

---

# Compte-rendu de TP :

## TP Speckle

---

*BENZAON Nathan et BONNEMORT Rémy*  
*Groupe A3*  
*M1 de Physique Fondamentale*  
*Date : 16 Avril 2019*

## Sommaire

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>Observations qualitatives</b>	<b>1</b>
<b>I. Montage optique utilisé</b>	<b>1</b>
<b>II. Observations sur l'écran</b>	<b>2</b>
<b>III. Détermination de la dimension caractéristique <math>b</math></b>	<b>2</b>
<b>IV. Observation avec une lentille cylindrique</b>	<b>3</b>
<b>Observations quantitatives</b>	<b>4</b>
<b>I. Détermination du meilleur temps de pose</b>	<b>4</b>
1) Image saturée . . . . .	4
2) Image obtenue pour un faible temps de pose . . . . .	5
3) Image et spectre optimaux . . . . .	6
<b>II. Influence de l'insertion de filtre</b>	<b>7</b>
<b>III. Détermination de l'incertitude sur <math>\langle I \rangle</math></b>	<b>7</b>
<b>IV. Étude d'un histogramme</b>	<b>8</b>
<b>V. Influence d'une translation verticale</b>	<b>9</b>
<b>VI. Traitement quantitatif des effets parasites</b>	<b>9</b>
1) Histogramme a : bruit de fond seul . . . . .	9
2) Histogramme b : Speckle + bruit de fond . . . . .	10
3) Histogramme c : Soustraction des histogrammes b et a . . . . .	10
4) Histogramme d : Speckle seul . . . . .	11
a. Histogramme e : webcam protégée . . . . .	12
<b>VII. Différentes méthodes pour le calcul de l'intensité moyenne</b>	<b>13</b>
1) Calcul par mesures directes . . . . .	13
2) Calcul à l'aide de la pente du modèle logarithmique . . . . .	13
3) Calcul à l'aide de l'ordonnée à l'origine du modèle . . . . .	14

<b>Autocorrélation d'une image</b>	<b>15</b>
<b>I. Étude d'une courbe d'autocorrélation</b>	15
<b>II. Dimension latérale des tâches</b>	16
<b>III. Influence de <math>D</math> sur la dimension latérale des tâches</b>	17
<b>Transformées de Fourier</b>	<b>17</b>
<b>I. Mesure de la taille <math>d</math> de la zone du diffuseur éclairé</b>	17
1) Démarche . . . . .	17
2) Résultats . . . . .	17
<b>II. Mesure de petits déplacements de la lentille</b>	18
1) Démarche . . . . .	18
2) Résultats . . . . .	19
<i>a. Image <math>I_1</math></i> . . . . .	19
<i>b. Images <math>I_1</math> et <math>I_2</math></i> . . . . .	20
<i>c. Images <math>I_1</math> et <math>I_3</math></i> . . . . .	21
<b>Conclusion</b>	<b>22</b>

# Introduction

Le Speckle (ou granularité laser en français) correspond à l'image observée après qu'un faisceau monochromatique est traversé un milieu diffuseur. Ce comportement est dû aux interférences entre les différentes sources secondaires constitutives du milieu diffuseur. Ce phénomène peut être une gêne à la mesure comme dans les cas de diffusion d'ondes radio. En astronomie, l'atmosphère se comporte comme un milieu diffuseur et le Speckle peut être à l'origine du clignotement des étoiles. Cependant, la théorie du Speckle permet à partir de l'image observée de remonter à certaines propriétés de l'objet diffuseur. C'est pourquoi ce phénomène est utilisé en imagerie médicale.

## Objectifs du TP :

- Vérifier qualitativement et quantitativement l'accord entre la théorie du Speckle et les observations expérimentales,
- Utiliser les outils mathématiques et numériques pour analyser le Speckle et remonter à quelques propriétés de l'objet diffuseur,
- Utiliser le phénomène pour mesurer un léger déplacement de l'objet diffuseur.

## Observations qualitatives

### I. Montage optique utilisé

Pour voir l'effet Speckle, nous utilisons le montage optique suivant :

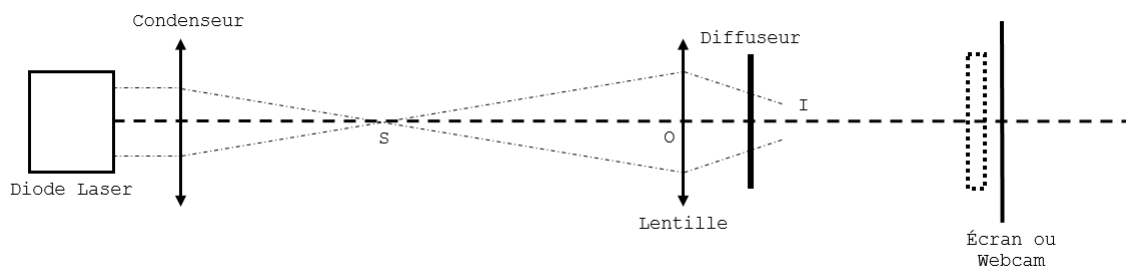


FIGURE 1 – Montage utilisé pour visualiser l'effet Speckle

Sur ce montage, le condenseur permet de focaliser le faisceau émis par la diode laser. Nous appelons  $S$ , le point de convergence après le passage du faisceau dans le condenseur. La lentille utilisée est une lentille convergente de focale  $f = 10$  cm. Afin d'obtenir une image réelle, nous prenons garde à bien la placer à une distance supérieure à sa distance focale du condenseur. De plus, nous souhaitons réaliser le montage de sorte à ce que  $\overline{OI} \approx 15$  cm où  $I$  représente le conjugué de  $S$  par la lentille. Nous déterminons donc la longueur  $\overline{OS}$  à l'aide de la formule de

conjugaison de Gauss :

$$\frac{1}{\overline{OI}} - \frac{1}{\overline{OS}} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow \overline{OS} = \frac{1}{\frac{1}{\overline{OI}} - \frac{1}{f}}$$

Avec  $\overline{OI} = 15$  cm et  $f = 10$  cm, nous trouvons  $\overline{OS} = -30$  cm. C'est-à-dire que nous devons placer la lentille à environ 30 cm du point de convergence  $S$ .

Le montage est initialement monté sans le diffuseur et nous pouvons voir sur l'écran un point lumineux correspondant au faisceau incident. Lorsque nous insérons le diffuseur (verre dépoli), nous ne voyons plus le point lumineux mais uniquement un éclairage granuleux constitué d'endroits lumineux et d'endroits sombres. C'est l'effet Speckle que nous souhaitons voir.

## II. Observations sur l'écran

Dans le cas d'un réseau, si nous appelons  $b$  la taille d'une fente et  $d$  la distance éclairée sur le réseau, nous nous attendons à observer une zone Speckle éclairée de taille  $\frac{\lambda D}{b}$  et les tâches constitutives de cette zone sont de taille moyenne  $\frac{\lambda D}{d}$ . Dans ces formules,  $\lambda$  désigne la longueur d'onde incidente du faisceau, ici 632.8 nm (laser rouge) et  $D$  représente la distance entre l'écran d'observation et le diffuseur. Ainsi, en faisant varier cette distance, nous pouvons vérifier qualitativement que ce que nous observons correspond aux attentes théoriques.

Dans un premier temps, nous accolons le diffuseur et la lentille, ainsi  $D$  est maximal et  $d$  l'est également. Ensuite, en déplaçant le diffuseur vers l'écran, autrement dit, en diminuant  $D$ , nous apercevons que la zone éclairée sur l'écran diminue et que la taille des tâches augmente. Cette observation est en accord avec la théorie, car avant le point  $I$ , si  $D$  diminue, alors  $d$  diminue également. Ainsi,  $\frac{\lambda D}{b}$  décroît car  $b$  est constant et  $\frac{\lambda D}{d}$  a tendance à augmenter.

Une fois le point de convergence  $I$  passé, nous observons une diminution de la taille des tâches et une diminution de la taille de la zone éclairée. En effet, dans ce cas lorsque  $D$  diminue,  $d$  augmente, ainsi  $\frac{\lambda D}{b}$  diminue toujours et  $\frac{\lambda D}{d}$  diminue également.

## III. Détermination de la dimension caractéristique $b$

Pour effectuer cette mesure, nous nous plaçons relativement proche du point de convergence  $I$  afin de pouvoir visualiser au mieux toute la largeur de la zone éclairée sur l'écran. Nous appelons  $\mathcal{L}$  la largeur de la zone éclairée.

Nous avons, d'après les formules explicitées dans la partie précédente :

$$\mathcal{L} = \frac{\lambda D}{b} \Leftrightarrow b = \frac{\lambda D}{\mathcal{L}}$$

Ainsi, par méthode différentielle, nous remontons à l'incertitude sur cette valeur :

$$\delta b = \lambda \left( \frac{D\delta\mathcal{L} + \mathcal{L}\delta D}{\mathcal{L}^2} \right)$$

Nous effectuons deux mesures afin de pouvoir estimer au mieux l'incertitude sur cette valeur.

Pour la première mesure, nous mesurons :  $\mathcal{L} = (40 \pm 5)$  cm et  $D = 52.0 \pm 0.5$  cm. La forte incertitude sur  $\mathcal{L}$  provient du fait qu'il est difficile à l'œil de distinguer les bords de la zone éclairée. Nous trouvons donc :  $b = (0.8 \pm 0.1) \mu\text{m}$ .

La seconde mesure donne :  $b = (1.0 \pm 0.2) \mu\text{m}$ .

Ainsi, nous pouvons conclure que  $b$  semble être de l'ordre du micron.

## IV. Observation avec une lentille cylindrique

Nous insérons, dans le montage avant la lentille, une lentille cylindrique. Nous observons alors un étirement des tâches sur l'écran. De plus, sur le diffuseur, nous pouvons voir un trait et nous remarquons que les tâches sur l'écran sont orientées orthogonalement à ce trait. Nous pouvons donc en conclure que la diffraction est à l'origine du phénomène de Speckle. En effet, l'insertion de la lentille cylindrique a pour effet de modifier la symétrie cylindrique du faisceau en un trait incident sur le diffuseur. Or, en diffraction, nous observons des tâches de diffraction dans la direction orthogonale à la fente (objet diffractant).

# Observations quantitatives

Dans cette partie, nous n'avons pas modifié le montage précédemment utilisée, nous avons seulement remplacé l'écran d'observation par une Webcam reliée à un ordinateur afin de traiter plus quantitativement les données.

## I. Détermination du meilleur temps de pose

Sur le logiciel de gestion de la Webcam, nous pouvons modifier la vitesse d'obturation afin de ne pas saturer le capteur.

### 1) Image saturée

Nous avons d'abord fixé la vitesse d'obturation à  $\frac{1}{1000} \text{ s}^{-1}$ . Nous obtenons l'image suivante :

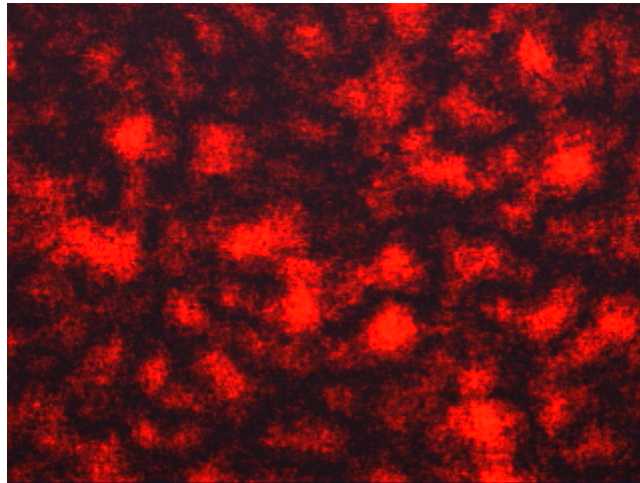


FIGURE 2 – Image obtenue dans le cas d'une saturation

Afin de vérifier, qu'il y avait bien saturation, nous avons tracé son spectre en intensité et avons obtenu le spectre suivant :

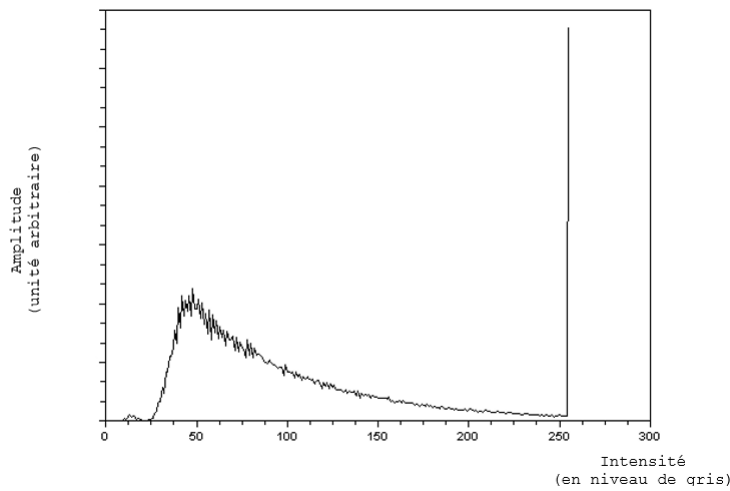


FIGURE 3 – Spectre en intensité de l'image saturée

Le sursaut autour de l'intensité 250 (en niveau de gris) nous confirme que cette image est bel et bien saturée.

## 2) Image obtenue pour un faible temps de pose

Nous avons fixé pour obtenir cette image une vitesse d'obturation à  $\frac{1}{2500} \text{ s}^{-1}$ . Nous avons obtenu :

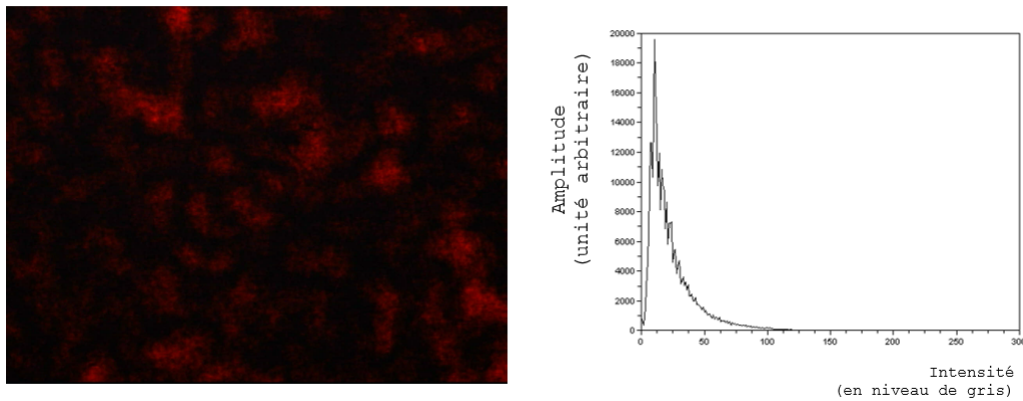


FIGURE 4 – Image (à gauche) et spectre (à droite) obtenus pour un temps d'exposition trop faible

Nous constatons sur le spectre que toutes les intensités ne sont pas couvertes, ce qui implique que le temps d'exposition est trop faible et donc que la vitesse d'obturation est trop petite.

### 3) Image et spectre optimaux

Nous avons donc modifié la vitesse d'obturation à  $\frac{1}{1500}$  pour obtenir un spectre non saturé et couvrant toutes les intensités. Nous obtenons l'image et le spectre suivant :

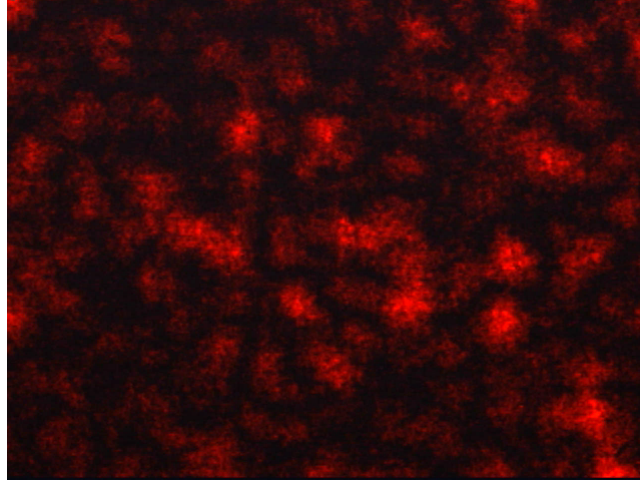


FIGURE 5 – Image obtenue pour les paramètres optimaux

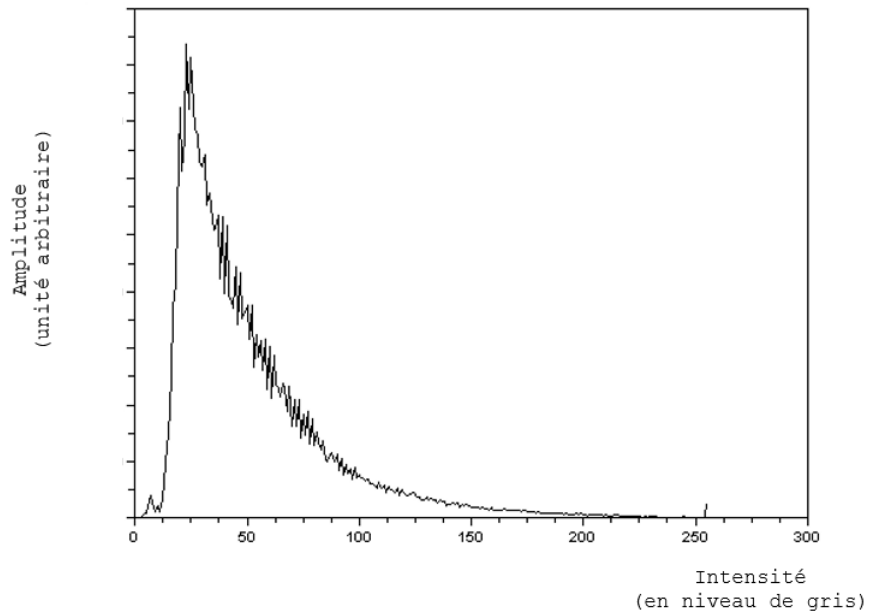


FIGURE 6 – Spectre en intensité optimal

Ainsi, nous travaillons donc avec une vitesse d'obturation de  $\frac{1}{1500} \text{ s}^{-1}$ . En utilisant le bon algorithme Scilab, nous déterminons  $\langle I \rangle \approx 51.90^1$  (en niveau de gris).

---

1. Cette valeur n'est pas donnée avec un nombre de chiffres significatifs réalistes, la détermination de l'incertitude sur cette valeur venant dans une partie ultérieure.



À l'aide des différents spectres, nous constatons que plus la vitesse d'obturation diminue, plus l'intensité moyenne diminue également. De plus, le rapport signal sur bruit est de moins en moins bon lorsque cette l'intensité moyenne décroît.

## II. Influence de l'insertion de filtre

Nous avons à notre disposition plusieurs diapositives contenant des filtres d'atténuation variable. Nous constatons, en insérant ces derniers dans notre montage, que les filtres n'influent pas sur la position des tâches mais influent uniquement sur l'intensité lumineuse reçue. Ainsi, les filtres sont un autre réglage pour éviter la saturation de la caméra.

Néanmoins, au vu du spectre que nous avons obtenu précédemment, nous n'avons pas juger utile d'ajouter de filtre dans notre montage.

## III. Détermination de l'incertitude sur $\langle I \rangle$

Pour estimer cette incertitude, nous avons enregistré pour la même configuration du montage optique et de la caméra, cinq spectres différents. Nous mesurons, à l'aide des algorithmes Scilab adaptés, la valeur moyenne de l'intensité  $\langle I \rangle$  et  $\langle I^2 \rangle$ . Nous présentons les résultats dans le tableau suivant (le nombre de chiffres significatifs dans le tableau est volontairement aberrant afin de déterminer au mieux l'incertitude sur ces valeurs).

Unité	Nom	Vitesse obturation $s^{-1}$	$\langle I \rangle$ niv. Gris	$\langle I^2 \rangle$ niv.gris <sup>2</sup>	$r = \frac{\langle I^2 \rangle}{\langle I \rangle^2}$
	Prise 1	1/1500	41,664922	2637,5431	1,51935206
	Prise 2	1/1500	41,740378	2649,294	1,52060845
	Prise 3	1/1500	41,637884	2634,553	1,51960124
	Prise 4	1/1500	41,628324	2629,9094	1,51761963
	Prise 5	1/1500	41,650895	2633,2661	1,51791017
	Moyenne		41,6644806	2636,91312	1,51901831

Nous déduisons donc de ce tableau que :

$$\begin{aligned}\langle I \rangle &= (41.664 \pm 0.08) \text{ (en niveau de gris)}, \\ \langle I^2 \rangle &= (2637 \pm 12) \text{ (en niveau de gris}^2\text{)}, \\ r &= 1.52 \pm 0.01\end{aligned}$$

Remarque : Toutes les images analysées dans cette partie ont été prises avec le bruit ambiant.

Remarque : L'incertitude sur  $r$  est obtenue par méthode différentielle :

$$r = \frac{\langle I^2 \rangle}{\langle I \rangle^2} \Leftrightarrow \delta r = \frac{\langle I \rangle^2 \delta \langle I^2 \rangle + 2 \langle I \rangle \delta \langle I \rangle \langle I^2 \rangle}{\langle I \rangle^4}$$

Pour ces images, nous remarquons que, contrairement à ce que prévoit la théorie du Speckle,  $r \approx 1.52 \neq 2$ . La valeur 2 étant la valeur théoriquement attendue. Cet écart est sans doute dû au bruit de fond qui n'a pas été soustrait de ces images.

Dans le cas d'une image correspondant aux Speckle seul, nous mesurons  $\langle I^2 \rangle \approx 1818$  et  $\langle I \rangle \approx 30.108$  (en niveau de gris<sup>2</sup> et niveau de gris). Ainsi, nous avons  $r \approx 2.00$ . Cette valeur semble donc confortée la théorie du Speckle.

## IV. Étude d'un histogramme

Nous traçons le spectre en intensité de l'image Prise 1 sur la Figure suivante :

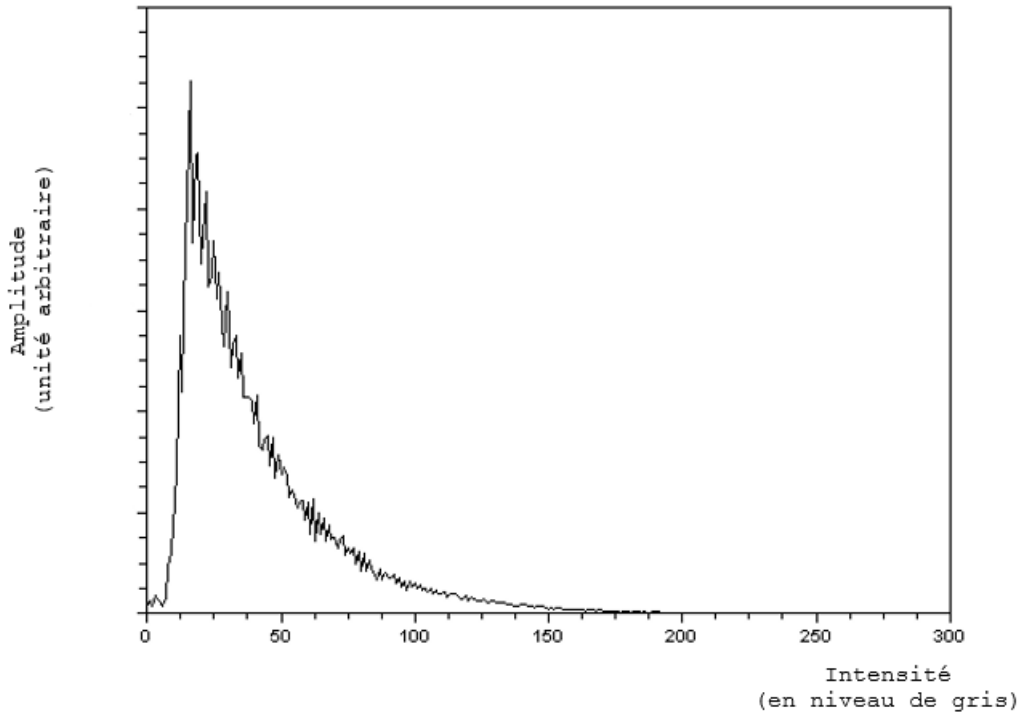


FIGURE 7 – Spectre en intensité de l'image Prise 1

La décroissance exponentielle visible sur la figure précédente correspond à ce qui est théoriquement attendu. Cependant, nous pouvons voir que pour des faibles intensités, l'amplitude n'est pas nulle. Celle-ci correspond probablement au bruit environnant (lumière externe, etc...).

Comme cela a déjà été mentionné dans la partie précédente, le rapport  $r$  ne vaut pas 2 (valeur théoriquement attendue) et cela est sans doute dû au bruit optique environnant.

## V. Influence d'une translation verticale

Nous modifions la hauteur du diffuseur pour obtenir une image Speckle totalement différente de celle que nous avons précédemment. Nous traçons le spectre associé à cette nouvelle image et nous ne constatons pas de modification significative. Ce résultat est attendu car nous nous attendons à une modification de la distribution en intensité si et seulement si  $D$  ou  $d$  sont modifiés. Ici, une translation verticale dans le plan du diffuseur ne modifie pas ces paramètres et il est donc normal d'observer le même spectre en intensité.

## VI. Traitement quantitatif des effets parasites

Nous avons pu remarquer, lors des précédentes manipulations que certains bruits optiques dûs à notre environnement lumineux et également à la caméra influencent les résultats. Nous avons donc travaillé sur ces différents effets parasites.

### 1) Histogramme a : bruit de fond seul

Dans un premier temps, nous avons acquis l'histogramme correspondant uniquement au bruit de fond en cachant le faisceau laser avec notre main. Nous obtenons l'histogramme suivant :

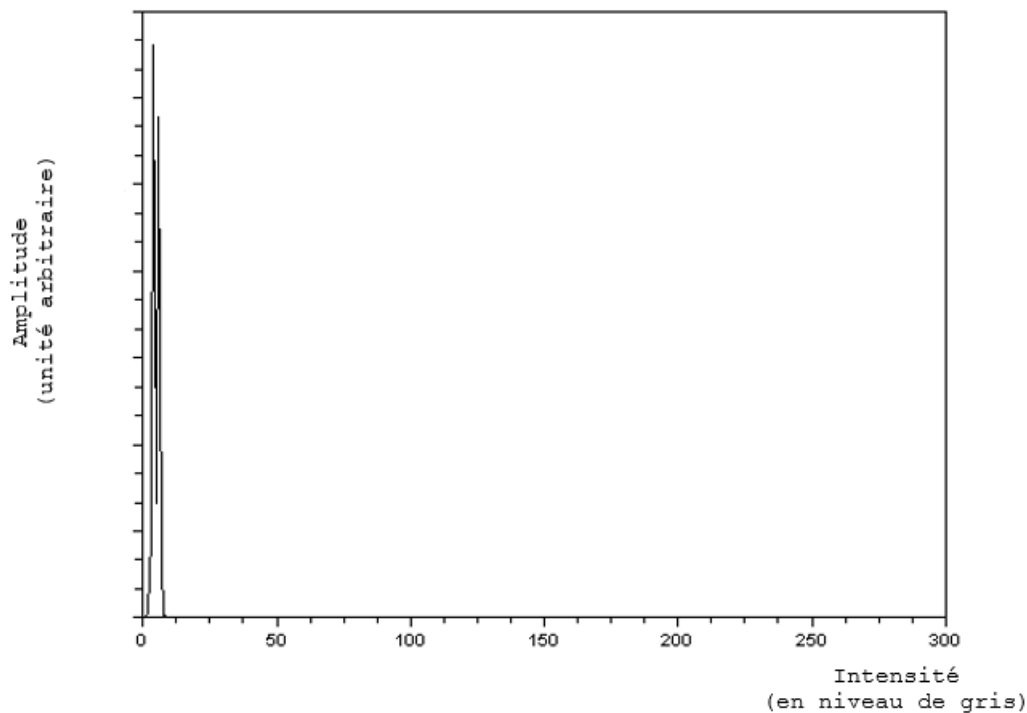


FIGURE 8 – Spectre en intensité du bruit de fond uniquement

Nous constatons sur ce spectre un unique pic de faible intensité. Celui-ci semble correspondre au bruit optique du aux lampes de table, aux écrans d'ordinateur, autrement dit à toutes les sources lumineuses autre que le faisceau laser.

## 2) Histogramme b : Speckle + bruit de fond

Nous avons acquis un nouvel histogramme du Speckle avec le bruit de fond. Nous obtenons le spectre de la Figure 9. Nous constatons à nouveau la décroissance exponentielle attendue à partir d'une certaine intensité et une amplitude non-nulle à faible intensité.

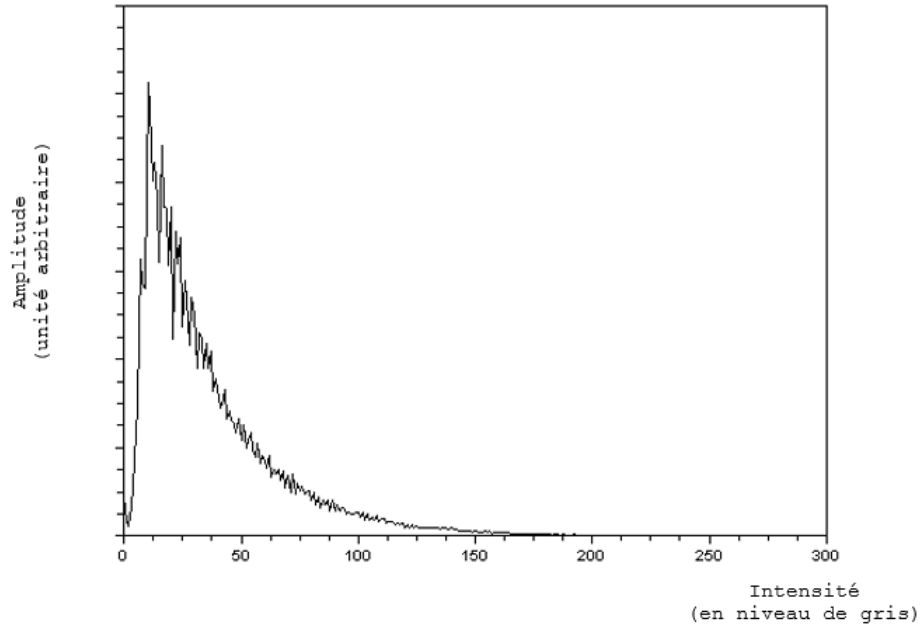


FIGURE 9 – Spectre en intensité du Speckle + bruit de fond

## 3) Histogramme c : Soustraction des histogrammes b et a

À l'aide d'un des algorithmes de Scilab, nous avons pu effectuer la soustraction numérique des deux images obtenues précédemment afin d'obtenir un histogramme du Speckle uniquement. Nous obtenons l'histogramme de la Figure 10.

Sur ce spectre, nous constatons que l'amplitude due au bruit de fond à faible intensité est atténuée. Nous observons un spectre ressemblant plus à ce que nous attendons théoriquement.

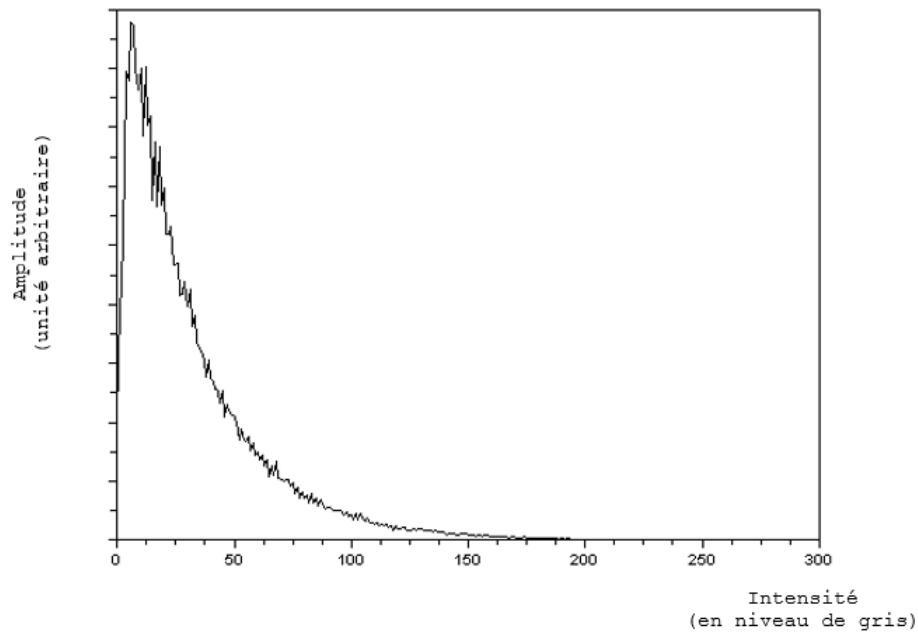


FIGURE 10 – Spectre en intensité du Speckle seul obtenu numériquement

#### 4) Histogramme d : Speckle seul

Nous avons acquis expérimentalement, le spectre correspondant au speckle seul en éteignant toutes les sources de lumières extérieures et nous obtenons l'histogramme suivant :

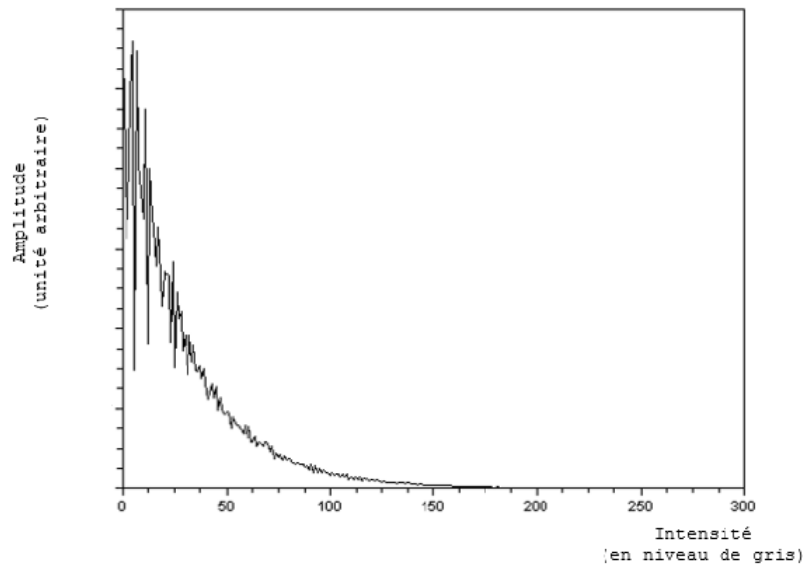


FIGURE 11 – Spectre en intensité du Speckle seul obtenu expérimentalement

Nous constatons également sur ce spectre que la contribution à l'intensité due au bruit semble avoir été supprimée. Cependant, nous constatons que le bruit sur le signal est très élevé. Ceci est dû au fait que la caméra induit énormément de bruit lorsqu'elle doit travailler dans le noir.

Ce spectre est relativement proche de ce qui est attendu théoriquement.

#### a. Histogramme e : webcam protégée

Afin d'évaluer le bruit dû à la webcam elle-même, nous l'avons protégée de toutes sources lumineuses et avons acquis le spectre 12.

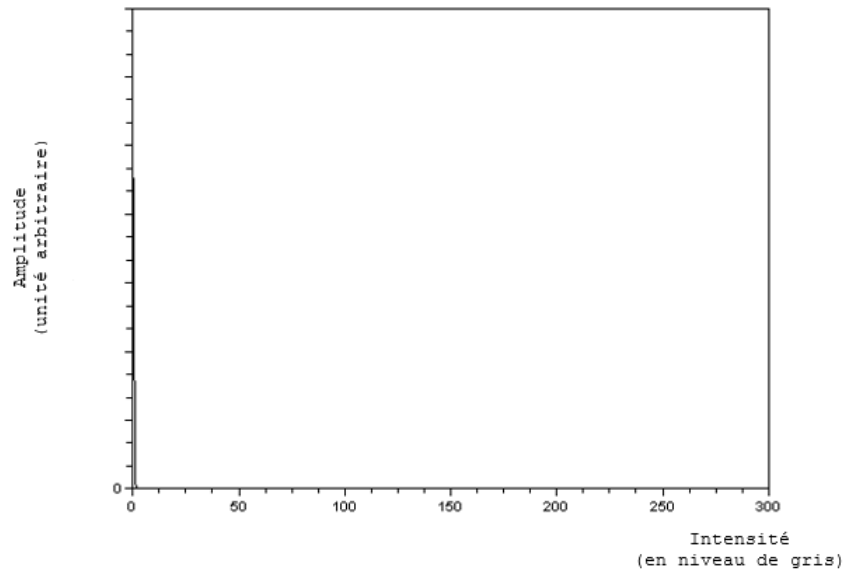


FIGURE 12 – Spectre en intensité de la webcam protégée de toutes lumières

Nous voyons sur ce spectre (en zoomant fortement), un unique pic de très faible intensité, presque nulle. Ainsi, lorsque la webcam est protégée de toutes sources lumineuses, elle ne détecte quasiment rien, ce qui est parfaitement logique et attendu.

## VII. Différentes méthodes pour le calcul de l'intensité moyenne

Pour mesurer l'intensité moyenne liée à une image, nous pouvons utiliser plusieurs méthodes numériques :

- $\langle I \rangle_1$  : utilisation directe du calcul de l'intensité moyenne sur une image pixel par pixel,
- $\langle I \rangle_2$  : utilisation de la pente du fit linéaire du logarithme de l'histogramme,
- $\langle I \rangle_3$  : utilisation de l'ordonnée à l'origine du fit linéaire du logarithme de l'histogramme.

### 1) Calcul par mesures directes

Nous mesurons par la première méthode les intensités moyennes associées aux histogrammes a, b et d. Nous mesurons :

$$\langle I_a \rangle_1 \approx 4.898 \text{ et } \langle I_b \rangle_1 \approx 36.93 \text{ et } \langle I_d \rangle_1 \approx 30.12 \text{ (en niveau de gris)}$$

Nous pouvons constater que l'intensité moyenne de l'histogramme b (Speckle + bruit de fond) est plus élevée que celle du speckle seul. Ce résultat est cohérent. De plus, nous remarquons aux incertitudes près que :

$$\langle I_b \rangle_1 = \langle I_a \rangle_1 + \langle I_d \rangle_1$$

Il semble cohérent de trouver que l'intensité moyenne de l'histogramme Speckle + bruit de fond (histogramme b) soit égale à la somme des intensités moyennes du Speckle seul (histogramme d) et du bruit de fond seul (histogramme a).

### 2) Calcul à l'aide de la pente du modèle logarithmique

Dans les spectres précédemment présentés, l'amplitude  $\mathcal{A}$  (en unité arbitraire ou en nombre de pixels sur les images présentées) est proportionnelle à  $\mathcal{P}(I) = \frac{1}{\langle I \rangle} e^{-\frac{I}{\langle I \rangle}}$ . Ainsi, en passant au logarithme népérien, nous obtenons :

$$\ln(\mathcal{A}) = a + \ln(\mathcal{P}(I)) \Leftrightarrow \ln(\mathcal{A}) = a + \ln \left( \frac{1}{\langle I \rangle} e^{-\frac{I}{\langle I \rangle}} \right) \Leftrightarrow \ln(\mathcal{A}) = a' - \frac{I}{\langle I \rangle} \quad (\text{VII . 21})$$

Dans cette formule  $a$  est une constante inconnue et  $a' = a - \ln(\langle I \rangle)$  est également une constante.

Nous modélisons donc notre histogramme c (Speckle seul numérique) par le modèle suivant :  $\ln(\mathcal{A}) = aa + bb \times I$  et nous obtenons la graphie de la Figure 13.

L'algorithme Scilab nous renvoie :  $aa = 9.2103239$  et  $bb = -0.0316650^2$ . Nous pouvons donc déterminer  $\langle I_c \rangle_2$  par :

$$\langle I_c \rangle_2 = -\frac{1}{bb} \approx 31.58 \text{ en niveau de gris}$$

Il semblerait que la relation  $\langle I_c \rangle_2 = \langle I_b \rangle_1 - \langle I_a \rangle_1$  soit, aux incertitudes près, vérifiée.

Cette méthode de détermination de l'intensité moyenne par utilisation d'un modèle logarithmique permet d'atténuer les effets du bruit et permet également de gérer les éventuels problèmes de saturation. Ainsi, une détermination de  $\langle I_b \rangle_2$  serait moins sensible au bruit qu'une mesure directe ( $\langle I_b \rangle_1$ ).

---

2. Ces valeurs sont données avec évidemment trop de chiffres significatifs. Afin d'évaluer l'incertitude sur ces dernières, il faudrait utiliser la technique des pentes extrêmes.

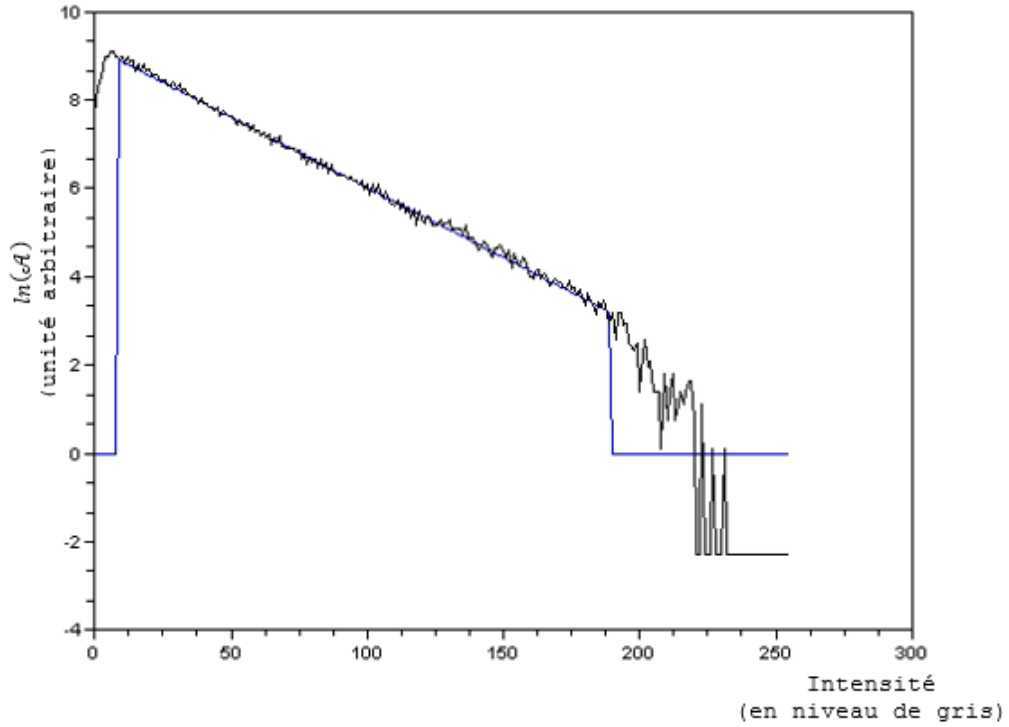


FIGURE 13 – Tracé de  $\ln(\mathcal{A})$  en fonction de l'intensité (en noir) et modèle (en bleu)

### 3) Calcul à l'aide de l'ordonnée à l'origine du modèle

Nous pouvons constater, à l'aide de la formule (VII . 21), que l'ordonnée à l'origine dépend au travers de  $a'$  de la valeur moyenne de l'intensité. Ainsi, après avoir normalisé notre histogramme en divisant toutes les valeurs par le nombre total de pixels (soit  $640 \times 480$  pixels), nous devrions pouvoir remonter à la valeur de  $\langle I_c \rangle_3$ . En effet, cette normalisation permet, une fois passé au logarithme, d'annuler la constante  $a$  qui est inconnue.

Nous déterminons donc  $\langle I_c \rangle_3$  par la formule suivante :

$$\langle I_c \rangle_3 = e^{-aa}$$

Nous obtenons la courbe de la Figure 14.

La modélisation proposée par Scilab semble convaincante.

L'algorithme Scilab nous renvoie :  $aa = -2.04$  et  $bb = -0.005$ . Cependant, lorsque nous faisons l'application numérique, nous trouvons une intensité d'environ 7 (en niveau de gris) ce qui ne concorde pas du tout avec la valeur attendue. Cette erreur était généralisée à tous les groupes qui ont essayé et personne n'a trouvé l'origine de cette erreur.



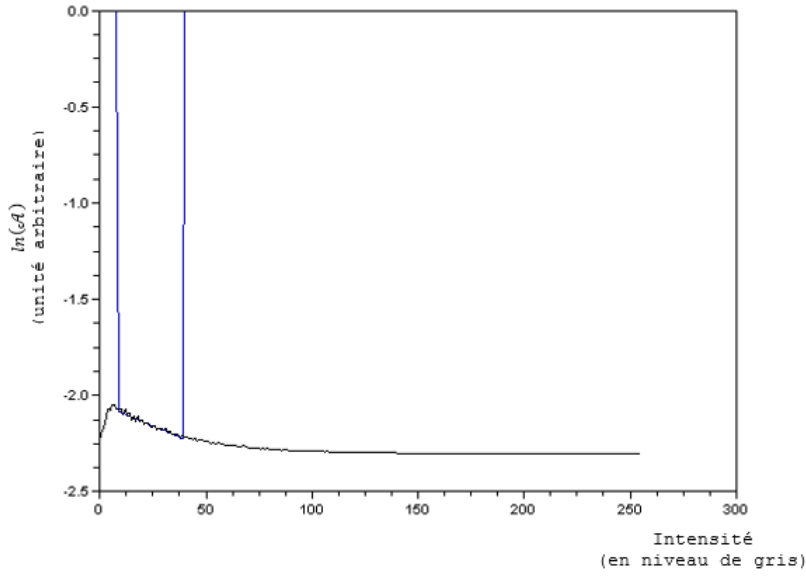


FIGURE 14 – Tracé de  $\ln(\mathcal{A})$  en fonction de l'intensité (en noir) et modèle (en bleu)

## Autocorrélation d'une image

### I. Étude d'une courbe d'autocorrélation

Nous traçons la courbe d'autocorrélation d'une image pour laquelle nous avons obtenu :

$$\langle I \rangle = 30.108 \text{ en niveau de gris et } \langle I^2 \rangle = 1817.62 \text{ en niveau de gris}^2$$

La courbe d'autocorrélation  $S(k)$  est présentée sur la Figure 15.

Cette courbe a bien la forme théoriquement attendue. De plus, nous constatons que  $\lim_{k \rightarrow 100} S(k) \rightarrow 0.5$ , ce qui est cohérent avec le rapport  $\frac{\langle I \rangle^2}{\langle I^2 \rangle} \approx 0.499$ . Cette courbe a été obtenue pour un speckle seul, image réalisée dans le noir.

La chute brutale observée pour  $k \approx 100$  est en fait un artefact numérique et pour nous en convaincre, nous avons tracé la courbe d'autocorrélation pour  $k$  variant de 0 à 150 et nous avons constaté un décalage de cette chute au niveau de  $k \approx 150$ .

Nous avons également tracé une courbe d'autocorrélation sur une image prise pour un Speckle + bruit optique ambiant. La valeur limite de  $S(k)$  valait plutôt 0.7 mais était en accord avec les valeurs de  $\langle I \rangle$  et  $\langle I^2 \rangle$  associées à cette image. Il semblerait donc que l'autocorrélation soit indépendante du bruit.

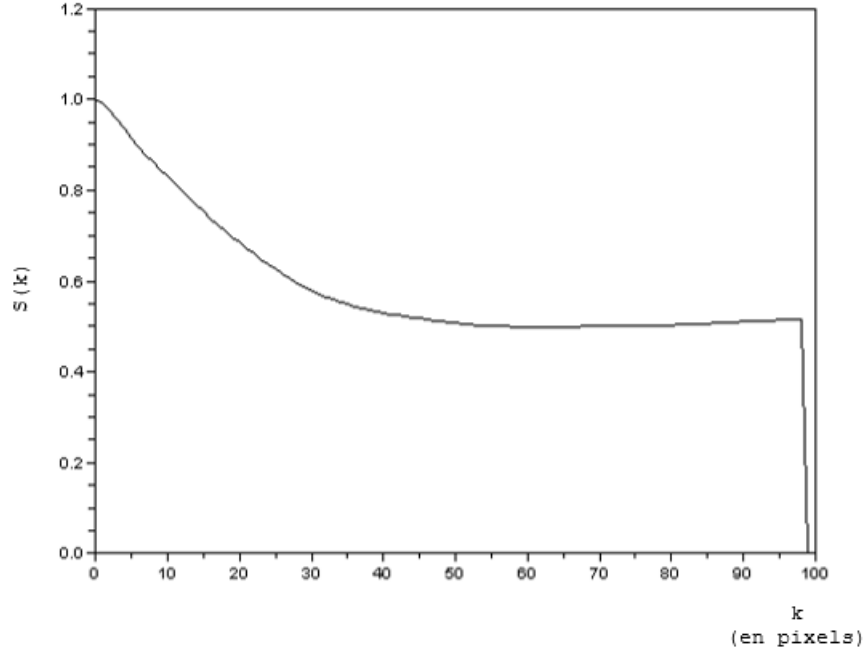


FIGURE 15 – Courbe d'autocorrélation

## II. Dimension latérale des tâches

À partir de ces courbes, nous pouvons remonter aux dimensions latérales des tâches. En effet, nous appelons la largeur à mi-hauteur de  $S(k)$  le rayon de moyen de corrélation  $R_c$ .

En mesurant sur l'écran d'ordinateur, nous mesurons  $R_c = (10 \pm 2)$  pixels. Or, nous savons que pour 480 lignes de pixels, il y a 4.5 mm. Ainsi,  $R_c = 12 \times \frac{4.5 \cdot 10^{-3}}{480} = (112 \pm 18) \mu\text{m}$ .

Nous avons d'après l'énoncé du TP et par méthode différentielle :

$$d = 0.7 \times \frac{\lambda D}{R_c} \Leftrightarrow \delta d = 0.7 \lambda \times \left( \frac{R_c \delta D + D \delta R_c}{R_c^2} \right)$$

Pour  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$  et  $D = (31.4 \pm 0.5) \text{ cm}$ , nous obtenons :

$$d = (1.2 \pm 0.2) \text{ mm}$$

Nous mesurons directement sur le diffuseur une zone éclairée de la taille de 1 à 2 mm. La valeur calculée semble donc concorder avec la mesure expérimentale. Cependant, nous soulignons la difficulté d'effectuer une mesure précise sur le diffuseur car nous ne pouvons pas trop nous approcher de la règle pour des raisons évidentes de sécurité (faisceau laser).

### III. Influence de $D$ sur la dimension latérale des tâches

Lorsque nous avons déplacé le diffuseur dans la partie sur les observations qualitatives, nous avons mesuré rapidement les valeurs de  $D$  et  $d$ . Ainsi, lorsque la lentille est accolée au diffuseur, nous mesurons  $D \approx 62$  cm et  $d = 2$  mm, donc  $\frac{\lambda D}{d} \approx 197 \mu\text{m}$ . Lorsque le diffuseur est placé proche du point de convergence  $I$ , nous obtenons  $\frac{\lambda D}{d} \approx 335 \mu\text{m}$ . Enfin, lorsque le diffuseur est placé après le point de convergence  $I$ ,  $\frac{\lambda D}{d} \approx 139 \mu\text{m}$ .

Les mesures semblent confirmer le fait qu'avant le point de convergence  $I$ , lorsque  $D$  diminue et que  $d$  augmente, la dimension latérale des tâches augmente et qu'après ce point, cette même dimension diminue.

## Transformées de Fourier

### I. Mesure de la taille $d$ de la zone du diffuseur éclairé

#### 1) Démarche

Dans la suite de ce travaux pratique, nous avons tracé la transformée de Fourier de l'intensité d'une image acquise. Un programme en Scilab nous permet de réaliser ceci. L'intérêt de cette transformée de Fourier ( $\mathcal{I}(f_p, 0)$ , avec  $f_p$  la fréquence spatiale en  $\text{pixel}^{-1}$ ) est la détermination de sa largeur à demi hauteur ( $\Delta f$ ). Il est admis que  $\Delta f \approx \frac{0,88}{\sigma_{1/2}}$ , avec  $\sigma_{1/2} \approx \frac{\lambda D}{d}$ . Nous pouvons donc écrire que :

$$d \approx \frac{\Delta f \lambda D}{0,88}$$

La mesure de la largeur à demi-hauteur permet donc d'obtenir  $d$ . Il est néanmoins important de noter que pour conserver l'homogénéité de cette formule,  $\Delta f$  est en  $\text{m}^{-1}$ . Il est donc nécessaire de transformer la valeur de  $\Delta f$  obtenue en  $\text{pixel}^{-1}$  en  $\text{m}^{-1}$ . Pour ceci, nous utilisons simplement un produit en croix. Nous savons que  $\frac{1}{480} \text{ pixel}^{-1}$  correspondent à  $\frac{1}{4,5} \text{ mm}^{-1}$ .

#### 2) Résultats

La figure 16 présente la transformée de Fourier pour une acquisition faite avec  $\lambda = 632,8$  nm et  $D = (31,4 \pm 0,5)$  cm. Il est possible, par analyse, de mesurer la largeur à demi-hauteur de cette transformée. Nous obtenons  $\Delta f = (0,050 \pm 0,005) \text{ pixel}^{-1}$ . Les incertitudes liées à la largeur à demi-hauteur sont liées aux pointeurs qui nous permettent d'obtenir cette valeur.

En faisant l'application numérique et après avoir converti  $\Delta f$  dans la bonne unité, nous obtenons :  $d = (1,2 \pm 0,1) \text{ mm}$ . Les incertitudes liées à  $d$  ont été obtenues par calcul différentiel. Cette valeur est compatible avec les résultats précédents, ainsi qu'avec les observations réalisées en début de travaux pratique.

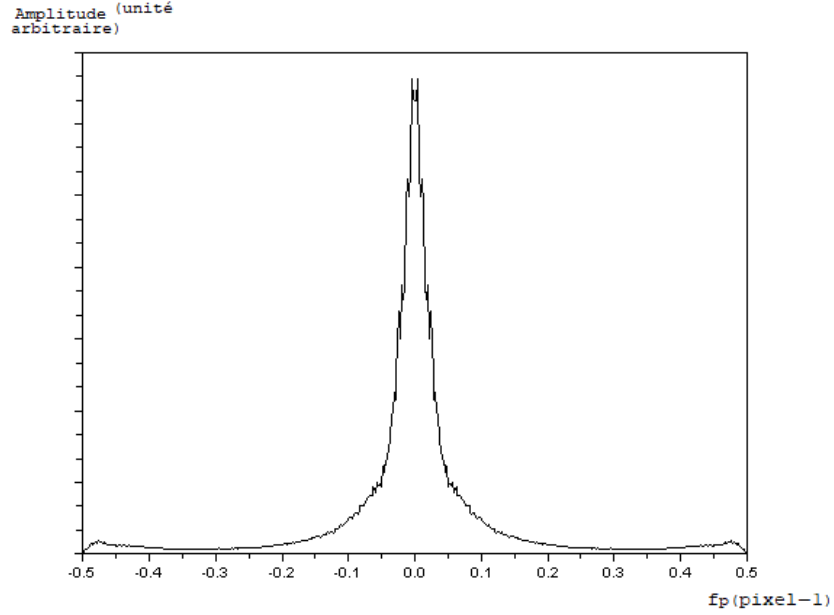


FIGURE 16 – Transformée de Fourier d’une acquisition faite pour  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$  et  $D = 31,4 \text{ cm}$

## II. Mesure de petits déplacements de la lentille

### 1) Démarche

Pour finir, nous allons mesurer de très petits déplacements de la lentille en analysant la variation du speckle. Pour ce faire, nous utilisons le même montage que précédemment, au détail près que le diffuseur est maintenant éclairé avec une lumière quasi-parallèle. La lentille est montée sur un dispositif de translation qui permet de la faire mouvoir perpendiculairement à l’axe optique avec une vis micrométrique. Trois images ont été acquises. La première est une image sans changement ( $I_1$ ). Après un premier déplacement très léger de la lentille avec la vis micrométrique, la deuxième image est acquise ( $I_2$ ). Finalement la troisième image est acquise après un second déplacement (dans le même sens que le premier) de la lentille ( $I_3$ ).

Nous calculons et traçons avec Scilab la transformée de Fourier des images ( $I_1$ ), ( $I_1$ )+( $I_2$ ) et ( $I_1$ )+( $I_3$ ). De plus, nous savons que :

$$\mathcal{I}_{1+2}(f_p, 0) = 2 \left| \cos(2\pi f_p \frac{d_0}{2}) \right| \mathcal{I}_1(f_p, 0)$$

Le rapport des deux transformées de Fourier est donc périodique. L’écart entre deux zéros de la fonction  $|\cos(2\pi f_p \frac{d_0}{2})|$  est donc de  $f_p = \frac{1}{d_0}$ . Nous allons donc tracer les graphes des fonctions  $\frac{\mathcal{I}_{1+2}(f_p, 0)}{\mathcal{I}_1(f_p, 0)}$  et  $\frac{\mathcal{I}_{1+3}(f_p, 0)}{\mathcal{I}_1(f_p, 0)}$ . Mesurer la distance entre deux zéros pour ces deux graphes nous permet ainsi d’obtenir  $f_p$  et donc les différences de position entre les images  $I_1$  et  $I_2$  ( $dx_{1/2}$ ) et entre les images  $I_1$  et  $I_3$  ( $dx_{1/3}$ ).

Nous pouvons relier ensuite facilement le décalage des images ( $dx$ ) avec le décalage de la lentille ( $\Delta X_L$ ) avec la formule :

$$\Delta X_L = -\frac{f dx}{D}$$

Avec  $D$  la distance diffuseur/caméra et  $f$  la distance focale de la lentille. Dans nos mesures, nous aurons toujours  $D = (10,4 \pm 0,5)$  cm et  $f = 10$  cm.

## 2) Résultats

### a. Image $I_1$

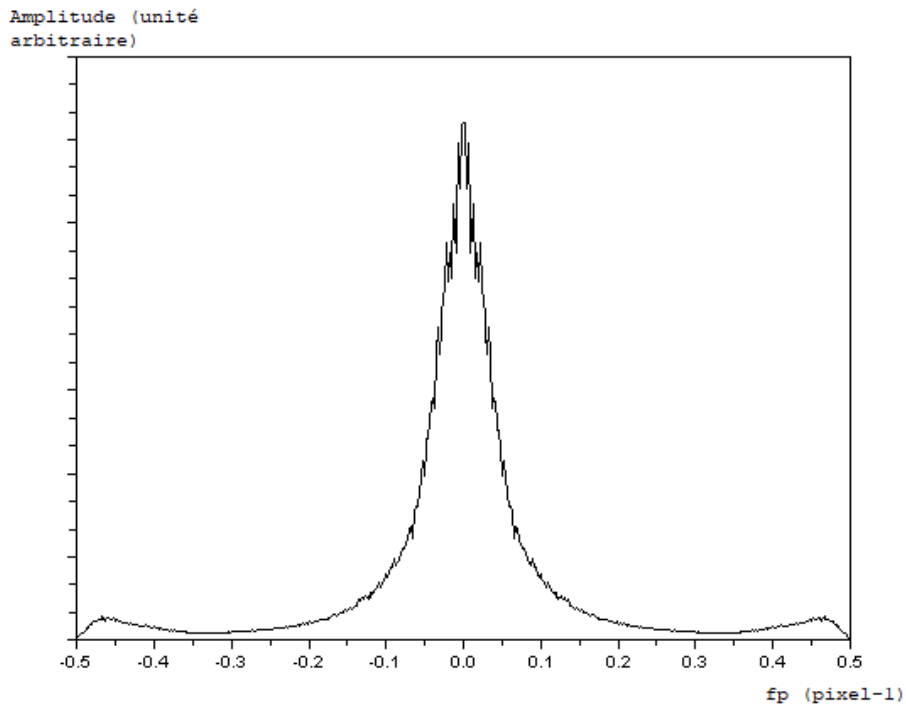


FIGURE 17 – Transformée de Fourier de l'image  $I_1$

La figure 17 est le graphe obtenu de la transformée de Fourier pour l'image  $I_1$

b. Images  $I_1$  et  $I_2$

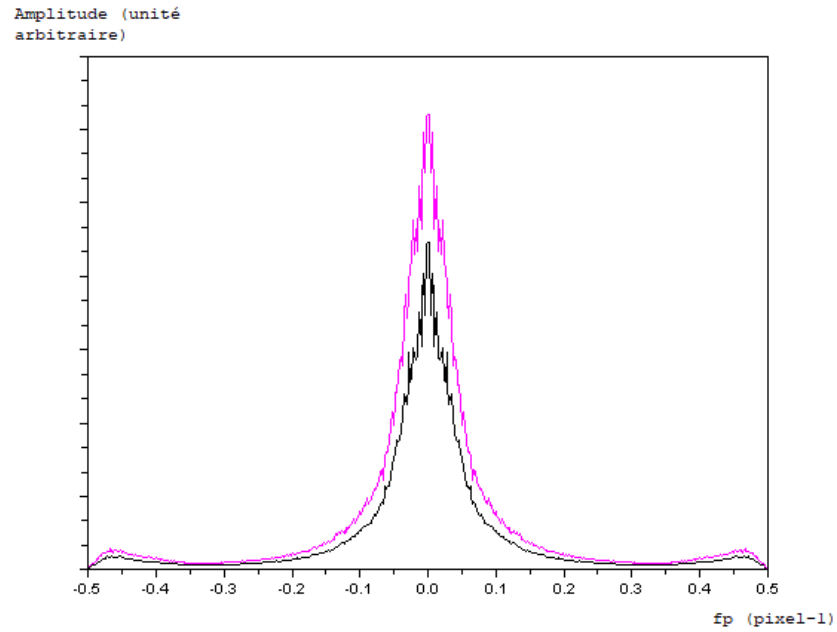


FIGURE 18 – Superposition des transformées de Fourier de  $I_1$  (violet) et  $I_2$  (noir)

Sur cette figure 18, la transformée de Fourier de l'image  $I_1$  (en violet) est superposée avec la transformée de Fourier de l'image  $I_2$  (en noir).

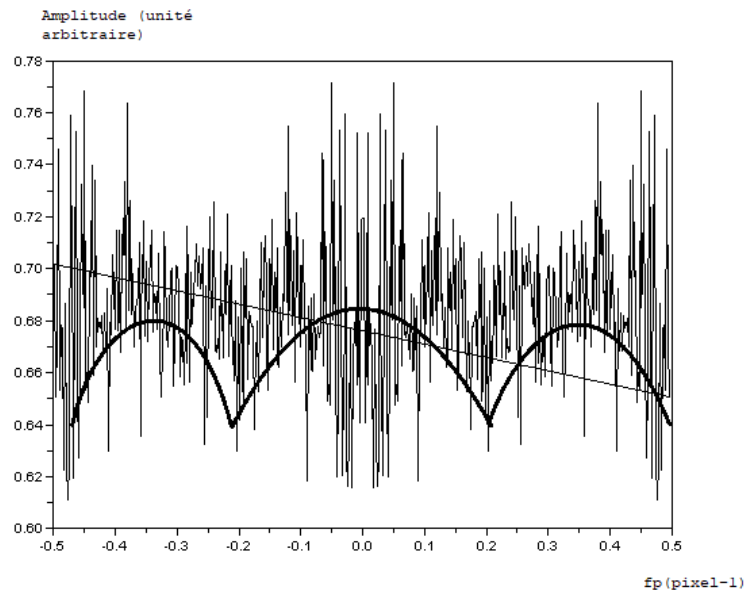


FIGURE 19 – Graphe de la fonction  $\frac{\mathcal{I}_{1+2}(f_p, 0)}{\mathcal{I}_1(f_p, 0)}$

La figure 19 représente la courbe représentative de la fonction  $\frac{\mathcal{I}_{1+2}(f_p, 0)}{\mathcal{I}_1(f_p, 0)}$  en fonction de  $f_p$ . Nous avons rajouté par dessus manuellement les variations estimées de la fonction en valeurs absolue de cosinus afin de rendre ce graphe plus lisible. Comme expliqué précédemment, la distance entre deux zéros de cette fonction est égale à  $\frac{1}{d_0}$ . Nous mesurons  $f_p = (0, 40 \pm 0, 05)$  pixel<sup>-1</sup> entre deux zéros. Les incertitudes sont liées à l'imprécision de la variation de la fonction. Nous le convertissons en m<sup>-1</sup> et nous l'inversons pour obtenir  $d_0$ . Nous obtenons finalement :  $dx_{1/2} = (23 \pm 3) \mu\text{m}$ . Les incertitudes ont été calculées par méthode différentielle. Nous pouvons ensuite calculer  $\Delta X_{L1/2}$ . Nous obtenons  $|\Delta X_{L1/2}| = (22 \pm 4) \mu\text{m}$ .

Avec ces résultats, nous pouvons donc affirmer que la lentille a été déplacée entre les image  $I_1$  et  $I_2$  de  $(22 \pm 4) \mu\text{m}$ .

### c. Images $I_1$ et $I_3$

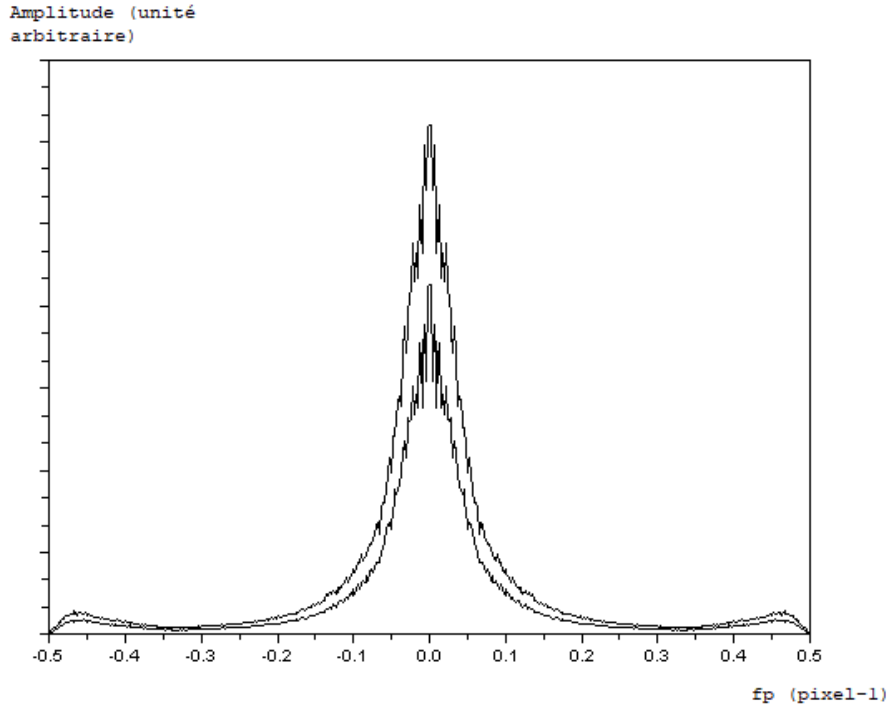


FIGURE 20 – Superposition des transformées de Fourier de  $I_1$  (au dessus) et  $I_3$  (en dessous)

Sur cette figure 20, la transformée de Fourier de l'image  $I_1$  (au dessus) est superposée avec la transformée de Fourier de l'image  $I_3$  (en dessous).

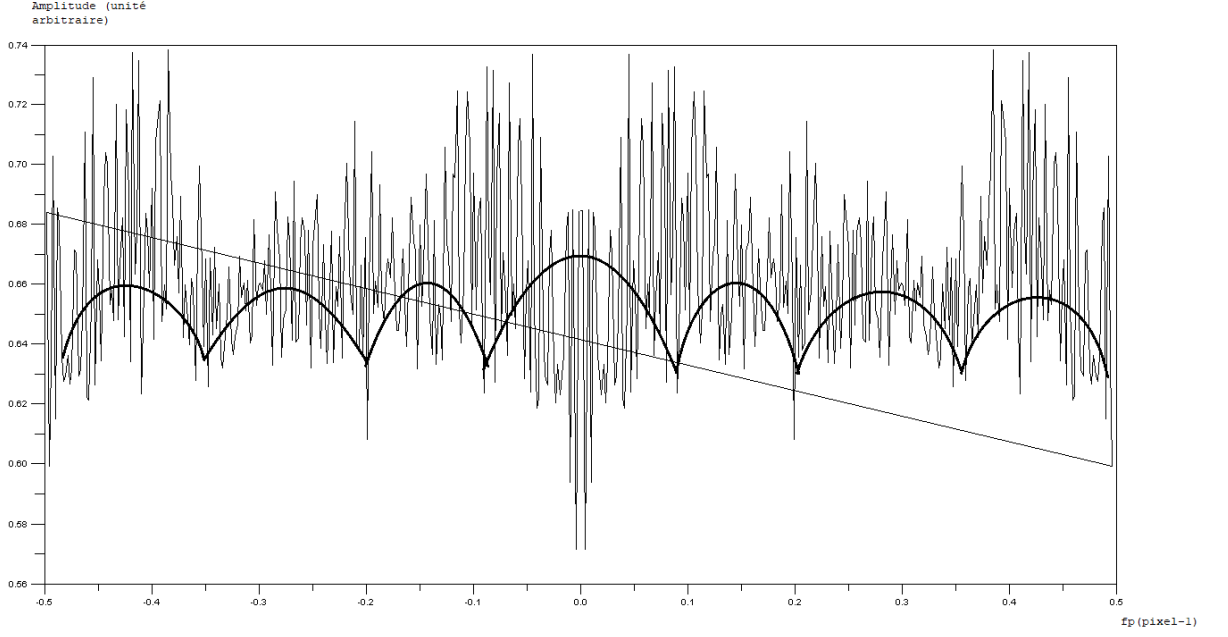


FIGURE 21 – Graphe de la fonction  $\frac{\mathcal{I}_{1+3}(f_p, 0)}{\mathcal{I}_1(f_p, 0)}$

La figure 21 représente la fonction  $\frac{\mathcal{I}_{1+3}(f_p, 0)}{\mathcal{I}_1(f_p, 0)}$ . De la même façon que précédemment, nous avons rajouté les variations estimées de la fonction pour rendre ce graphe plus lisible. Nous mesurons cette fois-ci  $f_p = (0, 20 \pm 0,05) \text{ pixel}^{-1}$  entre les deux zéros. En transformant cette valeur en  $\text{m}^{-1}$  et en l'inversant, nous obtenons  $dx_{1/3} = (47 \pm 11) \mu\text{m}$ . Les incertitudes ont été calculées par méthode différentielle. Nous pouvons finalement calculer  $\Delta X_{L1/3}$ . Nous obtenons  $|\Delta X_{L1/3}| = (45 \pm 14) \mu\text{m}$ .

Nous pouvons finalement affirmer que la lentille a été déplacée entre les images  $I_1$  et  $I_3$  de  $(45 \pm 14) \mu\text{m}$ . Il peut être remarqué que les incertitudes sont particulièrement élevées. Mais la fonction  $\frac{\mathcal{I}_{1+3}(f_p, 0)}{\mathcal{I}_1(f_p, 0)}$  étant particulièrement bruitée, nous ne pouvons pas affirmer avoir des incertitudes plus petites que celles présentées.

## Conclusion

Lors de ce TP, nous avons pu mettre en évidence le phénomène de Speckle produit par un faisceau laser envoyé sur un milieu diffuseur. De plus, nous avons pu, dans le cas d'images obtenues dans le noir, vérifier l'accord entre la théorie et l'expérience. Nous avons montré les limites de la théorie lorsque les images analysées sont bruitées par la lumière ambiante. Ensuite, à l'aide des outils numériques et mathématiques (autocorrélation et transformation de Fourier), nous avons pu remonter à certaines propriétés du milieu diffuseur. Enfin, nous avons utilisé le phénomène de Speckle pour mesurer un déplacement micrométrique.