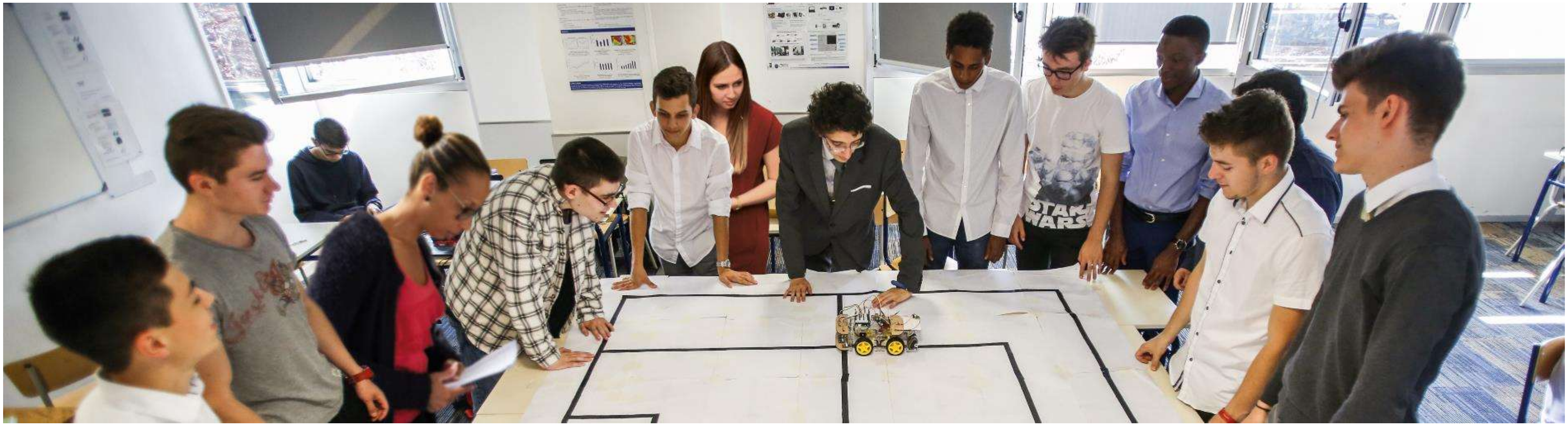


SAM AUTOMATIQUE 1

MODÉLISATION DES SYSTEMES

REGIMES TRANSITOIRES

PROJET 7

—

ÉCOLE D'INGÉNIEURS HESAM UNIVERSITÉ

APA/JBI/HAA

Plan

Cadre de l’étude

Définitions

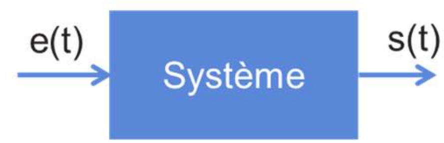
L’automatique est une discipline scientifique qui étudie ***les systèmes dynamiques***, les signaux et l’information, à des fins de ***commande*** ou de prise de décision.

Système: l’objet étudié. Dans le cadre de ce cours on s’intéresse aux appareils ou ensemble d’appareils que l’on nommera **système. La définition d’un système est liée aux grandeurs d’entrée et de sortie considérées**

Exemples de systèmes : moteur électrique, local à chauffer, voiture…

Par extension tout appareil peut être considérer comme un système .

Exemple de système au sens large : capteur, convertisseur …



Dynamique: La notion de « dynamique » est liée à l’évolution des grandeurs étudiées au cours du temps. Cette évolution peut être due à une modification de la commande ou à une perturbation extérieure entrainant une altération de la grandeur de sortie. C’est ici que l‘automatique entre en jeu, pour **commander** (maitriser) le comportement du système

Cadre de l'étude

Périmètre

Notre étude se limitera aux systèmes causals, linéaires, continus et à la variation d'une sortie de ce système en fonction d'une seule entrée

Système linéaire : $a.e(t) \xrightarrow{syst.linéaire} a.s(t)$ (principe de la superposition)

système pour lequel la relation entre la grandeur d'entrée et de sortie peut se mettre sous la forme d'une **équation différentielle linéaire à coefficients constants**.

Système causal: $\forall t < 0,\ x(t) = 0$ */!\ bien choisir l'origine des temps*

Système continu : Les systèmes étudiés sont analogiques, leurs signaux d'entrée et de sortie sont continus à la fois en temps et en amplitude.

Systèmes linéaires continus et à temps invariant (S.L.C.I)

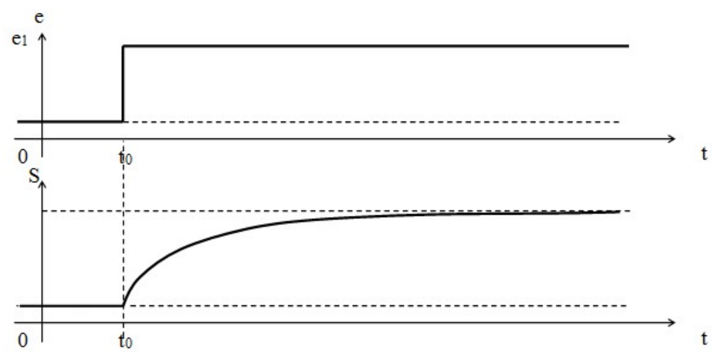
Cadre de l'étude

Périmètre

Système invariant:

Un système à **temps invariant** a un modèle identique à tout instant (un retard t_0 ne change pas la loi du modèle)

$$e(t - t_0) \xrightarrow{système} s(t - t_0)$$



Systèmes linéaires continus et à temps invariant (S.L.C.I)

Exemple de système physique

Régulation de température d'un local

Local à chauffer

Variable observée : Ecart de température entre l'intérieur du local et l'extérieur : T

Puissance thermique PTh

Système :Local à chauffer
Entrée : Pth
Sortie : T

Schéma bloc du local à chauffer

Local à chauffer

Équations différentielles

signaux

On appellera signal la représentation d'une grandeur en fonction du temps (Donné par sa fonction ou sa représentation graphique)

exemple : $e = f(t) = 2.t$

Équations différentielles : les systèmes étudiés peuvent être décrits par une équation différentielle. L'excitation de ces systèmes (=modifier volontairement le signal d'entrée) s'effectuera grâce aux signaux-test que nous décrirons plus loin.

Les systèmes vont déformer ces signaux et l'obtention à priori des signaux de sortie demandera systématiquement la résolution de l'équation différentielle

Exemple d'équation différentielle

Résolution d'une équation différentielle

Dans l'exemple précédent, Un bilan de puissance pourrait s'écrire :

Puissance entrante = Puissance pour l'énergie stockée + Puissance de déperdition

Pth(t) = A T'(t) + B T(t) , A constante de chaleur massique, B constante de déperdition

L'équation différentielle du local à chauffer pourrait être dans ce cas :

$$\tau . T(t)' + T(t) = K. Pth\ (t)$$

τ et K sont des coefficients qui caractérisent le système.

Déterminer les évolutions de T passe par la résolution de l'équation différentielle ce qui même dans un cas aussi simple que celui-ci n'est pas très pratique.

Pour obtenir rapidement des solutions et se ramener à des équations algébriques on fait appel à la représentation fréquentielle des signaux grâce à la **transformation de Laplace**.

Transformations de Laplace

Extrait de la table sur les transformées usuelles

A titre de rappels:

- $F(p) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{+\infty} f(t)e^{-tp}\,dt$

- *Une table des TL sera fournie lors du CCTL d'automatique .*

F(p)	f(t) = L^{-1}[F(p)]
1	$\delta(t)$ Impulsion de Dirac
$\frac{1}{p}$	$u(t)$ Echelon unité
e^{-Tp}	$\delta(t-T)$ Impulsion retardée
$\frac{e^{-Tp}}{p}$	$u(t-T)$ Echelon retardé
$\frac{1}{p^2}$	$t.u(t)$ Rampe unitaire
$\frac{1}{p^n}$ n entier	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
$\frac{1}{1+\tau p}$	$\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{(1+\tau p)^2}$	$\frac{1}{\tau^2}te^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{(1+\tau p)^n}$	$\frac{1}{\tau^n(n-1)!}t^{n-1}e^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{p(1+\tau p)}$	$1-e^{-\frac{t}{\tau}}$

F(p)	f(t) = L^{-1}[F(p)]
$\frac{1}{p(1+\tau p)^2}$	$1-(1+\frac{t}{\tau})e^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{p^2(1+\tau p)}$	$t-\tau+\tau e^{-\frac{t}{\tau}}$
$\frac{1}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$	$\frac{e^{-\frac{t}{\tau_1}}-e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_1-\tau_2}$
$\frac{1}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$	$1-\frac{\tau_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}}-\tau_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}}}{\tau_1-\tau_2}$
$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	$\sin(\omega t)$
$\frac{p}{p^2+\omega^2}$	$\cos(\omega t)$
$\frac{p+z\omega_0}{\omega_0^2+2z\omega_0 p+p^2}$	$e^{-z\omega_0 t}\cos(\omega_p t)$ avec $\omega_p=\omega_0\sqrt{1-z^2}$
$\frac{1}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0^2}p^2}$	$\frac{\omega_0}{\sqrt{1-z^2}}e^{-z\omega_0 t}\sin(\omega_p t)$
$\frac{1}{p(1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0^2}p^2)}$	$1-\frac{\omega_0}{\omega_p}e^{-z\omega_0 t}\sin(\omega_p t+\psi)$ avec $\psi=arc(\cos z)$

Transformations de Laplace

Transformées de Laplace

Transformée de Laplace d'une dérivée pour des conditions initiales nulles (Rappel de maths)

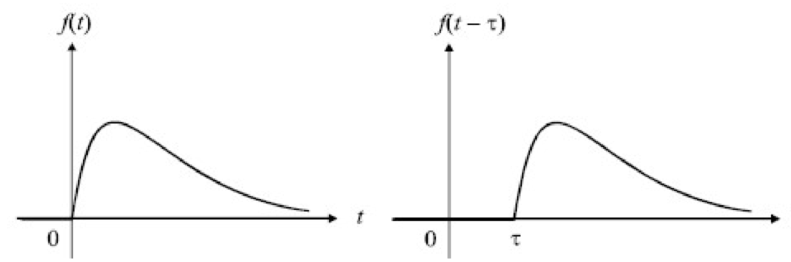
$$\boxed{\frac{df}{dt} \rightarrow pF(p)\ ;\ \frac{df^n}{dt^n} \rightarrow p^n F(p)}$$

Transformée de Laplace d'une primitive

$$\boxed{P(t) = \int f(t)dt \ \rightarrow \frac{F(p)}{p}}$$

Transformations de Laplace

Propriétés



Théorème du retard

Considérons la fonction $f(t-\tau)$, on a

$$f(t-\tau) \rightarrow F(p)e^{-p\tau}$$

Théorème de la valeur initiale : donne une expression de la valeur de *f* au voisinage de 0 par valeur supérieure en fonction de sa transformée de Laplace

$$f(0^+) = \lim_{p \to +\infty} [pF(p)]$$

Théorème de la valeur finale : permet de calculer la limite quand t tend vers l'infini d'une fonction temporelle *f(t)* en connaissant uniquement sa transformée de Laplace

$$f \lim_{t \to +\infty} [f(t)] = \lim_{p \to 0} [pF(p)]$$

cesi ÉCOLE D'INGÉNIEURS HESAM UNIVERSITÉ

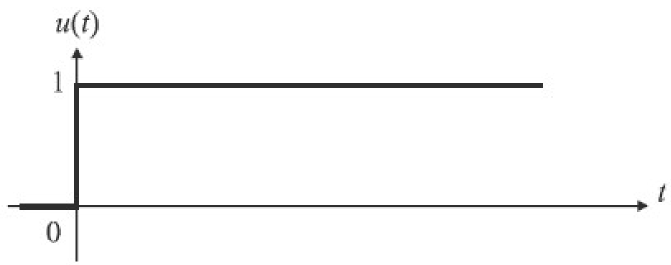
Transformées de Laplace de signaux usuels

Entrée échelon

Echelon unité ou fonction de Heaviside

Fonction

$$u(t) = \begin{cases} 0 \; si \; t \leq 0 \\ 1 \; si \; t > 0 \end{cases}$$



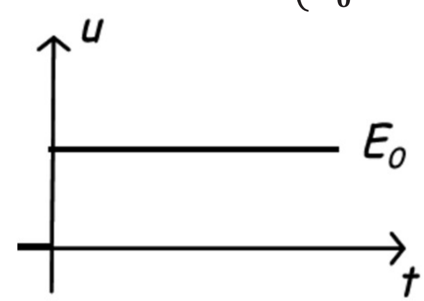
Transformée de Laplace :

$$\boxed{u(t) \rightarrow U(p) = \frac{1}{p}}$$

Echelon d'amplitude E_0

Fonction

$$u(t) = \begin{cases} 0 \; si \; t \leq 0 \\ E_0 \; si \; t > 0 \end{cases}$$



Transformée de Laplace :

$$\boxed{u(t) \rightarrow U(p) = \frac{E_0}{p}}$$

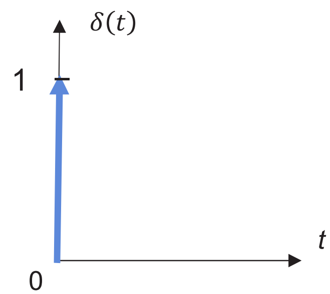
Transformées de Laplace de signaux usuels

Entrée impulsion

Impulsion unitaire ou impulsion de Dirac :

notée $\delta(t)$ fonction nulle pour tout t sauf pour $t=0$ où elle a une valeur infinie. L'aire comprise entre la courbe représentative de cette fonction et l'axe des t vaut *1*.

Modèle d'impulsion de Dirac en faisant tendre le paramètre θ vers 0.

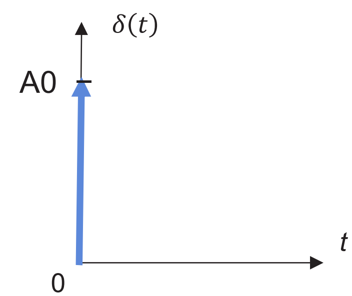


Transformée de Laplace:

$$\boxed{\boldsymbol{\delta(t) \rightarrow \Delta(p) = 1}}$$

Impulsion d'amplitude A_0 :

$$u(t) = A_0 \,.\, \boldsymbol{\delta}(t)$$



Transformée de Laplace:

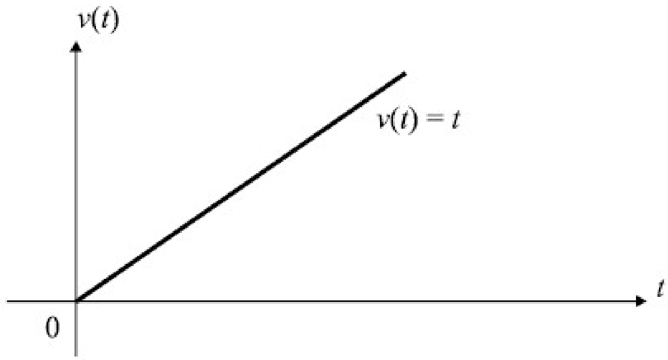
$$\boxed{\boldsymbol{u(t) = A_0\delta(t) \rightarrow U(p) = A_0}}$$

Transformées de Laplace de signaux usuels

Entrée rampe ou échelon de vitesse

Fonction

$$v(t) = \begin{cases} 0 \; si \; t < 0 \; (causalité) \\ t \; si \; t > 0 \end{cases}$$



Transformée de Laplace :

$$\boxed{\boldsymbol{s(t) = kt \rightarrow S(p) = \frac{k}{p^2}}}$$

Fonction de transfert

Définition

La transformée de Laplace permet de définir la **fonction de transfert** d'un système linéaire régi par un système d'équations différentielles à coefficients constants.

Soit un système quelconque d'ordre n défini par les équations différentielles suivantes :

$$a_0 s + a_1 \frac{ds}{dt} + \cdots + a_i \frac{d^i s}{dt^i} + \cdots + a_n \frac{d^n s}{dt^n} = b_0 e + b_1 \frac{de}{dt} + b_2 \frac{d^2 e}{dt^2} + \cdots + b_m \frac{d^m e}{dt^m}$$

Les conditions initiales sont nulles $\forall i \leq n, j \leq m \ \frac{d^i s}{dt^i} = 0 \ et \ \frac{d^j e}{dt^j} = 0$

Transformée de Laplace : $a_0 S(p) + a_1 p S(p) + \cdots + a_n p^n S(p) = b_0 E(p) + b_1 p E(p) + \cdots + b_m p^m E(p)$

$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \cdots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \cdots + a_1 p + a_0}$$

Fonction de transfert : $\boldsymbol{H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}}$

Entrée E(p)
Système H(p)
Sortie S(p)

Fonctions de transfert

Pôles et zéros

FT : fraction rationnelle de deux polynômes en p

Factorisation dans le corps des complexes :

$$H(p) = \frac{b_m(p - z_m)(p - z_{m-1}) \dots (p - z_1)}{a_n(p - p_n)(p - p_{n-1}) \dots (p - p_1)}$$

Racines z_i du numérateur : **zéros**

Racines p_i du dénominateur : **pôles**

L'ordre du polynôme du dénominateur détermine l'ordre de la fonction de transfert

Fonctions de transfert

Exemple

On considère un système régi par l'équation différentielle

$$\frac{d^3s}{dt^3} + 3\frac{d^2s}{dt^2} + 3\frac{ds}{dt} + s(t) = 2\frac{de}{dt} + e(t)$$

Calculer la fonction de transfert de ce système et donner l'ordre

Fonctions de transfert

Exemple

On considère un système régi par l'équation différentielle

$$\frac{d^3s}{dt^3} + 3\frac{d^2s}{dt^2} + 3\frac{ds}{dt} + s(t) = 2\frac{de}{dt} + e(t)$$

Calculer la fonction de transfert de ce système :

$p^3S(p) + 3p^2S(p) + 3pS(p) + S(p) = 2pE(p) + E(p)$

On factorise: $S(p).(p^3 + 3p^2 + 3p + 1)$ = (2p+1).E(p)

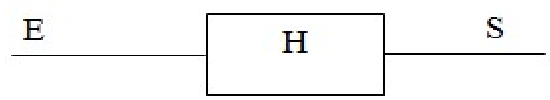
Fonction de transfert $G(p) = \frac{2p+1}{p^3+3p^2+3p+1}$

Système d'ordre 3

Schémas Blocs

Représentation graphique

<u>Schémas fonctionnels</u> (ou schémas blocs): représentation graphique de systèmes physiques, indiquant les relations fonctionnelles existantes entre les entrées et les sorties.



Un système sera toujours représenté par sa représentation mathématique dans le domaine complexe appelée **fonction de transfert**.

H(p) représente la fonction de transfert $H(p)= S(p)/E(p)$

E : entrée

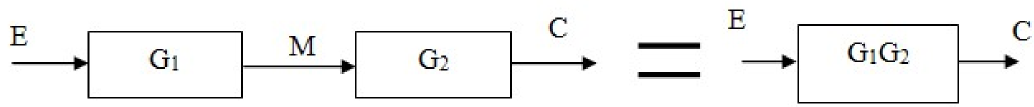
S : Sortie

Schémas Blocs

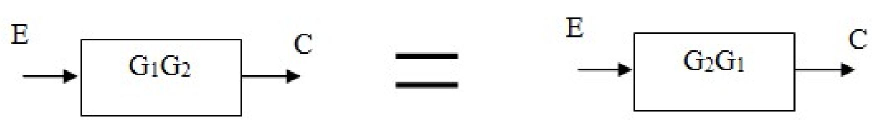
Relations importantes

<u>Eléments en cascade ou en série</u> : On peut effectuer la multiplication des fonctions de transfert de tout ensemble fini d'éléments montés en série.

On omet souvent le symbole de multiplication quand on ne risque pas de faire de confusions.



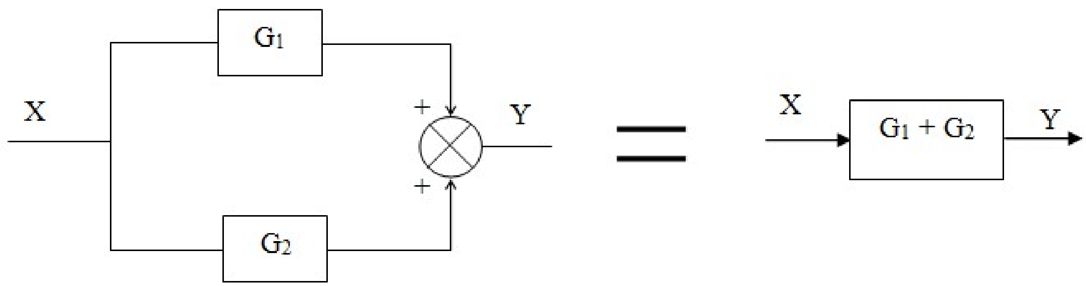
La multiplication des fonctions de transfert est commutative

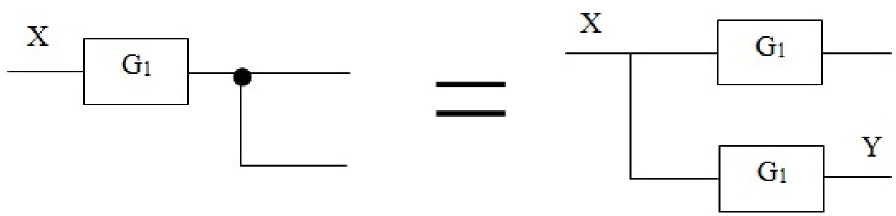


Schémas Blocs

Relations importantes

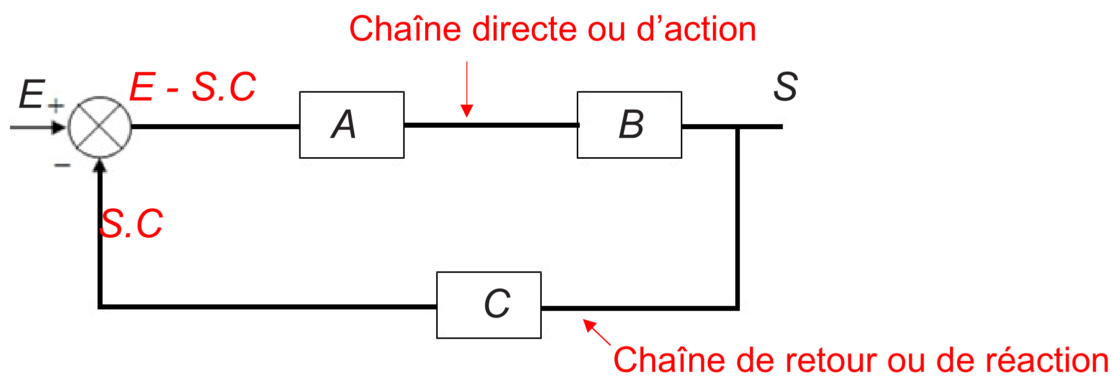
Eléments en parallèle :



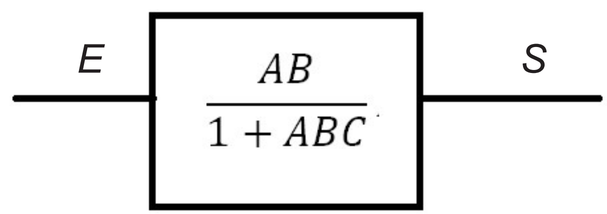


Schémas Blocs

Exemple de calcul de la fonction de transfert d'un schéma bloc



$$S = (E - S.C).A.B$$
$$S.(1 + A.B.C) = A.B.E$$
$$S = \frac{AB}{1 + ABC}E$$

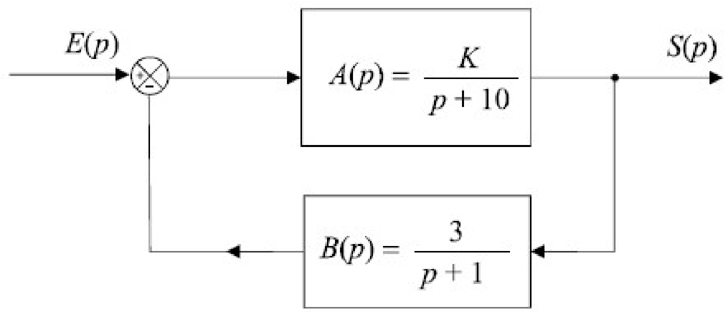


Schémas Blocs

Exemple de calcul de fonction de transfert

On considère la boucle de régulation suivante. Déterminer la fonction de transfert de ce système

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$$



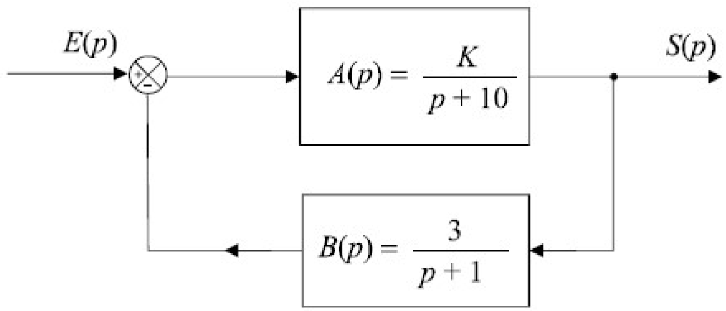
Schémas Blocs

Exemple de calcul de fonction de transfert

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{A(p)}{1+A(p)B(p)}$$

$$H(p) = \frac{\frac{K}{p+10}}{1+\frac{3K}{(p+10)(p+1)}}$$

$$H(p) = \frac{K(p+1)}{K(p+1)(p+10)+}$$



Identification des systèmes d'ordre 1

Mise en équation

Les systèmes du 1er ordre sont régis par des équations différentielles du 1er degré.

Equation différentielle type : $\tau \frac{ds}{dt} + s(t) = Ke(t)$

Fonction de transfert : $H(p) = \frac{K}{1+\tau p}$

K : gain statique

τ : constante de temps

- Il s'agit de la forme canonique car le dénominateur est de la forme **1 + ap**
- Il faut identifier les deux paramètres **K** et τ

Identification des systèmes d'ordre 1

Exemple

Circuit RC :

Équation différentielle :

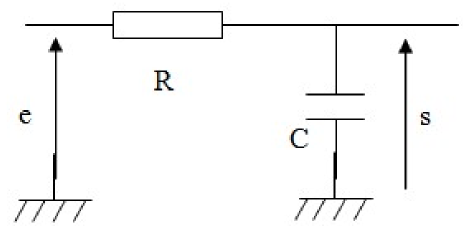
$e(t) = Ri(t) + s(t)$ et $i(t) = C\frac{ds}{dt}$

On obtient : $RC\frac{ds}{dt} + s(t) = e(t)$ => $RC.pS(p) + S(p) = E(p)$

Fonction de transfert: $\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{1}{1+R}$

Forme canonique: $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{1+\tau p}$

Par identification: $K = 1$ et $\tau = RC$

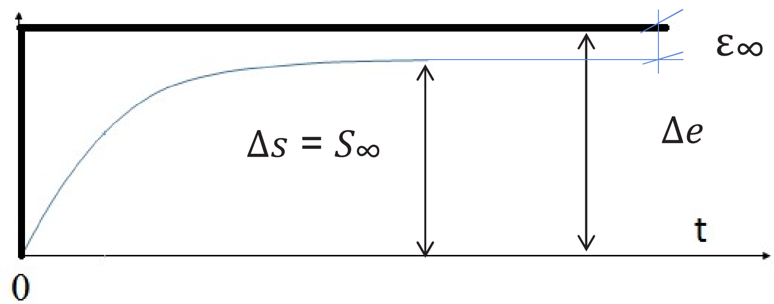


Déterminer le gain statique et la constante de temps du système

Identification des systèmes d'ordre 1

Réponse indicielle

Détermination du gain statique lorsque la sortie a atteint sa valeur finale notée S_∞ (régime permanent)



$$Gain\ statique:\ K = \frac{\Delta s}{\Delta e}$$

Le gain statique K ***est défini pour un système asymptotiquement stable*** par le rapport de la sortie en régime permanent et de l'entrée.

$$H(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0} = K \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + 1}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + 1}$$

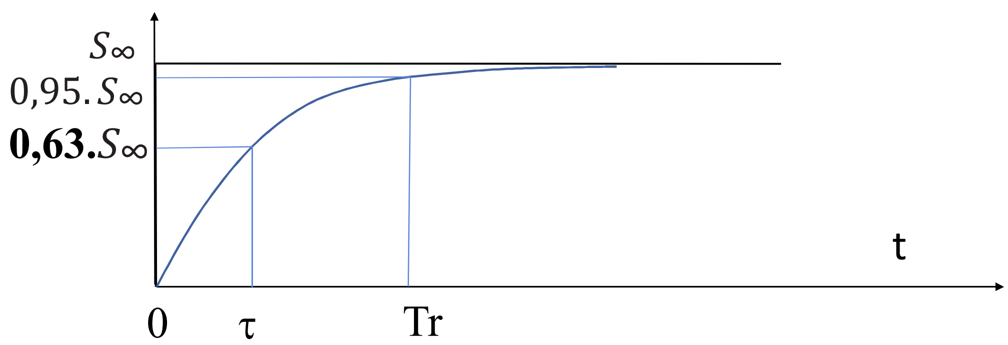
$$\lim_{p \to 0} p\left(\frac{1}{p} \cdot H(p)\right) = \lim_{p \to 0} H(p) = H(0) = K$$

Identification des systèmes d'ordre 1

Réponse indicielle

Détermination de la constante de temps : détermination graphique

Temps au bout duquel la sortie atteint 63% de sa valeur finale



Temps de réponse du système Tr : temps au bout duquel la sortie atteint sa valeur finale asymptotique à 5% près. $Tr = 3\tau$

Cas d'un échelon unité:

e (*t*) = *1*

E(p) = 1/p

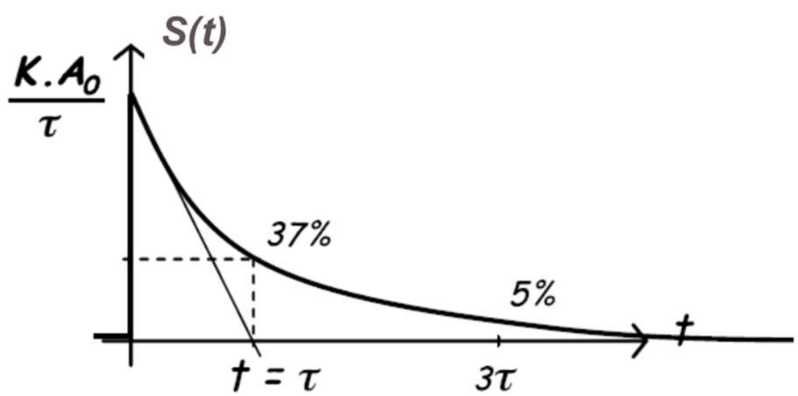
$$S(p) = H(p).E(p) = \frac{K}{p(1+\tau p)}$$

$$s(t) = L^{-1}S(p) = K(1 - e^{-t/\tau})$$

Identification des systèmes d’ordre 1

Réponse impulsionnelle

La réponse temporelle quand l'entrée e (t) est une impulsion d’amplitude A_0 en 0 :



$e(t) = A_0.\delta(t)$

$E(p) = A_0$

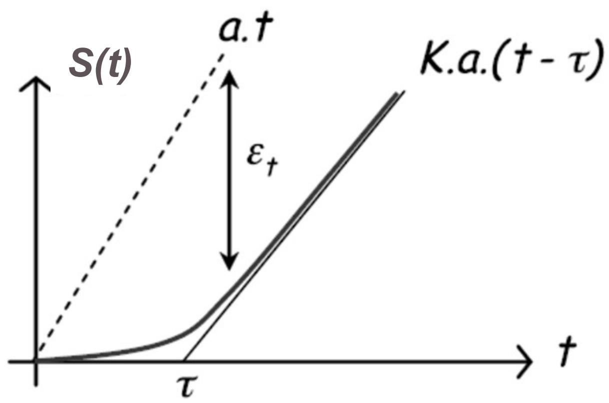
$$S(p) = H(p).E(p) = \frac{K.A_0}{1+\tau p}$$

$$s(t) = L^{-1}S(p) = \frac{K.A_0}{\tau}e^{-t/\tau}$$

Pour t = τ, la réponse a décru à 37% de sa valeur initiale ; à t = 3τ, elle n’en représente plus que 5%. Sa dérivée à l’origine coupe l’axe des abscisses pour t = τ

Identification des systèmes d'ordre 1

Réponse à une rampe de pente a



$e(t) = at$

$E(p) = \frac{a}{p^2}$

$$S(p) = H(p).E(p) = \frac{K.a}{p^2(1+\tau p)}$$

$$s(t) = L^{-1}S(p) = Ka\left[t - \tau + \tau e^{-t/\tau}\right]$$

- En régime permanent ($t >> \tau$) on a $s(t) = Ka(t - \tau)$: la sortie tend vers une rampe de pente Ka
- s(t) suit la rampe d'entrée avec un retard τ. La différence entre l'entrée et la sortie est appelée ***erreur de trainage***, ε_t, elle vaut $\varepsilon_t = a\tau$.

Identification des systèmes d'ordre 2

Mise en équation

Les systèmes du second ordre sont régis par des équations du second degré.

Equation différentielle type : $a_2 \frac{d^2s}{dt^2} + a_1 \frac{ds}{dt} + a_0 s = b_0 e(t)$

Fonction de transfert : $H(p) = \frac{b_0}{a_2p^2+a_1p+a_0} = \frac{b_0}{a_0} \cdot \frac{1}{1+\frac{a_1}{a_0}p+\frac{a_2}{a_0}p^2}$

Forme canonique : $H(p) = \frac{K}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0{}^2}p^2}$ = $\frac{K\omega_0^2}{p^2+2z\omega_0p+\omega_0^2}$

K : gain statique

ω_0 **: pulsation propre non amortie**

z **: coefficient d'amortissement (parfois noté m ou** ξ**)**

Identification des systèmes d'ordre 2

Réponse indicielle

$$H(p) = \frac{K}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0{}^2}p^2} = \frac{K\omega_0^2}{p^2+2z\omega_0 p+\omega_0^2}$$

Etude du discriminant réduit du dénominateur de H : $\Delta' = \omega_0{}^2(z^2-1)$

Si $z \geq 1$, alors $\Delta' \geq 0$: le système a deux pôles réels et son comportement est apériodique

- Si $z > 1$, le système a deux pôles réels distincts
- Si $z = 1$, le système a un pôle réel double

Si $z < 1$, alors $\Delta' < 0$: le système a une paire de pôles complexes conjugués et son comportement est oscillatoire

Le comportement de la réponse dépend du coefficient d'amortissement

Identification des systèmes d'ordre 2

Réponse indicielle

Régime apériodique ($z \geq 1$):

$$H(p) = \frac{K}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0{}^2}p^2} = \frac{K\omega_0^2}{p^2+2z\omega_0 p+\omega_0^2}$$

$$\Delta' = \omega_0{}^2(z^2-1)$$

Les pôles de H sont : $p_1 = -z\omega_0 - \omega_0\sqrt{z^2-1}$; $p_2 = -z\omega_0 + \omega_0\sqrt{z^2-1}$

Et comme $p1.p2 = \omega_0{}^2 \Rightarrow$ H(p) peut s'écrire sous la forme: $\frac{K.p_1.p_2}{(p-p_1)(p-p_2)} = \frac{K}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$

$$\tau_1 = -\frac{1}{p_1} \text{ et } \tau_2 = -\frac{1}{p_2}$$

Le système du 2nd ordre apériodique est équivalent à la superposition de deux systèmes du 1er ordre

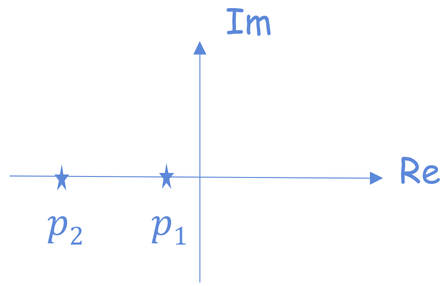
Identification des systèmes d’ordre 2

Réponse indicielle

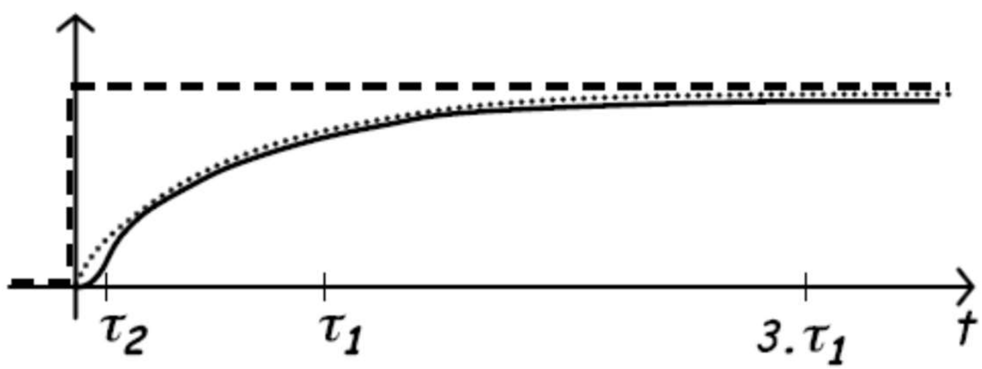
Notion de pôle dominant:

$$p_1 = -z\omega_0 - \omega_0\sqrt{z^2-1}$$

$$p_2 = -z\omega_0 + \omega_0\sqrt{z^2-1}$$



C’est le pôle qui **a le plus d’influence sur le comportement du système.** Géométriquement, le pôle dominant est celui **le plus proche de l’axe des imaginaires**.



$\left(rappelons\ que:\ \tau_1 = -\frac{1}{p_1}\right.$ et $\left.\tau_2 = -\frac{1}{p_2}\right)$

Ici, le pôle dominant est p_1 -> τ_1 est la constante de temps qui caractérise le système

Identification des systèmes d'ordre 2

Réponse indicielle

Régime pseudopériodique ($z < 1$) – oscillatoire amorti ($0 < z < 1$)

$$H(p) = \frac{K}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0{}^2}p^2} = \frac{K\omega_0^2}{p^2+2z\omega_0 p+\omega_0^2}$$

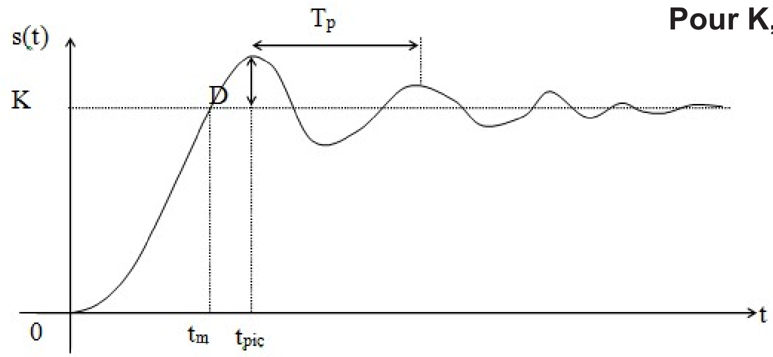
$$\Delta' = \omega_0{}^2(z^2-1) < 0$$

$$\Delta' = j^2\omega_0{}^2(1-z^2)$$

Les pôles de H sont : $p_1 = -z\omega_0 - j\omega_0\sqrt{1-z^2}$; $p_2 = -z\omega_0 + j\omega_0\sqrt{1-z^2}$

$$S(p) = H(p).E(p) = \frac{K\omega_0^2}{p(p^2+2z\omega_0 p+\omega_0^2)} \xrightarrow{L^{-1}(S(p))} s(t) = K[1 - \frac{1}{\sqrt{1-z^2}}e^{-j\omega_0 t}.\sin(\omega_0\sqrt{1-z^2}\,t+\varphi)]$$

$$\varphi = arccos(z)$$



Pour K, z et ω_0 données:

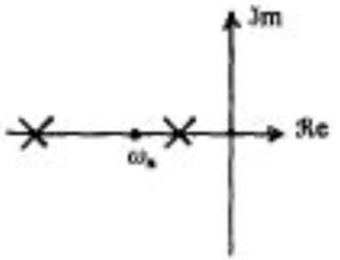
- Temps de montée $t_m = \frac{1}{\omega_0\sqrt{1-z^2}}(\frac{\pi}{2}+\arctan\left(\frac{z}{\omega_0\sqrt{1-z^2}}\right))$
- Temps du premier maximum $t_{pic} = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-z^2}}$
- Dépassement $D_{\%} = 100e^{-z\frac{n\pi}{\sqrt{1-z^2}}}$
- Pseudo-période $T_p = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-z^2}}$

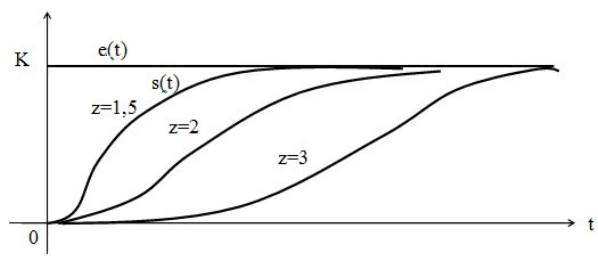
Identification des systèmes d’ordre 2

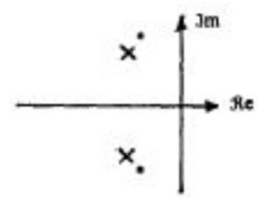
Synthèse de la réponse indicielle

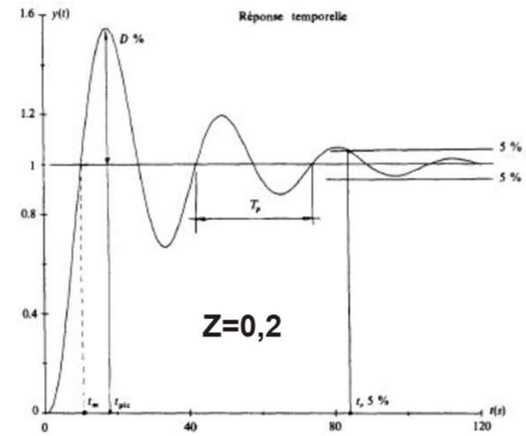
Position des pôles

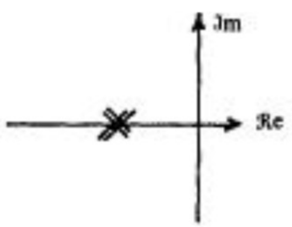
Réponse indicielle

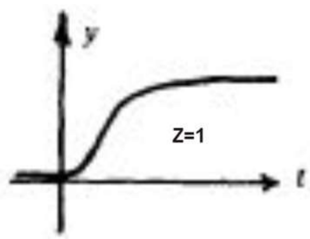






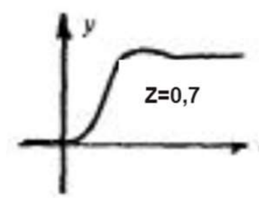


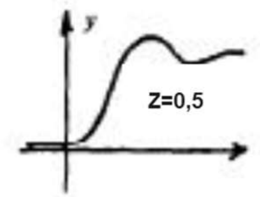




Type de réponse du système suivant z

- Régime amorti : $z > 1$.
- Régime critique : $z = 1$.
- Régime oscillatoire amorti :$0 < z < 1$.





Identification des systèmes d’ordre 2

Temps de réponse

Pour déterminer le temps de réponse, on utilise une abaque en échelle Log-Log

ω_o : Pulsation du système non amortie

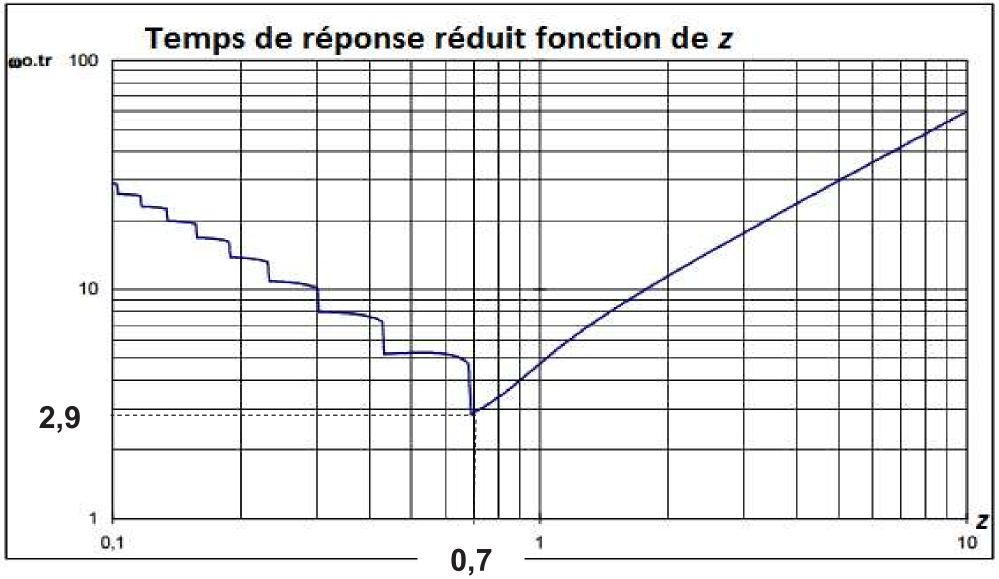
Tr : Temps de réponse à 5%

ω_o.Tr : Temps de réponse réduit

- ***Le temps de réponse Tr est minimal pour:***

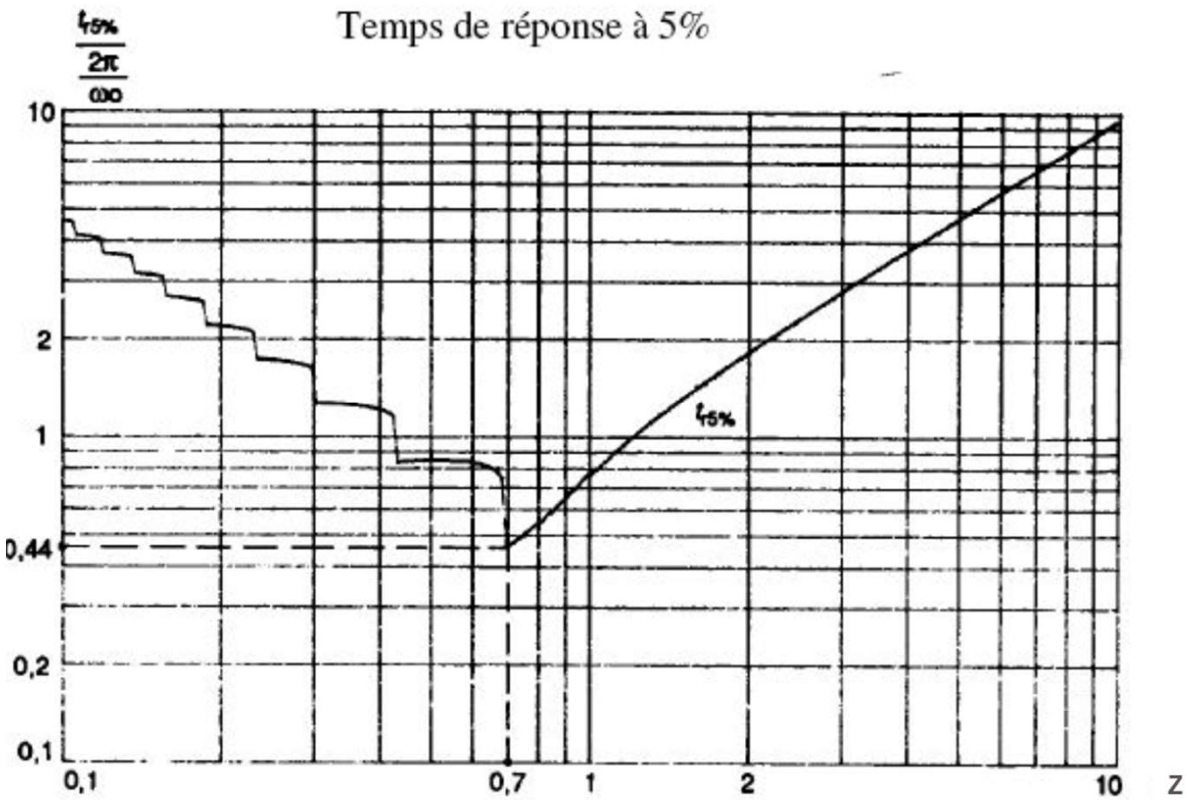
  $z = 0,7$ ***et vaut*** $\frac{2,9}{\omega_0}$

- $Z >> 1$: $\omega_o.Tr \approx 6z$
- $Z << 1$: $\omega_o.Tr \approx 3/z$



Identification des systèmes d'ordre 2

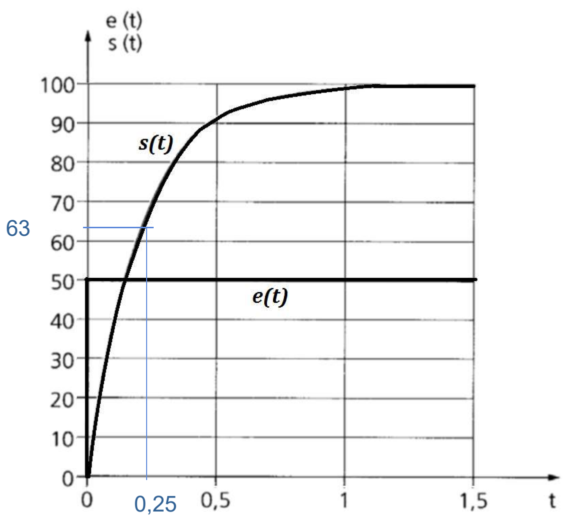
Temps de réponse



Exercice d’application

Identification du système d’ordre 1

En vue d’identifier un système du 1er ordre, on le soumet à une entrée en échelon e(t). La sortie s(t) suit alors les variations définies par le graphique suivant :



Sous quelle forme écrit-on la fonction de transfert du système?

Forme canonique du premier ordre $H(p) = \frac{K}{1+\tau p}$ *avec K : le gain statique,* τ *la constante de temps.*

Écrire l’équation temporelle de l’entrée e(t) en fonction de l’échelon unité u(t):

e(t)=50.u(t)

Déterminer le gain et la constante de temps. Donner la fonction de transfert H(p) du système.

τ =0,25s et K=2.

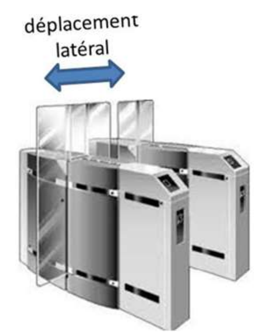
$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{2}{1+0,25p}$$

$$E(p) \rightarrow \boxed{\frac{2}{1+0,25p}} \rightarrow S(p)$$

Exercice d'application

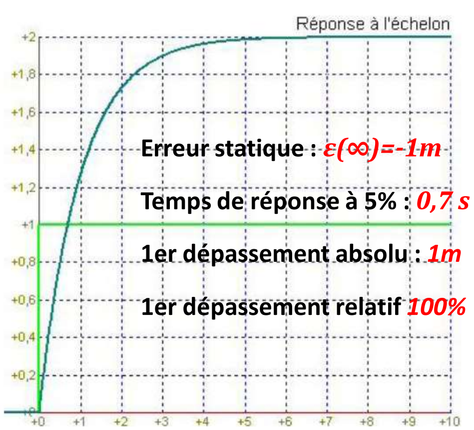
Caractéristiques d'une réponse indicielle

Quatre essais de réglage sont réalisés sur un système de portes en verre rétractables permettant de filtrer et sécuriser, à l'aide de badge, l'accès aux bureaux d'une administration ou d'une entreprise. Pour chacun d'entre eux, l'évolution de la distance parcourue latéralement par la porte par rapport à la position de départ (0 m) est mesurée en fonction du temps (en seconde). Pour chacun de ces essais, la consigne de déplacement latéral imposée est de 1 m.



Evaluer: l'erreur statique, le $Tr_{5\%}$, le 1^{er} dépassement absolu.

Réglage 1



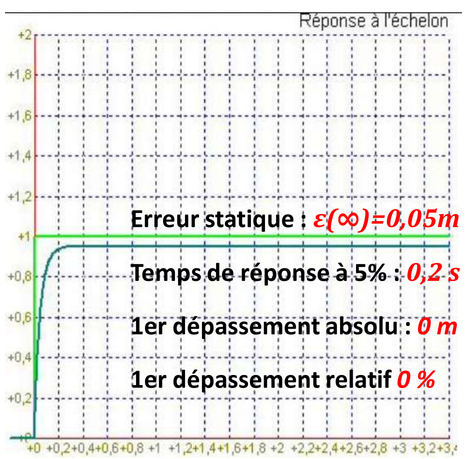
Erreur statique : *$\varepsilon(\infty)$=-1m*

Temps de réponse à 5% : *0,7 s*

1er dépassement absolu : *1m*

1er dépassement relatif *100%*

Réglage 2



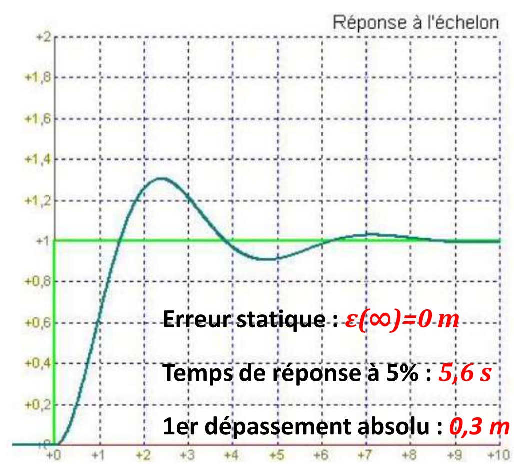
Erreur statique : *$\varepsilon(\infty)$=0,05m*

Temps de réponse à 5% : *0,2 s*

1er dépassement absolu : *0 m*

1er dépassement relatif *0 %*

Réglage 3



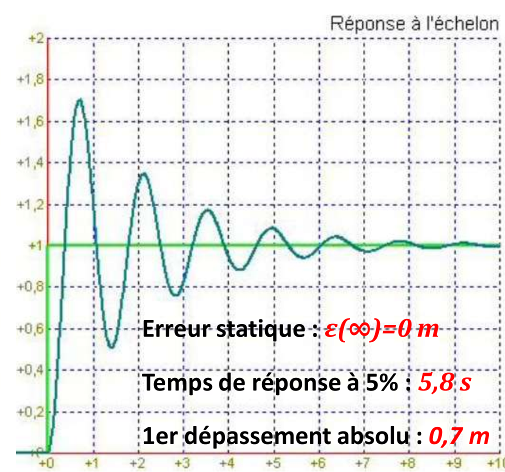
Erreur statique : *$\varepsilon(\infty)$=0 m*

Temps de réponse à 5% : *5,6 s*

1er dépassement absolu : *0,3 m*

1er dépassement relatif *30 %*

Réglage 4



Erreur statique : *$\varepsilon(\infty)$=0 m*

Temps de réponse à 5% : *5,8 s*

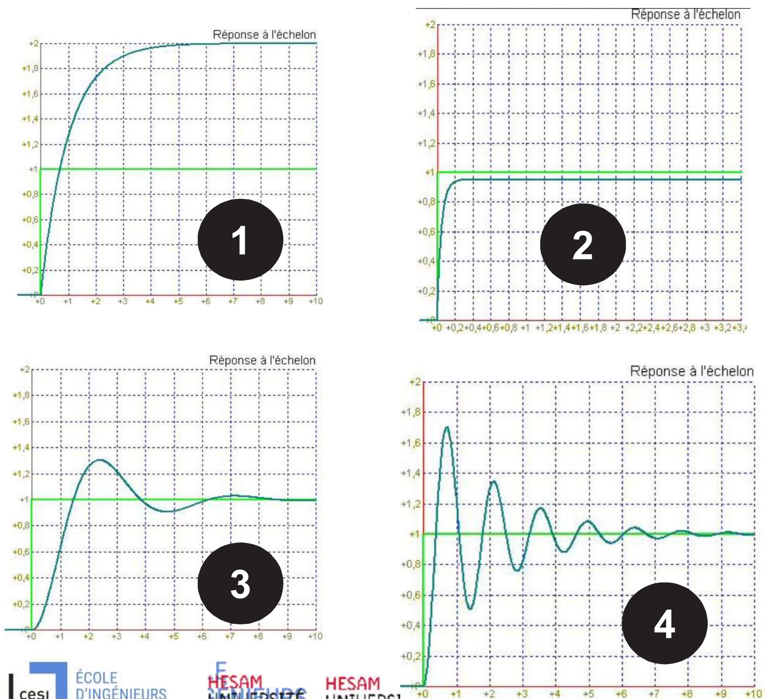
1er dépassement absolu : *0,7 m*

1er dépassement relatif *70 %*

Exercice d'application

Dilemme de l'automatique

Évaluer, dans chacun des cas les performances du système de portes rétractables. Donner le réglage qui permet d'avoir le système le plus rapide. Donner aussi celui/ceux qui permet-tent d'avoir le système le plus précis.



	~~Réglage 1~~	Réglage 2	Réglage 3	Réglage 4
Stabilité	++	++	-	--
précision	--	+	++	++
rapidité	0,7s	0,2s	5,6s	5,8s
dépassement	1m	0m	0,3m	0,7m

Le **réglage 2** donne une **meilleure rapidité** au système, mais est moins précis que les autres réglages 3 et 4.
Pour obtenir une **meilleure précision** (erreur statique nulle), il vaut mieux s'orienter vers les **réglages 3 ou 4.** En contrepartie, ces réglages rendent le système moins stable…

CAMPUS
D'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE FORMATION PROFESSIONNELLE