redessinons le schéma avec uniquement les points intéressants (n'oublions pas le miroir avec son déphasage exceptionnel) et profitons-en pour poser un repérage.



◇ Les coordonnées des points  $S$ ,  $S'$  et  $M$  sont

$$S \begin{pmatrix} +a/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad S' \begin{pmatrix} -a/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad M \begin{pmatrix} x \\ y \\ D \end{pmatrix}$$

### 🔗 action

◇ Pour exprimer  $SM$  commençons par exprimer  $SM^2 = \overrightarrow{SM}^2$ .

$$\overrightarrow{SM} = \begin{pmatrix} x - a/2 \\ y \\ D \end{pmatrix} \quad \rightsquigarrow \quad \overrightarrow{SM}^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2$$

◇ De même pour  $S'M$

$$\overrightarrow{S'M} = \begin{pmatrix} x + a/2 \\ y \end{pmatrix} D \quad \rightsquigarrow \quad \overrightarrow{S'M}^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2$$

◇ Comme  $D$  est très grand devant  $x$ ,  $y$  et  $a$ , nous pouvons faire un développement limité

$$\begin{aligned} SM &= \left( D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 \right)^{1/2} = D \left( 1 + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{D^2} \right)^{1/2} \\ &\stackrel{\text{DL}}{=} D \times \left( 1 + \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2 D^2} \right) \end{aligned}$$

◇ De même pour  $S'M$

$$S'M = D \left( 1 + \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{D^2} \right)^{1/2} \stackrel{\text{DL}}{=} D \times \left( 1 + \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2 D^2} \right)$$

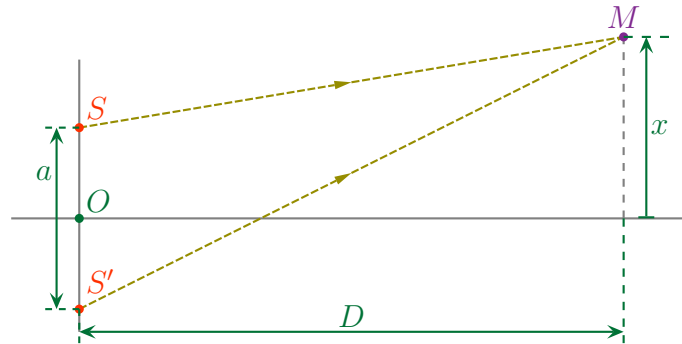
◇ Nous avons ainsi

$$\begin{aligned} S'M - SM &= D \times \left[ \lambda + \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2 D^2} - \lambda - \frac{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2}{2 D^2} \right] \\ &= \frac{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 - \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - y^2}{2 D} \\ &= \frac{\left(x + \frac{a}{2} + x - \frac{a}{2}\right) \left(x + \frac{a}{2} - x + \frac{a}{2}\right)}{2 D} \\ &= \frac{a x}{D} \end{aligned}$$

◇ C'est un résultat (simple) que nous aurons l'occasion de réutiliser.

## 🌀 conclusion

Dans la situation suivante où  $S$  et  $S'$  interfèrent nous avons  $S'M - SM = \frac{ax}{D}$



- $a$  est la distance entre les deux sources cohérentes ;
- $x$  est compté à partir du plan médiateur des sources ;
- $D$  est la distance entre les sources et l'écran.

◇ Nous pouvons remarquer que ce résultat est indépendant de  $y$ , chose qui n'a rien d'évident *a priori*.

☞ Remarque. Ce calcul est à savoir refaire !

## ★ expression finale de l'éclairement

◇ Finalement, pour ce dispositif, la différence de marche s'écrit

$$\delta = \frac{ax}{D} + \frac{\lambda_0}{2}$$

## I.2.iii – figure d'interférence

## ★ représentation

◇ Commençons par ne pas oublier que l'écran est l'ensemble des points  $M(x,y,D)$ .

◇ Autrement dit, comme l'éclairement est « fonction de  $M$  », l'éclairement doit être une fonction de  $x$  et  $y$ .

◇ Ici, pour le miroir de LLOYD, il s'agit d'interférence de deux ondes de même amplitude donc nous avons

$$\mathcal{E}(x,y) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right)$$

◇ En remplaçant la différence de marche par son expression nous obtenons

$$\mathcal{E}(x,y) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda_0 D} + \pi \right) \right) \rightsquigarrow \mathcal{E}(x,y) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda_0 D} \right) \right)$$

◇ Rappelons qu'il n'y a d'écran que pour  $x \geq 0$ .

◇ La figure obtenue est donc un ensemble de bandes parallèles à l'axe  $(Ox)$ .

◇ Voici ce que donne une simulation<sup>1</sup> très réaliste.

1. Toutes les simulations de ce cours ont été réalisées avec le logiciel **Diffint** créé et utilisé à l'oral du concours Centrale – Supélec et disponible à l'adresse <http://www.lgep.supelec.fr/index.php?page=scm-logiciels>.



### ★ ordre d'interférence

- ✧ Nous voyons un motif se dessiner sur l'écran, un motif régulier.

Une *frange brillante* est une bande de lumière sur un écran où il y a des interférences.  
 Une *frange sombre* est une bande où il n'y a pas de lumière.

- ✧ Ces franges sombres et brillantes dépendent de l'interférence.

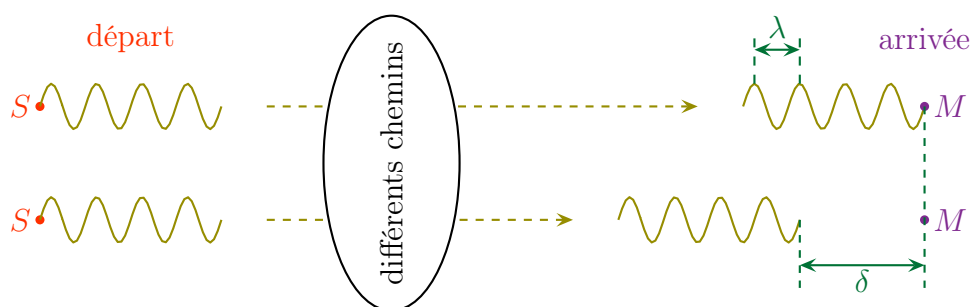
Une frange brillante (resp. sombre) correspond à une interférence constructive (resp. destructive).

- ✧ Pour déterminer l'emplacement de ces franges, nous allons utiliser la notion d'ordre d'interférence.

L'*ordre d'interférence* au point  $M$  est le nombre réel  $p$  défini par

$$p = \frac{\delta(M)}{\lambda_0}$$

- ✧ Concrètement, l'ordre d'interférence représente le décalage  $\delta$  entre deux ondes, décalage compté en « unité de longueur d'onde ».



- ✧ Dans ces conditions, nous avons le résultat suivant

Si l'ordre d'interférence  $p$  est entier au point  $M$  :

- les deux ondes arrivent en phase, l'interférence est constructive ;
- $M$  appartient à une frange brillante.

Si l'ordre d'interférence  $p$  est demi-entier au point  $M$  :

- les deux ondes arrivent en opposition de phase, l'interférence est destructive ;
- $M$  appartient à une frange sombre.



Rappelons que le vocable « demi-entier » est très mal choisi car trompeur. Un nombre demi-entier n'est pas un nombre moitié d'un entier mais un nombre entier ajouté d'un demi comme 5,5 ou 27,5.

### ★ interfrange

- ◇ Lors d'expérience d'interférence, le résultat est la figure d'interférence qu'il faut alors interpréter.
- ◇ Pour cela nous allons nous intéresser à sa structure (ici sa périodicité) et la relier aux sources.

L'*interfrange* est la distance entre deux franges de même nature.



- ◇ Il arrive parfois que l'interfrange est constante comme c'est le cas ici. Ce résultat n'a rien d'universel.
- ◇ Pour chercher l'interfrange, nous allons chercher l'abscisse  $x_k$  correspondant à la frange d'ordre  $k$ .

$$\frac{\delta(x_k)}{\lambda_0} = k \quad \rightsquigarrow \quad \frac{a x_k}{\lambda_0 D} + \frac{1}{2} = k \quad \rightsquigarrow \quad x_k = \frac{\lambda_0 D}{a} \times k + \frac{\lambda_0 D}{2a}$$

- ◇ L'interfrange noté en général  $i$  vaut donc

$$i = x_{k+1} - x_k \quad \rightsquigarrow \quad i = \frac{\lambda_0 D}{a} \times (k+1) + \frac{\lambda_0 D}{2a} - \frac{\lambda_0 D}{a} \times k - \frac{\lambda_0 D}{2a} \quad \rightsquigarrow \quad i = \frac{\lambda_0 D}{a}$$

### ★ loi phénoménologique

- ◇ Nous pouvons constater que l'interfrange est directement fonction de  $a$ , c'est-à-dire des sources.
- ◇ C'est là tout l'intérêt des interférences : permettre de remonter à certaines caractéristiques géométriques des sources à partir de mesures macroscopiques.
- ◇ Nous pouvons aussi constater un phénomène important.

Plus les causes sont petites, plus les conséquences sont grandes.

- ✧ Cela se voit dans le fait que plus  $a$  est petit, plus  $i$  est grand.
- ✧ Prenons un exemple.  $D = 3,0$  m,  $\lambda_0 = 632,8$  nm et  $i = 0,20$  mm alors

$$a = \frac{\lambda_0 D}{i} \quad \rightsquigarrow \quad a = 9,5 \text{ mm}$$

## I.2.iv – cas général d'interférence de deux OSPM

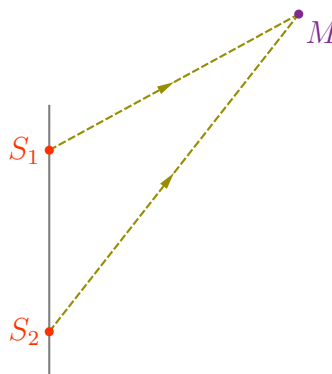
### ★ deux sources cohérentes

- ✧ Reprenons le dispositif précédent en le dépliant de manière à faire apparaître les deux points source.



- ✧ Nous voyons qu'il est possible d'envisager l'existence de deux points sources distincts mais pouvant interférer. Cela nécessite, certes, un montage, mais c'est tout à fait possible.
- ✧ Dans la suite nous allons donc considérer ces deux points sans nous soucier de la manière dont ils ont été créés.

### ★ figure d'interférence



- ✧ En un point  $M$  quelconque il y a *a priori* interférences à deux ondes de même amplitude.
- ✧ Nous pouvons donc écrire

$$\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} (1 + \cos \Delta\varphi) \quad \text{où} \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \quad \text{avec} \quad \delta = (S_1M) - (S_2M)$$

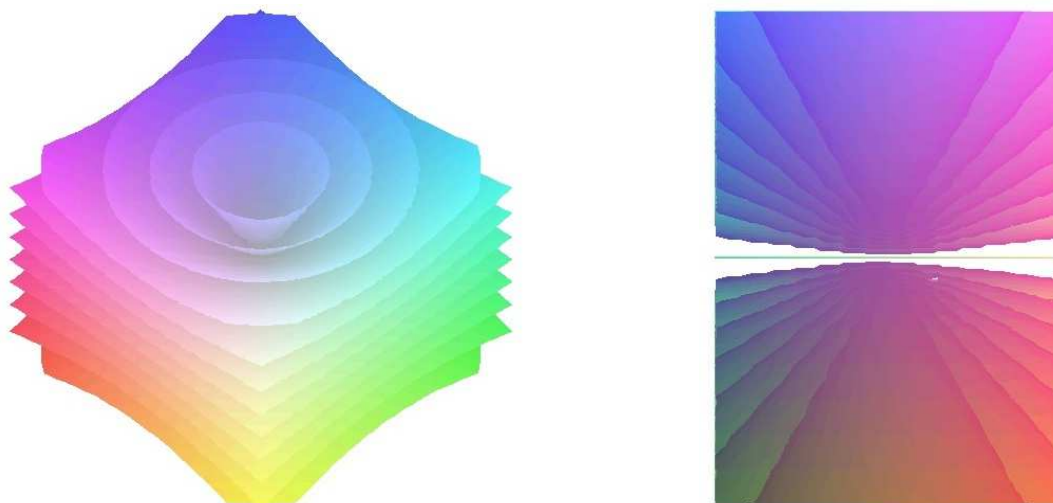
- ✧ Pour trouver la figure d'interférence, nous allons chercher les zones d'« isoéclairement ».
- ✧ Les zones  $\text{iso}\mathcal{E}$  correspondent donc à des zones  $\text{iso}\delta$  soit à des zones telles que (avec  $n = 1$ )

$$\delta = (S_1M) - (S_2M) = C^{\text{te}} \quad \rightsquigarrow \quad S_1M - S_2M = C^{\text{te}}$$

- ✧ Il s'agit de l'équation vérifiée par des hyperboloïdes de révolution.

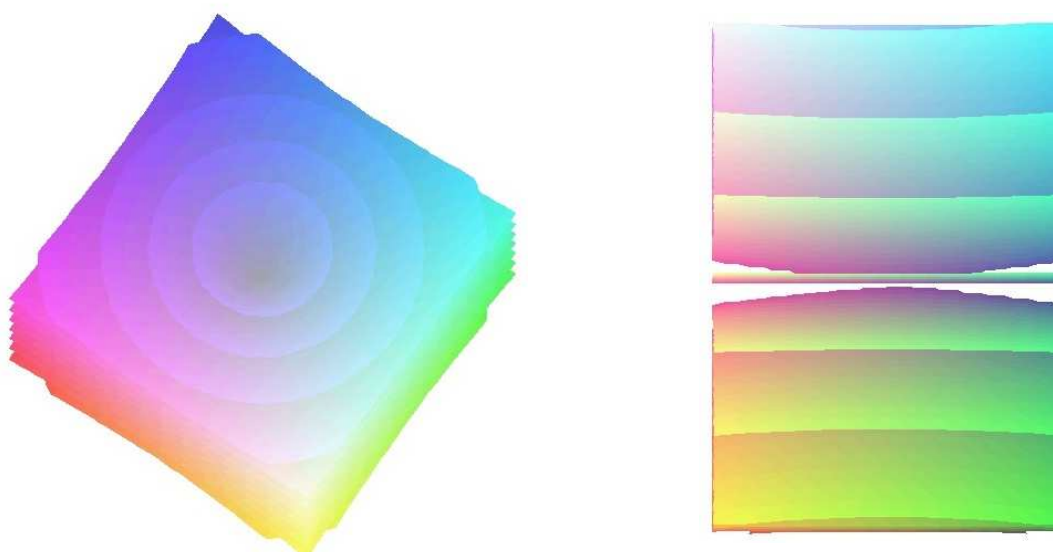
### ★ représentation

- ◇ Voici la représentation des hyperboloïdes par MAPLE. La première c'est une vue de haut, la seconde c'est une vue dans le plan un plan de coupe contenant les deux points sources.



- ◇ Et voici deux autres vues :

- l'une un peu plus dans l'axe des deux sources, nous permettant de mieux « voir » les cercles concentriques ;
- l'autre dans un plan parallèle aux sources et loin des sources, nous permettant de « voir » les franges rectilignes.



### ★ deux cas d'observation

- ◇ Suivant le lieu où est placé l'écran d'observation, nous ne verrons pas la même chose.
- ◇ Mathématiquement :
- si l'écran est parallèle à  $S_1S_2$  et proche des sources, nous voyons des franges hyperboliques ;
  - si l'écran est parallèle à  $S_1S_2$  et loin des sources, nous voyons des franges rectilignes ;
  - si l'écran est orthogonal à  $S_1S_2$ , nous voyons des franges circulaires.
- ◇ En pratique il n'est pas possible d'être proche des sources, en particulier il n'est pas possible d'observer sur un écran les interférences entre les deux sources.
- ◇ Nous retiendrons donc les résultats suivants.

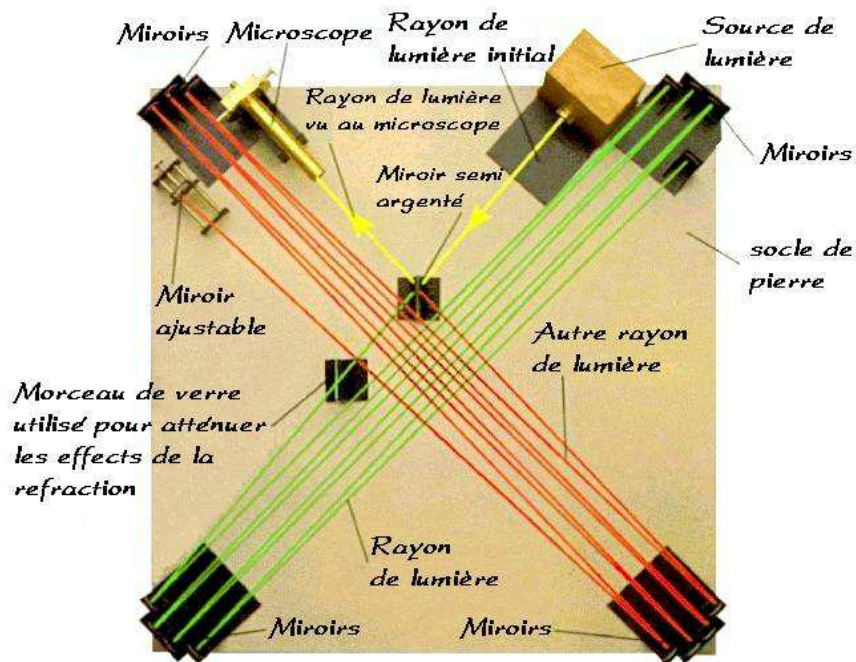
Lorsque deux sources sphériques  $S_1$  et  $S_2$  interfèrent :

- si l'observation se fait sur un écran parallèle à  $S_1S_2$  et loin des sources, les franges sont rectilignes ;
- si l'observation se fait sur un écran orthogonal à  $S_1S_2$ , les franges sont circulaires.

## I.3 – Interféromètre de MICHELSON

### I.3.i – c'est une version réduite

- ◇ Initialement l'interféromètre de MICHELSON a été inventé pour mesurer de manière précise la différence de vitesse de la lumière dans deux directions différentes.
- ◇ Le résultat négatif de l'expérience a été une des bases de la relativité restreinte.
- ◇ Comme le montre le schéma ci-dessous<sup>2</sup>, l'interféromètre était complexe avec ses 16 miroirs à régler, nous utiliserons, pour notre part, une version plus simple.



- ◇ Nous nous utiliserons une version avec seulement deux miroirs et qui tient sur une paillasse de TP

2. Schéma extrait du site <http://membres.multimania.fr/nazgul9>.





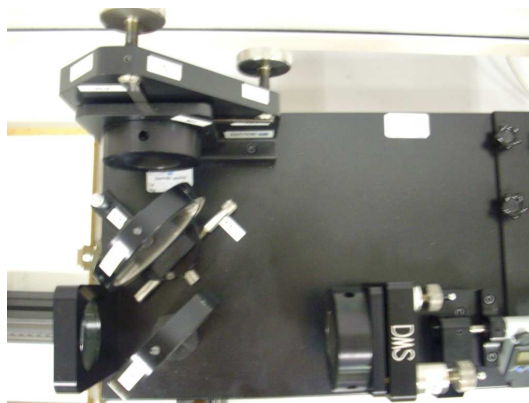
◇ Le but d'un interféromètre de MICHELSON est :

- de séparer une onde en deux ;
- de faire faire deux chemins différents par ces deux ondes ;
- de rassembler les deux ondes pour les faire interférer.

### I-3.ii – fonctionnement qualitatif de l'interféromètre idéal

#### ★ première simplification

◇ Regardons de dessus un Michelson



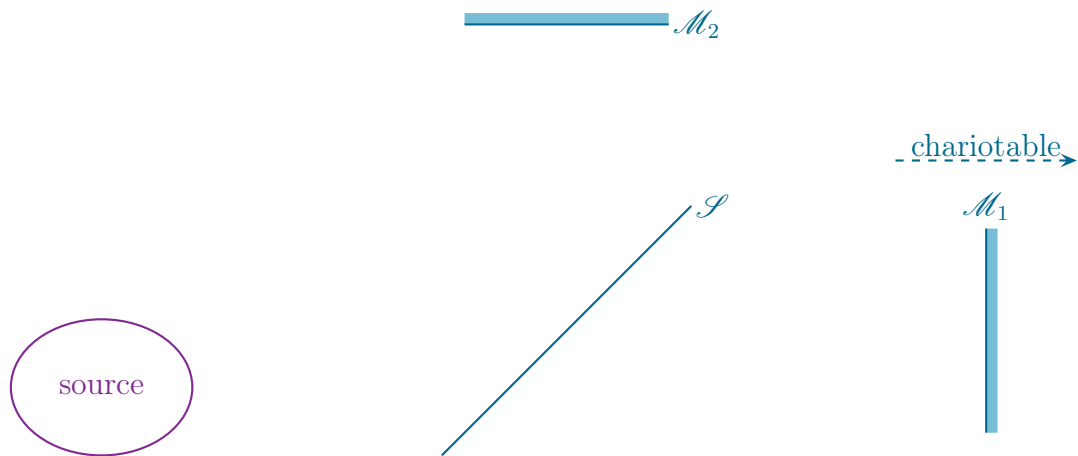
◇ Les deux lames inclinées à 45 degrés permettent :

- pour l'une, la séparatrice, de séparer puis rassembler les autres ;
- pour l'autre, la compensatrice, de compenser le chemin optique introduit par la séparatrice.

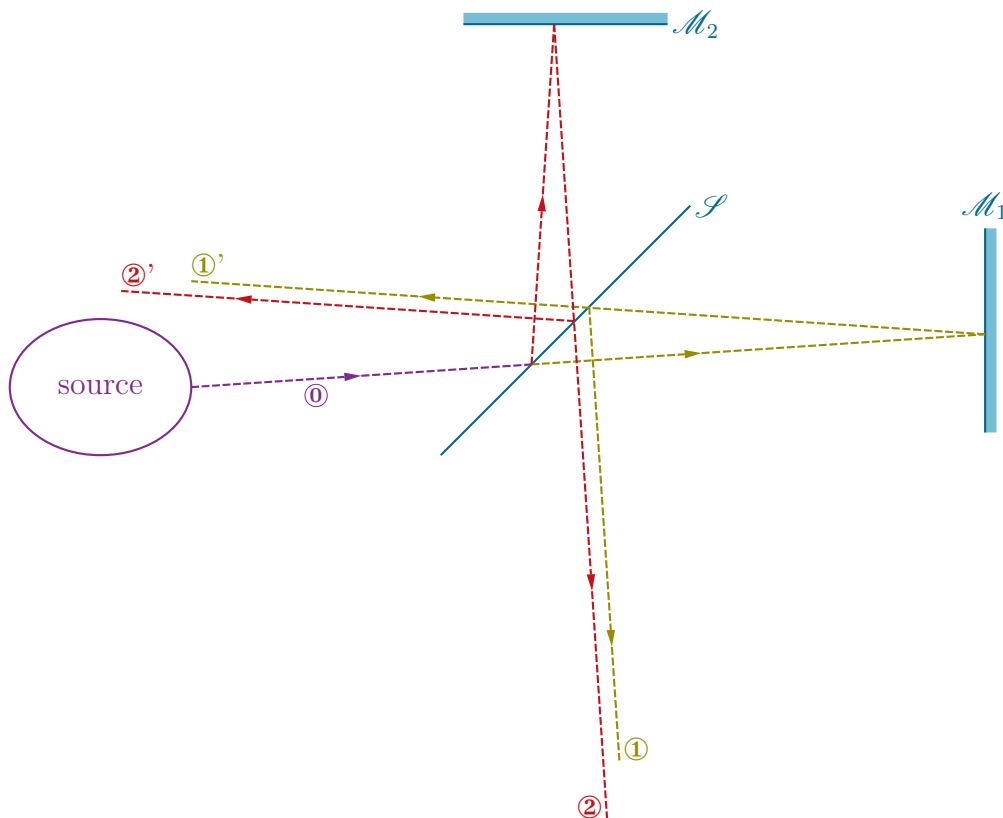
◇ Comme la compensatrice a pour rôle de compenser l'épaisseur de la séparatrice, nous allons, pour nous simplifier la vie et nous concentrer sur la phénoménologie, l'oublier et représenter la séparatrice par un simple trait.

#### ★ schématisation et nouvelle simplification

◇ Finalement l'interféromètre peut se représenter de la manière suivante.



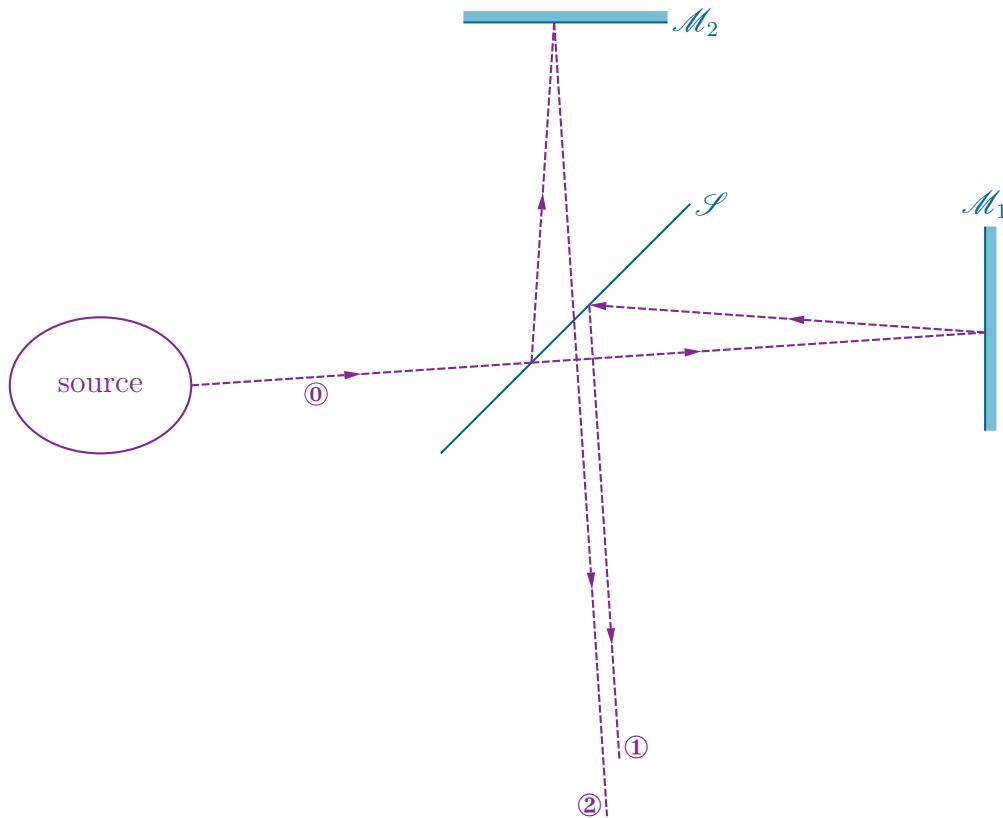
◇ Suivons le trajet d'un rayon lumineux ① émis par la source.



◇ Le rayon lumineux :

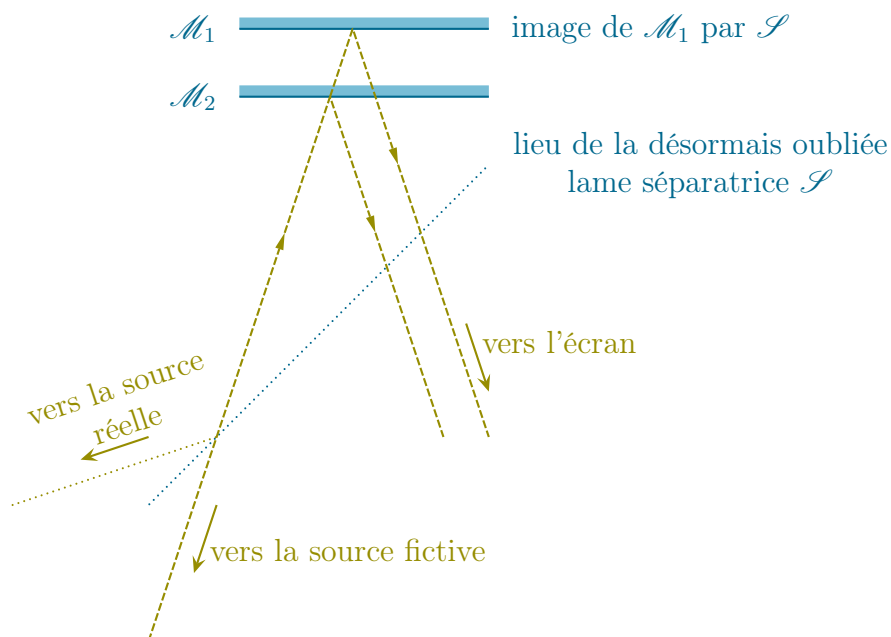
- est d'abord séparé par la lame semi-réfléchissante semi-transparente en deux rayons, l'un se dirigeant vers  $\mathcal{M}_1$  et l'autre vers  $\mathcal{M}_2$  ;
- le rayon se dirigeant vers  $\mathcal{M}_1$  s'y réfléchit puis retourne vers la lame semi-réfléchissante semi-transparente où il est séparé en deux rayons ① et ①' ;
- de même le rayon se dirigeant vers  $\mathcal{M}_2$  s'y réfléchit puis est séparé en deux rayons ② et ②' par la lame semi-réfléchissante semi-transparente ;
- les rayons ①' et ②' retournent vers la source et sont perdus pour l'observateur ;
- les rayons ① et ② vont interférer.

◇ Finalement, comme les rayons ①' et ②' ne nous intéressent pas, nous représenterons la situation de la manière suivante



### I.3.iii – système équivalent

- ◇ Comme il n'est pas simple de voir et d'appréhender ce qui se passe avec autant de réflexions qu'en génère l'interféromètre, nous allons le « déplier », *i.e.* le représenter sans la séparatrice.
- ◇ Pour cela nous allons faire les images de la source et de  $M_1$  par la séparatrice de manière à arriver au schéma équivalent suivant.



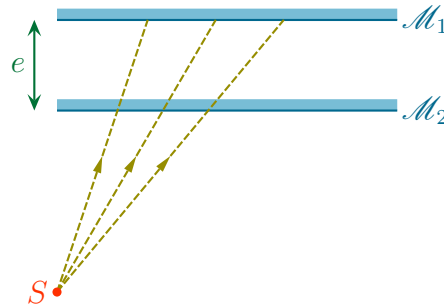
- ◇ Il faut bien comprendre que ce schéma est un schéma équivalent et qu'aucun rayon ne traverse en réalité  $M_2$  dans la zone entourée de rouge.
- ◇ Dans la suite nous ne représenterons plus la position de la séparatrice.

### I-3.iv – réglages

✧ Pour parler des réglages, nous regarderons uniquement les deux miroirs équivalents  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}_2$ .

#### ★ lame d'air

Lorsque dans le système optique équivalent à l'interféromètre de MICHELSON les deux miroirs sont parallèles, l'interféromètre est dit réglé en *lame d'air* d'épaisseur  $e$ .

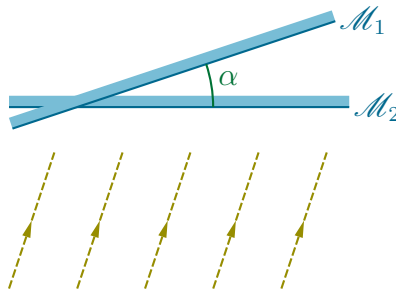


Lors d'un réglage en lame d'air, l'interféromètre est éclairé par une onde sphérique.

✧ Pourquoi? Nous allons l'expliquer dans la suite mais il vaut mieux dès à présent commencer à l'apprendre.

#### ★ coin d'air

Lorsque dans le système optique équivalent à l'interféromètre de MICHELSON les deux miroirs ne sont pas parallèles, l'interféromètre est dit réglé en *coin d'air* d'angle  $\alpha$ .



Lors d'un réglage en lame d'air, l'interféromètre est éclairé par une onde plane.

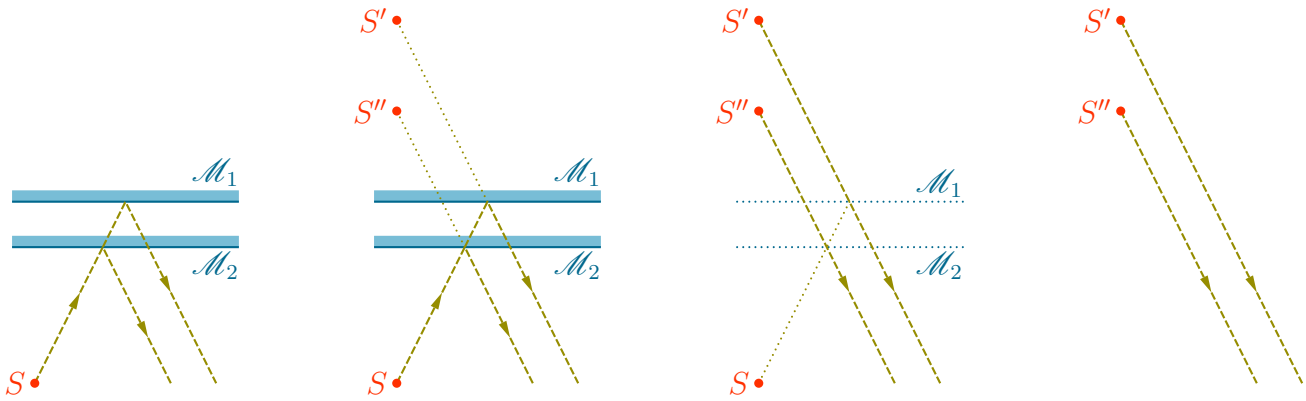
✧ Cela aussi sera expliqué dans la suite.

### I-3.v – utilisation en lame d'air éclairée par une onde sphérique

#### ★ observation des interférences

✧ Considérons une source ponctuelle à distance finie.

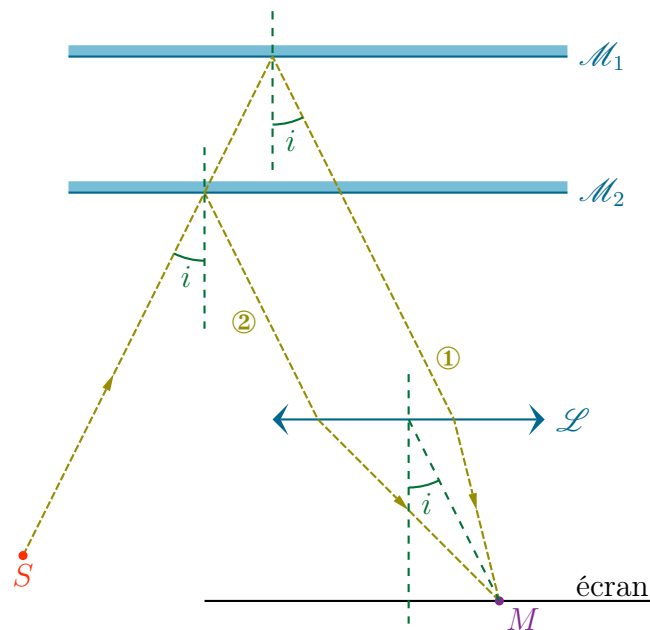
✧ Nous pouvons trouver le système optique équivalent avec les deux sources  $S'$  et  $S''$  fictives en « dépliant » à nouveau  $S$  par rapport aux miroirs.



- ◇ Nous nous retrouvons alors dans le cas précédent, celui de l'interférence de deux ondes sphériques avec observation dans un plan orthogonal aux sources.

Dans le cas d'un réglage en lame d'air, la figure d'interférence observée est un ensemble de franges circulaires concentriques.

- ◇ Comme nous le justifierons dans la 2<sup>e</sup> partie de ce chapitre, l'observation expérimentale des interférences se fait à l'infini.
- ◇ L'infini optique est très facilement réalisé par la projection dans le plan focal d'une lentille convergente.



### ☆ figure d'interférence

### 🕒 éclaircissement

- ◇ Comme nous avons affaire ici à l'interférence de deux ondes de même amplitude donc l'éclaircissement s'écrit

$$\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} (1 + \cos \Delta\varphi)$$

- ◇ Ici, la différence de phase s'écrit

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \quad \text{avec} \quad \delta = (SM)_1 - (SM_2)$$

✧ Reste à calculer la différence de marche.

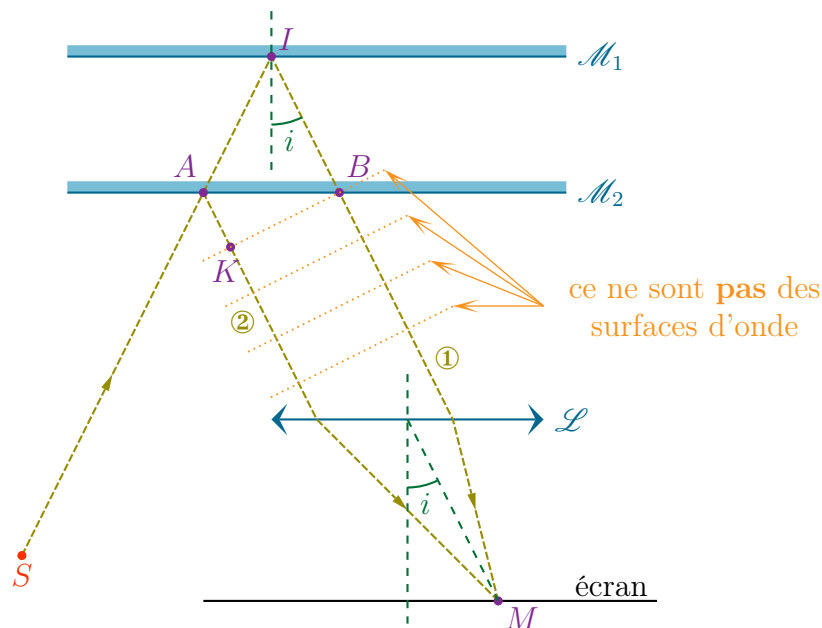
## ☯ différence de marche

Dans le cas d'un réglage en lame d'air d'épaisseur  $e$  la différence de marche s'écrit

$$\delta = 2e \cos i \quad \text{où}$$

$i$  est l'angle d'incidence du rayon issu de la source.

✧ Pour commencer, faisons un schéma clair.



◇ Simplifions la différence de marche en considérant  $n_{\text{air}} = 1$

$$\begin{aligned}\delta &= (SM)_1 - (SM_2) \\ &= \cancel{(SA)} + (AM) - \left( \cancel{(SA)} + (AI) + (IB) + (BM) \right) \\ &= (AM) - (AI + IB + (BM))\end{aligned}$$

✧ Remarquons que les chemins optiques  $(AM)$  et  $(BM)$  ne sont pas égaux à  $AM$  et  $BM$  à cause de la lentille.

✧ Pour continuer à simplifier, utilisons le raisonnement suivant


- d'après le principe de retour inverse de la lumière,  $M$  peut être considérée comme une source engendrant les chemins de lumière  $(MA)$  et  $(MB)$ ;
- en voyant  $M$  comme une source, le théorème de MALUS nous assure que  $(MK) = (MB)$  car  $K$  et  $B$  *serait* sur un plan d'onde;
- par conséquent nous pouvons dire que  $(KM) = (BM)$ .

✧ Il s'en suit que

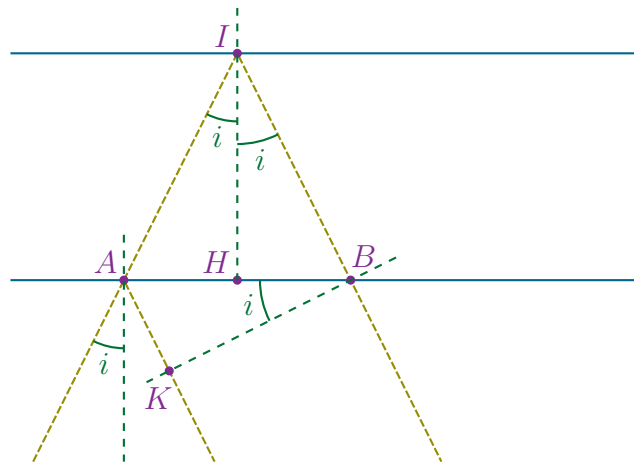
$$(AM) = (AK) + (KM) \rightsquigarrow \delta = (AK) + \cancel{(KM)} - (AI + IB + \cancel{(BM)})$$

✧ Et finalement

$$\delta = AK - (AI + IB)$$

 Erreur fréquente.  $K$  et  $B$  ne sont **pas** sur un plan de phase ou, ce qui revient au même, les ondes réfléchies sur les miroirs  $\mathcal{M}_1$  et  $\mathcal{M}_2$  n'engendrent pas une onde plane! Ce n'est pas parce que nous considérons uniquement deux chemins de lumière qu'il s'agit d'une onde plane. Nous disons juste que **si**  $M$  était une source, alors  $B$  et  $K$  *seraient* sur un plan d'onde.

✧ Désormais c'est de la géométrie. Faisons le schéma en plus gros.



✧ Nous avons

$$AI + IB = 2 AI = \frac{2e}{\cos i}$$

✧ De plus

$$AK = 2 AH \times \sin i = 2e \tan i \times \sin i = 2e \frac{\sin^2 i}{\cos i}$$

✧ En regroupant

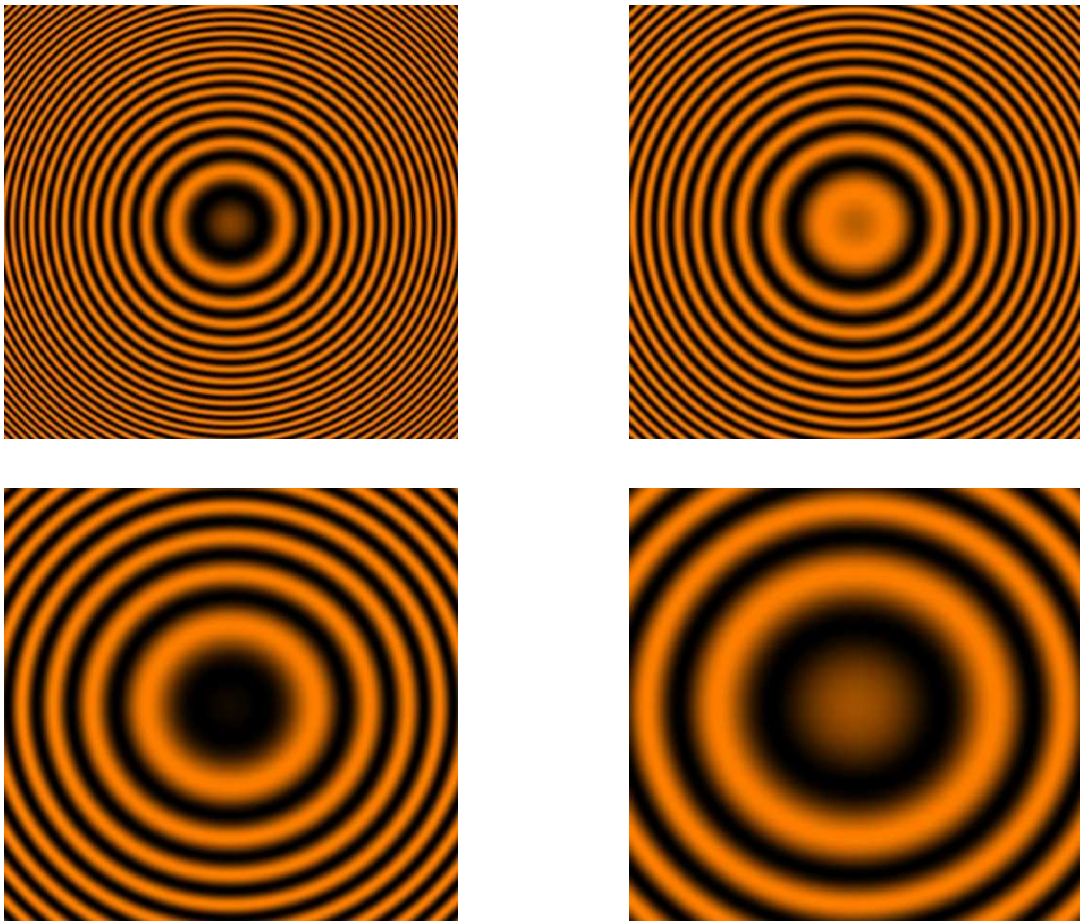
$$\delta = AK - (AI + IB) = 2e \frac{\sin^2 i}{\cos i} - \frac{2e}{\cos i} = 2e \times \frac{1 - \sin^2 i}{\cos i} = 2e \cos i$$

### interprétation

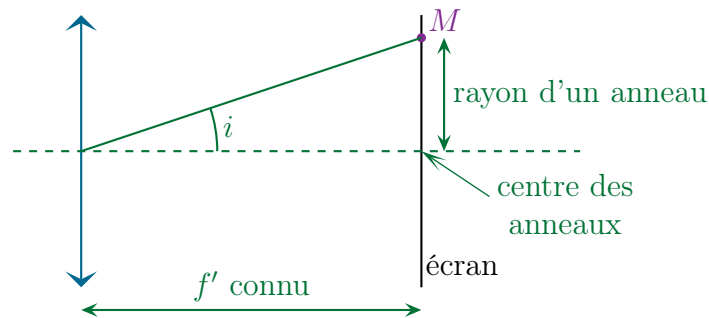
- ✧ Comme nous pouvons le constater, la différence de marche ne dépend **que** de  $i$  c'est-à-dire de l'angle d'incidence du rayon.
- ✧ De plus la nature de l'interférence ne dépendant que de  $i$ , la figure obtenue sera symétrique par rotation autour de l'axe optique et nous verrons des cercles.

Les franges observées suite aux interférences créées par l'interféromètre de MICHELSON réglé en lame d'air sont appelées *franges d'égalé inclinaison*.

✧ Voici des simulations réalistes d'interférences pour des épaisseurs **décroissantes** de lames d'air.



✧ L'angle d'incidence se voit aussi sur l'écran car il correspond à l'angle ci-dessous, facilement accessible expérimentalement.



### 🌀 ordre au centre

✧ Regardons la différence de marche au centre ( $i = 0$ ) et déterminons l'ordre d'interférence  $p_0$  associé

$$\delta(i = 0) = 2e \quad \rightsquigarrow \quad p_0 = \frac{2e}{\lambda_0}$$

✧ Numériquement, pour  $e = 0,50$  mm avec  $\lambda_0 = 589$  nm nous obtenons

$$p_0 = 1,6 \cdot 10^3$$

✧ Remarquons qu'aux chiffres significatifs près il n'est pas possible de donner la valeur suffisamment exacte de l'ordre d'interférence permettant d'interpréter la frange au centre comme étant sombre ou brillante.



### 🌀 rayon des premiers anneaux anneaux

- ✧ Malgré cette incertitude sur l'ordre au centre, nous allons pouvoir déterminer assez précisément le rayon des première franges lumineuse.
- ✧ Supposons que  $p_0$  soit entier pour pouvoir poser les calculs. Au centre nous avons donc une frange brillante.
- ✧ Remarquons que la différence de marche est maximale en  $i = 0$ .
- ✧ Les premières franges autour de celle au centre correspondent donc à des différences de marche plus petites donc à des ordres d'interférence plus petits.
- ✧ Ainsi la  $k$ -ième frange brillante aura un ordre d'interférence de  $p_0 - k$  et correspondra à l'incidence  $i_k$  telle que

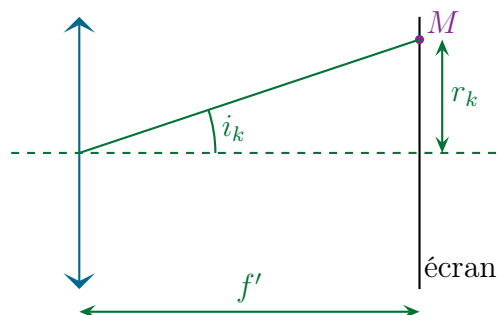
$$\frac{\delta(i_k)}{\lambda_0} = p_0 - k \quad \text{et} \quad p_0 = \frac{2e}{\lambda_0} \quad \rightsquigarrow \quad 2e \cos i_k = 2e - k \lambda_0$$

- ✧ Ce qui mène à, compte-tenu de l'approximation des petits angles

$$1 - \frac{i_k^2}{2} = 1 - \frac{k \lambda_0}{2e} \quad \rightsquigarrow \quad i_k = \sqrt{\frac{k \lambda_0}{e}}$$

- ✧ Comme le montre la figure ci-dessous et compte-tenu de l'approximation de GAUSS, le rayon  $r_k$  du  $k$ -ième anneau brillant s'écrit

$$r_k = f' i_k \quad \rightsquigarrow \quad r_k = f' \sqrt{\frac{k \lambda_0}{e}}$$



- ✧ Nous pouvons constater que :

- à  $e$  constant, plus  $k$  est grand, plus l'anneau est grand (normal!);
- à même  $k$ , plus  $e$  est petit, plus l'anneau est grand.

**STOP** Raisonner à  $k$  constant ne permet pas de suivre une frange fixée en changeant  $e$  puisque  $k$  correspond à l'ordre d'interférence  $p_0 + k$  qui, lui-même, dépend de  $e$ .

Pour un interféromètre de MICHELSON réglé en lame d'air, diminuer l'épaisseur fait mourir les anneaux au centre de la figure d'interférence.

- ✧ Pour le montrer, raisonnons à frange fixée, *i.e.* à différence de marche fixée.
- ✧ Nous avons alors :
  - $\delta = 2e \cos i = C^{\text{te}}$ ;
  - si  $e$  diminue alors  $\cos i$  augmente;
  - si  $\cos i$  augmente,  $i$  diminue.
- ✧ Ce qui prouve bien le résultat.

🔗 **contact optique**

L'interféromètre de MICHELSON est dit *au contact optique* lorsque le système optique équivalent correspond à une lame d'air d'épaisseur nulle.

✧ Pour une lame d'air d'épaisseur nulle la différence de marche vaut  $\delta = 0$  partout !

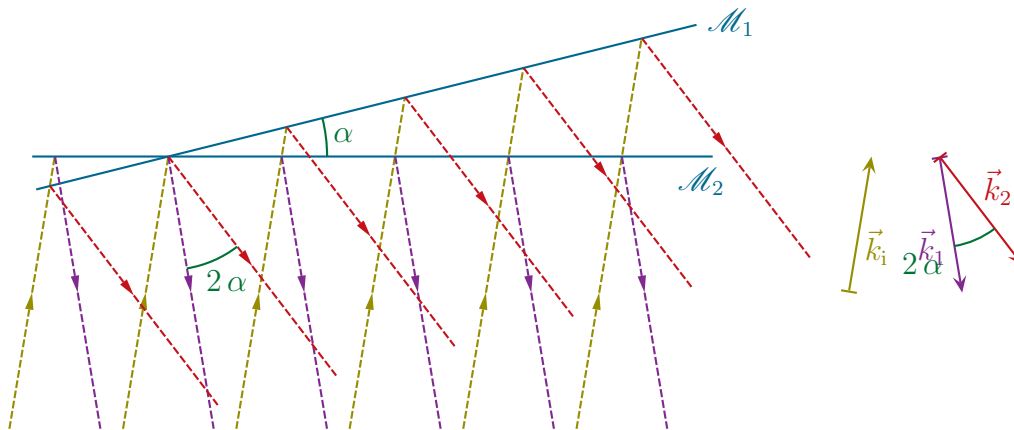
Au contact optique, l'éclairement observé est uniforme.

☞ *Remarque.* Suivant le traitement des lames séparatrice et compensatrice, il peut arriver que la lame d'épaisseur nulle corresponde à un éclairement nul partout suite à un déphasage de  $\pi$  lors d'une réflexion.

### I.3.vi – utilisation en coin d'air éclairée par une onde plane en incidence quasi normale

★ **situation**

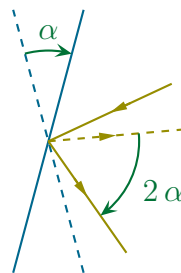
✧ Regardons ce qui se passe au niveau des miroirs.



✧ Chaque miroir renvoie une OPPM, nous avons donc ici affaire à l'interférence de deux OPPM.

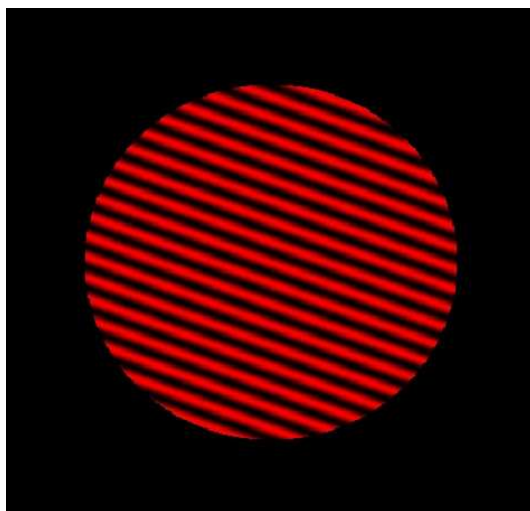
✧ De plus comme le miroir  $\mathcal{M}_1$  peut être vu comme le miroir  $\mathcal{M}_2$  tourné de  $\alpha$ , l'onde réfléchi a tourné, elle, de  $2\alpha$ .

À onde incidente fixée, lorsqu'un miroir plan tourne d'un angle  $\theta$ , l'onde réfléchi tourne d'un angle  $2\theta$ .



✧ Nous pouvons alors utiliser les résultats précédents.

L'interféromètre de MICHELSON réglé en coin d'air d'angle  $\alpha$  et éclairé par une onde plane crée une figure d'interférence constituée de franges parallèles distantes de  $\frac{\lambda}{2\alpha}$ .



★ figure d'interférence

## I.4 – Bilan

### I.4.i – type d'interféromètre

◇ Nous avons vu deux types d'interféromètres :

- le miroir de LLOYD ;
- l'interféromètre de MICHELSON.

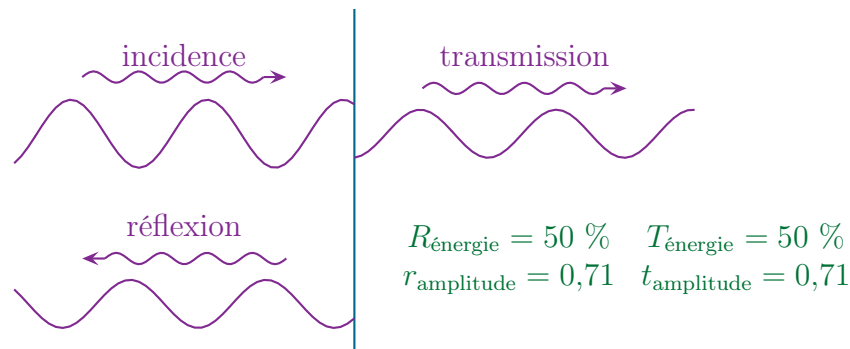
◇ Ces deux interféromètres sont de natures différentes.

Un interféromètre *à division du front d'onde* est un interféromètre où les ondes qui interfèrent ont été séparées au niveau de la source.

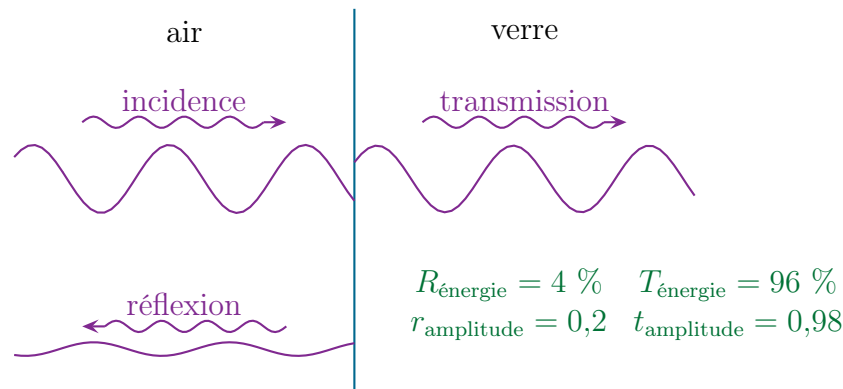
◇ C'est le cas du miroir de LLOYD.

Un interféromètre *à division d'amplitude* est un interféromètre où les ondes qui interfèrent ont été séparées après la source, souvent par un dispositif partiellement transparent et partiellement réfléchissant.

◇ C'est le cas de l'interféromètre de MICHELSON pour lequel 50 % de l'énergie est réfléchi et 50 % est transmise.



✧ Ce n'est pas la seule manière de séparer l'énergie. Un simple morceau de verre permet aussi de séparer l'énergie.



- ✧ Finalement peu importe le type d'interféromètre pour les calculs, l'avantage des interféromètres à division d'amplitude c'est qu'ils sont en général plus lumineux.
- ✧ Notons enfin qu'il est nécessaire de connaître l'interféromètre en entier pour pouvoir l'associer à un certain type.

### I.4.ii – interféromètre à deux ondes

- ✧ Rappelons que lorsqu'il y a interférences à deux ondes de même amplitudes nous pouvons écrire directement

$$\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} (1 + \cos \Delta\varphi) \quad \text{avec} \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} \quad \text{et} \quad \delta = (SM)_1 - (SM)_2$$

- ✧ De plus, en terme d'interprétation :

- si l'ordre d'interférence est entier en  $M$ , alors  $M$  appartient à une frange brillante ;
- si l'ordre d'interférence est « demi-entier » en  $M$ , alors  $M$  appartient à une frange sombre.

### I.4.iii – à quoi servent les interférences ?

- ✧ Les interférences, ou plutôt l'exploitation des figures d'interférence, permettent de lier trois choses :
  - les caractéristiques géométriques de la source ;
  - les caractéristiques optiques de la source ;
  - les caractéristiques de l'interféromètre.

- ✧ Ainsi dans  $i = \frac{\lambda D}{a}$  pour le miroir de LLOYD, il est facile de connaître  $D$  (par construction) et  $i$  par mesure. Nous pouvons alors en déduire  $\frac{\lambda}{a}$ .

- ✧ Si nous connaissons la source  $a$ , nous pouvons *mesurer* la longueur d'onde  $\lambda$  et réciproquement.
- ✧ Dans le cas de l'interféromètre de Michelson, avec un interféromètre utilisé en TP il est possible :

- de mesurer précisément des longueurs d'onde ;
  - de trouver le profil d'une raie d'émission d'une lampe ;
  - de mesurer l'indice de l'air ;
  - de mesurer l'épaisseur d'une lame de verre.
- ◇ Avec des interféromètres plus professionnelle, il est possible de mesurer des variations de distance extrêmement faibles. Un des plus grands interféromètre construit sur Terre a des bras de plus de 2,0 km de long !

## II – Problèmes de cohérence

### II.1 – Origine des incohérences

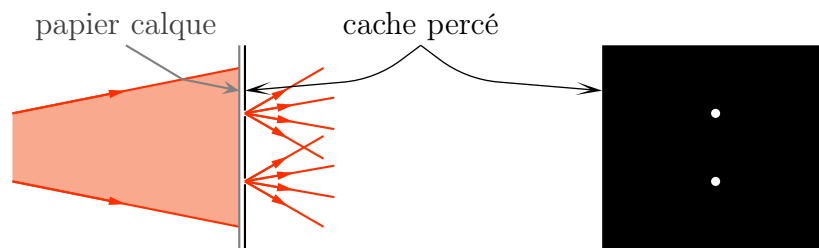
- ✧ Dans la première partie nous avons considéré des dispositifs éclairés par une source ponctuelle et monochromatique.
- ✧ Les deux conditions nécessaires aux interférences étant dès lors obligatoirement vérifiées, il ne pouvait qu'y avoir interférence.
- ✧ En pratique les choses sont un peu plus complexe parce que les sources peuvent être soit non ponctuelles (donc étendues) soit non monochromatiques soit ... étendues et non monochromatiques.
- ✧ Nous allons regarder un peu plus précisément ce qui se passe dans ces conditions.

### II.2 – Cohérence spatiale ou de l'utilisation d'une source large

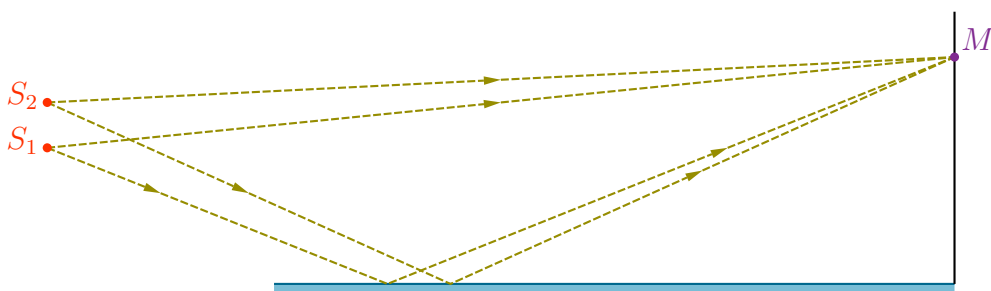
#### II.2.i – idoinoton

##### ★ situation

- ✧ Commençons par le cas le plus simple de source non ponctuelle : une source constituée de *deux* points source.
- ✧ Il est possible de réaliser une telle source en éclairant un papier diffusant derrière un cache constitué de deux petits trous.



- ✧ Utilisons cette source étendue dans le montage du miroir de LLOYD et cherchons les chemins de lumière qui peuvent arriver jusqu'en  $M$ .



- ✧ En  $M$  nous voyons qu'arrive 4 ondes :
  - les deux ondes issues de  $S_1$  interfèrent entre elles ;
  - les deux ondes issues de  $S_2$  interfèrent entre elles ;
  - **mais** les ondes issues de  $S_1$  n'interfèrent pas avec celles issues de  $S_2$ .
- ✧ Utilisons un corrolaire de la notion d'interférence.

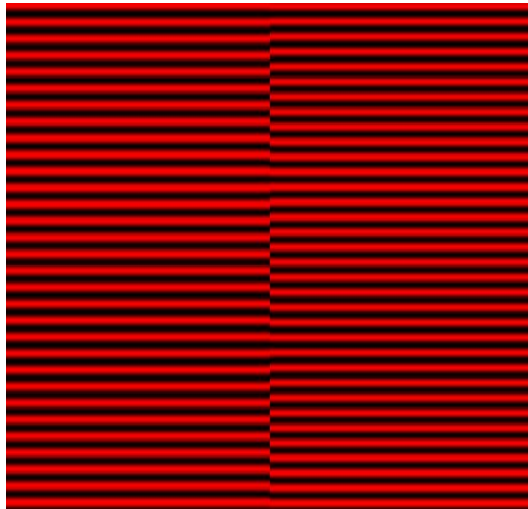
Lorsque deux (ou plusieurs) sources n'interfèrent pas, l'éclairement résultant est la somme des éclairements séparés.

- ✧ En d'autres termes nous allons exprimer l'éclairement  $\mathcal{E}_1(M)$  créé par la source  $S_1$  *comme si elle était seule*, puis nous ferons de même en exprimant l'éclairement  $\mathcal{E}_2(M)$  créé par la source  $S_2$  *comme si elle était seule aussi* et nous sommerons les deux pour avoir l'éclairement total.

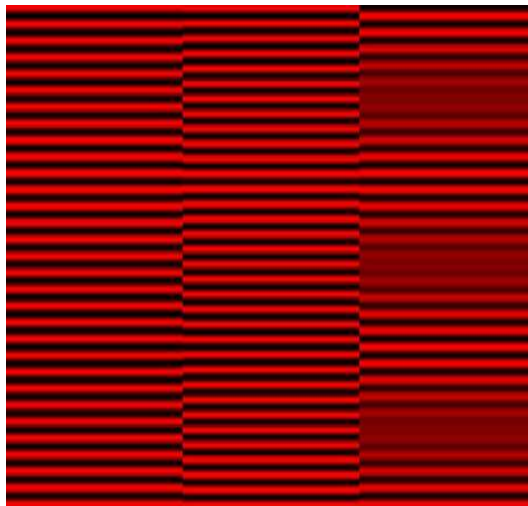
$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M)$$

### ★ approche qualitative

- ✧ Comme nous pouvons le voir *a priori* les deux points sources ne vont pas engendrer le même système de franges : l'un des deux étant plus loin de l'axe de référence que l'autre, ses franges vont être plus resserrées.
- ✧ Juxtaposons les deux systèmes de franges obtenus.



- ✧ Nous voyons alors que, parfois, l'un éclaire dans une zone sombre de l'autre et réciproquement alors qu'ailleurs les zones éclairées et sombres se superposent.
- ✧ Dans ces conditions nous allons voir des zones parfois complètement éclairées et parfois présentant un système de franges.



- ✧ Les zones floues obtenues sont appelées *zone de brouillage*.

Lorsqu'il y a superposition de deux systèmes de franges, il y a brouillage lorsque les deux systèmes de franges sont décalés d'une demi-frange.

## ★ éclaircissement

## 🕒 expression (presque) générale

✧ Ici, comme l'éclaircissement du à la source  $S_1$  n'est autre que des interférences à deux ondes de même amplitude, nous pouvons écrire directement

$$\mathcal{E}_1(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max 1}}{2} (1 + \cos \Delta\varphi_1)$$

✧ De même

$$\mathcal{E}_2(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max 2}}{2} (1 + \cos \Delta\varphi_2)$$

✧ En prenant le cas fréquent  $\mathcal{E}_{\max 1} = \mathcal{E}_{\max 2} \stackrel{\text{not}}{=} \mathcal{E}_{\max}$

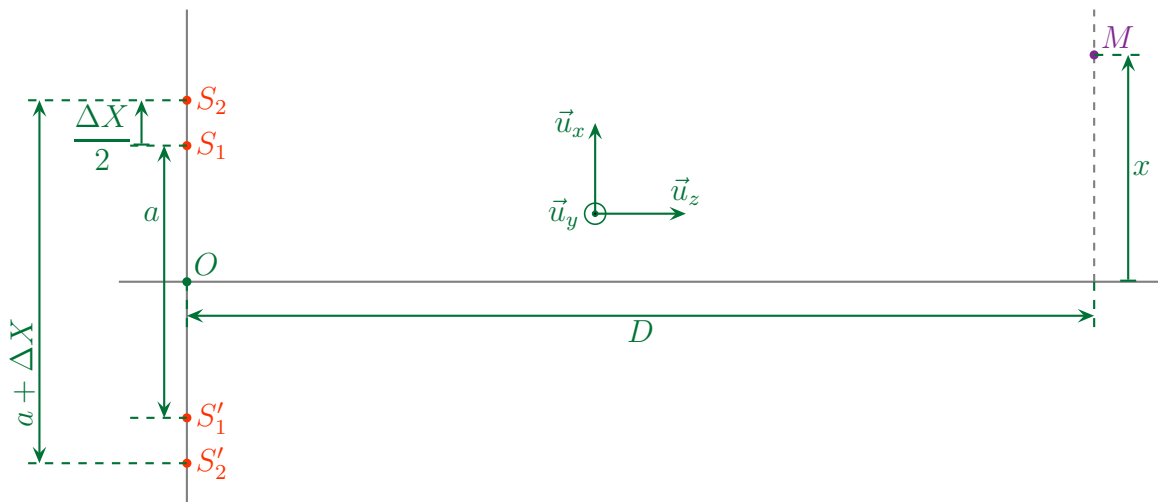
$$\begin{aligned} \mathcal{E}(M) &= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} (1 + \cos \Delta\varphi_1 + 1 + \cos \Delta\varphi_2) \\ &= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} \left( 2 + 2 \cos \left( \frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}{2} \right) \cos \left( \frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2}{2} \right) \right) \end{aligned}$$

✧ Et avec les différences de marche

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_{\max} \left( 1 + \cos \left( \frac{\pi}{\lambda_0} (\delta_1 + \delta_2) \right) \cos \left( \frac{\pi}{\lambda_0} (\delta_1 - \delta_2) \right) \right)$$

## 🕒 expression particulière

✧ Représentons uniquement les points intéressants, à savoir  $M$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  et leurs sources fictives associées (respectivement  $S'_1$  et  $S'_2$ ).



✧ Dans ces condition nous avons, pour la source  $S_1$

$$S_1 S'_1 = a \quad \rightsquigarrow \quad \delta_1 = \frac{a x}{D} + \frac{\lambda_0}{2}$$

✧ De même pour  $S_2$



$$S_2 S'_2 = a + \Delta X \quad \rightsquigarrow \quad \delta_1 = \frac{(a + \Delta X) x}{D} + \frac{\lambda_0}{2}$$

✧ En remplaçant dans l'expression de l'éclairement nous obtenons

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_{\max} \left( 1 + \cos \left( \frac{\pi}{\lambda_0} \times \frac{2 a x + x \Delta X}{D} + \pi \right) \cos \left( \frac{\pi x \Delta X}{\lambda_0 D} \right) \right)$$

✧ Nous pouvons supposer  $\Delta X \ll a$  ce qui permet de simplifier l'expression en

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_{\max} \left( 1 - \cos \left( \frac{2 \pi a x}{\lambda_0 D} \right) \cos \left( \frac{\pi x \Delta X}{\lambda_0 D} \right) \right)$$

### ★ interprétation

✧ L'éclairement peut se réécrire sous la forme

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_{\max} \left( 1 - \cos \left( \frac{2 \pi x}{i} \right) \cos \left( \frac{2 \pi x}{\ell} \right) \right) \quad \text{où} \quad i = \frac{\lambda_0 D}{a} \quad \text{et} \quad \ell = \frac{2 \lambda_0 D}{\Delta X}$$

✧ Comme  $\Delta X \ll a$ , nous avons  $\ell \gg i$  et donc l'éclairement s'écrit

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_{\max} (1 - \text{terme de variation rapide en } i \times \text{terme de variation lente en } \ell)$$

✧ Le terme de variation rapide est un terme en cosinus : c'est le terme de frange.

✧ Le terme de variation lente est un terme qui va « moduler » l'amplitude des oscillations d'éclairement que sont les franges : c'est le terme de contraste.

✧ Visuellement nous avons quelque chose comme la simulation suivante



✧ Nous voyons que la présence d'un deuxième point source brouille les franges obtenues ; les interférences sont moins visibles.

## II.2.ii – le miroir de LLOYD éclairé par une fente large – fonction sinus cardinal

### ★ agrandir la source dans le sens des franges

- ◇ Comme nous pouvons le voir dans le terme de contraste, la « cause » du brouillage est le décalage  $\Delta X$  entre les deux sources.
- ◇ Comme la figure d'interférence ne dépend pas de  $y$ , si les deux sources sont décalées sur cet axe de  $\Delta Y$ , cela engendrera deux systèmes de franges qui se superposeront exactement.
- ◇ Il n'y aura donc pas de véritable brouillage puisque la figure observée restera la même.
- ◇ Dans ces conditions la luminosité sera augmentée ce qui est très appréciable.

Dans le cas d'interférences donnant des bandes parallèles, prendre une fente source dans la direction des bandes permet d'augmenter la luminosité sans créer de brouillage.



Il faut bien que le système interférentiel crée des bandes !

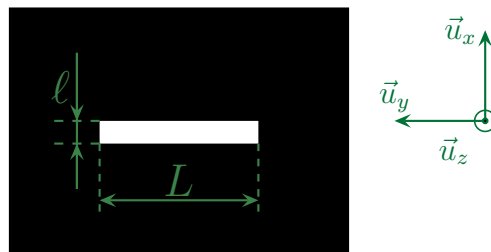


Avec les *fentes* d'YOUNG, ça ne marche pas puisque la figure obtenue n'est pas constituée de bandes parallèles.

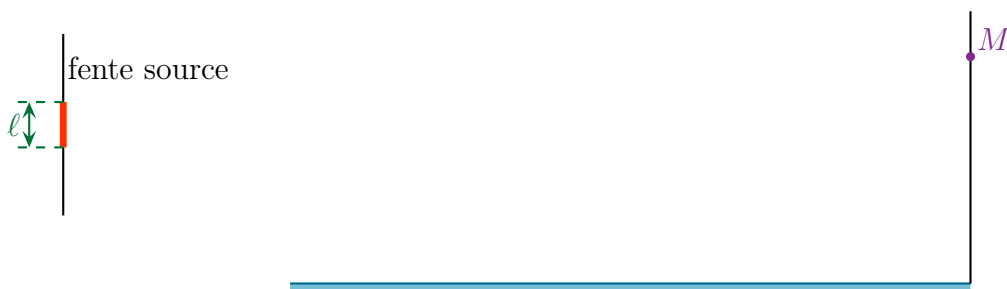
### ★ agrandir la source dans le sens orthogonal aux franges

#### 🌀 décomposition

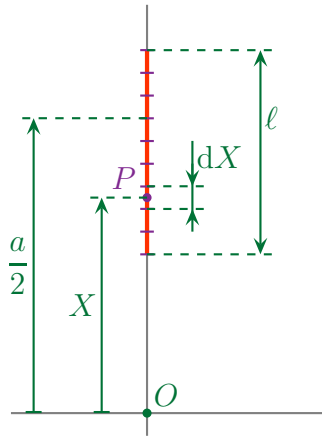
- ◇ Regardons ce qui se passe lorsque le miroir de LLOYD est éclairé par une source large sur  $\vec{u}_x$ .



- ◇ Sur le schéma ci-dessous ne nous préoccupons pas de la longueur  $L$  de la source sur  $\vec{u}_y$  dont nous venons vu juste de voir qu'elle n'intervenait pas sur la figure d'interférence.



- ◇ Pour traiter ce problème, nous allons simplement décomposer la source en une multitude de points sources créant chacun une figure d'interférence.
- ◇ Nous allons décomposer la source de la manière suivante.



- ✧ Chaque point source sera repéré par son abscisse  $X$  telle que  $\frac{a}{2} - \frac{\ell}{2} \leq X \leq \frac{a}{2} + \frac{\ell}{2}$ .
- ✧ Comme aucun des points sources n'interfère avec son voisin, nous allons sommer les éclairissements créés par chacun de ses points sources

$$\mathcal{E}(M) = \sum d\mathcal{E}(M)$$

- ✧ Techniquement, la somme s'écrit  $\mathcal{E}(M) = \int d\mathcal{E}(M)$ , mais ce n'est qu'un détail de calcul.
- ✧ Cherchons  $d\mathcal{E}(M)$ .

### 🔗 éclairissement par une portion de source

- ✧  $d\mathcal{E}(M)$  est l'éclairissement créé par la portion de source en  $\begin{pmatrix} X \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  de largeur  $dX$ .
- ✧ Comme cette source crée des interférences à deux ondes de même amplitude, nous pouvons écrire

$$d\mathcal{E}(M) = \frac{d\mathcal{E}_{\max}}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi \delta(X,x)}{\lambda_0} \right)$$

- ✧ En ce qui concerne  $d\mathcal{E}_{\max}$ , en considérant la source uniforme en intensité, nous pouvons dire que si la largeur  $\ell$  éclaire à  $\mathcal{E}_{\max}$  alors la largeur  $dX$  éclaire à

$$d\mathcal{E}_{\max} = \mathcal{E}_{\max} \times \frac{dX}{\ell}$$

- ✧ Pour la différence de marche, nous pouvons reprendre les résultats de la première partie.
- ✧ Comme la source fictive qui interfère avec le point source considéré est à une distance  $2X$  de celle-ci, la différence de marche s'écrit

$$\delta(X,x) = \frac{(2X)x}{D} + \frac{\lambda_0}{2}$$

- ✧ Finalement, un point source de largeur  $dX$  crée l'éclairissement

$$d\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2\ell} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi 2Xx}{D\lambda_0} + \pi \right) \right) dX \rightsquigarrow d\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2\ell} \left( 1 - \cos \frac{2\pi 2Xx}{D\lambda_0} \right) dX$$

### 🔗 éclairage total

✧ Maintenant, ce n'est que du calcul, il suffit de sommer en faisant attention aux bornes

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}(M) &= \int_{a/2-\ell/2}^{a/2+\ell/2} d\mathcal{E}(M) \\
 &= \int_{a/2-\ell/2}^{a/2+\ell/2} \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2\ell} \left( 1 - \cos \frac{2\pi 2Xx}{D\lambda_0} \right) dX \\
 &= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2\ell} \left[ \int_{a/2-\ell/2}^{a/2+\ell/2} 1 dX - \int_{a/2-\ell/2}^{a/2+\ell/2} \cos \frac{2\pi 2Xx}{D\lambda_0} dX \right] \\
 &= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2\ell} \left[ \ell - \frac{\left[ \sin \frac{2\pi 2Xx}{D\lambda_0} \right]_{a/2-\ell/2}^{a/2+\ell/2}}{\frac{2\pi 2x}{D\lambda_0}} \right] \\
 &= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2\ell} \left[ \ell - \frac{\sin \frac{2\pi x(a+\ell)}{D\lambda_0} - \sin \frac{2\pi x(a-\ell)}{D\lambda_0}}{\frac{2\pi 2x}{D\lambda_0}} \right]
 \end{aligned}$$

✧ Et avec  $\sin a - \sin b = 2 \cos \left( \frac{a+b}{2} \right) \sin \left( \frac{a-b}{2} \right)$  nous obtenons

$$\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2\ell} \left[ \ell - 2 \times \frac{\ell \sin \frac{2\pi x\ell}{D\lambda_0}}{\frac{2\pi 2x\ell}{D\lambda_0}} \times \cos \frac{2\pi xa}{D\lambda_0} \right]$$

✧ Nous voyons apparaître une fonction que nous rencontrons souvent :  $\text{sinc}(\theta) = \frac{\sin \theta}{\theta}$ .

$$\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} \left[ 1 - \text{sinc} \left( \frac{2\pi x\ell}{D\lambda_0} \right) \times \cos \frac{2\pi xa}{D\lambda_0} \right]$$

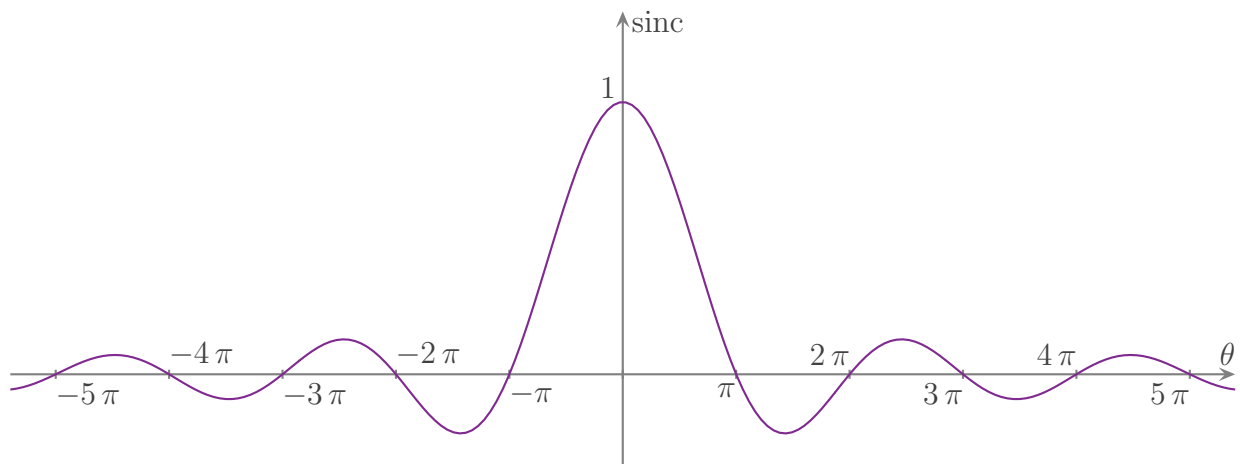
### 🔗 fonction sinus cardinal

La fonction *sinus cardinal* est définie par

$$\text{sinc}(\theta) = \frac{\sin \theta}{\theta}$$

👉 *Remarque.* Comme ce n'est pas une « vraie » fonction mathématique, il est possible de rencontrer d'autres définition du sinus cardinal.

◇ Graphiquement elle ressemble à



La fonction  $\text{sinc}(x)$  est nulle pour les  $x$  qui annulent  $\sin x$  sauf pour  $x = 0$  pour laquelle  $\text{sinc}(0) = 1$ .

- ◇ Peu importe les positions et les valeurs « exactes » des maxima secondaires : nous ne les mesurons jamais.
- ◇ En revanche, il faut bien se rappeler que  $\text{sinc}(x)$  a une décroissance en  $\frac{1}{x}$  qui est « lente ».

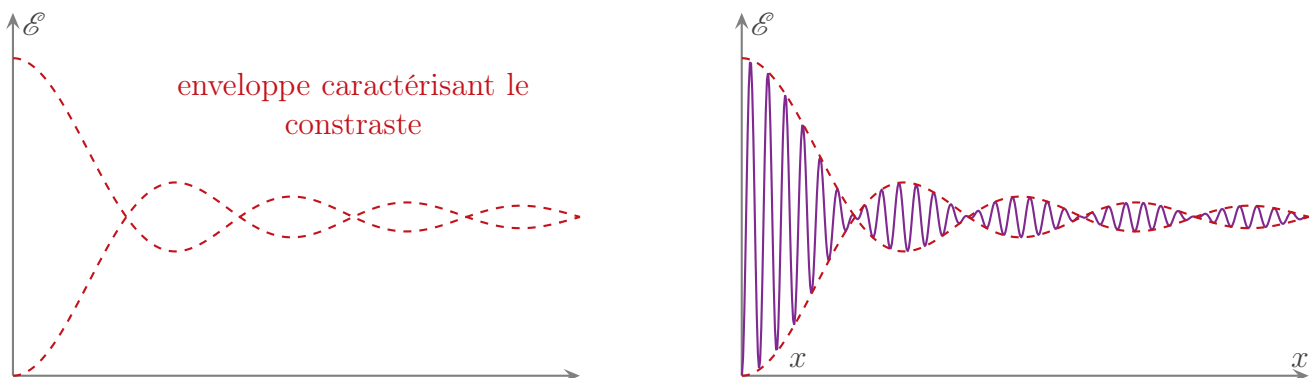
Un sinus cardinal diminue globalement lentement.

### 🔗 interprétation

- ◇ Revenons à l'éclairement obtenu avec une fente large pour le miroir de LLOYD.
- ◇ Comme précédemment, nous pouvons écrire le terme d'éclairement sous la forme

terme de variation rapide de frange en  $\cos$  × terme de variation lente de contraste en  $\text{sinc}$

- ◇ Graphiquement l'éclairement est le suivant :



- ◇ Cela correspond à la simulation ci-dessous :



### II.2.iii – le contraste

- ✧ Comme nous l'avons vu à plusieurs reprises, lorsque les sources ne sont plus ponctuelles il peut y avoir brouillage au sens où les franges obtenues ne sont plus parfaitement contrastées.

Le *contraste*  $\Gamma$  est proportion de l'amplitude locale des oscillations d'éclairement par rapport à l'éclairement maximal.

- ✧ Techniquement cela signifie que, pour des interférences à deux ondes

$$\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} (1 + \text{contraste} \times \cos(\text{frange}))$$

Le contraste peut dépendre du point considéré.

- ✧ Il est possible aussi de calculer le contraste de la manière suivante

$$\Gamma = \frac{\mathcal{E}_{\text{frange brillante}} - \mathcal{E}_{\text{frange sombre d'à côté}}}{\mathcal{E}_{\text{frange brillante}} + \mathcal{E}_{\text{frange sombre d'à côté}}}$$

- ✧ Normalement le contraste est une grandeur positive ce qui fait que nous devrions prendre en toute rigueur la valeur absolue du facteur devant le cosinus correspondant aux franges.
- ✧ En pratique nous ne le ferons pas car nous nous préoccuperons principalement des situations pour laquelle le contraste est nul ce qui rend inutile la notion de signe.
- ▲ De plus le caractère négatif du contraste est interprété dans le cas des fentes d'YOUNG éclairés par une source large.

### II.2.iv – le michelson en lame d'air

- ✧ Considérons l'interféromètre de MICHELSON et regardons ce qui se passe lorsque se superposent les éclairissements dus à deux points sources, éclairissement observé à l'infini.
- ✧ Reprenons pour cela la relation trouvée dans le cas (presque) général du miroir de LLOYD éclairé par deux points sources.

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_{\max} \left( 1 + \cos \left( \frac{\pi}{\lambda_0} (\delta_1 + \delta_2) \right) \cos \left( \frac{\pi}{\lambda_0} (\delta_1 - \delta_2) \right) \right)$$

- ✧ Or ici  $\delta_1 = \delta_2 = 2e \cos i$  indépendant du point source !
- ✧ En effet choisir un point  $M$  d'observation sur l'écran c'est choisir un angle de réflexion *donc* un angle d'incidence  $i$  et ce **quel que soit** le point source.
- ✧ Nous obtenons alors

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_{\max} \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right)$$

- ✧ La figure d'interférence obtenue est la même.
- ✧ La différence c'est qu'avant l'éclairement maximal était  $\mathcal{E}_{\max}$  alors qu'avec deux points source c'est  $2\mathcal{E}_{\max}$ .

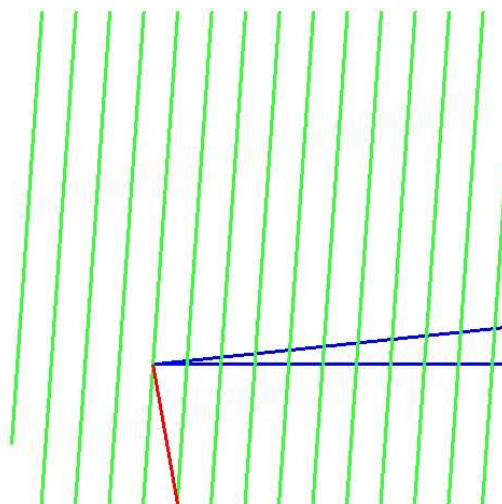
Il n'y a **aucun** problème de cohérence spatiale pour un interféromètre de MICHELSON réglé en lame d'air avec observation à l'infini optique.

- ✧ Il s'agit là en fait d'une des principales raisons qui font que cet interféromètre est très pratique, il est très lumineux et c'est plus qu'utile en TP.
- ✧ Il s'agit là d'un cas exceptionnel, n'en doutons pas !
- ☞ *Remarque.* En revanche quand l'infini optique n'est pas rigoureux, il peut y avoir brouillage, c'est normal. L'auteur ne doute pas un seul instant avoir l'occasion de le répéter en TP.

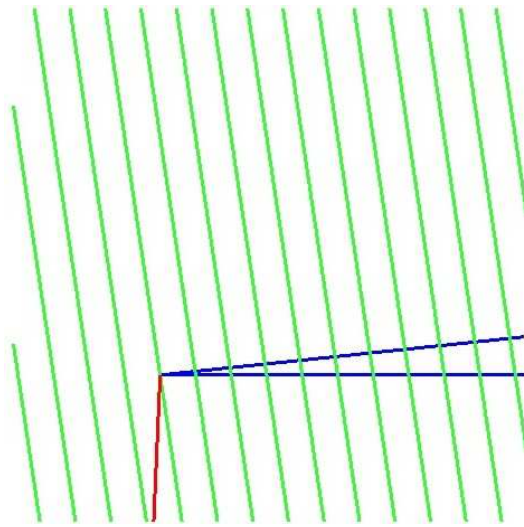
## II.2.v – le michelson en coin d'air

### ★ simulation

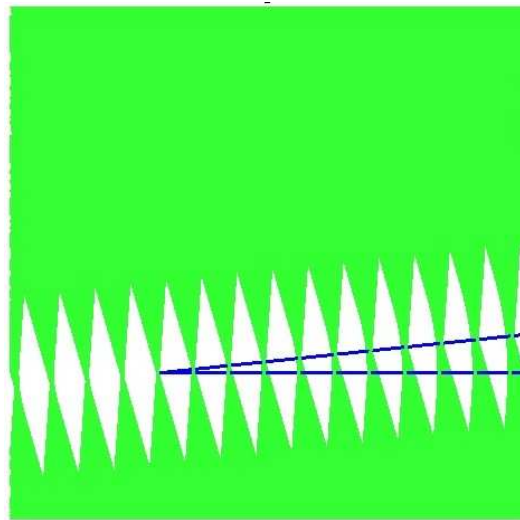
- ✧ Imaginons une onde plane dont un des rayons incident est représenté ci-dessous (en rouge).



- ✧ Les plans verts sont les plans d'éclairement maximal retrouvés géométriquement.
- ✧ Si une onde plane arrive avec un angle légèrement différent, les plans d'éclairement maximal n'auront pas la même direction.



- ✧ Si maintenant nous superposons « beaucoup » d'ondes planes incidentes avec des angles d'incidence différents, nous voyons que l'espace tout entier est éclairé.



- ✧ Tout entier ? Non. Près des miroirs il reste une zone épargnée par les plans de lumière, il reste des zones d'ombre autrement dit il reste des franges.

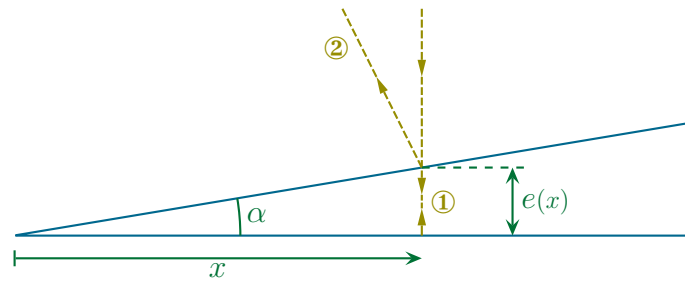
Dans le cas de l'interféromètre de MICHELSON réglé en coin d'air et éclairé par une source large en incidence quasi-normale, il y a brouillage partout sauf au niveau des miroirs.

- ✧ Ceci explique pourquoi lorsque nous avons présenté une simulation d'interférence en coin d'air il n'y avait d'interférences que dans un cercle : c'est parce que nous avons simulé l'image des miroirs.

### ★ retrouver la différence de marche

- ✧ Dans le cas de l'interféromètre de MICHELSON coin d'air, il est possible de retrouver rapidement l'interfrange sans repasser par l'interférence de deux ondes planes.
- ✧ Pour cela, il faut commencer par **sachant que** les interférences se font :
- au niveau des miroirs ;
  - en incidence quasi-normale.
- ✧ Nous pouvons représenter les ondes qui interfèrent de la manière suivante





✧ La différence de marche est immédiate : il s'agit du chemin optique parcouru par l'onde ② « à l'intérieur » du coin.

✧ Géométriquement, comme  $\alpha$  est petit nous avons

$$\delta = 2e(x) \quad \rightsquigarrow \quad \delta = 2\alpha x$$

✧ L'interfrange se retrouve alors rapidement en commençant par chercher la position  $x_k$  de la frange d'ordre  $k$ .

$$\delta = 2\alpha x_k = k\lambda_0 \quad \rightsquigarrow \quad x_k = k \times \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

✧ Puis l'interfrange est obtenue par

$$i = x_{k+1} - x_k \quad \rightsquigarrow \quad i = \frac{\lambda_0}{2\alpha}$$

### ★ interfrange

Pour un interféromètre de MICHELSON réglé en coin d'air, l'interfrange **sur les miroirs** vaut  $\frac{\lambda_0}{2\alpha}$ .

✧ Insistons sur le fait qu'il s'agit là d'interfrange au niveau des miroirs, car, en TP, ces franges seront toujours observées à l'aide d'une projection réalisée par une lentille convergente.

✧ Pour mesurer l'angle  $\alpha$  il faudra alors tenir compte du grandissement de la lentille, grandissement qu'il faudra mesurer.

## II.3 – Cohérence temporelle ou de l'utilisation d'une source non monochromatique

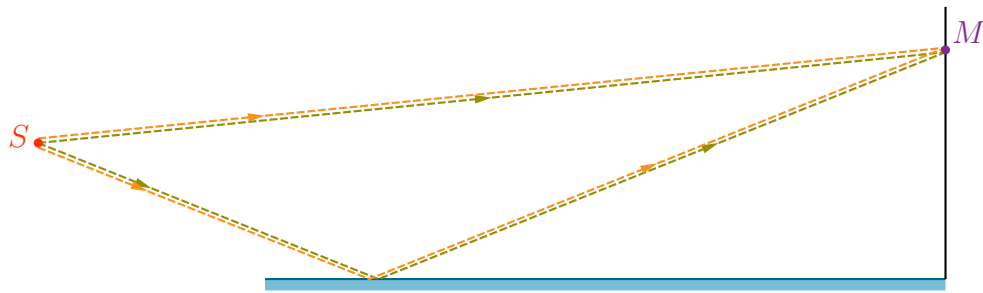
### II.3.i – le problème, l'idée

✧ Rappelons qu'une source n'est jamais parfaitement monochromatique car la durée d'émission  $\tau_c$  d'un train d'onde est liée à la largeur fréquentielle  $\Delta\nu$  par

$$\tau \times \Delta\nu \sim 1$$

✧ Même si les lasers ne sont pas parfaitement monochromatiques, il s'en rapprochent beaucoup.

✧ Ainsi si nous considérons *un* point source émettant plusieurs radiations, nous n'aurons « qu' » à sommer les éclaircissements obtenus.



- ◇ Comme cela ne se voit pas très bien sur le schéma ci-dessus, il y a 4 ondes qui arrivent en  $M$  :
  - deux ondes de longueur d'onde  $\lambda_1$  qui interfèrent en  $M$  ;
  - deux ondes de longueur d'onde  $\lambda_2$  qui interfèrent en  $M$  ;
  - **mais** les ondes de longueur d'onde  $\lambda_1$  n'interfèrent pas avec celle de longueur d'onde  $\lambda_2$ .
- ◇ L'énorme avantage par rapport à la cohérence spatiale c'est que, cette fois, la différence de marche est la même quelles que soient les radiations envisagées.

### II.3.ii – le michelson en lame d'air

#### ★ expression de l'éclairement

#### 🕒 situation et première expression

- ◇ Supposons l'interféromètre de MICHELSON :
  - réglé en lame d'air ;
  - observé à l'infini optique ;
  - éclairé par une lampe à vapeur de sodium présentant le doublet  $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$  et  $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$ .
- ◇ Dans ces conditions nous pouvons sommer les éclairements dus aux deux radiations.

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M)$$

- ◇ Comme chaque radiation engendre des interférences à deux ondes de même amplitude, nous pouvons écrire

$$\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max 1}}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_1} \right) + \frac{\mathcal{E}_{\max 2}}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_2} \right)$$

- ◇ En considérant que les deux éclairements sont les mêmes<sup>3</sup> nous obtenons

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(M) &= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} \left( 2 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_1} + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_2} \right) \\ &= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} \left[ 2 + 2 \cos \left( \pi\delta \times \left( \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) \right) \times \cos \left( \pi\delta \times \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \right) \right] \end{aligned}$$

- ◇ Rappelons, et ce n'est pas anodin, que la différence de marche  $\delta$  est la même quelle que soit la radiation envisagée et pas seulement parce qu'il s'agit de l'interféromètre de MICHELSON.

3. Cece n'est pas tout à fait vrai pour le doublet du sodium.

### 🔗 simplification

✧ Étant donné les ordres de grandeurs mis en jeu, nous pouvons écrire

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda \quad \text{avec} \quad \Delta\lambda \ll \lambda_1$$

✧ Dans ces conditions nous pouvons simplifier les expressions en  $\frac{1}{\lambda}$  au premier ordre non nul.

✧ Cela donne d'abord l'ordre 0 pour

$$\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} = \frac{2}{\lambda_1}$$

✧ En revanche, pour l'autre terme il faut aller jusqu'à l'ordre 1

$$\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{\lambda_1} \left( 1 - \frac{1}{1 + \Delta\lambda/\lambda_1} \right) \rightsquigarrow \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1^2}$$

✧ En remplaçant ces expressions dans l'éclairement nous obtenons.

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_{\max} \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi\delta}{\lambda_1} \right) \times \cos \left( \frac{\pi\delta\Delta\lambda}{\lambda_1^2} \right) \right]$$

### 🔗 interprétation

✧ Une fois de plus (!) nous voyons apparaître un éclairement sous la forme

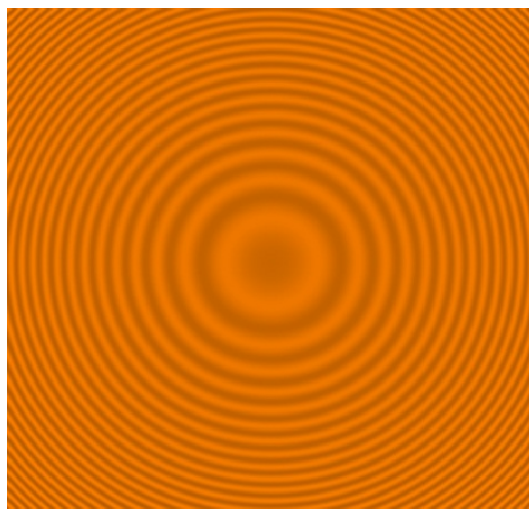
variation rapide de frange en  $1/\lambda_1 \times$  variation lente de contraste en  $\Delta\lambda/\lambda_1^2$

✧ Ainsi :

➔ si  $\cos \left( \frac{\pi\delta\Delta\lambda}{\lambda_1^2} \right) \ll 1$  l'éclairement est quasi-uniforme, il y a *brouillage* ;

➔ si  $\cos \left( \frac{\pi\delta\Delta\lambda}{\lambda_1^2} \right) \sim 1$  l'éclairement est très contrasté, nous pouvons voir des franges d'égale inclinaison.

✧ Voici ci-dessous une simulation réaliste d'un brouillage obtenu avec une lampe à vapeur de sodium.



✧ Remarquons que le repérage des brouillages successifs en fonction de  $e$  permet de remonter à  $\Delta\lambda$ .

### ★ mesurer $\Delta\lambda$

- ✧ Pour simplifier, et parce que l'expérience montre que le contraste est à peu près uniforme, raisonnons sur  $i = 0$ .

### 🔗 avec les mains

- ✧ Supposons que l'épaisseur  $e_0$  engendre un brouillage et notons  $e_0 + \Delta e$  l'épaisseur **suivante** qui engendre un brouillage.
- ✧ Pour l'épaisseur  $e_0$  les systèmes de frange de  $\lambda_1$  de  $\lambda_2$  sont décalés d'une demi-frange de sorte que le maximum de l'un apporte de la lumière lorsque l'autre est à son minimum.
- ✧ Pour l'épaisseur  $e_0 + \Delta e$  les systèmes de frange sont aussi décalé d'une demi-frange ce qui implique que si l'ordre au centre de  $\lambda_1$  est passé de  $p_0$  à  $p_0 + k$  alors celui de  $\lambda_2$  est passé de  $p'_0$  à  $p'_0 + k - 1$ .
- ✧ Nous avons donc

$$2 \Delta e = k \lambda_1 \quad \text{et} \quad 2 \Delta e = (k - 1) \lambda_2 \quad \text{ou} \quad 2 \Delta e = (k - 1) (\lambda_1 + \Delta \lambda)$$

- ✧ Nous avons ainsi

$$2 \Delta e + \lambda_1 + \Delta \lambda = k (\lambda_1 + \Delta \lambda) \quad \rightsquigarrow \quad \frac{2 \Delta e + \lambda_1 + \Delta \lambda}{2 \Delta e} = k (\lambda_1 + \Delta \lambda) k \lambda_1$$

- ✧ Nous en déduisons

$$1 + \frac{\lambda_1 + \Delta \lambda}{2 \Delta e} = 1 + \frac{\Delta \lambda}{\lambda_1}$$

- ✧ Et comme  $\Delta \lambda \ll \lambda_1$  nous obtenons

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda_1^2}{2 \Delta e}$$

### 🔗 avec l'expression de l'éclairement

- ✧ Les épaisseurs  $e_k$  correspondant à des brouillages sont telles que

$$\cos \left( \frac{\pi \delta \Delta \lambda}{\lambda_1^2} \right) = 0 \quad \text{avec} \quad \delta = 2 e_k$$

- ✧ Ce qui donne

$$\frac{\pi 2 e_k \Delta \lambda}{\lambda_1^2} = \frac{\pi}{2} + k \pi \quad \rightsquigarrow \quad e_k = \frac{\lambda_1^2}{4 \Delta \lambda} + k \frac{\lambda_1^2}{2 \Delta \lambda}$$

- ✧ La différence d'épaisseur  $\Delta e$  entre deux brouillages successifs s'écrit donc

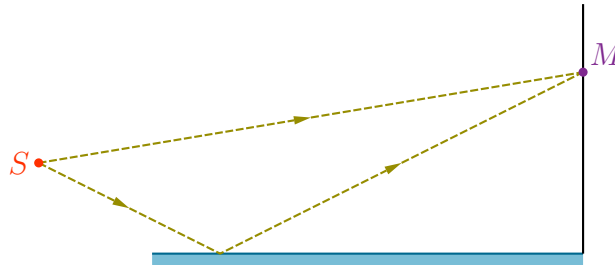
$$\Delta e = \frac{\lambda_1^2}{2 \Delta \lambda} \quad \rightsquigarrow \quad \Delta \lambda = \frac{\lambda_1^2}{2 \Delta e}$$

- ✧ Ce qui est bien évidemment le même résultat que précédemment.

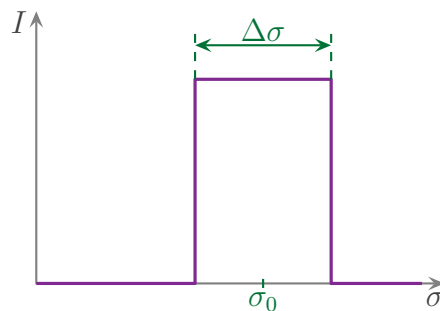
## II.3.iii – miroir de LLOYD

## ★ spectre carré

◇ Considérons le miroir de LLOYD éclairé par une source ponctuelle non monochromatique.



◇ Représentons le spectre de la source non pas fréquentiellement mais en fonction du nombre d'onde.



- ◇ Comme représenté ci-dessus, nous pouvons décomposer cette source polychromatique en source quasi-monochromatique de nombre d'onde  $\sigma$  et de largeur  $d\sigma$ .
- ◇ Avec une intensité totale  $\mathcal{E}_{\max}$  émise par la bande  $\Delta X$ , nous pouvons dire que la petite portion « quasi-monochromatique » de largeur  $d\sigma$  possède une intensité

$$d\mathcal{E}_{\max} = \mathcal{E}_{\max} \times \frac{d\sigma}{\Delta\sigma}$$

## ★ éclaircissement

- ◇ Comme pour les problèmes de cohérence spatiale, nous allons simplement sommer les éclaircissements produits par chaque source quasi-monochromatique.
- ◇ Comme chacune de ces sources engendre des interférences à deux ondes de même amplitude nous avons

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(M) &= \int d\mathcal{E}(M) \\ &= \int_{\sigma_0 - \Delta\sigma/2}^{\sigma_0 + \Delta\sigma/2} \frac{\mathcal{E}_{\max}}{\Delta\sigma} (1 + \cos(2\pi\delta\sigma)) d\sigma \end{aligned}$$

- ◇ Rappelons ici que la différence de marche  $\delta$  ne dépend pas de la radiation puisqu'il n'y a qu'un seul point source.
- ◇ Remarquons aussi l'intérêt de représenter la source en terme de nombre d'onde : l'intégration n'en est que plus facile car primitiver  $\cos \frac{\delta}{x}$  par rapport à  $x$  pose quelques soucis.
- ◇ Nous obtenons ainsi

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}(M) &= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2 \Delta \sigma} \times \left[ \int_{\sigma_0 - \Delta \sigma / 2}^{\sigma_0 + \Delta \sigma / 2} 1 \, d\sigma + \int_{\sigma_0 - \Delta \sigma / 2}^{\sigma_0 + \Delta \sigma / 2} \cos(2 \pi \delta \sigma) \, d\sigma \right] \\
&= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2 \Delta \sigma} \times \left( \Delta \sigma + \frac{[\sin(2 \pi \delta \sigma)]_{\sigma_0 - \Delta \sigma / 2}^{\sigma_0 + \Delta \sigma / 2}}{2 \pi \delta} \right) \\
&= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2 \Delta \sigma} \times \left( \Delta \sigma + \frac{\sin((2 \pi \delta (\sigma_0 + \Delta \sigma / 2))) - \sin((2 \pi \delta (\sigma_0 - \Delta \sigma / 2)))}{2 \pi \delta} \right)
\end{aligned}$$

✧ Et avec une formule trigonométrique

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}(M) &= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2 \Delta \sigma} \times \left( \Delta \sigma + \frac{2 \times \cos(2 \pi \delta \sigma_0) \times \sin(\pi \delta \Delta \sigma)}{2 \pi \delta} \right) \\
&= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2 \Delta \sigma} \times \left( \Delta \sigma + \Delta \sigma \times \frac{\sin(\pi \delta \Delta \sigma)}{\pi \delta \Delta \sigma} \times \cos(2 \pi \delta \sigma_0) \right)
\end{aligned}$$

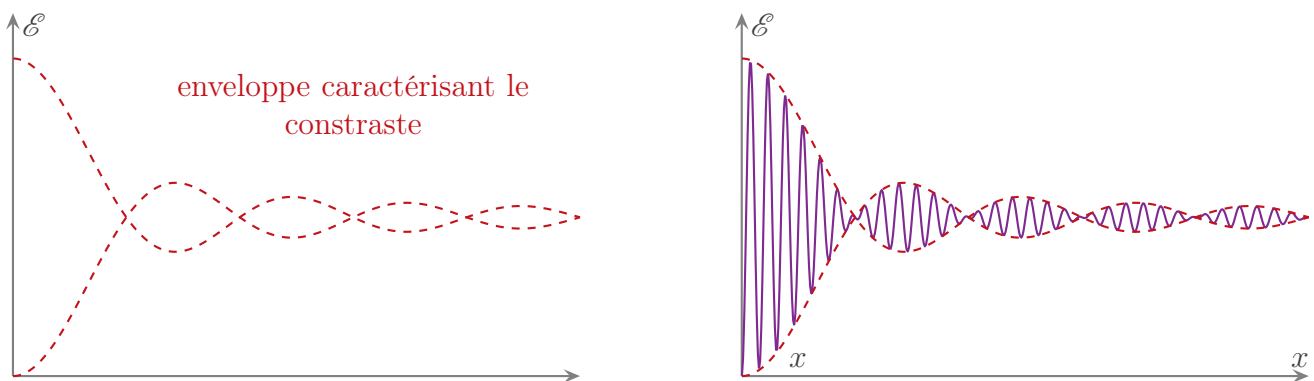
✧ Nous voyons apparaître à nouveau la fonction sinus cardinal (ce n'est pas la dernière fois!)

$$\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} \times (1 + \text{sinc}(\pi \delta \Delta \sigma) \times \cos(2 \pi \delta \sigma_0))$$

### ★ interprétation

✧ Nous avons une fois de plus un système de frange dont la visibilité est non uniforme : il y a des zones de brouillage.

✧ Qualitativement la fonction éclairement est la suivante



✧ Une simulation de telles inférence donne le résultat suivant.



- ◇ Nous pouvons tout d'abord remarquer que nous obtenons strictement la même chose que lorsque le brouillage était dû à une incohérence spatiale.
- ◇ Faisons l'approximation que le contraste est nul dès lors que  $\text{sinc}(x)$  est faible soit dès que  $x \geq 5\pi$ .
- ◇ Cette approximation implique que  $|\text{sinc}(x)| < \frac{1}{5\pi} \sim 7\%$  ce qui est une approximation raisonnable.
- ◇ Nous avons alors

$$\pi \delta \Delta\sigma \geq 5\pi \quad \rightsquigarrow \quad \delta > \frac{5}{\Delta\sigma}$$

- ◇ Or nous avons

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} \quad \rightsquigarrow \quad \sigma = \frac{\nu}{c} \quad \rightsquigarrow \quad \Delta\sigma = \frac{\Delta\nu}{c}$$

- ◇ De plus, en notant  $\tau_c$  la durée d'émission d'un train d'onde, nous savons déjà que

$$\tau_c \times \Delta\nu \sim 1 \quad \text{et} \quad \ell_c = c \tau_c \quad \rightsquigarrow \quad \Delta\nu \sim \frac{c}{\ell_c}$$

- ◇ en remplaçant le tout nous obtenons qu'il y a brouillage pour

$$\delta > 5\ell_c$$

Il y a brouillage à cause de l'incohérence temporelle dès lors que la différence de marche entre les ondes qui interfèrent sont plus grande que la longueur de cohérence d'un train d'onde.

- ◇ En repensant doucement aux différentes notions que cela implique, un résultat contraire aurait été surprenant !

## II.3.iv – l'interféromètre de MICHELSON

### ★ des conclusions identiques en coin d'air

- ◇ Nous pouvons tout de suite reprendre les mêmes conclusions : il y aura brouillage dès lors que  $\delta > \ell_c$ .
- ◇ Dans le cas du coin d'air  $\delta = 2\alpha x$  où  $x$  est compté sur le miroir à partir de l'arrêt.
- ◇ Pour ne pas voir de brouillage sur un miroir de  $d = 4$  cm de diamètre, en imaginant que l'arrêt soit au bord, cela donne

$$\alpha < \frac{\ell_c}{2d}$$

✧ Pour la lampe à vapeur de sodium,  $\ell_c \sim 2$  mm ce qui conduit à

$$\alpha_{\max} \sim \frac{2 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^{-2}} \sim 10^{-2} \text{ rad} \quad \text{ou} \quad \alpha_{\max} \sim 1^\circ$$

✧  $1^\circ$  en optique, c'est énorme! Nous verrons donc toujours des franges avec un interféromètre de MICHELSON réglé en coin d'air et éclairé par une lampe à vapeur de sodium ... pourvu que l'observation soit suffisamment proche de l'arrêt.

✧ Pour la lumière blanche,  $\ell_c \sim 1 \mu\text{m}$  ce qui conduit à

$$\alpha_{\max} \sim \frac{1 \cdot 10^{-6}}{8 \cdot 10^{-2}} \sim 10^{-5} \text{ rad} \quad \text{ou} \quad \alpha_{\max} \sim 1''$$

✧ Cette valeur étant très faible nous n'observerons jamais des interférences sur toute la surface des miroirs à moins d'avoir réalisé un réglage exprès pour.

✧ En pratique l'angle du coin d'air sera supérieur et nous verrons des interférences sur une portion de la surface seulement pourvu là aussi d'être assez proche de l'arrêt.

Lorsqu'il y a brouillage dans un dispositif interférentiel éclairé par de la lumière blanche, le blanc obtenu est appelé *blanc d'ordre supérieur*.

### ★ spectre cannelé en lame d'air

✧ Imaginons l'interféromètre de MICHELSON réglé en lame d'air et éclairé par une source « blanche ».

✧ Regardons de plus près la lumière au centre de la figure d'interférence.

✧ Au centre de la figure d'interférence la différence de marche vaut  $2e$  quelle que soit la radiation.

✧ Et chaque radiation de longueur d'onde telle que  $2e = (p + 1/2)\lambda$  avec  $p$  entier sera éteinte puisque présentant une frange sombre en ce point.

✧ Comme il y a toutes les longueurs d'onde possibles entre 400 et 800 nm, cela peut faire de nombreuses radiations éteintes.

✧ Le spectre obtenu est alors dit « cannelé ».

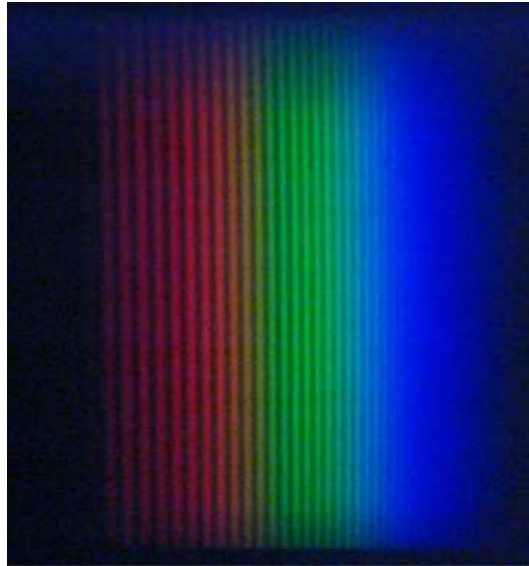
✧ Nous pouvons nous convaincre très simplement que plus  $e$  est grand plus le nombre de radiations éteintes est grand puisque que ce nombre correspond au nombre d'entier  $p$  qui vérifient

$$\frac{2e}{800 \text{ nm}} - \frac{1}{2} < p < \frac{2e}{400 \text{ nm}} - \frac{1}{2}$$

✧ Voici la photo d'un spectre cannelé<sup>4</sup>.

4. Photo extraite d'un TP issu de <http://physique-eea.ujf-grenoble.fr/intra/Organisation/CESIRE/OPT>. Précisons que le spectre cannelé n'a pas été réalisé avec un interféromètre de MICHELSON.





Le spectre cannelé est dû à des interférences mais ce n'est **pas** une figure d'interférence. En particulier :

Le spectre d'un blanc d'ordre supérieur est un spectre cannelé.

## II.4 – Bilan

### II.4.i – éclaircissement et cohérence

◇ Lorsqu'il y a interférence à deux ondes de même amplitude l'éclairement s'écrit

$$\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right)$$

◇ Le terme de frange fait intervenir le rapport  $\frac{\delta}{\lambda_0}$  :

- si à un point  $M$  donné  $\delta$  varie, nous sommes confronté à des problèmes de cohérence spatiale ;
- si à un point  $M$  donné  $\lambda$  varie, nous sommes confronté à des problèmes de cohérence temporelle ;

◇ Même si, physiquement, les problèmes de cohérence ont des causes de nature très différentes, les conséquences sont similaires puisqu'elles impliquent le même terme, le terme de frange.

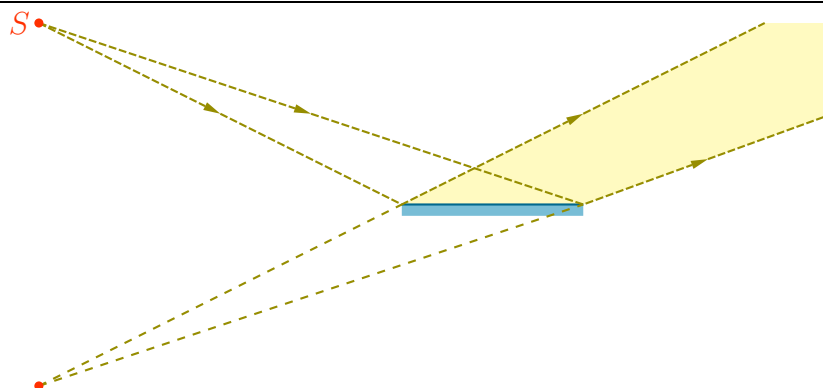
### II.4.ii – localisation des interférences

La *zone d'interférence* est la portion de l'espace où il est possible d'observer des interférences quand il n'y a pas de problème de cohérence.

La zone d'interférence est le lieu de l'espace où les ondes peuvent se croiser.

◇ Bien sûr la zone d'interférence dépend du dispositif interférométrique envisagé.



◇ Par exemple pour le miroir de LLOYD, la zone d'interférence est représentée ci-dessous.



Les interférences sont dites *localisées* quand, à cause de problèmes de cohérence, elles ne sont visibles que dans une portion restreinte de la zone d'interférence.

### II.4.iii – l'interféromètre de MICHELSON

✧ Résumons ce que nous avons vu sur l'interféromètre de MICHELSON dans un tableau.

réglage	source	interférences	franges
lame d'air	ponctuelle pas à l'infini	non localisée	
	large pas à l'infini	localisée à l'infini	
coin d'air	ponctuelle à l'infini	non localisée	
	large à l'infini	localisée sur les miroirs	

### II.4.iv – à quoi ça sert ?

- ✧ Les problèmes de cohérence spatiale permettent de remonter aux grandeurs géométriques de la source.
- ✧ Dans une utilisation astronomique cela permet, par exemple, d'estimer le diamètre d'une étoile « proche » ou la distance entre deux étoiles plus éloignées.
- ✧ Les problèmes de cohérence temporelle permettent de remonter au spectre *fin* de la source.
- ✧ La connaissance précise d'un spectre permet de comprendre certains mécanisme d'émission de lumière.

# Interférences

## Au niveau du cours

### ★ Programme concerné

- ◇ Programme de 2<sup>e</sup> année :
  - I.D.2. Interférences.

### ★ Les définitions

- ◇ Sont à savoir :
  - synchronisme ;
  - zone d'interférence ;
  - dispositif à division de front d'onde, à division d'amplitude ;
  - déphasage, différence de marche, ordre d'interférence ;
  - franges, interfrange ;
  - interféromètre de MICHELSON, séparatrice ;
  - coin d'air, lame à faces parallèles, lame d'air ;
  - franges d'égale inclinaison, franges d'égale épaisseur ;
  - contact optique ;
  - cohérence spatiale, cohérence temporelle.

### ★ Les grandeurs

- ◇ Connaître les petites relations suivantes ainsi que leur interprétation :
  - $\varphi = \frac{2\pi \delta}{\lambda_0}$ .
- ◇ Connaître les valeurs de :
  - longueurs d'onde du laser He-Ne, longueur d'onde du doublet du sodium.

### ★ Les lois

- ◇ Sont à connaître :
  - expression de l'éclairement de l'interférence entre deux ondes de même amplitude ;
  - expression de la différence de marche entre deux rayons issus de deux sources ponctuelles ;
  - expression de la différence de marche pour un coin d'air.

### ★ la phénoménologie

- ◇ Savoir :
  - décrire le dispositif interférentiel du miroir de LLOYD ;
  - interpréter l'éclairement en termes de franges sombres et claires ;
  - interpréter les franges claires et sombres en terme d'ordre d'interférence ;
  - décrire l'interféromètre de MICHELSON ;
  - interpréter le brouillage lors d'un élargissement spatial de la source ;
  - interpréter le brouillage lors d'un élargissement fréquentiel de la source.

## Au niveau de l'analyse

### ★ Analyse physique

◇ Savoir :

- savoir reconnaître un dispositif interférentiel à division du front d'onde d'un dispositif interférentiel à division d'amplitude.

## Au niveau des savoir-faire

### ★ petits gestes

◇ Savoir :

- savoir trouver les plans de lumière pour deux OPDM ;
- savoir tracer le système optique équivalent pour l'interféromètre de MICHELSON ;
- savoir décrire le système d'interférence pour l'interféromètre de MICHELSON réglé en lame d'air ;
- savoir décrire le système d'interférence pour l'interféromètre de MICHELSON réglé en coin d'air.

### ★ exercices classiques

◇ Savoir :

- retrouver la différence de marche entre deux rayons pour une lame d'air à faces parallèle ;
- retrouver les rayons des anneaux d'égale inclinaison pour le MICHELSON réglé en lame d'air ;
- retrouver la figure d'interférence pour le MICHELSON réglé en lame d'air avec une source non monochromatique.

# Optique

## Chapitre 3

### Diffraction

# Diffraction

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à une autre conséquence de l'aspect ondulatoire de la lumière : la diffraction. Ce phénomène intervient, comme nous allons le voir, dès qu'un « petit » obstacle de l'ordre de la fraction de millimètre se trouve sur le chemin emprunté par la lumière et les conséquences sont fortement liées à la structure de l'obstacle.

Ce chapitre sera divisé en trois parties. Dans la première, nous allons nous intéresser aux bases de la diffraction, au « principe » qui le régit et nous chercherons puis analyserons quelques figures usuelles de diffraction. Dans une deuxième partie, nous allons nous pencher sur l'expérience d'YOUNG qui entremêle des notions d'interférence et des notions de diffraction. Enfin, dans la dernière partie, nous allons nous intéresser au réseau, petit dispositif « simple » qui permet de faire des mesures spectroscopiques de précision.

# Table des matières

<b>Biographies succinctes</b>	<b>5</b>
<b>I Diffraction de FRAUNHOFER</b>	<b>7</b>
I-1 Le principe d'HUYGENS – FRESNEL . . . . .	7
I-1·i constatation expérimentales . . . . .	7
I-1·ii le principe . . . . .	7
idée . . . . .	7
énoncé . . . . .	8
I-2 Diffraction à l'infini . . . . .	9
I-2·i conditions de FRAUNHOFER . . . . .	9
I-2·ii traduction pour une pupille . . . . .	10
situation . . . . .	10
traduction . . . . .	10
interférences avec une infinité d'ondes, début de la démonstration . . . . .	11
expression de la différence de marche . . . . .	12
rassemblement et fin de la démonstration . . . . .	13
I-2·iii traduction pour un objet diffractant . . . . .	13
modélisation . . . . .	13
traduction . . . . .	13
une nouvelle traduction du principe d'HUYGENS – FRESNEL . . . . .	14
I-3 Pupille rectangulaire . . . . .	14
I-3·i pupille infiment large . . . . .	14
situation, analyse . . . . .	14
amplitude diffractée . . . . .	15
I-3·ii éclaircissement diffracté – fonction $\text{sinc}^2(\phi)$ . . . . .	17
expression . . . . .	17
représentation . . . . .	17
visuellement . . . . .	18
caractéristique . . . . .	18
I-3·iii fente rectangulaire . . . . .	21
situation, analyse . . . . .	21
amplitude diffractée . . . . .	22
éclairage . . . . .	23
I-4 Pupille circulaire . . . . .	23
I-4·i tache d'AIRY . . . . .	23
situation, analyse . . . . .	23
amplitude diffractée . . . . .	24
éclairage . . . . .	24
comparaison des deux pupilles . . . . .	25
I-4·ii importance de la diffraction de FRAUNHOFER . . . . .	26
résultat . . . . .	26
montage usuel . . . . .	27
ordre de grandeur en TP . . . . .	28
I-4·iii résolution d'un système optique . . . . .	28
définitions . . . . .	28
visuellement . . . . .	28
critère de RAYLEIGH . . . . .	29
ordre de grandeur . . . . .	30

I.5	Propriétés de la diffraction . . . . .	31
I.5.i	théorème de BABINET . . . . .	31
	énoncé . . . . .	31
	exemples . . . . .	31
I.5.ii	transformation de la pupille . . . . .	32
	translation . . . . .	32
	dilatation . . . . .	33
I.5.iii	multiplication des pupilles . . . . .	34
	une simple sommation des amplitudes... . . . .	34
	répartition aléatoire des pupilles . . . . .	35
	répartition régulière des pupilles . . . . .	37
<b>II</b>	<b>Dispositif d'YOUNG</b>	<b>39</b>
II.1	Trous d'YOUNG . . . . .	39
II.1.i	dispositif . . . . .	39
II.1.ii	des interférences grâce à la diffraction . . . . .	39
	situation . . . . .	39
	à l'échelle . . . . .	39
	vers une diffraction isotrope . . . . .	40
II.1.iii	un cas connu . . . . .	40
	situation . . . . .	40
	différence de marche . . . . .	41
	figure d'interférence . . . . .	42
	prise en compte de la diffraction . . . . .	43
II.1.iv	cohérence spatiale . . . . .	44
	élargir la source dans le bon sens . . . . .	44
	source large mais pas dans le bon sens . . . . .	45
	éclairage . . . . .	45
	brouillage total . . . . .	46
	contraste . . . . .	48
II.2	Fentes d'YOUNG . . . . .	49
II.2.i	fentes infiniment larges et fines... . . . .	49
	situation, analyse . . . . .	49
	différence de marche . . . . .	49
	sur l'écran . . . . .	50
II.2.ii	... avec une source large . . . . .	51
	qualitativement . . . . .	51
	observation . . . . .	52
II.3	Superposition de phénomènes . . . . .	52
II.3.i	fentes non infiniment fines . . . . .	52
II.3.ii	éclairage . . . . .	53
	expression et interprétation . . . . .	53
	si $e \leq a$ . . . . .	53
	si $e \ll a$ . . . . .	54
<b>III</b>	<b>Spectroscopie à réseau</b>	<b>55</b>
III.1	Dispositif . . . . .	55
III.1.i	réseau . . . . .	55
III.1.ii	observation . . . . .	55
III.1.iii	fentes infiniment fines . . . . .	56



III.2 Interférences à $N$ ondes . . . . .	57
III.2.i déphasage entre deux ondes successives . . . . .	57
schéma . . . . .	57
simplification . . . . .	57
expression finale . . . . .	58
III.2.ii résultat qualitatif . . . . .	58
maximum d'amplitude . . . . .	58
relation fondamentale du réseau . . . . .	59
aspect qualitatif . . . . .	59
première annulation de l'amplitude . . . . .	59
III.2.iii observation . . . . .	61
graphiquement . . . . .	61
visuellement . . . . .	62
III.3 Mesure d'une longueur d'onde en TP . . . . .	62
III.3.i caractère dispersif du réseau . . . . .	62
III.3.ii superposition d'ordre . . . . .	63
III.3.iii minimum de déviation . . . . .	64
mesure expérimentale . . . . .	64
preuve . . . . .	64
III.4 Fentes non fines . . . . .	65
<b>Fiche de révision</b>	<b>66</b>

## Biographies succinctes

### Christian HUYGENS

(1629 La Haye – 1695 La Haye)



Le père de Christian HUYGENS occupait un poste important au service de la maison d'Orange. Christian entre à l'université en 1645 et abandonne très vite les études de droit pour se concentrer sur les sciences naturelles pour lesquelles il a toujours montré une certaine disposition. Il publie des travaux en mathématique et construit avec son frère une lunette astronomique qui lui permet de découvrir Titan, un satellite de Saturne. Plus tard il imagine que la lumière est constituée par des ondes sphériques émises en différents points. Malheureusement cette théorie sera peu suivie, opposée qu'elle a été à la théorie corpusculaire de la lumière et à son plus célèbre partisan, Isaac NEWTON.

### Joseph VON FRAUNHOFER

(1737 Straubing (Bavière) – 1826 Munich)



Issu d'une famille modeste et orphelin très jeune, Joseph part travailler dans une usine de lentilles de verre où il ne se plaît pas. Grâce à un soutien financier, il peut aller travailler dans une fabrique d'instruments d'optique. Parallèlement il se forme seul aux mathématiques par la lecture. Son talent naturel pour l'optimisation des lentilles lui permet de gravir les échelons de l'entreprise et d'en devenir l'un des dirigeants. Il devient le maître incontesté de l'instrumentation optique et obtiendra le premier, le spectre de la lumière du Soleil en 1814.

### Thomas YOUNG

(1773 Milverton (Somerset) – 1829 Londres)



Véritable esprit universel, Thomas YOUNG parle une dizaine de langues contemporaines, en traduit 5 ou 6 anciennes dont les hiéroglyphes égyptiens et se passionne pour la médecine, la botanique, la philosophie, ... Même s'il exerce la médecine, il enseigne la physique et travaille essentiellement sur l'optique. Comme il propose en 1807 une expérience (les trous d'YOUNG) pour tester la théorie ondulatoire de la lumière, il est critiqué par la plupart de ses contemporains pour qui la théorie valide est la théorie corpusculaire, celle d'Isaac NEWTON.

### Augustin FRESNEL

(1788 Broglie (France) – 1827 Paris)



Polytechnicien, Augustin FRESNEL commence sa carrière comme ingénieur des Ponts et Chaussées. Son côté royaliste le conduit en prison lorsque Napoléon revient de l'île d'Elbe. Réhabilité en 1818 il reprend du service comme préparateur à l'école Polytechnique. Il travaille beaucoup sur l'optique et notamment sur la théorie ondulatoire de la lumière ce qui lui vaut d'être très contesté sur le plan scientifique malgré des contributions utiles comme « les lentilles de FRESNEL ». Il est atteint de la tuberculose mais fait face grâce à sa foi. Il meurt à 39 ans.



**Jacques BABINET**  
(1794 Lusignan – 1872 Paris)

Polytechnicien, Jacques Babinet est d'abord professeur de mathématiques au lycée Louis le Grand et ensuite astronome au Bureau des longitudes. Excellent expérimentateur il perfectionne certains appareils dont les réseaux de FRAUNHOFER. Il participe à la nouvelle définition du mètre et écrit de nombreux articles de vulgarisation dans les journaux populaires.



**George Biddell AIRY**  
(1801 Alnwick, Northumberland – 1892 Londres)

Fils de paysan éduqué par son oncle, un notable, George fait ses études à Cambridge avant d'y être professeur. Il devient ensuite directeur de l'Observatoire de Greenwich et le restera pendant près de 50 ans. Il n'est ni un grand scientifique ni un grand gestionnaire et s'accuse lui-même d'être responsable de la léthargie dans laquelle végète l'astronomie anglaise (il ne croit pas aux calculs de LE VERRIER qui mèneront à la découverte de Neptune). Il est néanmoins le premier à expliquer la formation de l'arc-en-ciel.



**John William STRUTT, baron de Rayleigh**  
(1842 Landford Grove, Angleterre – 1919 Witham, Angleterre)

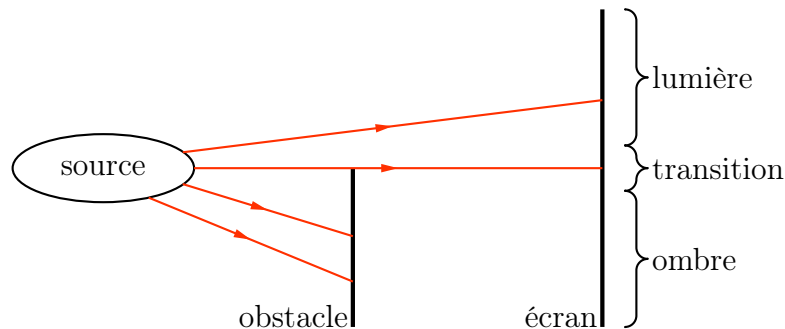
John STRUTT de santé fragile étudie à Cambridge et finit major en mathématique de sa promotion. Il succède à son père prématurément décédé pour gérer le domaine familiale mais transmet rapidement cette charge à son jeune frère afin de pouvoir poursuivre ses recherches scientifiques. Professeur à Cambridge puis directeur du laboratoire Cavendish de 1879 à 1884 il s'intéresse tout particulièrement aux molécules et aux atomes et à leurs dimensions. Il est l'auteur de 445 articles scientifiques dans de nombreux domaines et reçoit le prix Nobel de physique en 1904.

# I – Diffraction de FRAUNHOFER

## I.1 – Le principe d'HUYGENS – FRESNEL

### I.1.i – constatation expérimentales

- ◇ Alors que les rayons lumineux se propagent en ligne droite dans l'air, il n'est pas très difficile de réaliser des expériences dans lesquelles dès qu'un obstacle s'interpose sur le trajet de la lumière ce « principe » de propagation rectiligne est remis en cause.
- ◇ Avec une lumière LASER, cacher la moitié d'un faisceau parallèle fait apparaître très clairement des oscillations lors de la transition ombre → lumière.



- ◇ De même une simple fente sur le trajet d'un faisceau LASER « étale » dans le sens orthogonal au cheveu. Voir ci-dessous une photo prise par l'auteur.



- ◇ L'expérience permet d'arriver à la phénoménologie suivante.

Lorsqu'il y a diffraction :

- la lumière ne semble plus aller en ligne droite ;
- les figures obtenues sont structurées ;
- c'est qu'il y a un obstacle sur le trajet de la lumière ;
- plus la taille caractéristique de la source est petite, plus la diffraction est grande.

- ◇ Pour résumer, nous donnerons « simplement » de la diffraction la définition suivante.

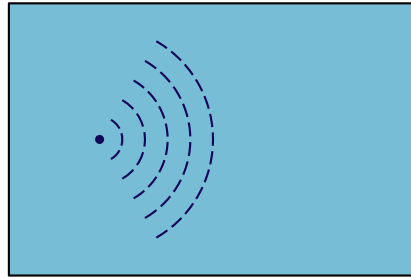
Nous appellerons *diffraction* les situations dans lesquelles la lumière semble ne plus obéir aux lois de l'optique géométrique.

### I.1.ii – le principe

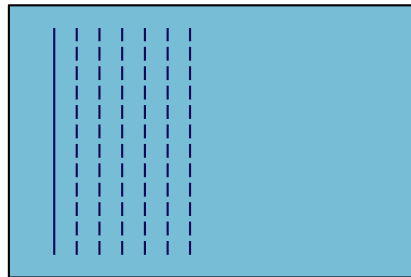
#### ★ idée

- ◇ Regardons la propagation d'onde dans une cuve à ondes.
- ◇ Rappelons qu'une cuve à onde est un dispositif créé pour voir de manière stationnaire les ondes que sont les vagues qui se propagent à la surface d'une couche d'eau d'une épaisseur de l'ordre du centimètre.

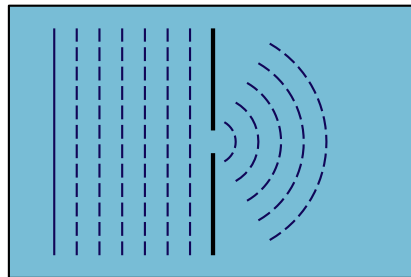
- ◇ Les bord de la cuve sont en mousse de manière à minimiser (voire annuler) la réflexion de manière à créer un semblant de milieu infini.
- ◇ Commençons par générer une onde sphérique.



- ◇ Puis une onde plane.



- ◇ Regardons maintenant ce qui se passe si nous mettons un obstacle devant l'onde plane, un obstacle qui ne laisserait passer qu'une toute petite portion de l'onde.



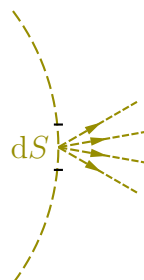
- ◇ Nous voyons que la portion d'onde ne continue pas tout droit mais en fait crée une onde sphérique.
- ◇ C'est là ni plus ni moins que l'idée du principe d'HUYGENS – FRESNEL.

### ★ énoncé


#### PRINCIPE D'HUYGENS – FRESNEL

Chaque portion élémentaire  $dS$  d'une surface d'onde se comporte comme une source d'onde sphérique fictive :

- synchrone et cohérente avec les autres sources de la même surface ;
- dont l'intensité est proportionnelle à  $dS$ .



- ✧ Notons que le caractère fictif de la source vient du fait que celle-ci n'émet que vers l'avant, *i.e.* dans la moitié seulement de l'espace.

 Ce qui précède *est* le principe d'HUYGENS – FRESNEL et non la traduction qui va suivre.

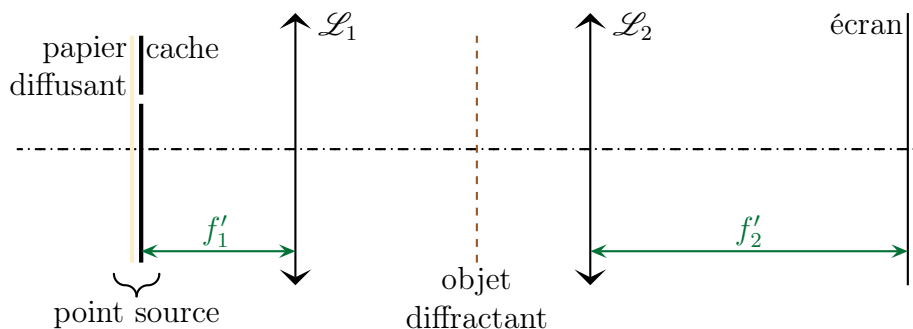
## I.2 – Diffraction à l'infini

### I.2.i – conditions de FRAUNHOFER

La *diffraction de FRAUNHOFER*, ou diffraction à l'infini, est la diffraction telle que :

- la source soit à une onde plane (un point à l'infini optique) ;
- l'observation se fait à l'infini optique.

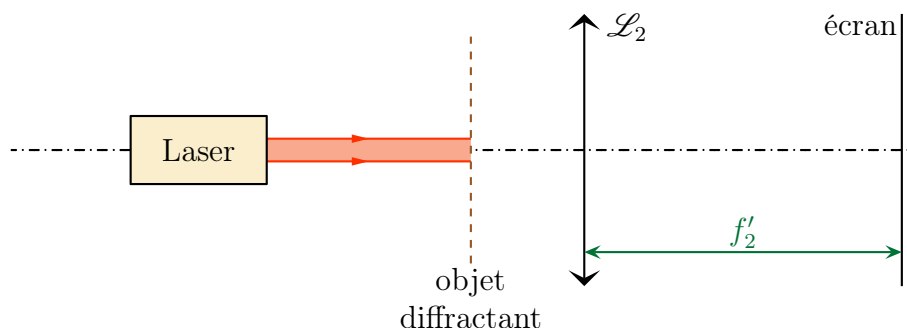
- ✧ Pour réaliser un montage permettant d'observer la diffraction de FRAUNHOFER nous pensons tout de suite au montage suivant.



- ✧ Le montage se décompose clairement en trois parties :

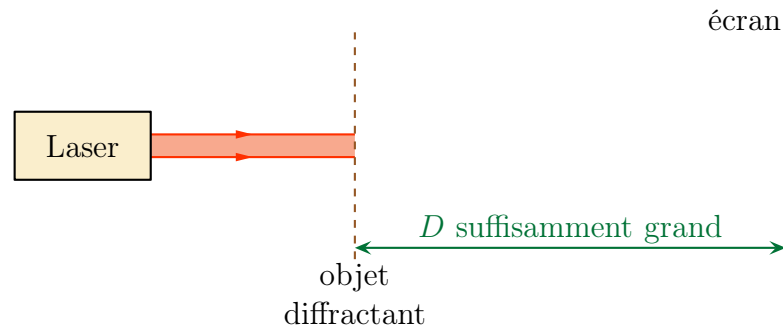
- la première partie permet de créer une onde plane ;
- dans la deuxième, il n'y a qu'un objet diffractant (comme le cheveu) ;
- la troisième partie permet l'observation à l'infini optique.

- ✧ En fait, parce que la source initiale n'est pas très intense et parce que le papier diffusant fait encore perdre de l'énergie, nous préférons le montage suivant.



- ✧ Comme nous pouvons assimiler le faisceau laser à une onde plane, les deux montages sont bien équivalents.

- ✧ Nous pouvons aller plus loin ! En effet, en nous dispensant de la 2<sup>e</sup> lentille convergente et en nous plaçant « suffisamment loin » (en pratique environ 2 m) nous sommes presque à l'infini optique et le montage devient

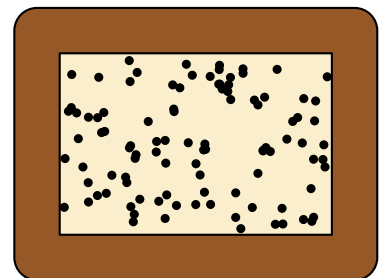
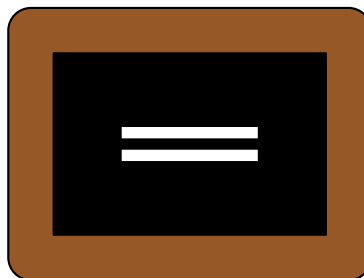
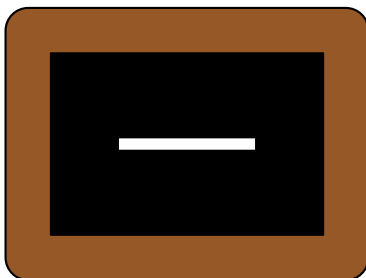


## I.2.ii – traduction pour une pupille

### ★ situation

Une *pupille* est l'objet à l'origine de la diffraction dans un montage de diffraction.

- ◇ En gros c'est un peu n'importe quoi mais lorsque nous voudrions comparer les résultats théoriques avec la pratique expérimentale nous prendrions des formes géométriques simples.
- ◇ C'est pourquoi la plupart du temps une pupille est un « trou » ou un obstacle de forme géométrique régulière.
- ◇ Des exemples de diapositives utilisées pour les expériences sont schématisées ci-dessous avec une exagération de la taille des pupilles.



### ★ traduction

- ◇ Insistons d'abord : ce qui suit n'est **pas** le principe d'HUYGENS – FRESNEL mais sa traduction technique dans le cas de la diffraction de FRAUNHOFER.

#### TRADUCTION DU PRINCIPE D'HUYGENS – FRESNEL DANS LES CONDITIONS DE FRAUNHOFER

L'amplitude diffractée dans la direction  $\vec{u}$  s'écrit

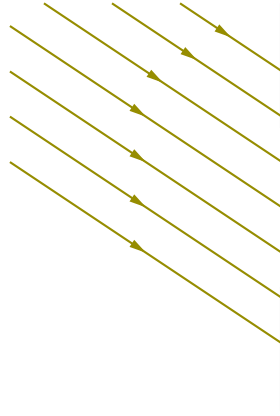
$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \iint_{P \in \mathcal{P}} e^{j \frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{OP} \cdot (\vec{u}_i - \vec{u})} dS_P \quad \text{où :}$$

- $\underline{s}_0$  est l'amplitude de l'onde incidente ;
- $O$  est un point de référence appartenant à la pupille ;
- $\varphi_O(\vec{u})$  est la phase du chemin de lumière qui passe par  $O$  ;
- $\mathcal{P}$  est la pupille ;
- $\vec{u}_i$  est la direction de l'onde incidente ;
- $\vec{u}$  est la direction d'observation.

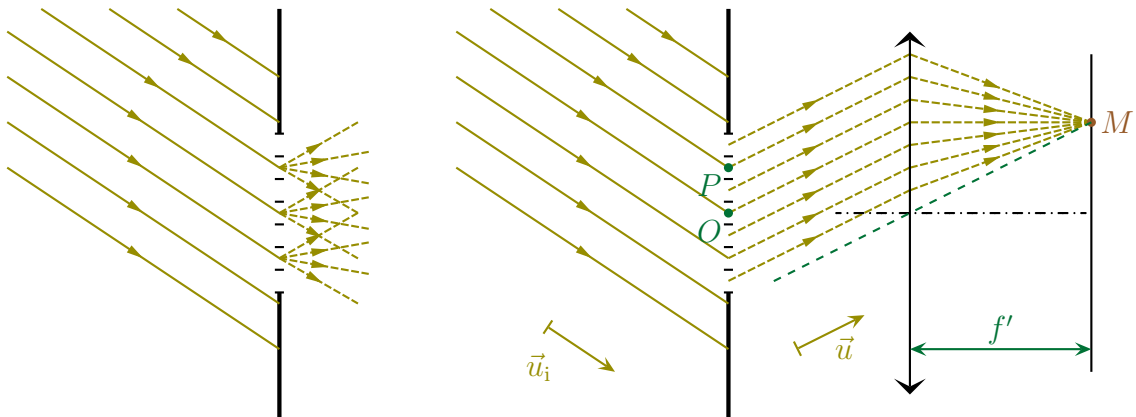
- ◇ Démontrons cette traduction.

### ★ interférences avec une infinité d'ondes, début de la démonstration

◇ Regardons d'un peu plus près une pupille éclairée par une onde plane.



- ◇ D'après le principe d'HUYGENS – FRESNEL nous pouvons décomposer cette pupille en une multitude de sources secondaires émettant dans toutes les directions, en particulier dans la direction  $\vec{u}$ .
- ◇  $\vec{u}$  est la direction d'observation, celle qui définit le point  $M$  sur l'écran dans le plan focal de la lentille d'observation.
- ◇ Pour alléger le schéma, nous allons dessiner uniquement les chemins de lumière intéressants, *i.e.* ceux qui permettent d'arriver en  $M$ .



- ◇ Comme d'après le principe d'HUYGENS – FRESNEL chaque source émet une onde cohérente avec les autres, il faut sommer leurs amplitudes, ce qui donne, avec  $\varphi(\vec{u})$  la phase de l'onde qui arrive en  $M$  et qui est passée par  $P$ ,

$$\underline{s}(\vec{u}) = \iint \underline{ds}_P(\vec{u}) \quad \text{avec} \quad \underline{ds}_P(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_P(\vec{u})} dS_P$$

- ◇ Réécrivons le terme de phase en notant  $S_0$  la source

$$\underline{ds}_P(\vec{u}) = \underline{s}_0 \exp \left( j \frac{2\pi}{\lambda_0} ((S_0P) + (PM)) \right) dS_P$$

- ◇ Ajoutons et retranchons le chemin optique de l'onde qui passe par  $O$  et arrive en  $M$

$$\underline{ds}_P(\vec{u}) = \underline{s}_0 \exp \left( j \frac{2\pi}{\lambda_0} ((S_0P) - (S_0O) + (PM) - (OM) + (SO) + (OM)) \right) dS_P$$

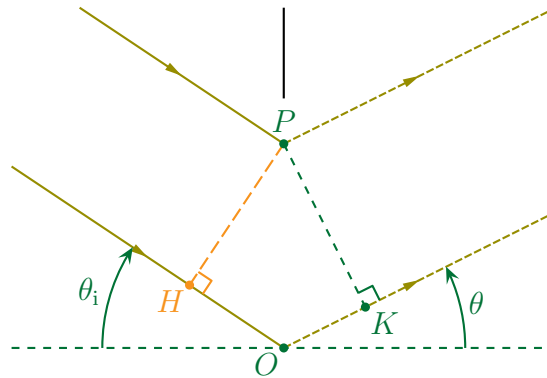
- ◇ Nous voyons alors apparaître la différence de marche entre les ondes qui arrivent en  $M$  et qui passent par  $P$  et  $O$ .



$$\begin{aligned} dS_P(\vec{u}) &= \underline{s}_0 \exp \left( j \frac{2\pi}{\lambda_0} ((S_0O) + (OM)) \right) \times \exp \left( j \frac{2\pi}{\lambda_0} ((S_0P) - (S_0O) + (PM) - (OM)) \right) dS_P \\ &= \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \exp \left( j \frac{2\pi \delta_{P/O}}{\lambda_0} \right) \end{aligned}$$

### ★ expression de la différence de marche

◇ Faisons un zoom autour de la pupille pour voir cette différence de marche.



◇ Nous pouvons tout d'abord décomposer la différence de marche de la manière suivante

$$\delta_{P/O} = (S_0P) - (S_0O) + (PM) - (OM) \rightsquigarrow \delta_{P/O} = (S_0P) - (S_0H) - (HO) + (PM) - (OK) - (KM)$$

◇ Comme à gauche de la pupille nous avons une onde plane, nous pouvons dire, d'après MALUS, que  $P$  et  $H$  sont sur un plan de phase, donc

$$(S_0H) = (S_0P) \rightsquigarrow \delta_{P/O} = -(HO) + (PM) - (OK) - (KM)$$

◇ Pour la partie droite nous devons faire le raisonnement suivant :

- d'après le principe de retour inverse de la lumière,  $M$  peut être considérée comme une source engendrant les chemins de lumière  $(MP)$  et  $(MK)$  ;
- en voyant  $M$  comme une source, le théorème de MALUS nous assure que  $(MK) = (MP)$  car  $K$  et  $P$  seraient sur un plan d'onde ;
- par conséquent nous pouvons dire que  $(KM) = (PM)$ .

◇ Finalement il reste

$$\delta_{P/O} = -(HO) - (KM)$$

◇ Géométriquement nous voyons que (attention aux signes!)

$$(HO) > 0 \rightsquigarrow (HO) = -OP \sin \theta_i > 0 \quad \text{et} \quad (KM) = OP \sin \theta$$

◇ Et ainsi la différence de marche peut se réécrire sous la forme

$$\delta_{P/O} = -OP \sin \theta_i - OP \sin \theta \rightsquigarrow \delta_{P/O} = \overrightarrow{OP} \cdot (\vec{u}_i - \vec{u})$$

### ★ rassemblement et fin de la démonstration

- ◇ En injectant l'expression de la différence de marche dans le terme de phase de l'onde qui passe par  $P$  et arrive en  $M$  nous obtenons

$$d\underline{s}_P(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{OP} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u})}$$

- ◇ Puis dans l'expression de l'amplitude cela donne

$$\underline{s}(\vec{u}) = \iint \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{OP} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u})}$$

- ◇ Et en factorisant par les termes constants<sup>1</sup> nous arrivons bien au résultat attendu

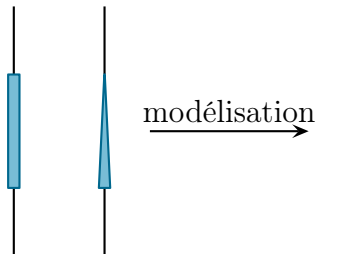
$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \iint e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{OP} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u})}$$

## I.2.iii – traduction pour un objet diffractant

### ★ modélisation

Un *objet diffractant* est un objet plus ou moins transparent.

- ◇ En général nous utiliserons « pupille » pour un trou ou un obstacle et « objet diffractant » pour un cas un peu plus général.
- ◇ Un objet diffractant peut être une petite lame, un petit prisme qui sera modélisé par quelque chose d'épaisseur nulle, une pupille.



- ◇ Pour traduire l'influence sur la phase de l'objet diffractant par rapport à une pupille, nous allons utiliser la notion de transparence.

### ★ traduction

En chaque point  $P$  d'une pupille, nous pouvons définir un facteur de *transparence*

$$\underline{t}(P) = t(P) e^{j\varphi(P)} \text{ tel que :}$$

- son module traduit l'atténuation  $|\underline{t}(P)| \leq 1$  ;
- son argument  $\varphi(P)$  traduit l'avance de phase que subit l'onde.

- ◇  $\underline{t}(P)$  est caractéristique de l'objet donc :

- soit il est directement donné ;
- soit il est demandé de le retrouver d'abord.

1. Oui, oui, « factoriser ». Il ne faut pas oublier qu'une « intégrale » n'est qu'une somme après tout.

## ★ une nouvelle traduction du principe d'HUYGENS – FRESNEL

## TRADUCTION DU PRINCIPE D'HUYGENS – FRESNEL DANS LES CONDITIONS DE FRAUNHOFER

L'amplitude diffractée dans la direction  $\vec{u}$  s'écrit

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \iint_{P \in \mathcal{P}} \underline{t}(P) e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{OP} \cdot (\vec{u}_i - \vec{u})} dS_P \quad \text{où :}$$

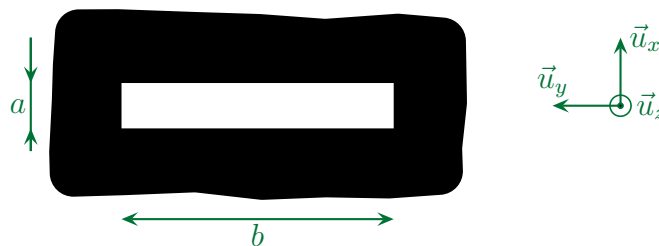
- $\underline{s}_0$  est l'amplitude de l'onde incidente ;
- $O$  est un point de référence appartenant à la pupille ;
- $\varphi_O(\vec{u})$  est la phase du chemin de lumière qui passe par  $O$  ;
- $\mathcal{P}$  est la pupille ;
- $\underline{t}(P)$  est le facteur de transparence ;
- $\vec{u}_i$  est la direction de l'onde incidente ;
- $\vec{u}$  est la direction d'observation.

## I.3 – Pupille rectangulaire

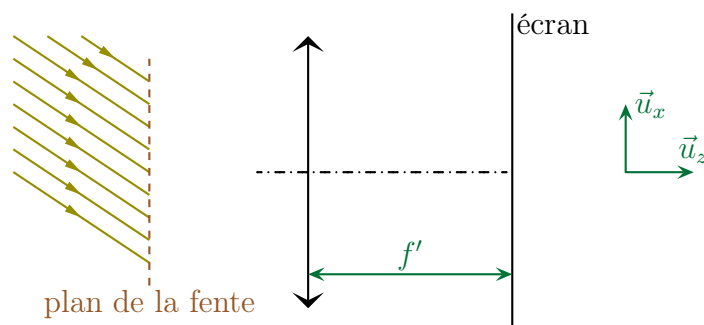
## I.3.i – pupille infiment large

## ★ situation, analyse

◇ Considérons maintenant comme pupille une simple fente rectangulaire.



◇ Envoyons une onde plane en incidence quelconque sur cette fente et cherchons l'éclairement observé sur un écran placé dans le plan focal de la lentille.

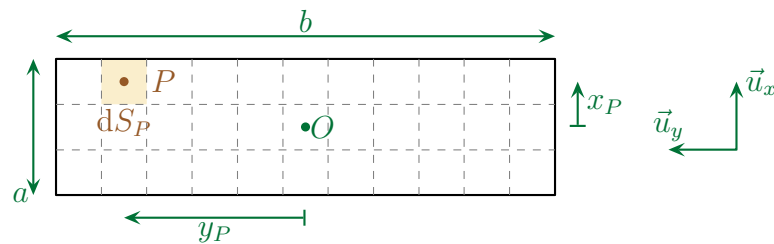


◇ Analyse physique :

- ici, avec une source se réduisant à une onde plane et une observation à l'infini, nous sommes dans le cas de la diffraction de FRAUNHOFER ;
- comme la pupille diffractante est telle que  $b \gg a$  la diffraction sur  $\vec{u}_y$  sera négligeable ;
- les grandeurs pertinentes sont  $a$  (géométrie de la pupille),  $\lambda_0$  (caractéristique lumière),  $f'$  (dispositif d'observation) et  $\theta_i$  (contrainte).

◇ Analyse technique :

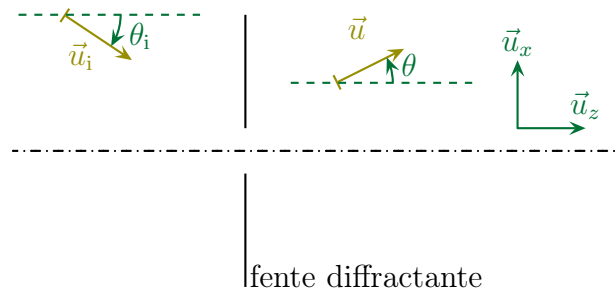
- comme il n'y a pas de diffraction en  $\vec{u}_y$  nous allons nous restreindre à un point  $M$  sur l'axe ( $Ox$ ) sachant qu'en dehors de cet axe l'éclairement est **nul** ;
- nous allons repérer un point  $P$  de la pupille par ses coordonnées cartésiennes  $x_P$  et  $y_P$ .



★ amplitude diffractée

🌀 préliminaires

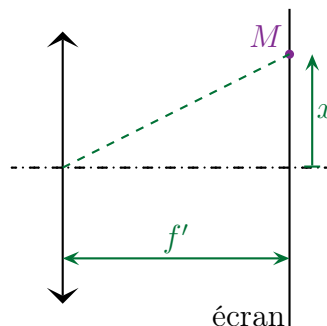
◇ Commençons par bien poser les angles intéressants



◇ N'oublions pas que  $\vec{u}_i$  et  $\vec{u}$  sont dans le plan du dessin, cela donne

$$\vec{u}_i = \begin{pmatrix} \sin \theta_i \\ 0 \\ \cos \theta_i \end{pmatrix} \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} \sin \theta \\ 0 \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{OP_i} = \begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ 0 \end{pmatrix}$$

◇ Si le besoin s'en fait sentir, nous pouvons relier  $\sin \theta$  à  $x$  à l'aide du schéma suivant



◇ Comme le dispositif fonctionne dans les conditions de GAUSS<sup>2</sup> nous avons

$$\sin \theta = \frac{x}{f'}$$

2. Si tel n'était pas le cas, nous ne pourrions pas représenter la lentille sous la forme d'une lentille mince.

### 🔗 le principe d'HUYGENS – FRESNEL

✧ Nous pouvons maintenant écrire le principe d'HUYGENS – FRESNEL.

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \iint_{P \in \mathcal{P}} \underline{t}(P) e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} \overrightarrow{OP} \cdot (\vec{u}_i - \vec{u})} dS_P$$

✧ Comme ici le facteur de transparence vaut  $\underline{t}(P) = 1$  cela donne

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \iint_{P \in \mathcal{P}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} \overrightarrow{OP} \cdot (\vec{u}_i - \vec{u})} dS_P$$

✧ Ici

$$\overrightarrow{OP} \cdot (\vec{u}_i - \vec{u}) = x_P (\sin \theta_i - \sin \theta)$$

✧ Et avec  $dS_P = dx_P dy_P$  donc nous obtenons

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \iint_{P \in \mathcal{P}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} x_P (\sin \theta_i - \sin \theta)} dx_P dy_P$$

✧ Pour la suite, notont  $\xi \stackrel{\text{not}}{=} \frac{2\pi}{\lambda_0} (\sin \theta_i - \sin \theta)$  de manière à alléger les notations

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \iint_{P \in \mathcal{P}} e^{j\xi x_P} dx_P dy_P$$

✧  $\xi$  n'a pas été choisi au hasard : c'est un terme constant ! Nous le remplacerons à la fin.

### 🔗 calcul

✧ Commençons par rappeler le résultat suivant.

Si les bornes d'intégration sur  $x$  ne dépendent pas de  $y$  et réciproquement alors

$$\iint f(x) \times g(y) dx dy = \left( \int f(x) dx \right) \left( \int g(y) dy \right)$$

✧ Cela nous permet de réécrire l'éclairement sous la forme

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \left( \int_{-b/2}^{b/2} 1 dy_P \right) \times \left( \int_{-a/2}^{a/2} e^{j\xi x_P} dx_P \right)$$

✧ L'intégration est alors assez aisée

$$\begin{aligned} \underline{s}(\vec{u}) &= \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times b \times \frac{\left[ e^{j\xi x_P} \right]_{-a/2}^{a/2}}{j\xi} \\ &= \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times b \times \frac{e^{j\xi a/2} - e^{-j\xi a/2}}{j\xi} \end{aligned}$$

✧ Rappelons deux conséquences immédiates de la formule d'EULER

Quel que soit le nombre  $\Phi$  :

$$e^{j\Phi} + e^{-j\Phi} = 2 \cos \Phi \quad \text{et} \quad e^{j\Phi} - e^{-j\Phi} = 2j \sin \Phi$$

◇ Nous voyons alors apparaître un sinus

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times b \times \frac{2j \sin\left(\frac{\xi a}{2}\right)}{j\xi}$$

◇ Puis un sinus cardinal (encore !)

$$\begin{aligned} \underline{s}(\vec{u}) &= \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times b \times a \times \frac{\sin\left(\frac{\xi a}{2}\right)}{\frac{\xi a}{2}} \\ &= a b \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \text{sinc}\left(\frac{\xi a}{2}\right) \end{aligned}$$

◇ Finalement nous pouvons réécrire le tout sous la forme

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{\mathcal{A}}_0 \times \text{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda_0} (\sin \theta_i - \sin \theta)\right) \quad \text{avec} \quad \underline{\mathcal{A}}_0 = a b \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} = C^{\text{te}}$$

### I.3.ii – éclairage diffracté – fonction $\text{sinc}^2(\phi)$

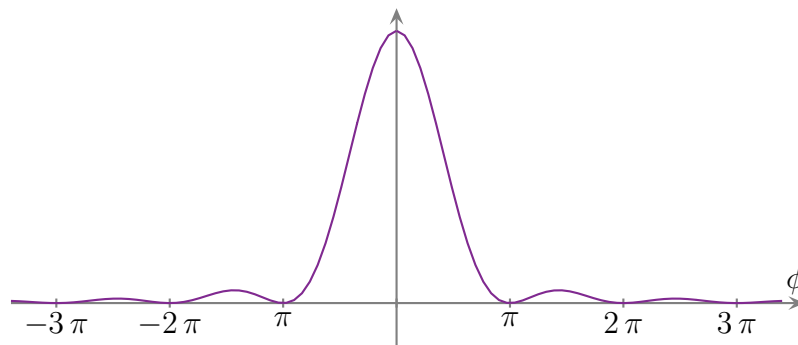
#### ★ expression

◇ Comme l'éclairement n'est autre que le carré de l'amplitude complexe nous avons tout de suite

$$\mathcal{E}(\vec{u}) = \mathcal{E}_{\max} \times \text{sinc}^2\left(\frac{\pi a}{\lambda_0} (\sin \theta_i - \sin \theta)\right) \quad \text{avec} \quad \mathcal{E}_{\max} = |\underline{\mathcal{A}}_0|^2$$

#### ★ représentation

◇ La fonction  $\text{sinc}^2(\phi)$  a la représentation suivante

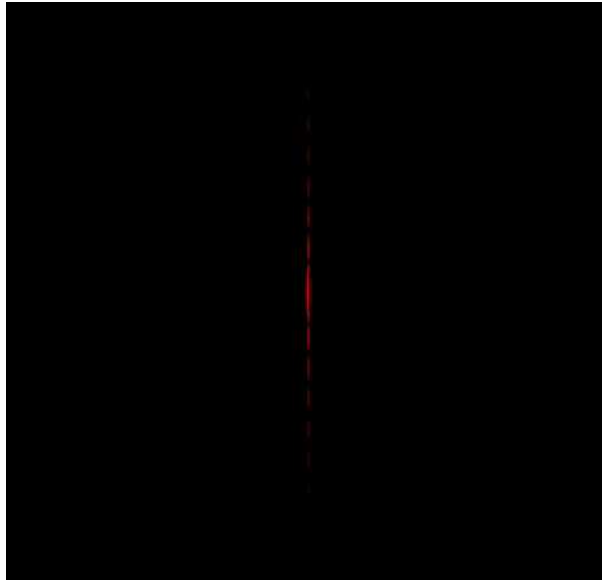


◇ Comme nous pouvons le voir il y a une annulation d'éclairement (donc une zone sombre) tous les  $\pi$  sauf au milieu où il n'y a pas d'annulation pour  $x = 0$

Dans le cas d'une diffraction par une fente, la tache centrale est deux fois plus grande que les taches secondaires.

### ☆ visuellement

- ◇ Sur l'écran, nous obtenons quelque chose comme la simulation<sup>3</sup> ci-dessous.



- ◇ Il ne faut en effet pas oublier que, parce que la fente diffractante est infinie horizontalement, il n'y a pas de diffraction horizontale.
- ◇ Et « pas de diffraction horizontale » signifie que la lumière ne « tourne » pas horizontalement, donc qu'elle va tout droit, *donc* qu'il n'y a pas de lumière en dehors de l'axe ( $Ox$ ) vertical.

### ☆ caractéristique

#### 🕒 point central

Dans le cas de la diffraction de FRAUNHOFER le centre de la figure d'interférence est au niveau de l'image géométrique de la source.

- ◇ En effet ici le maximum est obtenu en

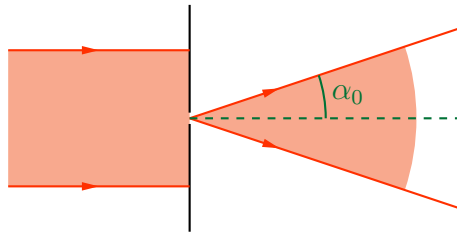
$$\frac{\pi a}{\lambda_0} (\sin \theta_i - \sin \theta) = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \sin \theta_i = \sin \theta$$

- ◇ Il s'agit là d'une loi qualitative que nous utiliserons très souvent.

#### 🕒 ouverture angulaire

- ◇ Le résultat précédent nous permet de dire qu'une incidence non normale n'a pour conséquence qu'une translation de la figure de diffraction. Dans ces conditions, nous pouvons raisonner avec une incidence normale sans restreindre la généralité des résultats obtenus.
- ◇ Regardons (en exagérant les angles mis en jeu) l'effet d'une fente sur une onde plane.

3. Toutes les simulations de ce cours ont été réalisées avec le logiciel **Diffint** créé et utilisé à l'oral du concours Centrale – Supélec et disponible à l'adresse <http://www.lgep.supelec.fr/index.php?page=scm-logiciels>.



✧ Cherchons l'angle  $\alpha_0$  correspondant à la direction de première annulation.

✧ La condition de *première* annulation s'écrit

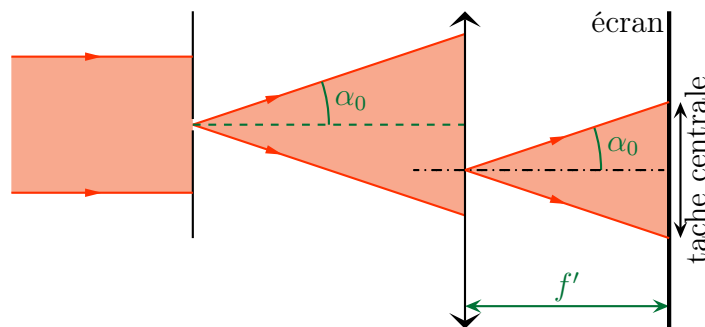
$$\frac{\pi a}{\lambda_0} (0 - \sin \alpha_0) = \pm \pi \quad \rightsquigarrow \quad \sin \alpha_0 = \pm \frac{\lambda}{a}$$

✧ Et comme les angles sont (souvent) petits...

Dans le cas d'une fente infiniment large, l'angle  $\alpha_0$  de première annulation de l'éclairement vaut  $\alpha_0 = \frac{\lambda_0}{a}$  ce qui implique que la tache centrale est comprise dans un angle de  $\frac{2 \lambda_0}{a}$ .

### 🔗 exemple numérique

✧ Comme le montre le schéma ci-dessous, il est totalement inutile de tenir compte de la largeur de la fente pour déterminer la largeur de la tache centrale.



✧ Avec une lentille nous avons

$$\ell = 2 \alpha_0 \times f' \quad \rightsquigarrow \quad \ell = \frac{2 \lambda_0 f'}{a}$$

✧ Numériquement avec  $a = 0,10$  mm,  $\lambda_0 = 632,8$  nm et  $f' = 25$  cm nous trouvons

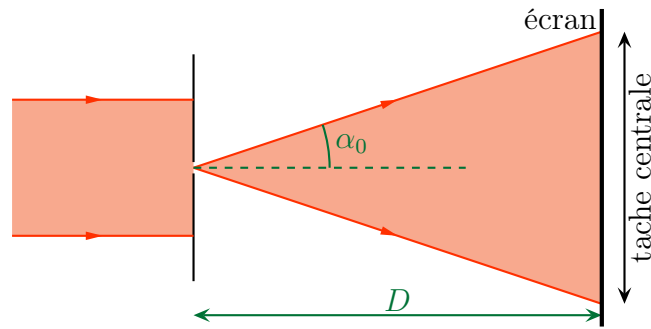
$$\ell = 3,2 \text{ mm}$$

✧ C'est une tache indubitablement visible à l'œil nu. Et avec un objet diffractant de 0,10 mm !

### 🔗 montage rapide sans lentille

✧ À (presque) l'échelle, la situation ressemble à la situation suivante





✧ La tache centrale a alors pour taille

$$\ell = 2 \alpha_0 \times D = \frac{2 \lambda_0 D}{a}$$

✧ Numériquement avec  $a = 0,10 \text{ mm}$ ,  $\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$  et  $D = 2,0 \text{ m}$  nous trouvons

$$\ell = 2,5 \text{ cm}$$

### 🧠 à retenir

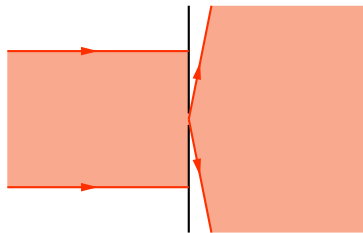
Il peut y avoir diffraction dès lors que les tailles caractéristiques des objets diffractants sont telles que

$$a \lesssim 100 \lambda_0$$



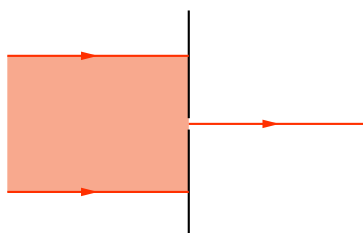
C'est une erreur très courante de croire qu'il n'y a diffraction que pour  $a \sim \lambda_0$ .

✧ Si  $a \sim \lambda_0$  alors la diffraction est isotrope ou presque.



Dans la limite  $\lambda \rightarrow 0$  la diffraction permet de retrouver les lois usuelles de l'optique géométrique.

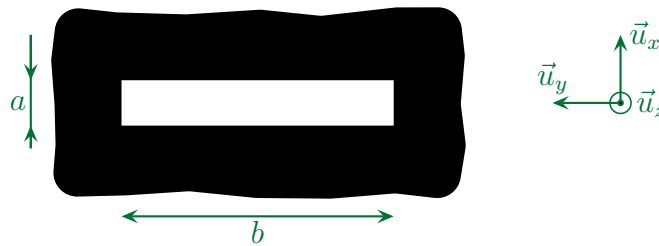
✧ En effet, dans ce cas là, la diffraction est nulle puisque l'angle  $\alpha_0$  correspondant à l'ouverture du faisceau est nul.



### I.3.iii – fente rectangulaire

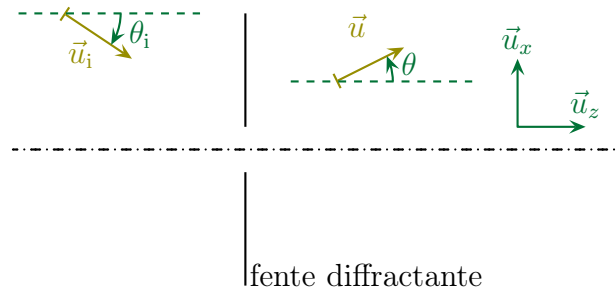
#### ★ situation, analyse

◇ Reprenons à nouveau la fente diffractante mais avec cette fois  $b \gg a$ .



◇ Nous avons désormais de la diffraction en  $\vec{u}_x$  et en  $\vec{u}_y$ .

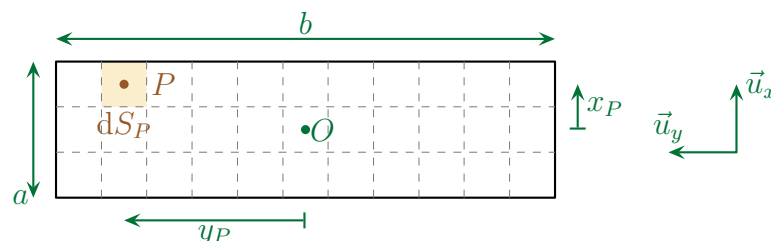
◇ Le schéma permettant de montrer les vecteurs unitaires utiles  $\vec{u}_i$  et  $\vec{u}$  est plus difficile à faire (à cause de la 3<sup>e</sup> dimension). Nous nous contenterons du même schéma que précédemment mais où  $\vec{u}_i$  et  $\vec{u}$  ne sont **pas** dans le plan du schéma.



◇ Dans ces conditions, en considérant les angles petits et en prenant le même repérage que précédemment, nous avons

$$\vec{u}_i = \begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix} \quad P \begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{avec}$$

$$\alpha, \beta, \alpha_i, \beta_i \ll 1 \quad \text{et} \quad \begin{cases} -\frac{a}{2} \leq x_P \leq \frac{a}{2} \\ -\frac{b}{2} \leq y_P \leq \frac{b}{2} \end{cases}$$



◇ Nous allons montrer que

$$\underline{s}(\vec{u}) = a \, b \, \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \text{sinc} \left( \frac{\pi a}{\lambda_0} (\alpha_i - \alpha) \right) \times \text{sinc} \left( \frac{\pi b}{\lambda_0} (\beta_i - \beta) \right)$$

## ★ amplitude diffractée

✧ Pour commencer écrivons le principe d'HUYGENS – FRESNEL en prenant en compte le fait que la transparence vaille  $\underline{t}(P) = 1$

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \iint_{P \in \mathcal{P}} e^{j \frac{2\pi}{\lambda_0} \overrightarrow{OP} \cdot (\vec{u}_i - \vec{u})} dS_P$$

✧ Ensuite exprimons le terme de phase

$$\overrightarrow{OP} \cdot (\vec{u}_i - \vec{u}) = x_P (\alpha_i - \alpha) + y_P (\beta_i - \beta)$$

✧ Introduisons des notations pour alléger les expressions

$$\xi \stackrel{\text{not}}{=} \frac{2\pi}{\lambda_0} (\alpha_i - \alpha) \quad \text{et} \quad \chi \stackrel{\text{not}}{=} \frac{2\pi}{\lambda_0} (\beta_i - \beta)$$

✧ Cela nous conduit à

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \iint_{P \in \mathcal{P}} e^{j(\xi x_P + \chi y_P)} dS_P$$

✧ Il s'agit là d'une intégrale double qui peut s'écrire sous la forme d'un produit de deux intégrales

$$\begin{aligned} \underline{s}(\vec{u}) &= \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \iint_{P \in \mathcal{P}} e^{j\xi x_P} \times e^{j\chi y_P} dx_P dy_P \\ &= \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \left( \int_{-a/2}^{a/2} e^{j\xi x_P} dx_P \right) \times \left( \int_{-b/2}^{b/2} e^{j\chi y_P} dy_P \right) \end{aligned}$$

✧ Le calcul est alors aisé

$$\begin{aligned} \underline{s}(\vec{u}) &= \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \frac{e^{j\xi a/2} - e^{-j\xi a/2}}{\xi} \times \frac{e^{j\chi b/2} - e^{-j\chi b/2}}{\chi} \\ &= \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \frac{2j \sin\left(\frac{\xi a}{2}\right)}{j\xi} \times \frac{2j \sin\left(\frac{\chi b}{2}\right)}{j\chi} \\ &= \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times a \times \frac{\sin\left(\frac{\xi a}{2}\right)}{\frac{\xi a}{2}} \times b \times \frac{\sin\left(\frac{\chi b}{2}\right)}{\frac{\chi b}{2}} \\ &= a b \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \text{sinc}\left(\frac{\xi a}{2}\right) \times \text{sinc}\left(\frac{\chi b}{2}\right) \end{aligned}$$

✧ Et en remplaçant les notations  $\chi$  et  $\xi$ , nous arrivons bien au résultat prévu.

$$\underline{s}(\vec{u}) = a b \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \text{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda_0} (\alpha_i - \alpha)\right) \times \text{sinc}\left(\frac{\pi b}{\lambda_0} (\beta_i - \beta)\right)$$

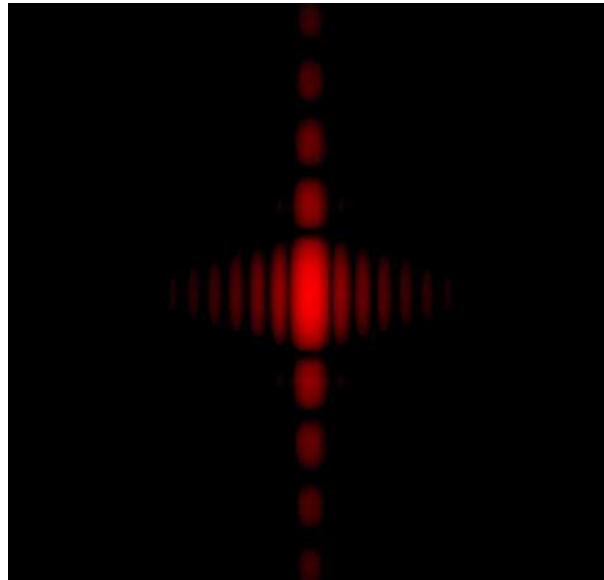
### ★ éclaircissement

◇ L'éclaircissement n'est autre que le module carré de l'amplitude complexe soit

$$\mathcal{E}(\vec{u}) = \mathcal{E}_{\max} \operatorname{sinc}^2 \left( \frac{\pi a}{\lambda_0} (\alpha_i - \alpha) \right) \times \operatorname{sinc}^2 \left( \frac{\pi b}{\lambda_0} (\beta_i - \beta) \right) \quad \text{avec} \quad \mathcal{E}_{\max} = a^2 b^2 |\underline{\mathcal{S}}_0|^2$$

◇ Une fois de plus nous voyons que le maximum est atteint pour  $\alpha = \alpha_i$  et  $\beta = \beta_i$ , *i.e.* pour  $\vec{u} = \vec{u}_i$ .

◇ Visuellement la figure obtenue ressemble à la simulation ci-dessous



◇ La tache centrale est plus grande sur  $\vec{u}_x$  que sur  $\vec{u}_y$  car la fente diffractante a été considérée plus petite sur  $\vec{u}_x$  que sur  $\vec{u}_y$ .

◇ Notons aussi que les rapports des longueurs sont inverses : en notant  $\ell_x$  la longueur de la tache centrale sur  $\vec{u}_x$  et  $\ell_y$  celle sur  $\vec{u}_y$  nous avons

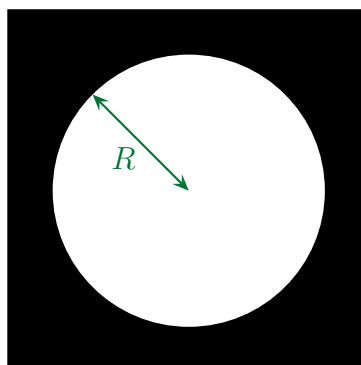
$$\ell_x = \frac{2 \lambda_0}{a} \quad \text{et} \quad \ell_y = \frac{2 \lambda_0}{b} \quad \rightsquigarrow \quad \frac{\ell_x}{\ell_y} = \frac{b}{a}$$

## I.4 – Pupille circulaire

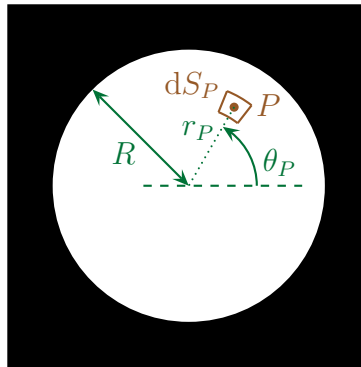
### I.4.i – tache d'Airy

#### ★ situation, analyse

◇ Prenons cette fois une pupille circulaire.



◇ Le point  $P$  sera alors naturellement repéré par des coordonnées polaires



◇ Dans ces conditions, en considérant les angles petits nous avons

$$\vec{u}_i = \begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix} \quad P \begin{pmatrix} r_P \cos \theta_P \\ r_P \sin \theta_P \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} 0 \leq r_P \leq R \\ 0 \leq \theta_P \leq 2\pi \end{cases}$$

### ★ amplitude diffractée

◇ Pour commencer écrivons le principe d'HUYGENS – FRESNEL en prenant en compte le fait que la transparence vaille  $\underline{t}(P) = 1$

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \iint_{P \in \mathcal{P}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{OP} \cdot (\vec{u}_i - \vec{u})} dS_P$$

◇ Ensuite exprimons le terme de phase

$$\vec{OP} \cdot (\vec{u}_i - \vec{u}) = r_P \cos \theta_P (\alpha_i - \alpha) + r_P \sin \theta_P (\beta_i - \beta)$$

◇ Cela donne

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \iint_{P \in \mathcal{P}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} (r_P \cos \theta_P (\alpha_i - \alpha) + r_P \sin \theta_P (\beta_i - \beta))} dS_P$$

◇ Et maintenant nous sommes techniquement bloqués car cette intégrale ne s'écrit **pas** sous la forme

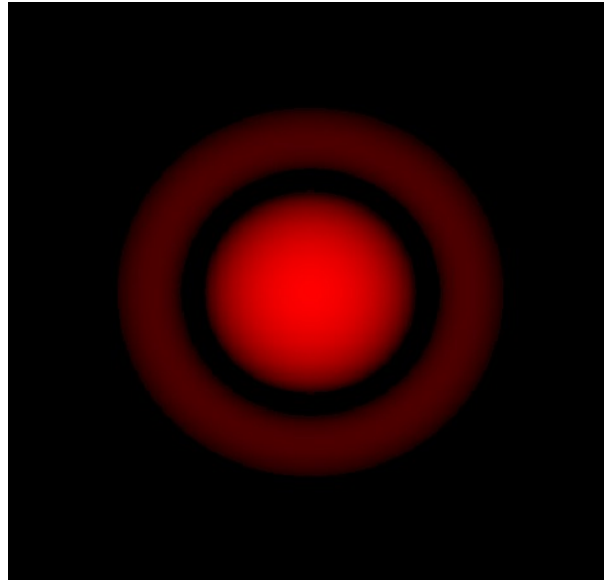
$$\iint f(r_P) \times g(\theta_P) dS_P$$

◇ Il faut faire le calcul numérique...

☕ *Remarque.* En pratique il est possible de réécrire cette intégrale à l'aide d'intégrales dites de BESSEL qui sont des intégrales qui interviennent régulièrement en physique et qui ne s'expriment pas à l'aide de fonctions usuelles.

### ★ éclaircissement

◇ Regardons la simulation

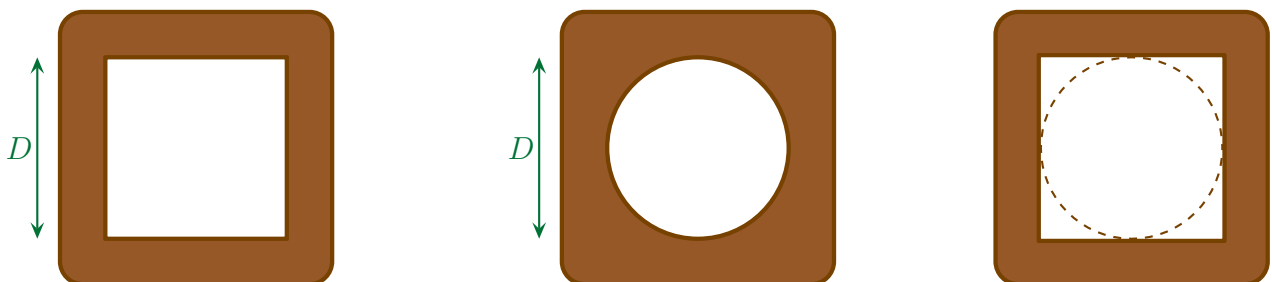


◇ Nous retiendrons les faits suivants

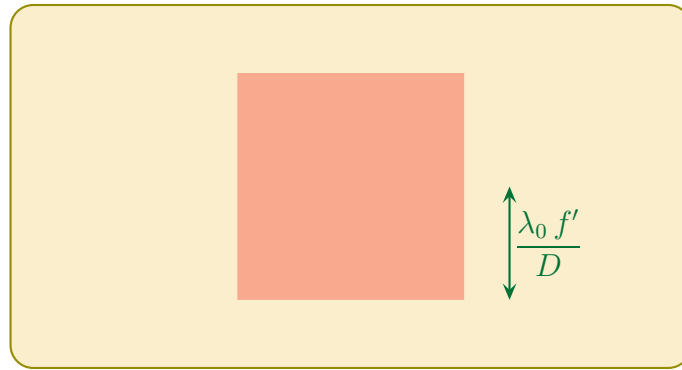
- Dans le cas d'une diffraction de FRAUNHOFER d'une pupille circulaire, la figure obtenue :
- s'appelle *tache d'AIRY* ;
  - admet une symétrie circulaire ;
  - a son maximum au niveau de l'image géométrique de la source ;
  - a sa première annulation angulaire en  $1,22 \times \frac{\lambda}{D}$  où  $D$  est le diamètre ;
  - a un éclairement plus faible dans les taches secondaires que celui des taches secondaires de la pupille rectangulaire.

### ★ comparaison des deux pupilles

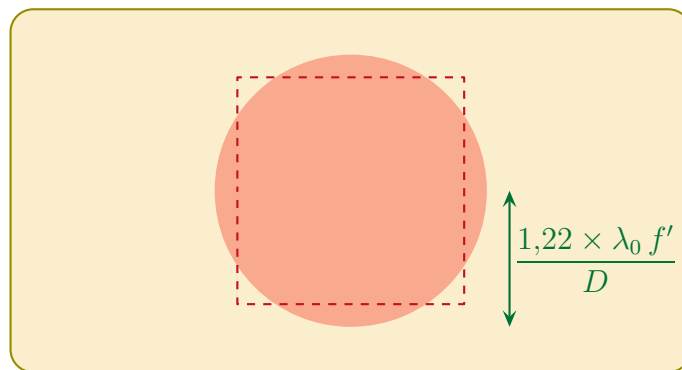
- ◇ Le facteur 1,22 vient d'une intégration numérique, il faut donc le connaître « par cœur ».
- ◇ En revanche, qualitativement, il est possible d'expliquer pourquoi ce facteur est plus grand que 1.
- ◇ Prenons deux pupilles, une carrée de côté  $D$  et une circulaire de diamètre  $D$ .



- ◇ Nous savons que, en projetant la figure de diffraction sur un écran dans le plan focal d'une lentille convergente de distance focale  $f'$ , la première annulation est à  $f' \times \frac{\lambda}{a}$  du centre



- ✧ Mais comme la pupille circulaire est plus petite que la pupille carrée, sa figure de diffraction *doit* être plus grande donc sa première annulation se fait « plus loin » donc en  $1,22 \times f' \times \frac{\lambda}{a}$

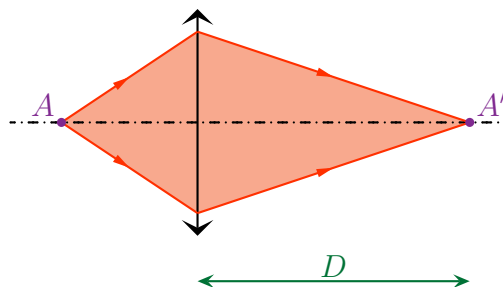


### I.4.ii – importance de la diffraction de FRAUNHOFER

#### ★ résultat

Toute lentille dans toute condition se comporte comme un objet diffractant dans les conditions de FRAUNHOFER.

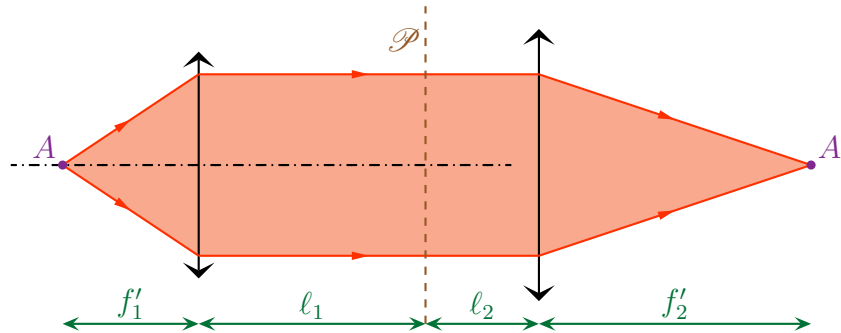
Dans la situation suivante, l'image est une tache d'AIRY de rayon principal (*i.e.* jusqu'à la première annulation) de  $1,22 \times \frac{\lambda D}{d}$  avec  $d$  le diamètre de la lentille



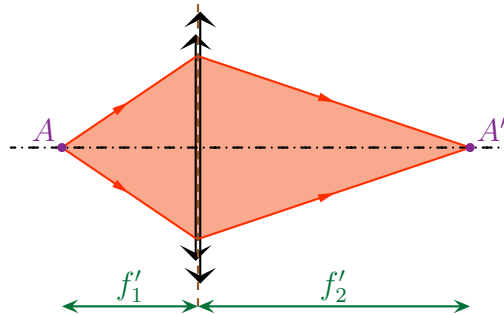
- ✧ Ce résultat peut surprendre parce qu'il est difficile de voir où sont les infinis nécessaires à la diffraction de FRAUNHOFER et pourtant...
- ✧ Notons aussi que ce résultat reste vrai même pour un couple de points objet / image qui n'est pas sur l'axe optique.

## ★ montage usuel

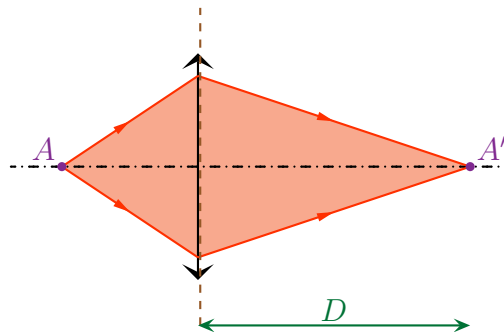
- ◇ Rappelons le montage usuel permettant d'observer une figure de diffraction dans les conditions de FRAUNHOFER. Dans le schéma suivant,  $\mathcal{P}$  représente le plan dans lequel est placé l'objet diffractant.



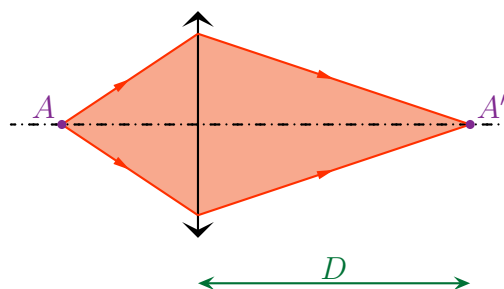
- ◇ Dans ce montage les longueurs  $l_1$  et  $l_2$  n'ont strictement *aucune* importance.  
 ◇ « Aucune » importance signifie que ces longueurs peuvent même être nulles !



- ◇ Même si cela peut surprendre *a priori* il ne faut pas oublier de ne **pas** raisonner en terme de rayons lumineux mais en terme d'ondes.  
 ◇ Maintenant que les deux lentilles sont accolées nous pouvons les remplacer par une seule lentille équivalente ce qui fait que le montage devient



- ◇ Et si nous enlevons l'objet diffractant



- ◇ Nous nous trouvons face à la situation où c'est la lentille elle-même qui est l'objet diffractant.  
 ◇ Or la lentille n'est qu'une pupille circulaire de diamètre  $d$ , d'où le résultat énoncé.



## ★ ordre de grandeur en TP

◇ Numériquement, en TP :

$$\lambda \sim 500 \text{ nm} \quad d \sim 5 \text{ cm} \quad D \sim 1 \text{ m} \quad \rightsquigarrow \quad R = 1,22 \times \frac{5 \cdot 10^{-7} \times 1}{5 \cdot 10^{-2}} \sim 10^{-5} \text{ m}$$

◇ C'est donc tout à fait normal de ne pas l'avoir vu.

## I.4.iii – résolution d'un système optique

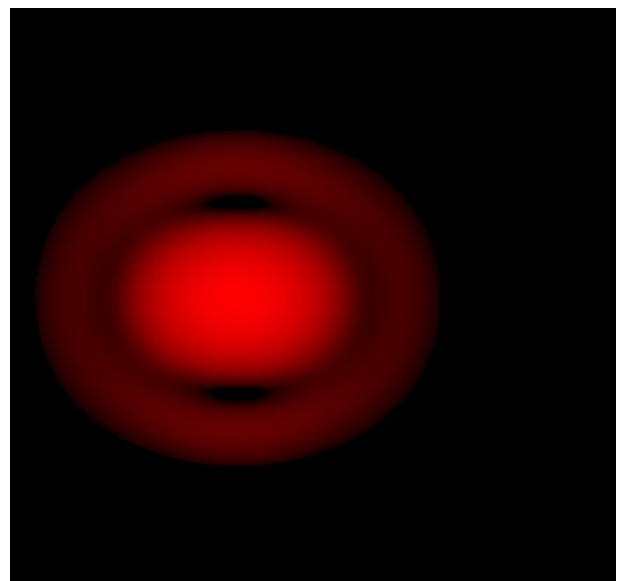
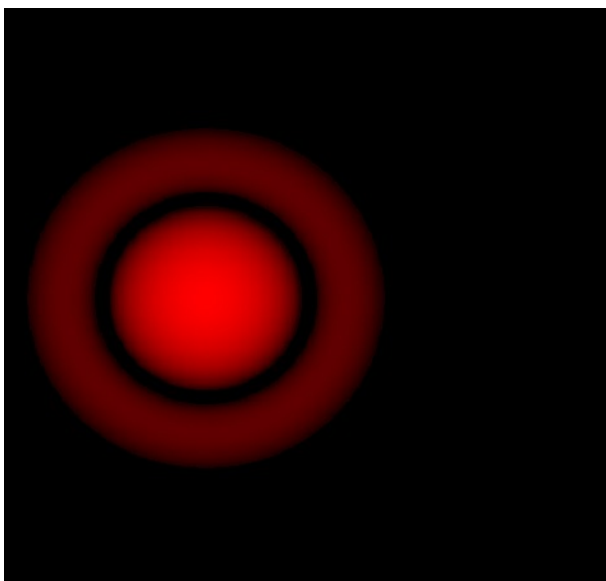
## ★ définitions

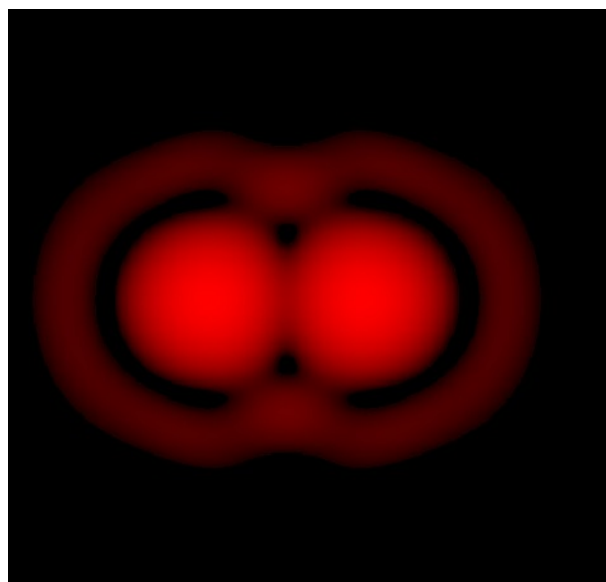
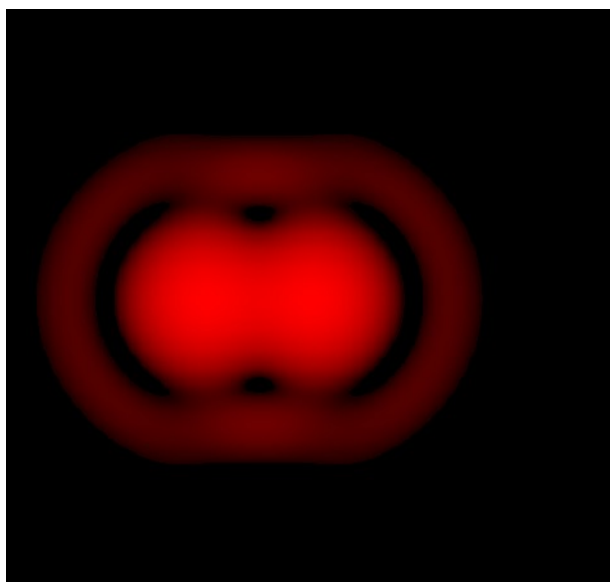
La *résolution* (ou *pouvoir séparateur*) d'un système optique est sa capacité à distinguer les images de deux points différents.

La résolution d'un système optique est en général caractérisée par l'angle minimal sous lequel doivent être perçus deux points objets pour être distincts au niveau de leurs images.

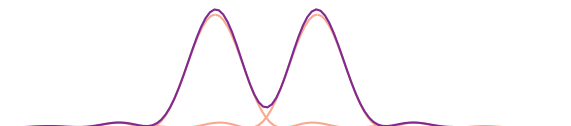
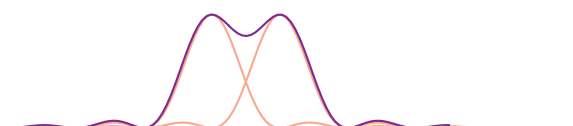
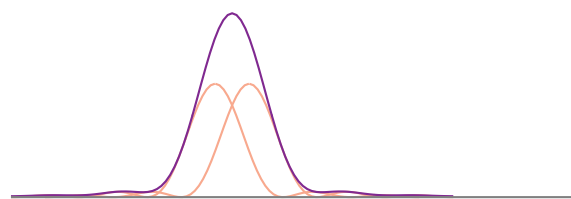
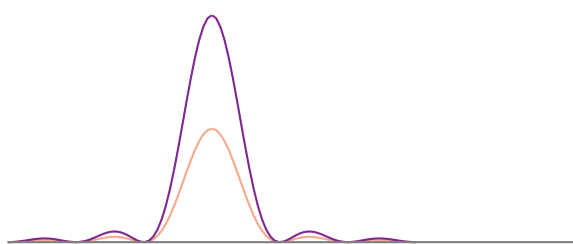
## ★ visuellement

◇ Regardons les simulations suivantes





- ✧ Graphiquement cela correspond aux 4 tracés suivants pour lesquels nous avons tracés les éclairements dus à chaque source en rouge clair et l'éclairement total en violet.



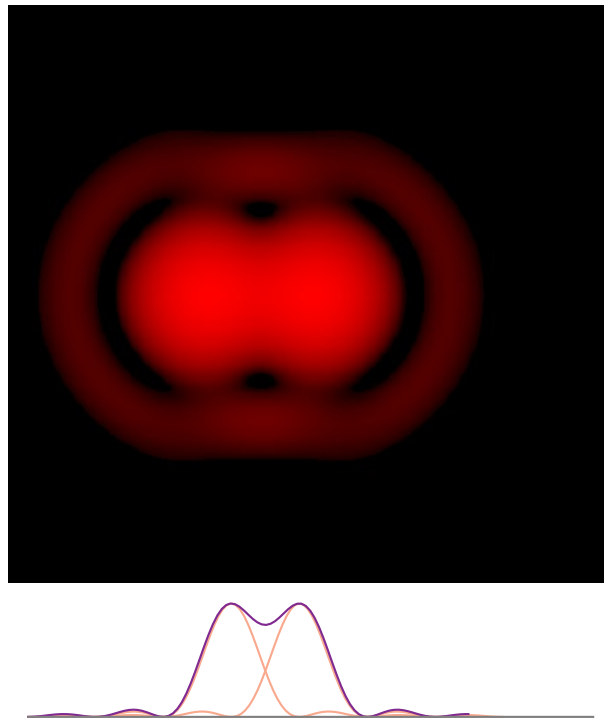
- ✧ Il n'est pas toujours simple de dire si ce qui est vu est un « gros point » (une grosse étoile) ou bien deux points très rapprochés (étoile double).

### ★ critère de RAYLEIGH

#### CRITÈRE DE RAYLEIGH

Les figures de diffraction sont distinguables dès lors que le maximum de l'un soit au moins plus loin que le premier minimum de l'autre.

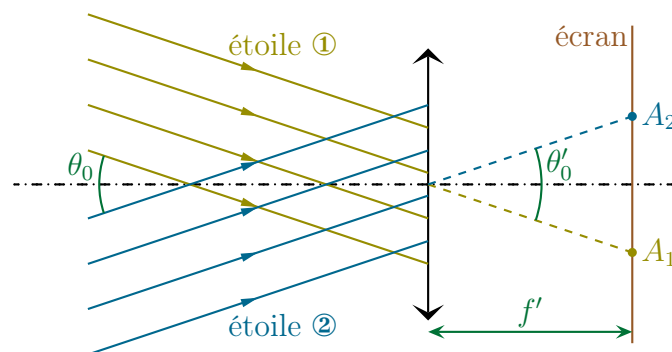
- ✧ Cela correspond aux 3<sup>e</sup> cas précédents



### ☆ ordre de grandeur

### 🕒 lunette astronomique

- ✧ Les télescopes sont constitués de miroir mais l'idée est la même que pour les lentilles.
- ✧ Après tout un miroir n'est qu'une lentille dont l'espace « derrière » a été replié sur l'espace « devant ».
- ✧ Rappelons qu'une lunette fait l'image de l'infini et que cette image (intermédiaire) est observée à la loupe qu'est l'oculaire. Il est donc important que sur l'image intermédiaire il soit déjà possible de distinguer les étoiles.
- ✧ Dans ces conditions, nous pouvons dire que les images (intermédiaires) de deux étoiles (modélisées par des points à l'infini) doivent être séparés de  $\theta_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{D}$ .
- ✧ Comme le montre la figure ci-dessous (mais avec une lentille car c'est plus lisible), l'angle  $\theta'_0$  entre les directions des images n'est autre que l'angle  $\theta_0$  entre les directions des étoiles.



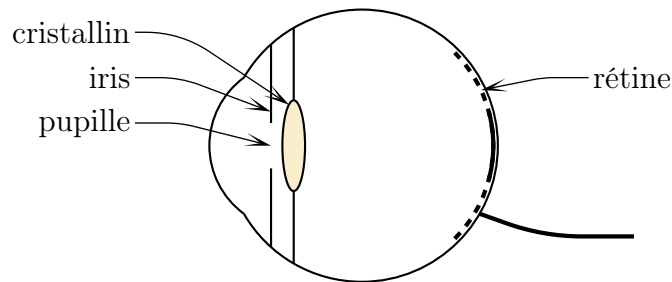
- ✧ L'angle minimal pour observer distinctement deux étoiles différentes est donc celui qu'il est nécessaire d'avoir entre deux taches d'AIRY pour qu'elles soient distinguables.
- ✧ Numériquement avec un diamètre de lentille  $D = 2$  m cela donne

$$\theta_{\min} = \frac{1,22 \times 5 \cdot 10^{-7}}{2} \sim 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ rad} \quad \rightsquigarrow \quad \theta_{\min} \sim 5 \cdot 10^{-2} ''$$

- ✧ Nous pouvons alors comprendre l'intérêt d'avoir des télescopes les plus grands possibles : c'est pour augmenter le pouvoir de résolution.

### 👁 œil

- ◇ Il est très facile d'oublier que l'œil est un système optique tellement nous nous en servons sans nous en rendre compte.



- ◇ La pupille limitant le faisceau lumineux entrant dans l'œil n'est autre que... la pupille.  
 ◇ Ayant d'un diamètre de l'ordre de  $5 \text{ mm}$  cela donne

$$\theta_{\min} \sim \frac{1,22 \times 5 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-3}} \sim 10^{-4} \text{ rad} \quad \rightsquigarrow \quad \theta_{\min} \sim 1'$$

## I.5 – Propriétés de la diffraction

### I.5.i – théorème de BABINET

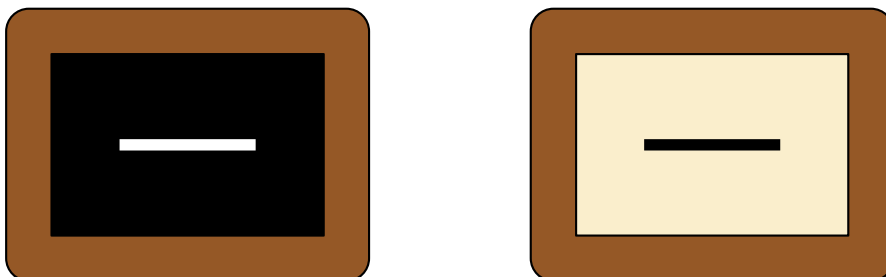
#### ★ énoncé

- ◇ C'est un théorème admis.

Deux pupilles complémentaires, *i.e.* telles que  $\underline{t}_1(P) + \underline{t}_2(P) = 1$  partout, ont la même figure de diffraction dans les conditions de FRAUNHOFER sauf au niveau de l'image géométrique de la source.

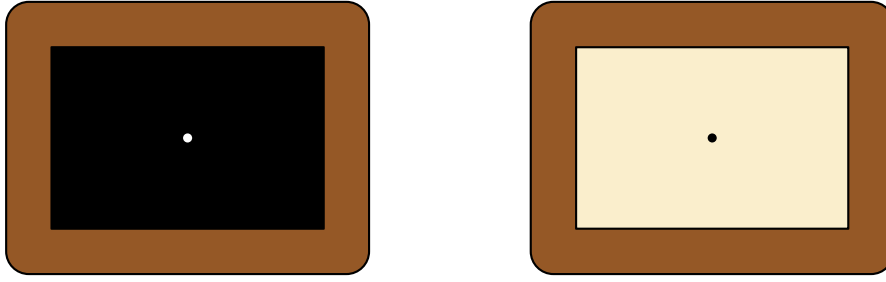
#### ★ exemples

- ◇ Une fente est donc équivalente (du point de vue de la diffraction) à une bande opaque.



- ◇ Autrement dit une pupille rectangulaire crée la même figure de diffraction qu'un cheveu!  
 ◇ De même un petit trou circulaire est équivalent à un grain opaque circulaire.

4. Rappelons que la pupille s'ouvre et se ferme grâce à l'iris suivant les conditions de lumière.

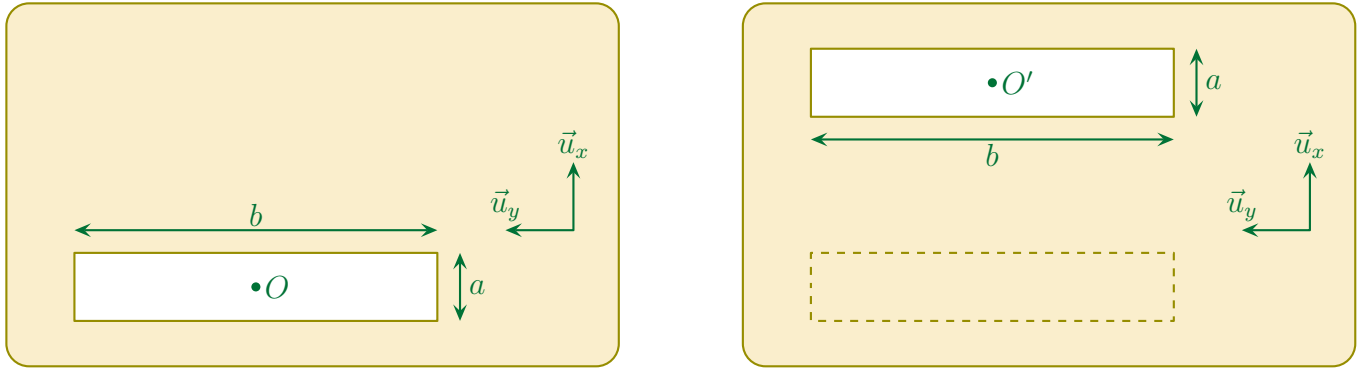


## I.5.ii – transformation de la pupille

### ★ translation

Deux pupilles identiques mais translatées l'une par rapport à l'autre ne diffèrent que d'un terme de phase dans l'amplitude diffractée dans les conditions de FRAUNHOFER.

◇ Considérons en effet les deux pupilles suivantes.



◇ Pour alléger l'écriture, raisonnons uniquement sur la diffraction en  $\vec{u}_x$ .

◇ La traduction du principe d'HUYGENS – FRESNEL dans les conditions de FRAUNHOFER donne, pour la pupille ①

$$\underline{s}_1(\vec{u}) = \underline{s}_0 \times e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \iint_{P \in \mathcal{P}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{OP} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u})} dS_P$$

◇ Soit

$$\underline{s}_1(\vec{u}) = \underline{s}_0 \times e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times b \times \int_{-a/2}^{a/2} e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} x_P (\alpha_1 - \alpha)} dx_P$$

◇ De même pour la pupille ②

$$\underline{s}_2(\vec{u}) = \underline{s}_0 \times e^{j\varphi_{O'}(\vec{u})} \times \iint_{P \in \mathcal{P}} e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{O'P} \cdot (\vec{u}_1 - \vec{u})} dS_P$$

◇ Ce qui donne

$$\underline{s}_2(\vec{u}) = \underline{s}_0 \times e^{j\varphi_{O'}(\vec{u})} \times b \times \int_{-a/2}^{a/2} e^{j\frac{2\pi}{\lambda_0} x'_P (\alpha_1 - \alpha)} dx_P$$

◇ Comme les variables  $x_P$  et  $x'_P$  sont des variables muettes, nous voyons bien que le terme « diffracté » est le même ce qui donne, pour l'amplitude

$$\underline{s}_1(\vec{u}) = \underline{s}_0 \times e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \underline{\mathcal{D}}(\vec{u}) \quad \text{et} \quad \underline{s}_2(\vec{u}) = \underline{s}_0 \times e^{j\varphi_{O'}(\vec{u})} \times \underline{\mathcal{D}}(\vec{u})$$

◇ Et pour l'éclairement

$$\mathcal{E}_1(\vec{u}) = \left| \underline{s}_0 \times e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \underline{\mathcal{D}}(\vec{u}) \right|^2 = 1 \times \left| \underline{s}_0 \times \underline{\mathcal{D}}(\vec{u}) \right|^2 \quad \text{et} \quad \mathcal{E}_2(\vec{u}) = 1 \times \left| \underline{s}_0 \times \underline{\mathcal{D}}(\vec{u}) \right|^2$$

◇ Ce qui nous amène à

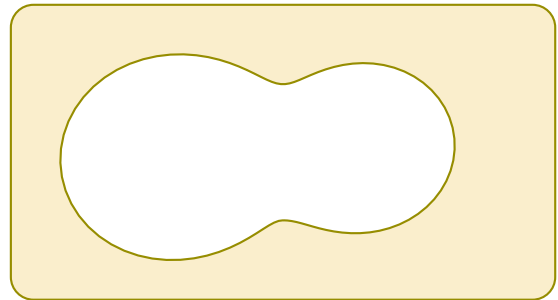
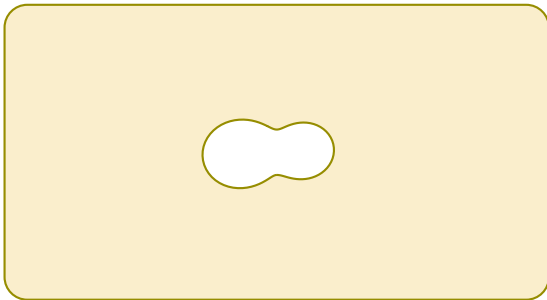
$$\mathcal{E}_1(\vec{u}) = \mathcal{E}_2(\vec{u})$$

◇ L'éclairement est bien le même.

 Ici nous ne parlons **pas** du cas où les deux pupilles, l'une translatée par rapport à l'autre, sont présentes en même temps.

### ★ dilatation

◇ Considérons une pupille qui se dilate d'un facteur  $\mu \leq 1$  (ici  $\mu = 3$ )

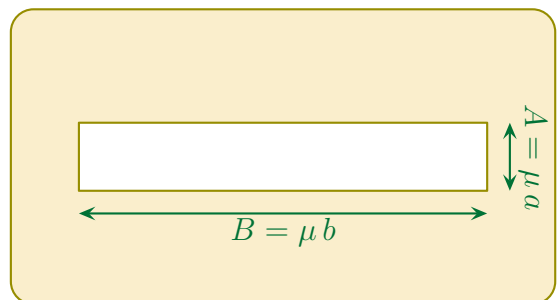
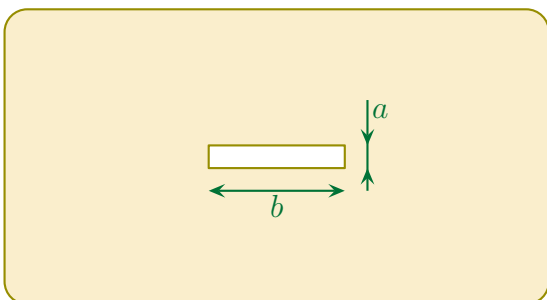


Dans le cas d'une dilatation d'une pupille d'un facteur trois, la diffraction dans les conditions de FRAUNHOFER est telle que :

- l'amplitude est multipliée par  $\mu^2$  ;
- l'éclairement est multiplié par  $\mu^4$  ;
- la diffraction se fait dans la direction  $\vec{u}_{\text{pupille dilatée}}$  telle que

$$\vec{u}_i - \vec{u}_{\text{pupille dilatée}} = \frac{\vec{u}_i - \vec{u}_{\text{pupille normale}}}{\mu}$$

◇ Nous n'allons pas prouver ce résultat dans le cas général mais regarder ce qu'il en est sur un exemple, celui de la fente rectangulaire.



✧ En reprenant les résultats précédents nous avons tout de suite pour la pupille normale

$$\underline{s}(\vec{u}) = a \underline{b} \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \text{sinc}\left(\frac{\pi a}{\lambda_0}(\alpha_i - \alpha)\right) \times \text{sinc}\left(\frac{\pi b}{\lambda_0}(\beta_i - \beta)\right)$$

✧ Et pour la pupille dilatée

$$\underline{s}(\vec{u}) = A B \underline{s}_0 e^{j\varphi_O(\vec{u})} \times \text{sinc}\left(\frac{\pi A}{\lambda_0}(\alpha_i - \alpha)\right) \times \text{sinc}\left(\frac{\pi B}{\lambda_0}(\beta_i - \beta)\right)$$

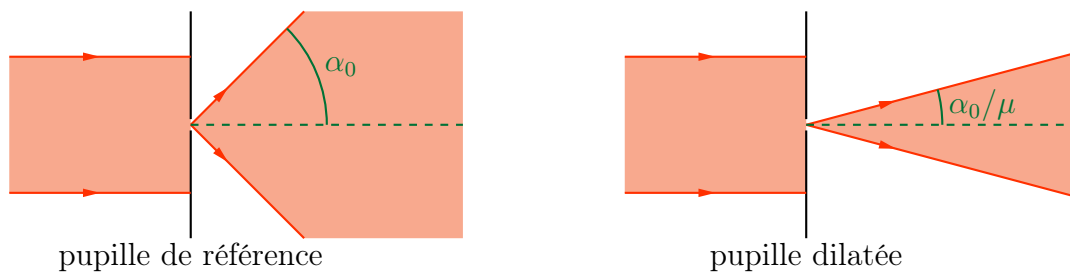
✧ Comme  $A = \mu a$  et  $B = \mu b$  nous voyons tout de suite pourquoi l'amplitude est multipliée par  $\mu^2$  et l'éclairement par  $\mu^4$ .

✧ En ce qui concerne la direction de diffraction, concentrons-nous sur la direction de première annulation.

✧ Dans le cas de la pupille dilatée la direction de première annulation (par rapport à l'image géométrique) est

$$\frac{\lambda_0}{A} = \frac{\lambda_0}{\mu a}$$

✧ Il s'agit bien là de la direction de diffraction de première annulation pour la pupille normale  $\alpha_0 = \frac{\lambda_0}{a}$  mais divisée par un facteur  $\mu$ .

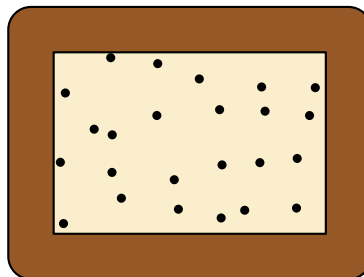


✧ Nous ne faisons que retrouver là le fait que « plus la source est petite, plus les conséquences sont grandes. »

### I.5.iii – multiplication des pupilles

#### ★ une simple sommation des amplitudes...

✧ Considérons  $N$  pupilles *identiques*.



✧ Chaque pupille n'est qu'une version translatée d'une pupille de référence donc, conformément à ce qui précède nous pouvons écrire que la pupille  $i$  diffracte l'amplitude

$$\underline{s}_i(\vec{u}) = \underline{s}_0 e^{j\varphi_{O_i}(\vec{u})} \times \underline{\mathcal{D}}(\vec{u})$$

- ◇  $\underline{\mathcal{D}}(\vec{u})$  est bien une fonction strictement identique pour chacune des pupilles.
- ◇ De plus comme toutes les pupilles sont éclairées par la même onde plane, elles créent des ondes cohérentes donc nous devons sommer les amplitudes, ce qui donne

$$\begin{aligned}\underline{s}(\vec{u}) &= \sum_i \underline{s}_i(\vec{u}) \\ &= \sum_i \left( \underline{s}_0 e^{j\varphi_{O_i}(\vec{u})} \times \underline{\mathcal{D}}(\vec{u}) \right) \\ &= \underline{s}_0 \times \underline{\mathcal{D}}(\vec{u}) \times \left( \sum_i e^{j\varphi_{O_i}(\vec{u})} \right)\end{aligned}$$

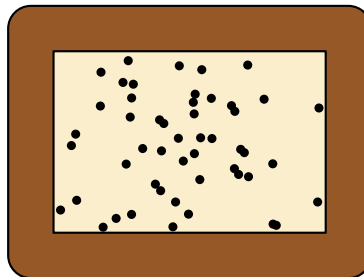
### ★ répartition aléatoire des pupilles

#### 🔗 résultat

Dans le cas de la diffraction de FRAUNHOFER d'une répartition **aléatoire** de  $N$  pupilles (avec  $N$  grand), tout se passe comme si les pupilles étaient incohérentes, il suffit donc de sommer les *éclairéments* diffractés.

$$\mathcal{E}_{\text{tot}}(\vec{u}) = N \times \mathcal{E}_{\text{diff}}(\vec{u}) \quad \text{où :}$$

$\mathcal{E}_{\text{diff}}(\vec{u})$  est l'amplitude diffractée par *une* pupille.



#### 🔗 preuve

- ◇ Commençons par reprendre l'expression de l'amplitude diffractée par  $N$  pupilles

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 \times \underline{\mathcal{D}}(\vec{u}) \times \left( \sum_i e^{j\varphi_{O_i}(\vec{u})} \right)$$

- ◇ Puis écrivons l'expression de l'éclairement



$$\begin{aligned}\mathcal{E}(\vec{u}) &= |\underline{s}_0|^2 \times |\underline{\mathcal{D}}(\vec{u})|^2 \times \left| \sum_i e^{j\varphi_{O_i}(\vec{u})} \right|^2 \\ &= \mathcal{E}_{\max} \times \mathcal{E}_{\text{diff}}(\vec{u}) \times \left( \sum_i e^{j\varphi_{O_i}(\vec{u})} \right) \times \left( \sum_i e^{-j\varphi_{O_i}(\vec{u})} \right)\end{aligned}$$

◇ Développons le produit des termes avec les sommations

$$\left( \sum_i e^{j\varphi_{O_i}(\vec{u})} \right) \times \left( \sum_k e^{-j\varphi_{O_k}(\vec{u})} \right) = \underbrace{1 + 1 + 1 + \dots + 1 + 1}_{N \text{ fois}} + \sum_{i \neq k} e^{j(\varphi_{O_i}(\vec{u}) - \varphi_{O_k}(\vec{u}))}$$

◇ Or

$$\underline{A} \stackrel{\text{not}}{=} \sum_{i \neq k} e^{j(\varphi_{O_i}(\vec{u}) - \varphi_{O_k}(\vec{u}))} = 0$$

◇ En effet si nous regardons la partie réelle nous avons

$$\mathcal{R}e(A) = \sum_{i \neq k} \cos(\theta_i - \theta_k)$$

◇ Notons que les  $\theta_i$  et  $\theta_k$  ont des valeurs aléatoires donc, statistiquement

$$\sum_{i \neq k} \cos(\theta_i - \theta_k) = \sum_n \cos(\theta_n) = \text{nombre de termes} \times \text{valeur moyenne de cosinus}$$

◇ Ce qui prouve que

$$\mathcal{R}e(A) = 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{I}m(A) = 0 \quad \rightsquigarrow \quad \underline{A} = 0$$

◇ Et en réinjectant dans l'expression de l'éclairement

$$\mathcal{E}(\vec{u}) = \mathcal{E}_{\max} \times \mathcal{E}_{\text{diff}}(\vec{u}) \times (N + 0)$$

◇ Finalement

$$\mathcal{E}(\vec{u}) = N \mathcal{E}_{\max} \times \mathcal{E}_{\text{diff}}(\vec{u})$$

Dans le cas d'une répartition aléatoire de  $N$  pupilles (avec  $N$  grands), la figure de diffraction obtenue est la même qu'avec une seule pupille mais plus lumineuse.

◇ Cela revient au même qu'au résultat énoncé plus haut.

◇ L'interprétation de ce résultat est simple :

- comme les pupilles sont disposées de manière aléatoire, nous pouvons dire que les sources (de lumière diffractée) qu'elles créent sont disposées de manière aléatoire ;
- il n'y a donc aucun lien spatial entre les sources ;
- puisque la lumière est une onde qui couple les aspects spatiaux et temporels, nous pouvons en déduire qu'il n'y a aucun lien temporel entre les sources ;
- les sources sont donc incohérentes.

### ☞ exemples

- ◇ C'est ainsi qu'en TP, nous pouvons utiliser des spores de lycopode de manière à observer la tache d'Airy.
- ◇ Mais ce genre de diffraction se voit très bien et relativement facilement.
- ◇ Tout d'abord pour les porteurs de lunette qui, pour une raison ou pour une autre se retrouvent avec les carreaux embués, chaque source de lumière (comme les lampes) présente un halo.
- ◇ Ce halo est aussi visible par temps de brouillard (léger !) autour des lampes d'éclairage public ou de la Lune avec un peu de chance.

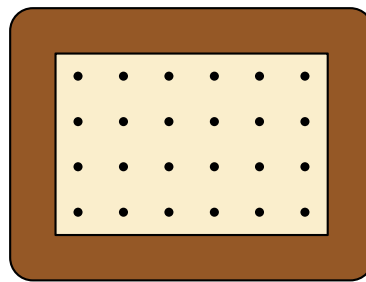
### ★ répartition régulière des pupilles

#### ☞ résultat

Dans le cas de la diffraction dans les conditions de FRAUNHOFER de  $N$  pupilles régulièrement réparties, l'éclairement diffracté s'écrit

$$\mathcal{E}(\vec{u}) = \mathcal{E}_{\text{interf}}(\vec{u}) \times \mathcal{E}_{\text{diff}}(\vec{u}) \quad \text{où}$$

- $\mathcal{E}_{\text{inter}}(\vec{u})$  est l'amplitude due aux interférences de sources ponctuelles situées à la place des pupilles ;
- $\mathcal{E}_{\text{diff}}(\vec{u})$  est l'amplitude diffractée par *une* pupille.



- ◇ L'énorme avantage de ce résultat est qu'il permet d'étudier séparément les effets de diffraction et les effets d'interférence *comme si* c'étaient deux phénomènes indépendants !

#### ☞ preuve

- ◇ Reprenons l'amplitude diffractée par  $N$  pupilles.

$$\underline{s}(\vec{u}) = \underline{s}_0 \underline{\mathcal{D}}(\vec{u}) \times \left( \sum_i e^{j\varphi_{O_i}(\vec{u})} \right)$$

- ◇ Déduisons-en l'éclairement.

$$\mathcal{E}(\vec{u}) = |\underline{s}_0|^2 \times |\underline{\mathcal{D}}(\vec{u})|^2 \times \left| \sum_i e^{j\varphi_{O_i}(\vec{u})} \right|^2$$

- ◇ Et là nous avons le résultat car étant donné que les pupilles sont régulièrement espacés, nous ne pouvons plus utiliser l'argument précédent ce qui nous interdit toute simplification du terme  $\left| \sum_i e^{j\varphi_{O_i}(\vec{u})} \right|^2$ .

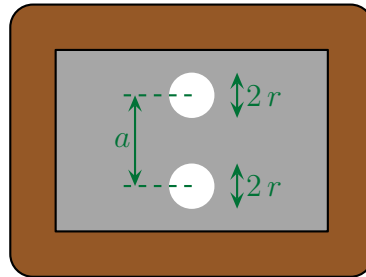
- ✧ Ceci étant, nous allons voir dans les deux parties qui suivent des dispositifs à connaître créant des « interférences de diffraction »

## II – Dispositif d'YOUNG

### II.1 – Trous d'YOUNG

#### II.1.i – dispositif

- ◇ Le dispositif est extrêmement simple puisqu'il s'agit d'un objet diffractant composé de deux trous de rayon  $r$  séparés de  $a$ .

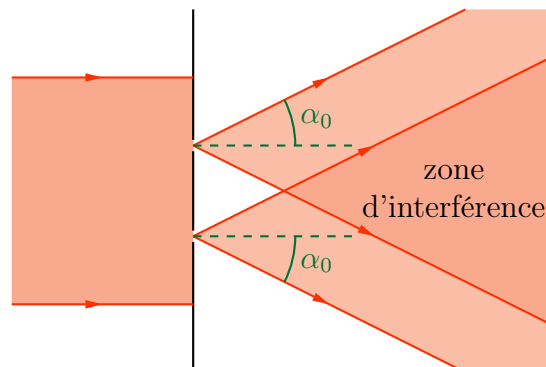


- ◇ Ce dispositif peut être éclairé par une onde plane ou une onde sphérique.  
 ◇ Dans les deux cas la diffraction induite par les deux trous engendre des interférences.

#### II.1.ii – des interférences grâce à la diffraction

##### ★ situation

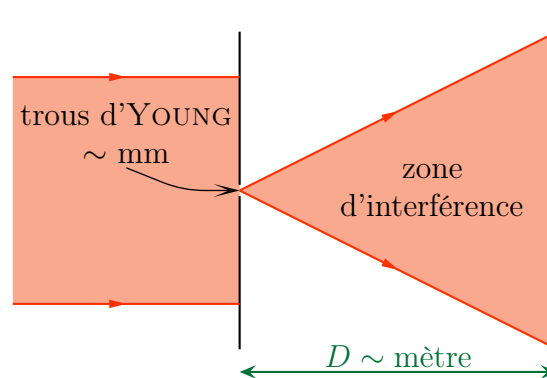
- ◇ En regardant de près ce qui se passe, nous savons que la diffraction par une pupille circulaire « écarte » un faisceau lumineux d'un angle  $\alpha_0 1,22 \times \frac{\lambda}{d}$ .



- ◇ Nous voyons alors apparaître une zone de recouvrement de la lumière diffractée : c'est une zone d'interférences.

##### ★ à l'échelle

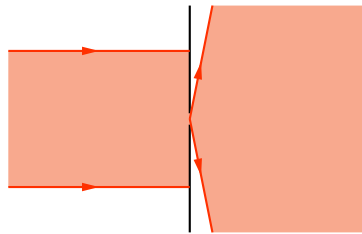
- ◇ Bien qu'il semble exister des zones où il n'y a pas d'interférence, il ne faut pas oublier que les tailles caractéristiques des trous d'YOUNG sont de l'ordre de la fraction de millimètre tant pour le rayon des trous que pour leur écartement.  
 ◇ Dans ces conditions le schéma, à l'échelle ressemble plus à



◇ Nous pouvons clairement négliger les zones de « non interférence »

### ★ vers une diffraction isotrope

◇ Si les trous sont suffisamment petits, alors l'angle de diffraction est très grand voire suffisamment grand pour la considérer isotrope.

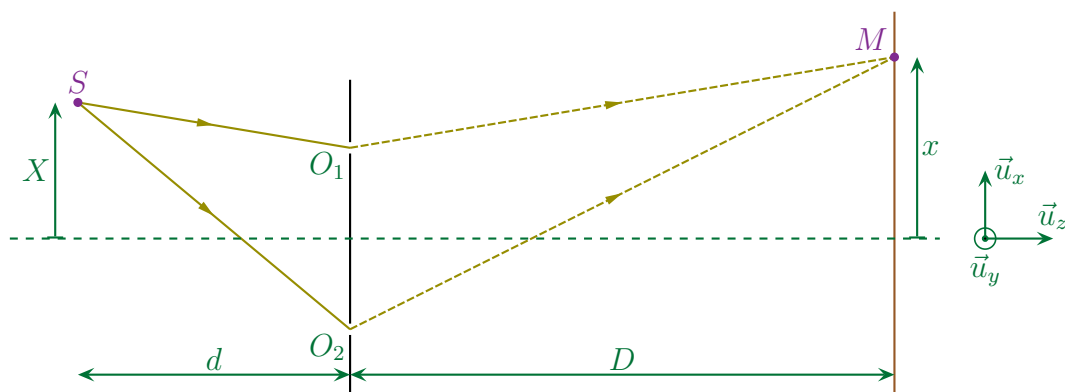


- ◇ En pratique nous n'utiliserons pas des trous aussi fins que cela car, expérimentalement, c'est très difficile à faire mais cela limite aussi énormément la luminosité.
- ◇ En revanche, conformément aux résultats de la première partie qui nous dit que nous pouvons séparer l'étude de diffraction de l'étude d'interférence, nous pouvons considérer que la diffraction est bien isotrope sans approximation.

## II.1.iii – un cas connu

### ★ situation

◇ Considérons deux trous d'YOUNG éclairés par une source ponctuelle et cherchons l'éclairement sur l'écran.



◇ Comme nous pouvons étudier séparément interférence et diffraction, nous allons commencer par considérer que les deux trous constituent des sources secondaires isotropes.

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_{\text{interf}}(M) \times \mathcal{E}_{\text{diff}}(M) \quad \text{avec} \quad \mathcal{E}_{\text{diff}}(M) = 1$$

✧ Nous sommes alors ramenés à un cas connu, celui de l'interférence de deux sources de même amplitude.

$$\mathcal{E}_{\text{interf}}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\text{max}}}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} \right)$$

### ★ différence de marche

#### 🕒 réécriture

✧ La différence de marche peut se réécrire en deux différences de marche

$$\begin{aligned} \delta &= (SO_2M) - (SO_1M) \\ &= (SO_2) + (O_2M) - ((SO_1) + (O_1M)) \\ &= ((SO_2) - (SO_1)) + ((O_2M) - (O_1M)) \end{aligned}$$

#### 🕒 résultat déjà rencontré

✧ Le 2<sup>e</sup> terme a déjà été rencontré dans le cas des miroirs de LLOYD et s'écrit

$$(O_2M) - (O_1M) = \frac{ax}{d}$$

✧ Le 1<sup>er</sup> terme peut s'écrire de manière analogue

$$(SO_2) - (SO_1) = \frac{aX}{D}$$

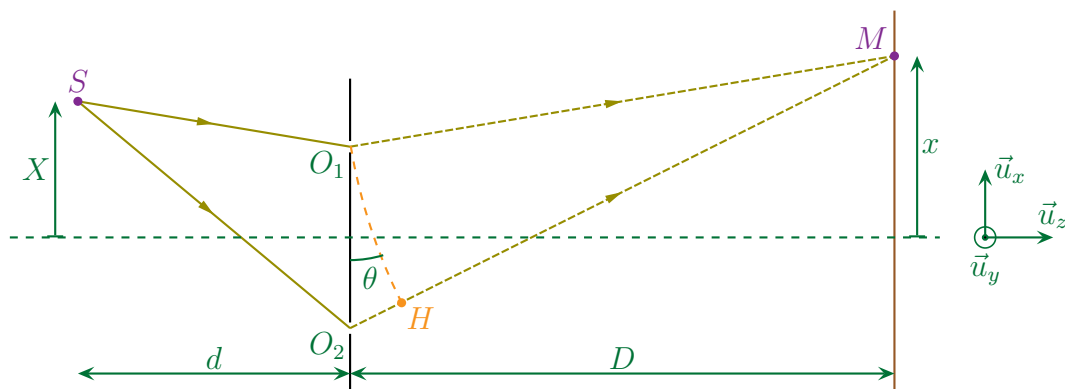
✧ Et finalement

$$\delta = \frac{ax}{d} + \frac{aX}{D}$$

#### 🕒 autre manière de calculer

✧ Nous pouvons voir la différence de marche  $(O_2M) - (O_1M)$  de la manière suivante.

✧ Reportons la longueur  $O_2M$  sur  $O_1M$

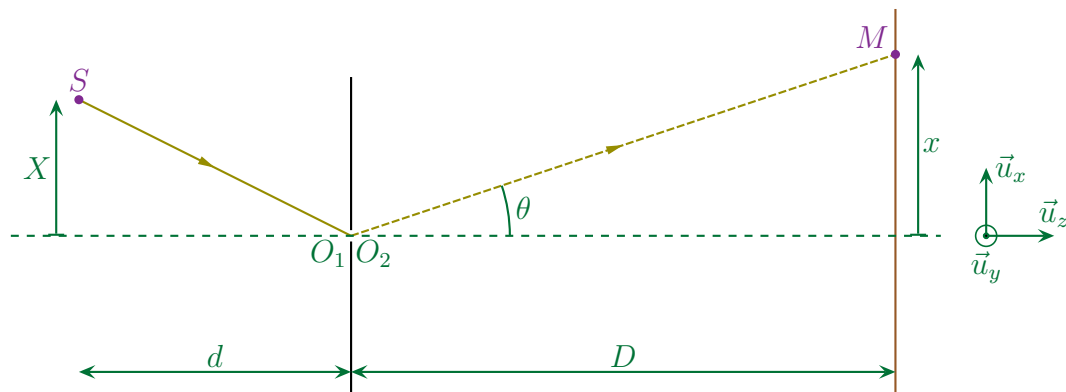


◇ À l'échelle  $H$  est le projeté de  $O_1$  sur  $O_2M$  ce qui permet d'avoir immédiatement

$$\delta = O_2H = a \sin \theta$$

◇ De plus, avec un schéma à l'échelle (encore!) nous voyons que :

- les points  $O_1$  et  $O_2$  sont confondus donc les droites  $(O_1M)$  et  $(O_2M)$  sont parallèles ;
- $\theta$  n'est autre que l'angle entre l'axe  $(Oz)$  et  $(OM)$ .



◇ Ainsi, avec l'approximation des petits angles,

$$\sin \theta = \frac{x}{D} \quad \rightsquigarrow \quad \delta = \frac{a x}{D}$$

◇ Ce qui est bien le même résultat.

◇ Cette méthode, par rapport au calcul complet, présente deux inconvénients.

- D'une part elle laisse sous-entendre que  $H$  est le projeté de  $O_1$  sur  $O_2M$  ce qui est **faux**. Cela se voit très bien dans le cas  $\theta = 0$ .
- D'autre part, elle ne permet pas de *prouver* que la différence de marche ne dépend pas de  $y$ . Il faut donc rajouter un argument : celui qui dit que les interférences dues à deux sources sphériques observées dans un plan parallèle et loin des sources sont des franges rectilignes.

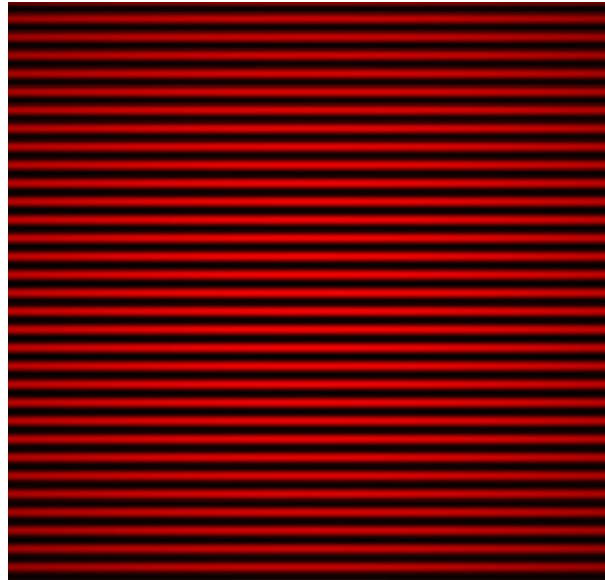
◇ Insistons surtout sur le caractère incomplet du calcul : il est **indispensable** de faire intervenir d'autres lois pour pouvoir être suffisamment rigoureux.

### ★ figure d'interférence

◇ L'éclairement s'écrit

$$\mathcal{E}_{\text{interf}}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\text{max}}}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \left( \frac{a x}{D} + \frac{a X}{D} \right) \right) \right)$$

◇ Visuellement, cela donne



- ◇ Nous pouvons facilement calculer l'interfrange.
- ◇ La position  $x_k$  de la frange brillante d'ordre  $k$  est telle que

$$\frac{\delta(x_k)}{\lambda_0} = k \quad \rightsquigarrow \quad \frac{a x_k}{d} + \frac{a X}{D} = k \lambda_0 \quad \rightsquigarrow \quad x_k = k \times \frac{\lambda_0 d}{a} - \frac{X d}{D}$$

- ◇ L'expression de l'interfrange s'en suit

$$i = x_{k+1} - x_k \quad \rightsquigarrow \quad i = \frac{\lambda_0 d}{a}$$

- ◇ Notons que la position de la source n'intervient pas dans l'expression de l'interfrange mais uniquement dans celui de la position de la frange centrale (celle d'ordre 0).

### ★ prise en compte de la diffraction

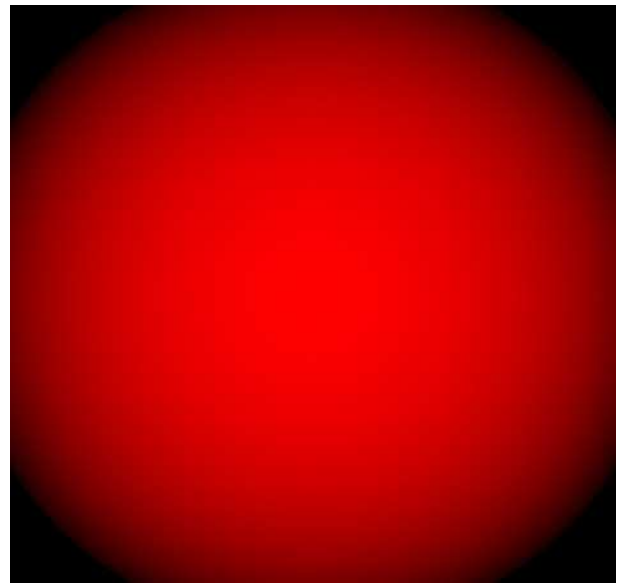
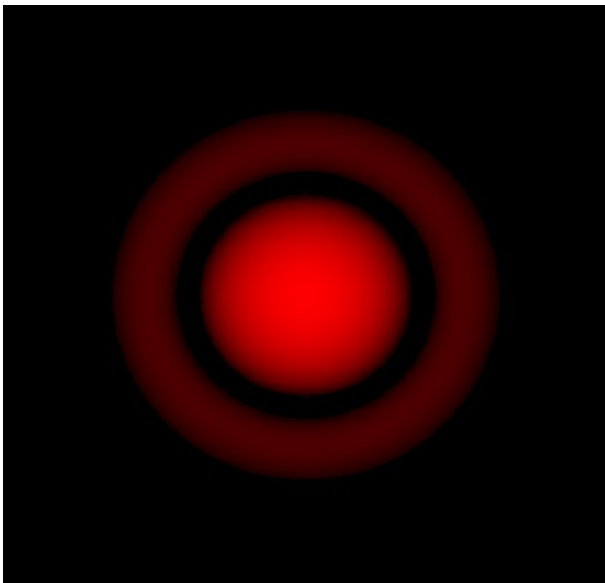
### 🕒 pourquoi nous retrouvons encore du FRAUNHOFER ?

- ◇ En fait dès lors que les distances  $D$  et  $d$  sont suffisamment grandes (de l'ordre du mètre), nous pouvons considérer qu'il s'agit de l'infini et que les ondes émises sont localement planes.

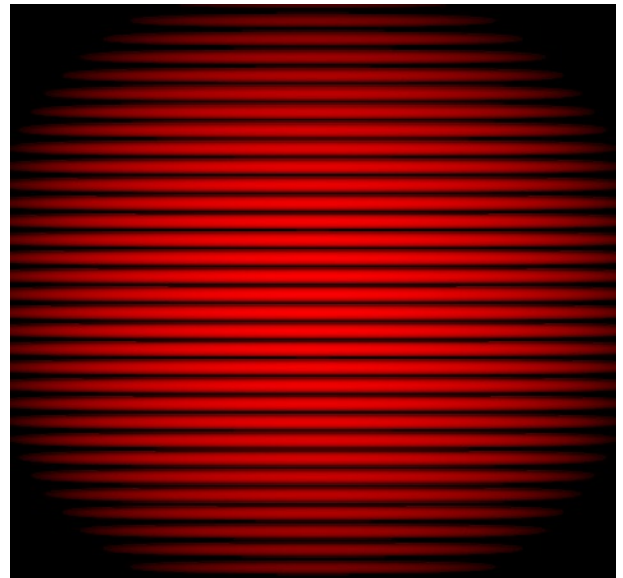
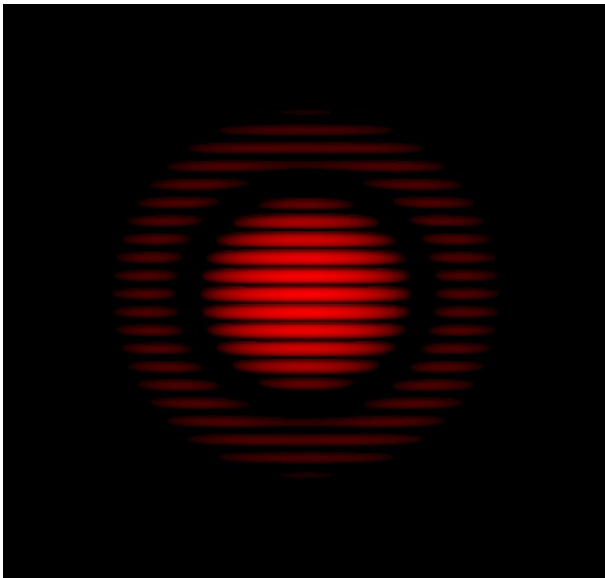
### 🕒 résultat

- ◇ Conformément à la 1<sup>re</sup> partie, l'éclairement observé est le produit de l'éclairement dû aux interférences par l'éclairement dû à la diffraction.
- ◇ Ci-dessous, nous pouvons voir l'éclairement dû à la diffraction d'un seul trou, pour deux rayons différents.





✧ Lorsqu'il y a les deux trous d'YOUNG, l'éclairement est alors comme ci-dessous.

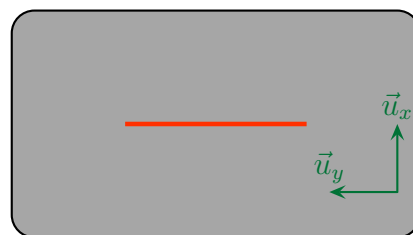
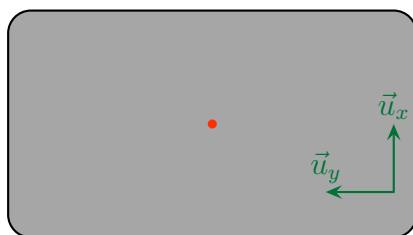


### II.1.iv – cohérence spatiale

✧ Considérons à nouveau des trous d'YOUNG à diffraction isotrope.

#### ★ élargir la source dans le bon sens

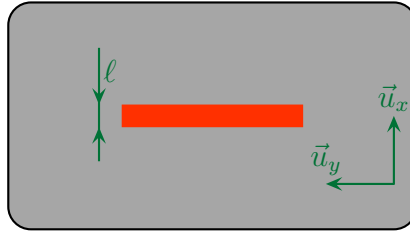
✧ Comme la figure d'interférence ne dépend *que* de la position sur  $\vec{u}_x$  de la source et donc **pas** de la position sur  $\vec{u}_y$  nous pouvons sans soucis élargir la source suivant  $\vec{u}_y$ .



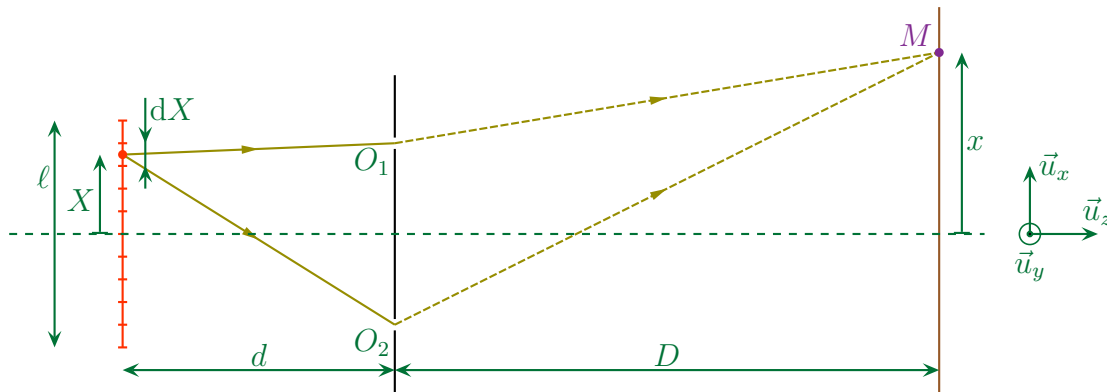
✧ Dans ces conditions chaque point source crée une figure d'interférence qui se superpose aux autres augmentant ainsi l'éclairement total.

### ★ source large mais pas dans le bon sens

◇ Imaginons une source large sur  $\vec{u}_x$ .



- ◇ Comme la translation globale suivant  $\vec{u}_x$  de la source ne fait que traduire la figure d'interférence, nous pouvons prendre une source centrée sur l'axe de manière à simplifier les calculs sans restreindre la généralité du résultat obtenu.
- ◇ Dans ces conditions nous pouvons découper la source en sources élémentaires, qui vont chacune créer son propre système de frange. Ces différentes figures d'interférence ne vont pas exactement se superposer avec les autres, il y aura brouillage.



◇ Comme les différents points sont incohérents, nous allons sommer les éclaircissements.

$$\mathcal{E}(M) = \int d\mathcal{E}(M)$$

### ★ éclaircissement

◇ Parce que chaque portion  $dX$  de source crée des interférences à deux ondes de même amplitude, l'éclaircissement créé s'écrit

$$d\mathcal{E} = \frac{d\mathcal{E}_{\max}}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi \delta}{\lambda_0} \right)$$

◇ En supposant de manière raisonnable que la source est uniforme en terme d'intensité

$$d\mathcal{E}_{\max} = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{\ell} \times dX$$

◇ Nous avons ainsi en remplaçant la différence de marche par son expression

$$\mathcal{E}(M) = \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2\ell} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \left( \frac{a}{d} x + \frac{a}{D} X \right) \right) \right) dX$$

✧ Maintenant, c'est du calcul

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}(M) &= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2\ell} \times \left[ \int_{-\ell/2}^{\ell/2} 1 \, dX + \int_{-\ell/2}^{\ell/2} \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \left( \frac{ax}{d} + \frac{aX}{D} \right) \right) dX \right] \\
 &= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2\ell} \times \left( \ell + \frac{\left[ \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \left( \frac{ax}{d} + \frac{aX}{D} \right) \right) \right]_{-\ell/2}^{\ell/2}}{\frac{2\pi a}{\lambda_0 D}} \right) \\
 &= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2\ell} \times \left( \ell + \frac{\sin \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \left( \frac{ax}{d} + \frac{a\ell}{2D} \right) \right) - \sin \left( \frac{2\pi}{\lambda_0} \left( \frac{ax}{d} - \frac{a\ell}{2D} \right) \right)}{\frac{2\pi a}{\lambda_0 D}} \right)
 \end{aligned}$$

✧ Une petite formule trigonométrique

$$\sin a - \sin b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \times \sin \frac{a-b}{2}$$

✧ Et nous pouvons finir

$$\begin{aligned}
 \mathcal{E}(M) &= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2\ell} \times \left( \ell + 2 \times \ell \times \frac{\sin \frac{\pi a \ell}{\lambda_0 D}}{\frac{2\pi a \ell}{\lambda_0 D}} \times \cos \frac{2\pi ax}{\lambda_0 d} \right) \\
 &= \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} \times \left( 1 + \operatorname{sinc} \left( \frac{\pi a \ell}{\lambda_0 D} \right) \times \cos \frac{2\pi ax}{\lambda_0 d} \right)
 \end{aligned}$$

✧ Nous voyons, comme de coutume, que le terme de frange est modulé par un terme de contraste.

### ★ brouillage total

✧ Un brouillage total a lieu lorsque

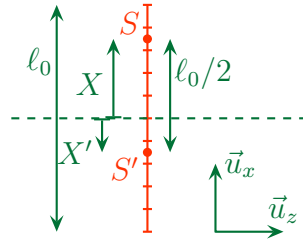
$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_0 = C^{\text{te}} \quad \rightsquigarrow \quad \operatorname{sinc} \left( \frac{\pi a \ell}{\lambda_0 D} \right) = 0$$

✧ Le premier brouillage correspond donc à une largeur  $\ell_0$  de la source telle que

$$\frac{\pi a \ell_0}{\lambda_0 D} = +\pi \quad \rightsquigarrow \quad \ell_0 = \frac{\lambda_0 D}{a}$$

✧ Cette longueur est celle qui permet d'associer à chaque point  $S$  un point  $S'$  créant un système de frange complémentaire.

✧ Considérons en effet  $S$  et  $S'$  séparés de  $\ell_0/2$



✧ En un point  $M$ , les différences de marches pour chacun des systèmes de franges s'écrivent

$$\delta = \frac{a x}{d} + \frac{a X}{D} \quad \text{et} \quad \delta' = \frac{a x}{d} + \frac{a X'}{D}$$

✧ Or

$$X = X' + \frac{\ell_0}{2} \quad \rightsquigarrow \quad \delta = \frac{a x}{d} + \frac{a X'}{D} + \frac{a \ell_0}{2 D} = \delta' + \frac{a \ell_0}{2 D}$$

✧ Les ordres d'interférences associés sont

$$p = \frac{\delta}{\lambda_0} \quad \text{et} \quad p' = \frac{\delta'}{\lambda_0} \quad \rightsquigarrow \quad p = p' + \frac{a \ell_0}{2 D \lambda_0}$$

✧ Pour que le décalage soit d'exactly un demi interfrange il faut que le terme  $\frac{a \ell_0}{2 D}$  corresponde à une demi interfrange soit

$$\frac{a \ell_0}{2 D \lambda_0} = \frac{1}{2} \quad \rightsquigarrow \quad \ell_0 = \frac{\lambda_0 D}{a}$$

✧ Visuellement, nous avons



### ★ contraste

✧ Calculons, pour une fois, le contraste à partir de la relation

$$\Gamma = \frac{\mathcal{E}_{\text{frange brillante}} - \mathcal{E}_{\text{frange sombre d'à côté}}}{\mathcal{E}_{\text{frange brillante}} + \mathcal{E}_{\text{frange sombre d'à côté}}}$$

✧ Ici comme le cosinus varie, cela donne

$$\mathcal{E}_{\text{frange brillante}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{max}}}{2} \left( 1 + \text{sinc} \left( \frac{\pi a \ell}{\lambda_0 D} \right) \right) \quad \text{et} \quad \mathcal{E}_{\text{frange sombre d'à côté}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{max}}}{2} \left( 1 - \text{sinc} \left( \frac{\pi a \ell}{\lambda_0 D} \right) \right)$$

✧ Ce qui donne

$$\Gamma = \frac{2 \times \frac{\mathcal{E}_{\text{max}}}{2} \times \text{sinc} \left( \frac{\pi a \ell}{\lambda_0 D} \right)}{2 \times \frac{\mathcal{E}_{\text{max}}}{2}} \quad \rightsquigarrow \quad \Gamma = \text{sinc} \left( \frac{\pi a \ell}{\lambda_0 D} \right)$$

✧ Remarquons que, contrairement à ce que la définition pourrait laisser penser, nous pouvons avoir  $\Gamma \leq 0$  !

✧ La raison est simple, c'est que lorsque  $\text{sinc} \left( \frac{\pi a \ell}{\lambda_0 D} \right) \leq 0$ , l'éclairement d'une frange brillante s'écrit

$$\mathcal{E}_{\text{frange brillante}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{max}}}{2} \left( 1 - \text{sinc} \left( \frac{\pi a \ell}{\lambda_0 D} \right) \right)$$

✧ Malgré cela, le fait d'avoir  $\Gamma \leq 0$  peut s'interpréter en terme *d'inversion de contraste*.

✧ Ci-dessous nous pouvons voir une simulation de ce qui se passe lorsque nous élargissons peu à peu la fente source.



✧ En notant  $\ell_0 \stackrel{\text{not}}{=} \frac{\lambda_0 D}{a}$ , les 5 simulations précédentes correspondent à

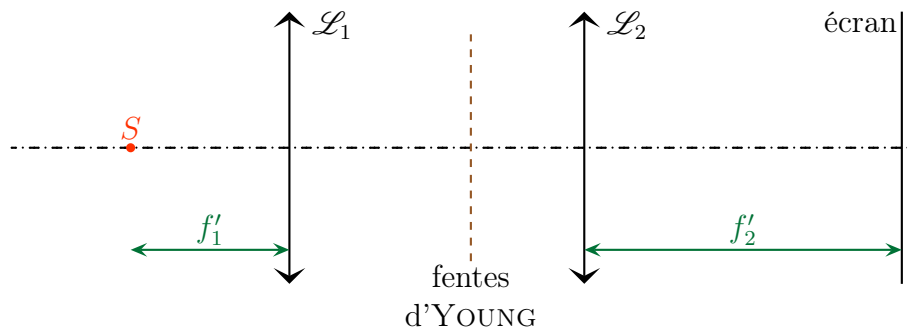
$$\ell \simeq k \times \frac{\ell_0}{2} \quad \text{avec} \quad 0 \leq k \text{ entier} \leq 4$$

## II.2 – Fentes d'YOUNG

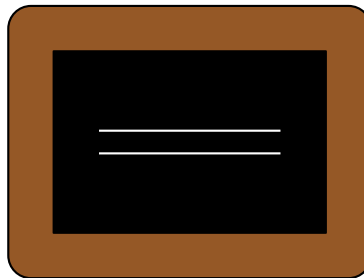
### II.2.i – fentes infiniment larges et fines...

#### ★ situation, analyse

✧ Considérons la situation suivante où un écran est placé dans le plan focal d'une lentille, de même que le point source.



- ◇ Pour simplifier l'étude, le point source est choisi de telle sorte que l'onde incidente sur les fentes d'YOUNG soit en incidence normale.
- ◇ Expérimentalement, nous savons qu'il est impossible de positionner le point source sur l'axe optique, mais cela n'a pas d'importance puisque, si l'onde plane n'arrivait pas en incidence normale sur les fentes d'YOUNG, cela ne ferait que décaler, sur l'écran, la figure obtenue.
- ◇ Les fentes d'YOUNG sont les suivantes



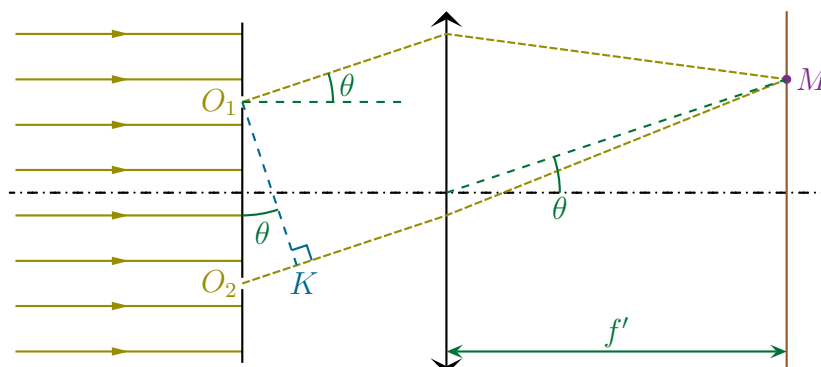
- ◇ Les fentes sont considérées infiniment fines en  $\vec{u}_x$  donc la diffraction est isotrope en  $\vec{u}_x$ .
- ◇ En revanche, comme les fentes sont infiniment longues en  $\vec{u}_y$ , il n'y aura pas de diffraction en  $\vec{u}_y$ .
- ◇ Finalement, nous pouvons d'ores et déjà dire que l'éclairement est nul partout sur l'écran sauf sur l'axe ( $Ox$ ).

### ★ différence de marche

- ◇ Nous sommes face à des interférences de deux ondes de même amplitude donc

$$\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} \left( 1 + \cos \frac{2\pi \delta}{\lambda_0} \right)$$

- ◇ Pour trouver la différence de marche, considérons d'abord un point  $M$  et cherchons les chemins de lumière empruntés par les ondes qui y parviennent.
- ◇ Cela revient à faire comme les saumons : il nous faut remonter vers la source...



- ◇ Comme la différence de marche est nulle avant les fentes d'YOUNG nous pouvons ne regarder que celle qu'il y a après.
- ◇ Pour cela faisons comme si  $M$  était une source. Alors :
- en vertu du principe de retour inverse de la lumière,  $MO_1$  et  $MO_2$  seraient des chemins de lumière
  - nous aurions donc  $O_1$  et  $K$  sur le même plan d'onde et donc, avec MALUS  $(MO_1) = (MK)$
  - donc nous pouvons en déduire  $(O_1M) = (KM)$
- ◇ Finalement il reste

$$\delta = (SO_2M) - (SO_1M) = (SO_2) + (O_2K) + (KM) - ((SO_1) + (O_1M)) \quad \rightsquigarrow \quad \delta = (O_2K)$$

- ◇ Géométriquement nous voyons que

$$(O_2K) = O_2K = a \sin \theta$$

- ◇ Enfin, l'angle  $\theta$  n'est que l'angle que fait  $OM$  avec l'axe optique, ce qui donne compte-tenu de l'approximation de GAUSS

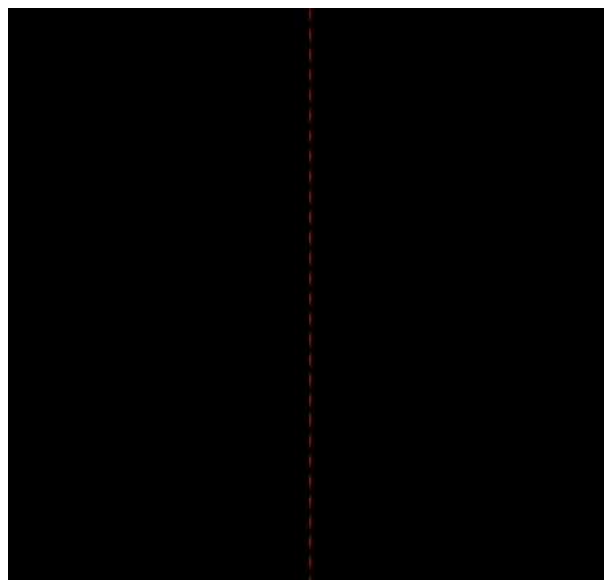
$$\sin \theta = \frac{x}{f'} \quad \rightsquigarrow \quad \delta = \frac{a x}{f'}$$

- ◇ Finalement

$$\mathcal{E}(M) = \frac{\mathcal{E}_{\max}}{2} \left( 1 + \cos \frac{2 \pi a x}{\lambda_0 f'} \right) \text{ pour } y = 0 \quad \text{et} \quad \mathcal{E}(M) = 0 \text{ sinon}$$

### ★ sur l'écran

- ◇ Nous obtenons ceci (simulation)

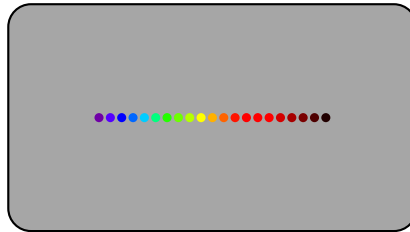


- ◇ Remarquons que, comme prévu, l'écran est globalement sombre !

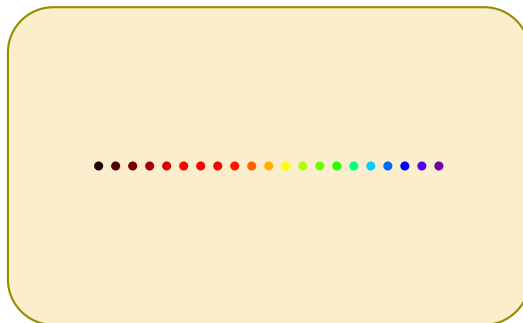
## II.2.ii – ... avec une source large

### ★ qualitativement

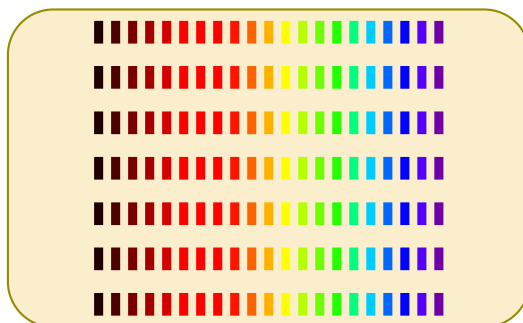
- ◇ Si nous élargissons la fente source dans le sens de  $\vec{u}_x$ , nous allons voir apparaître du brouillage, nous en avons l'habitude.
- ◇ Et si nous élargissons la fente uniquement suivant  $\vec{u}_y$  ?
- ◇ Décomposons la fente source en points lumineux et représentons ces points avec des couleurs différentes pour mieux les distinguer.



- ◇ Chaque point va créer une toute petite bande pointillée verticale centrée sur son image géométrique et comme les sources sont incohérentes, les figures vont se superposer.
- ◇ Voici la position sur l'écran des images géométriques des points sources (le grandissement est négatif avec une lentille convergente!)



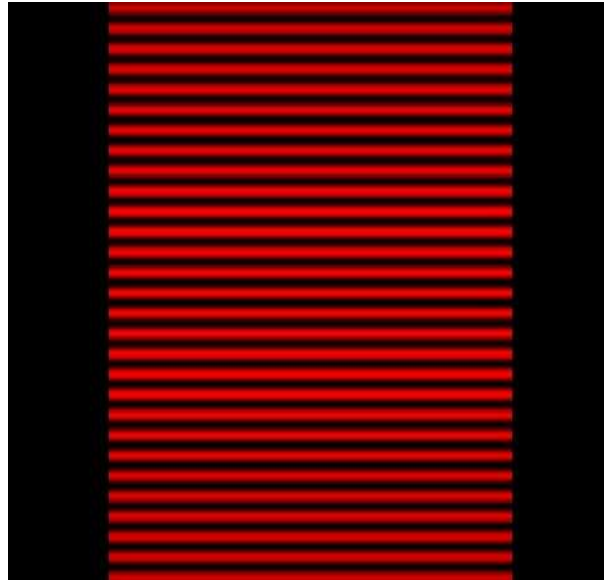
- ◇ Sauf que les éclaircissements créés ici sont essentiellement nuls : seule une fine bande est observable.
- ◇ En fait, loin de se superposer les figures vont se juxtaposer.



### ★ observation

- ◇ Voilà ce que nous pourrions observer sur un écran





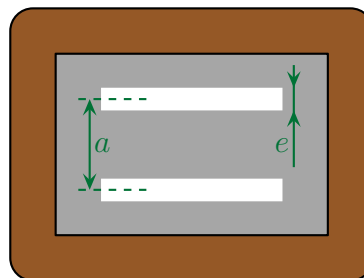
- ✧ Ce qui précède n'est **pas** *une* tache de diffraction mais la juxtaposition de multiples figures d'interférences de diffraction.
- ✧ La largeur de la figure est donnée par la largeur de l'image géométrique de la source soit (le lecteur vérifiera)

$$\text{largeur sur l'écran} = \text{largeur de la source} \times \frac{f'_2}{f'_1}$$

## II.3 – Superposition de phénomènes

### II.3.i – fentes non infiniment fines

- ✧ Considérons maintenant des fentes d'YOUNG distantes de  $a$  et de largeur  $e$  mais toujours infiniment longues.



- ✧ Ici nous allons avoir affaire à de la diffraction non isotrope (puisque les fentes ne sont pas infiniment fines) et à des interférences (puisque'il y a plusieurs pupilles).
- ✧ Nous avons donc des interférences de diffraction.

### II.3.ii – éclairement

#### ★ expression et interprétation

- ✧ Conformément à ce que nous avons déjà montré dans la première partie, l'éclairement total s'écrit

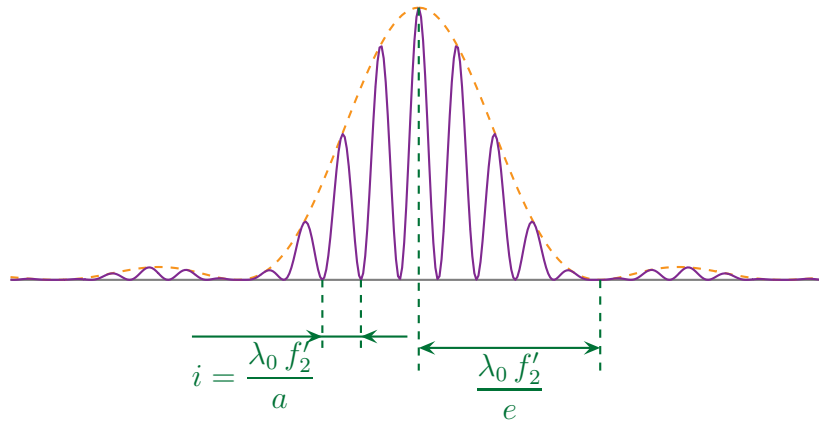
$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_{\text{interf}} \times \mathcal{E}_{\text{diffraction}}$$

- ✧ En reprenant les résultats déjà trouvés nous avons donc

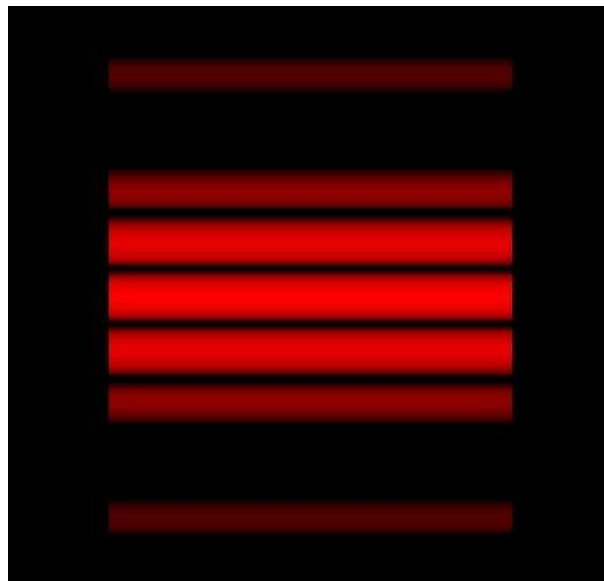
$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_{\max} 2 \left( 1 + \cos \frac{2 \pi a x}{\lambda_0 f'_2} \right) \times \text{sinc}^2 \left( \frac{\pi a x}{\lambda_0 f'_2} \right)$$

★ si  $e \leq a$

- ◇ Nous voyons alors que les interférences sont « modulées » par le terme en sinus cardinal.
- ◇ Graphiquement cela donne

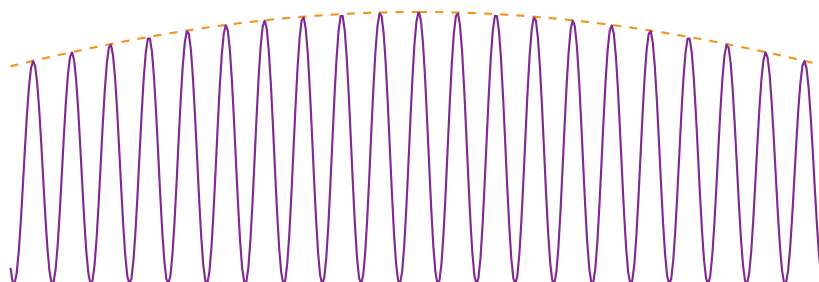


- ◇ Visuellement nous avons (en reprenant une source large suivant  $\vec{u}_y$ )

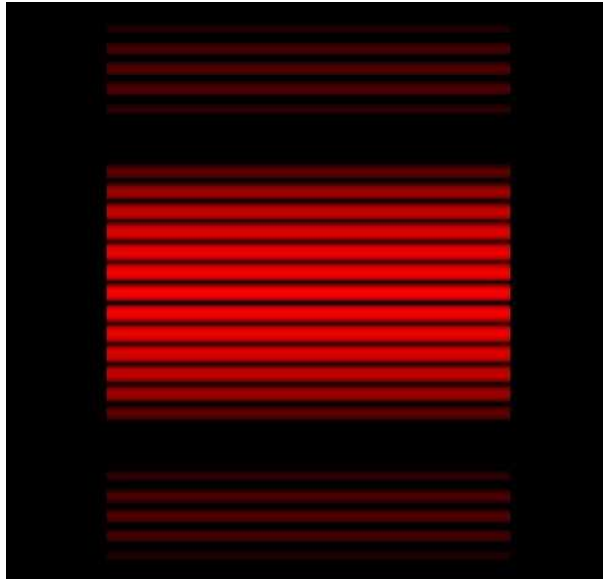


★ si  $e \ll a$

- ◇ Plus  $e$  diminue, moins les interférences sont « modulées » par le terme en sinus cardinal car l'argument de ce dernier reste faible.
- ◇ Graphiquement cela donne



✧ Visuellement nous avons (en reprenant une source large suivant  $\vec{u}_y$ )



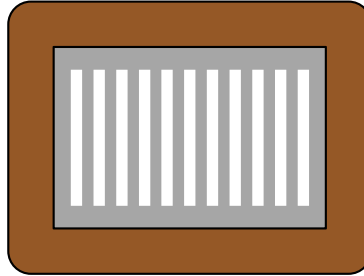
✧ Et pour  $e$  très très faible, nous retrouvons une diffraction isotrope.

## III – Spectroscopie à réseau

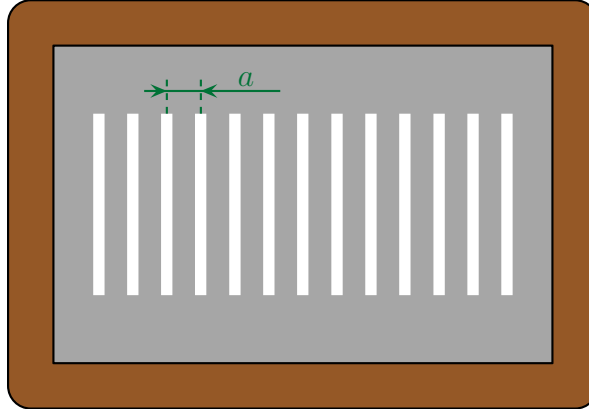
### III.1 – Dispositif

#### III.1.i – réseau

Un *réseau* (plan) est un motif régulier de nombreuses fentes.



Le *pas du réseau* est la distance entre deux motifs successifs.



◇ Pour nous le motif d'un réseau sera :

- toujours une fente rectangulaire ;
- toujours une fente infiniment longue ( $b \gg a$ ) ;
- souvent une fente infiniment fine (diffraction isotrope).

Le nombre de motifs (ou « traits ») par unité de longueur s'écrit

$$n = \frac{1}{a}$$

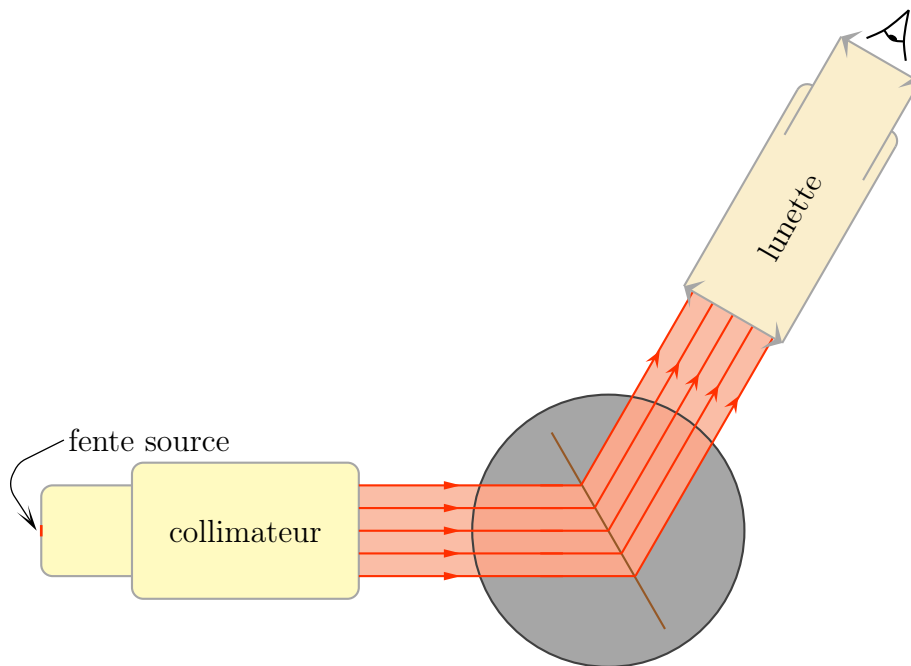
◇ Pour des réseaux :

- usuellement  $n \sim$  quelques centaines de traits par mm ;
- plus exceptionnellement  $n \gtrsim 1\,000$  traits par mm.

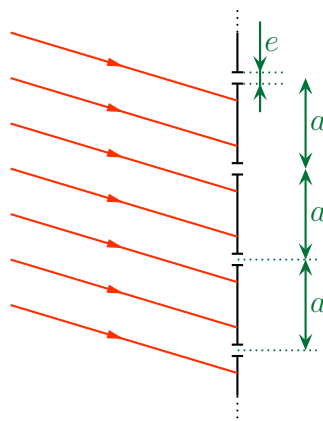
◇ Il faut quand même bien se rendre compte que 1 000 traits par millimètre, ça fait un trait tous les micromètres, ce qui fait un pas de l'ordre de la longueur d'onde d'une radiation du visible !

#### III.1.ii – observation

◇ Nous utiliserons le réseau avec un goniomètre de manière à pouvoir mesurer précisément des angles intéressants.



✧ Nous schématiserons la situation de la manière suivante (avec un fort zoom au niveau du réseau)



### III.1.iii – fentes infiniment fines

- ✧ Chaque fente est de largeur  $e \gtrsim \lambda$  donc nous pouvons considérer la diffraction isotrope dans le plan du schéma.
- ✧ Comme chaque fente est une source et que ces sources sont cohérentes puisque éclairée par une même onde plane, nous avons des interférences de diffraction ce qui donne

$$\mathcal{E}(\vec{u}) = \mathcal{E}_{\text{interf}}(\vec{u}) \times \mathcal{E}_{\text{diff}}(\vec{u}) \quad \text{avec} \quad \mathcal{E}_{\text{diff}}(\vec{u}) \stackrel{\text{isotropie}}{=} 1$$

- ✧ Les interférences se font entre *toutes* les sources, *i.e.* toutes les fentes éclairées, soit plusieurs centaines.
- ✧ Donc ici nous n'avons pas d'interférences à deux ondes mais à 3 531, ou 4 272, ou plus d'ondes. En tout cas un nombre très grand et expérimentalement inconnu.
- ✧ Dans ces conditions nous ne pouvons plus écrire

$$\mathcal{E}(\vec{u}) = \frac{\mathcal{E}_{\text{max}}}{2} (1 + \cos \Delta\varphi)$$

👉 *Remarque.* le calcul exact de  $\mathcal{E}(\vec{u})$  est hors programme. De toutes façons expérimentalement :  
 ➔ cette fonction n'est pas vérifiable ;

- seuls quelques points de cette fonctions sont intéressants ;
- il est possible de retrouver les points intéressant avec un raisonnement physique.

## III.2 – Interférences à $N$ ondes



Ce qui suit n'est **pas** une méthode générale de l'étude d'interférence à  $N$  ondes. Il s'agit « juste » de l'étude du réseau d'interférence à  $N$  ondes avec  $N$  grand.

### III.2.i – déphasage entre deux ondes successives

- ◇ Parce que toutes les interprétations seront fondées dessus, commençons par trouver l'expression de la différence de marche entre deux ondes passant par deux fentes consécutives.

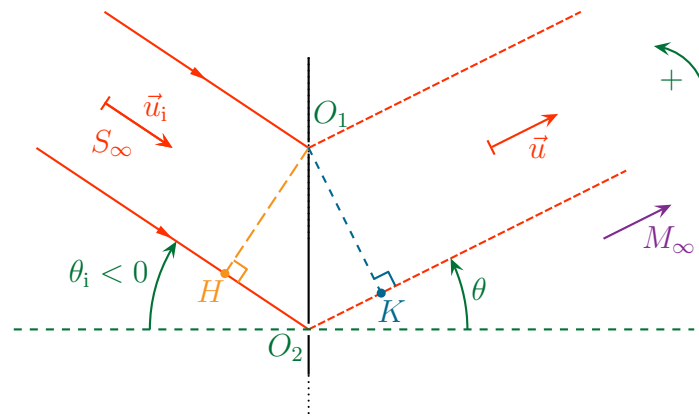
La différence de marche entre deux ondes passant par deux motifs successifs d'un réseau s'écrit

$$\delta = a (\sin \theta_i - \sin \theta) \quad \text{où :}$$

- $a$  est le pas du réseau ;
- $\theta_i$  est l'angle d'incidence algébrique de l'onde plane qui arrive sur le réseau ;
- $\theta$  est l'angle algébrique d'observation.

#### ☆ schéma

- ◇ Rappelons que le réseau est éclairé par une onde plane et que l'observation se fait à l'infini.
- ◇ Dans ces conditions, le schéma utile est celui dessiné ci-dessous où :
  - « avant » le réseau il s'agit de rayons lumineux ;
  - « après » le réseau il s'agit de chemins de lumière.



- ◇ La différence de marche recherché est

$$\delta = (SO_2M) - (SO_1M)$$

#### ☆ simplification

- ◇ Commençons par décomposer la différence de marche

$$\delta = (SH) + (HO_2) + (O_2K) + (KM) - ((SO_1) + (O_1M))$$

- ◇ Comme « avant » le réseau il s'agit d'une onde plane, nous pouvons dire que, d'après MALUS les points  $O_1$  et  $H$  sont sur un même plan de phase ce qui implique

$$(SO_1) = (SH) \quad \rightsquigarrow \quad \delta = (HO_2) + (O_2K) + (KM) - (O_1M)$$

◇ Considérons  $M$  comme une source :

- d'après le principe de retour inverse de la lumière,  $M$  créerait des ondes qui suivraient les chemins de lumière  $MO_1$  et  $MK$  ;
- Dans ces conditions, comme  $M$  est à l'infini,  $O_1$  et  $K$  seraient sur un même plan de phase ;
- nous aurions alors  $(MO_1) = (MK)$  ;
- Nous avons donc  $(O_1M) = (KM)$ .

◇ Finalement la différence de marche se simplifie en

$$\delta = (HO_2) + (O_2K)$$

### ★ expression finale

◇ Géométriquement, nous voyons tout de suite que (attention aux signes)

$$HO_2 = -a \sin \theta_i \quad \text{et} \quad O_2K = a \sin \theta$$

◇ Finalement nous arrivons au résultat attendu (l'indice de l'air est pris égal à 1)

$$\delta = a (\sin \theta - \sin \theta_i)$$

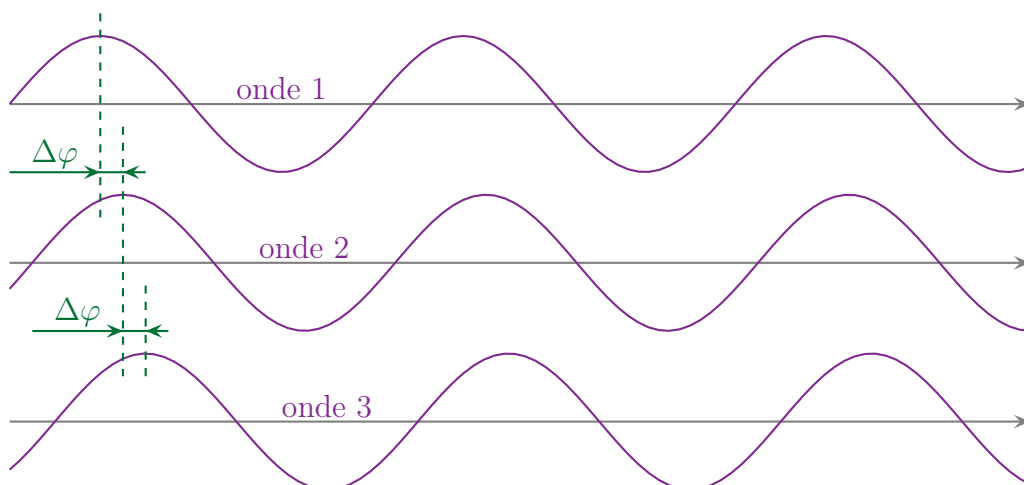
## III.2.ii – résultat qualitatif

### ★ maximum d'amplitude

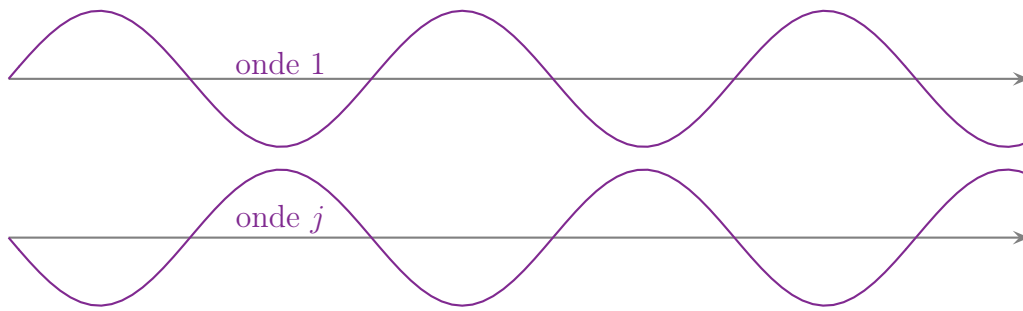
Lorsqu'il y a interférence à  $N$  ondes avec  $N$  très grand, il ne peut y avoir d'interférence constructives que si **toutes** les ondes émises sont en phase.

◇ Pour le montrer, supposons que tel ne soit pas le cas et qu'il existe un petit déphasage entre deux ondes successives.

◇ Considérons maintenant en effet l'onde émise par les trois premiers motifs.



◇ Vu que chaque onde est un peu décalé par rapport à sa voisine, en continuant, il est possible de trouver une onde  $j$  telle que l'onde 1 et l'onde  $j$  soient en opposition de phase



- ◇ L'onde résultante de ces deux ondes uniquement est nulle.
- ◇ Oui, sauf que si les ondes 1 et  $j$  s'annulent, alors les ondes 2 et  $j + 1$  s'annulent, les ondes 3 et  $j + 2$  aussi, etc.
- ◇ Finalement, toutes les ondes s'annulent et les rares qui ne s'annulent pas ne sont plus assez lumineuses pour donner un éclaircissement notable.

### ★ relation fondamentale du réseau

#### RELATION FONDAMENTALE DU RÉSEAU

Une onde d'incidence  $\theta_i$ , de longueur d'onde  $\lambda_0$ , est diffractée par un réseau de pas  $a$  dans la  $\theta$  telle que

$$a (\sin \theta - \sin \theta_i) = p \lambda_0 \quad \text{avec} \quad p \text{ entier}$$

- ◇ Cela découle immédiatement du résultat précédent.
- ◇ En effet il ne peut y avoir interférence constructive que si

$$\delta = p \lambda_0 \quad \text{avec} \quad p \text{ entier}$$

- ◇ Et l'expression de  $\delta$  fait le reste.

### ★ aspect qualitatif

À ordre d'interférence  $p$  fixé pour un réseau, c'est la radiation rouge qui s'écarte le plus de la direction d'incidence

- ◇ Ce résultat découle directement de la relation fondamentale du réseau.

$$\sin \theta - \sin \theta_i = p \frac{\lambda_0}{a}$$

- ◇ En effet, en fixant  $p$  et en notant  $\theta_P$  l'angle sous lequel est diffractée la lumière, nous pouvons voir :
  - cet angle dépend de la radiation ;
  - l'écart  $\sin \theta - \sin \theta_i$  est d'autant plus grand que  $\lambda_0$  est grand.

### ★ première annulation de l'amplitude

- ◇ La première annulation a lieu pour la direction telle que toutes les ondes ont été regroupées par paires et que chaque paire s'annule.
- ◇ S'il y a  $N$  ondes diffractées, il faut donc que l'onde 1 s'annule avec l'onde  $\frac{N}{2}$ .
- ◇ Il faut donc que l'ordre de l'onde  $\frac{N}{2}$  soit en opposition de phase avec l'onde 1.



- ◇ Notons  $\delta \stackrel{\text{not}}{=} p\lambda + \kappa$  la différence de marche avec  $\kappa < \lambda$
- ◇ En n'oubliant pas que  $N$  étant très grand,  $\frac{N \pm 1}{2} = \frac{N}{2}$  **et reste entier quel que soit  $N$** , nous pouvons dire que la différence de marche entre l'onde 1 et l'onde  $\frac{N}{2}$  vaut  $\frac{N}{2}$  fois la différence de marche entre deux ondes successive.

- ◇ La différence de marche entre l'onde  $\frac{N}{2}$  et l'onde 1 s'écrit donc

$$\frac{N}{2} \times \delta = \frac{Np}{2} \lambda + \frac{N\kappa}{2}$$

- ◇ Et pour que ces deux ondes soient en opposition de phase, il faut qu'elle soit décalées d'une demi longueur d'onde ce qui implique

$$\frac{N\kappa}{2} = \frac{\lambda_0}{2} \quad \rightsquigarrow \quad \kappa = \frac{\lambda_0}{N}$$

- ◇ En se rappelant que  $N$  peut très facilement atteindre plusieurs milliers (puisque'il y a plusieurs centaines de traits par millimètre et que le réseau est éclairé sur plusieurs centimètres), cette différence de marche est très très faible et permet d'avoir des « lobes d'éclairement » très fin.
- ◇ En notant  $\theta_p$  l'angle où est le maximum pour l'ordre  $p$  et  $\theta_p + \varepsilon$  la première annulation de l'éclairement, nous avons à résoudre

$$a(\sin \theta_p - \sin \theta_i) = p\lambda \quad \text{et} \quad a(\sin(\theta_p + \varepsilon) - \sin \theta_i) = p\lambda + \kappa$$

- ◇ Cela conduit à

$$a(\sin(\theta_p + \varepsilon) - \sin \theta_p) = \kappa$$

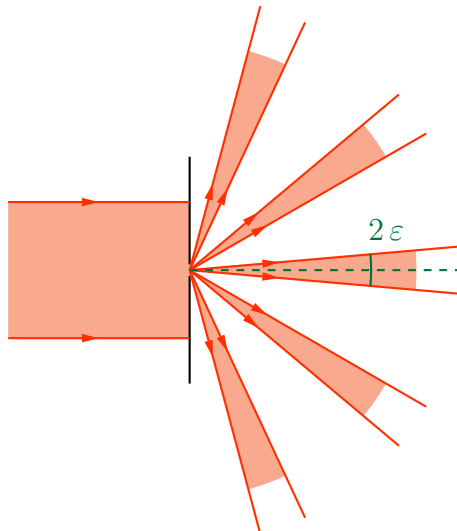
- ◇ En développant  $\sin(\theta_p + \varepsilon)$  et avec  $\varepsilon \ll 1$  nous arrivons à

$$a \left( \cancel{1 \times \sin \theta_p} + \varepsilon \cos \theta_p - \cancel{\sin \theta_p} \right) = \kappa \quad \rightsquigarrow \quad \varepsilon = \frac{\kappa}{a \cos \theta_p}$$

- ◇ Et avec l'expression de  $\kappa$

$$\varepsilon = \frac{\lambda_0}{Na \cos \theta_p}$$

- ◇ Cet angle signifie qu'il n'y a de la lumière que dans la direction  $\theta_p \pm \varepsilon$ .



- ◇ Ce résultat est à rapprocher de la taille angulaire du lobe de diffraction par une fente rectangulaire  $\frac{2\lambda_0}{a}$ .
- ◇ Nous pouvons alors dire que le réseau permet une diffraction très fine de la lumière.

Sauf pour l'application à la résolution optique d'un réseau nous considérerons qu'il n'y a de lumière diffractée **que** dans la direction donnée par la relation fondamentale du réseau.

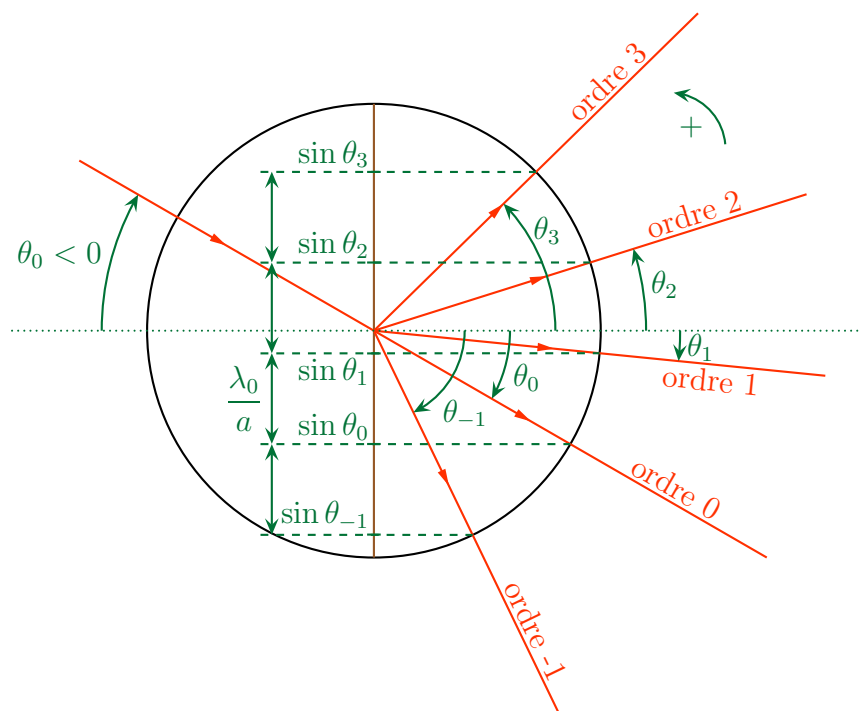
### III.2.iii – observation

#### ★ graphiquement

- ◇ Traduisons la relation fondamentale du réseau par un schéma.
- ◇ Commençons par la réécrire sous la forme

$$\sin \theta = \sin \theta_i + p \frac{\lambda}{a}$$

- ◇ Pour tracer les directions dans lesquelles il y a la lumière :
  - traçons un cercle de rayon unité de centre un rayon incident ;
  - reportons sur l'axe contenant le plan du réseau la valeur de  $\sin \theta_i$  ;
  - graduons l'axe contenant le plan du réseau en  $\frac{\lambda}{a}$  en partant du repère précédent ;
  - nous avons trouvé les  $\sin \theta_p$ , reste alors à tracer les directions de la lumière diffractée.

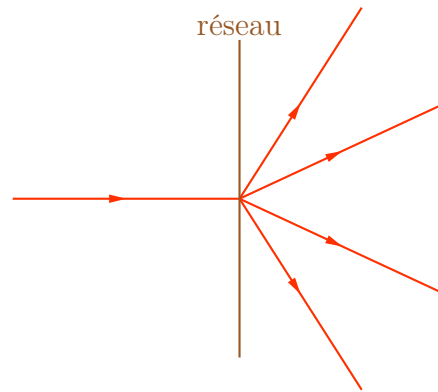


- ◇ Nous voyons alors immédiatement que  $p$  ne peut pas prendre n'importe quelle valeur entière.

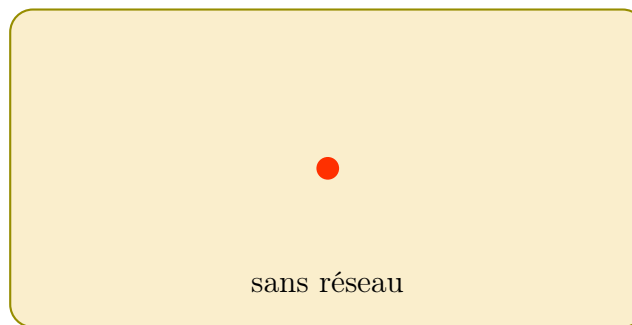
Seuls quelques ordres d'interférences sont visibles par un réseau et il est toujours possible pour la lumière d'aller « tout droit » en traversant un réseau.

## ★ visuellement

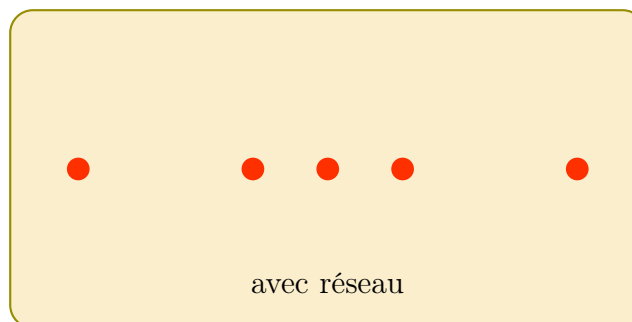
- ◇ Imaginons que nous pointions un faisceau laser vers un réseau, celui-ci serait séparé.



- ◇ En interposant un écran plus loin après le réseau, nous verrions alors quelques taches supplémentaires à côté de la tache présente sans réseau.



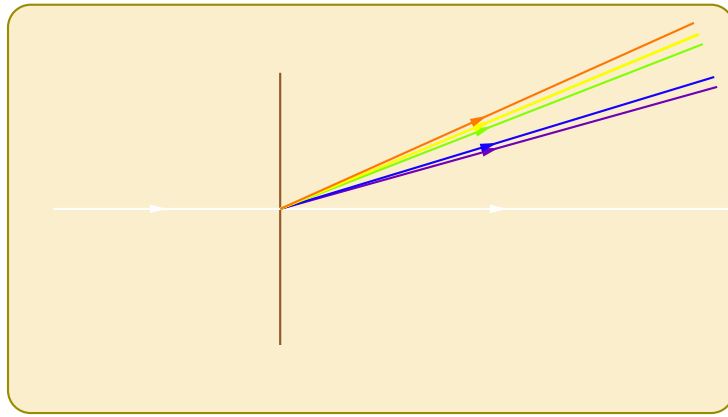
- ◇ En interposant un écran plus loin après le réseau, nous verrions alors quelques taches supplémentaires à côté de la tache présente sans réseau.



## III.3 – Mesure d'une longueur d'onde en TP

### III.3.i – caractère dispersif du réseau

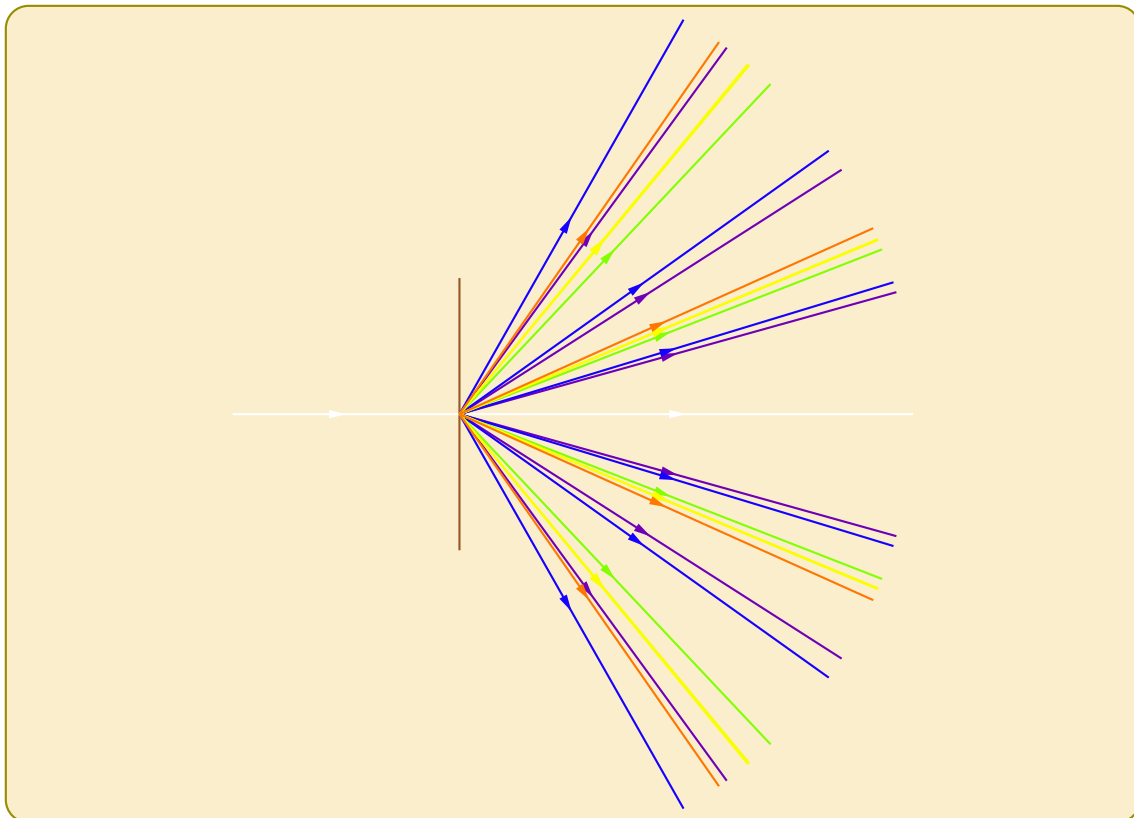
- ◇ Comme nous l'avons vu précédemment, l'angle de diffraction dépend de la longueur pour un ordre d'interférence non nul.
- ◇ Cela signifie qu'en se fixant à un ordre donné le réseau va séparer les différentes radiations.
- ◇ Ci-dessous est schématisé la marche de la lumière émise par une lampe à vapeur de mercure à la traversée d'un réseau d'environ 700 traits par millimètre et sous une incidence normale et uniquement dans les ordres 0 et 1.



- ✧ Ainsi, en connaissant  $a$  et en mesurant  $\sin \theta_i$  et  $\sin \theta_p$  nous pouvons remonter à  $\lambda_0$ .
- ✧ Le réseau permet ainsi de mesurer des longueur d'ondes par la simple mesure d'angles.
- ✧ Notons aussi que pour déterminer  $\lambda_0$  il faut connaître l'ordre d'interférence  $p$  mais que celui-ci est très facile à déterminer puisqu'il suffit de compter les ordres d'interférence à partir de l'ordre 0 qui est dans la direction de la lumière incidente.

### III.3.ii – superposition d'ordre

- ✧ Comme c'est la radiation rouge qui est la plus déviée, il est possible, parfois, que des ordres se superposent lorsque la lumière est polychromatique.
- ✧ Sur la représentation ci-dessous correspondant à une lampe à vapeur de mercure éclairant un réseau d'environ 700 traits par millimètre, nous pouvons voir que l'ordre 2 en orange est « mélangé » avec l'ordre 3 en violet.

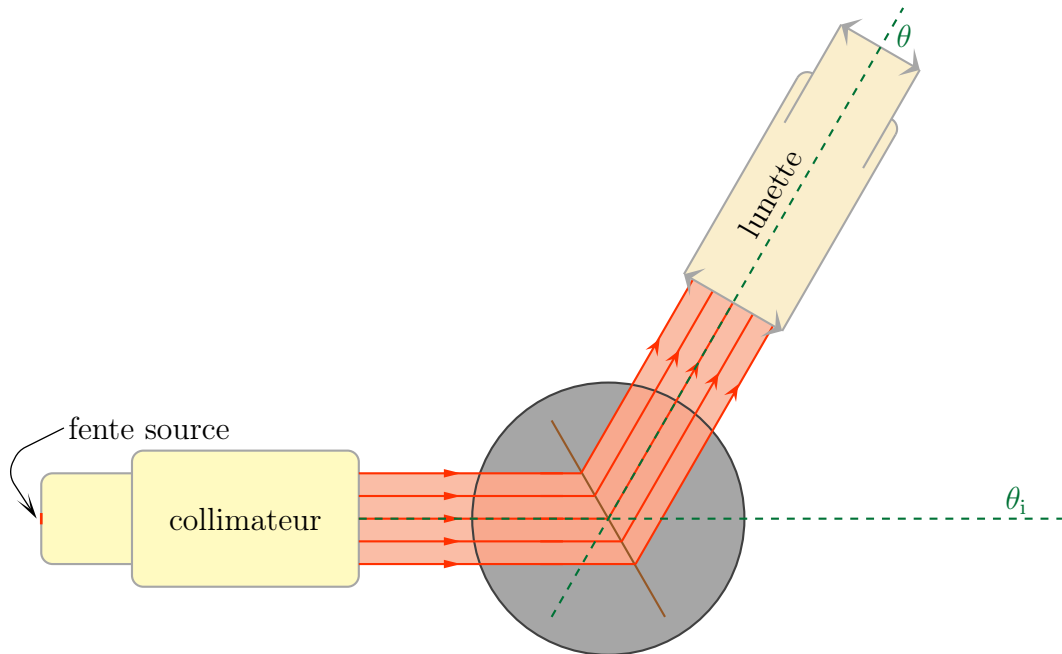


- ✧ C'est pourquoi en TP il faudra bien faire attention à compter les raies de même couleur et surtout **pas** les « paquets ».

### III.3.iii – minimum de déviation

#### ★ mesure expérimentale

- ◇ En pratique en TP nous ne mesurerons pas  $\sin \theta_i$  ni  $\sin \theta$  car cela demande de connaître la direction de la normale au réseau ce qui n'est pas simple.
- ◇ En revanche, nous pouvons très facilement avoir accès à la déviation  $D = \theta - \theta_i$  car :
  - $\theta_i$  est l'azimut de l'ordre 0 ;
  - $\theta$  est l'azimut d'une raie dans un ordre connu.



- ◇ Une fois la déviation  $D$  connue, il est facile de trouver puis mesurer son minimum.

Le minimum de déviation  $D_m$  engendré par l'utilisation d'un réseau est tel que

$$\sin \frac{D_m}{2} = \frac{p \lambda_0}{2 a}$$

- ◇ Cette mesure, en TP nous permet de remonter à  $\frac{\lambda_0}{a}$  *i.e.* soit à  $a$  si les radiations sont connues, soit à  $\lambda_0$  si le réseau est connu.

#### ★ preuve

- ◇ La déviation s'écrit

$$D = \theta - \theta_i$$

- ◇ Le minimum a lieu lorsque

$$\frac{dD}{d\theta} = 0$$

- ◇ Cette condition donne

$$\frac{dD}{d\theta} = 1 - \frac{d\theta_i}{d\theta}$$

- ◇ En dérivant la relation fondamentale du réseau nous obtenons

$$\sin \theta - \sin \theta_i = \frac{p \lambda_0}{2} \quad \rightsquigarrow \quad \cos \theta - \frac{d\theta_i}{d\theta} \times \cos \theta_i = 0$$

◇ Ces deux relations conduisent à

$$\frac{d\theta_i}{d\theta} = \frac{\cos \theta}{\cos \theta_i} \quad \rightsquigarrow \quad \cos \theta = \cos \theta_i$$

◇ La solution en  $\theta$  d'une telle équation est

$$\theta_{\text{optimal}} = \theta_i \quad \text{ou} \quad \theta_{\text{optimal}} = -\theta_i$$

◇ Or la condition  $\theta_{\text{optimal}} = \theta_i$  correspond à l'ordre 0 qui n'est pas dispersif donc n'est pas intéressant.

◇ Reste la condition  $\theta_{\text{optimal}} = -\theta_i$  qui donne d'abord

$$D_{\min} = \theta_{\text{optimal}} - \theta_i = 2 \theta_{\text{optimal}} \quad \rightsquigarrow \quad \theta_{\text{optimal}} = \frac{D_{\min}}{2}$$

◇ Et en remplaçant dans la relation fondamentale du réseau

$$\sin \theta_{\text{optimal}} - \sin \theta_i = \frac{p \lambda_0}{a} \quad \rightsquigarrow \quad 2 \sin \theta_{\text{optimal}} = \frac{p \lambda_0}{a} \quad \rightsquigarrow \quad 2 \sin \frac{D_{\min}}{2} = \frac{p \lambda_0}{a}$$

◇ Ce qui est bien la relation recherchée.

## III.4 – Fentes non fines

◇ Si les fentes sont non fines, alors l'éclairement dans la direction  $\vec{u}$  vaut

$$\mathcal{E}(\vec{u}) = \mathcal{E}_{\text{interf}}(\vec{u}) \times \mathcal{E}_{\text{diff}}(\vec{u})$$

◇ La différence est que cette fois  $\mathcal{E}_{\text{diff}}(\vec{u}) \neq 1$  mais est en sinus cardinal.

◇ Cela signifie que les ordres non nuls sont atténués par des effets de diffraction.

◇ En pratique il faut des réseau avec peu de traits par millimètre (quelques dizaines) pour que les fentes puissent être suffisamment larges pour ne pas créer de diffraction isotrope.

◇ Nous ne rencontrerons pas ce cas en TP mais il n'est pas impossible de le rencontrer au détour d'un exercice ou bien dans le cas de radiation électromagnétiques non lumineuses.

# Diffraction

## Au niveau du cours

### ★ Programme concerné

- ◇ Programme de 2<sup>e</sup> année :
  - I.D.3. Diffraction à l'infini.

### ★ Les définitions

- ◇ Sont à savoir :
  - diffraction, pupille, transparence ;
  - source secondaire ;
  - tâche d'AIRY ;
  - contraste ;
  - spectroscopie à réseau.

### ★ Les grandeurs

- ◇ Connaître les petites relations suivantes ainsi que leur interprétation :
  - $\delta = a (\sin \theta_i - \sin \theta) = p \lambda_0$ .
- ◇ Connaître les valeurs de :
  - longueur d'onde du laser Helium-Néon ;
  - longueur d'onde du doublet du sodium.

### ★ Les lois

- ◇ Sont à connaître :
  - principe d'HUYGENS – FRESNEL, traduction pour une pupille transparente quelconque ;
  - la position du centre d'une figure de diffraction ;
  - le théorème de BABINET ;
  - les conséquences d'une modification géométrique de la pupille ;
  - les conséquences d'une multiplication des pupilles (aléatoire ou ordonnée) ;
  - la relation fondamentale du réseau.

### ★ la phénoménologie

- ◇ Savoir :
  - reconnaître un phénomène de diffraction ;
  - les conditions de diffraction de FRAUNHOFER ;
  - la largeur de la tâche centrale d'une diffraction d'une pupille rectangulaire ;
  - les caractéristiques d'une diffraction par une pupille circulaire ;
  - les conséquences de la diffraction sur la limite de résolution en optique géométrique ;
  - décrire le dispositif d'YOUNG ;
  - savoir interpréter le double phénomène de diffraction et d'interférence avec les fentes d'YOUNG ;
  - connaître les avantages du réseau dans un spectroscopie.

## Au niveau des savoir-faire

### ★ exercices classiques

◇ Savoir :

- connaître et savoir déterminer la figure de diffraction d'une pupille rectangulaire ;
- savoir déterminer la figure d'interférence avec les trous d'YOUNG ;
- savoir déterminer la figure d'interférence avec les trous d'YOUNG dans le cas d'une source large ;
- savoir retrouver la relation fondamentale des réseaux.