**Projet7 FISE/FISA Encolleuse 3D**

Maths Workshop equations differentielles

Novembre 2020

Le système étudié est un four de traitement thermique dans deux phases de fonctionnement :

* Phase 1 : Chauffe à puissance maxi de la température ambiante jusqu’à la température maxi
* Phase 2 : Refroidissement naturel depuis la température maxi



Le modèle étudié est : Nabertherm N 31/H (Voir doc PDF)

Caractéristiques du four :

Tmax : Température maxi du four

Pmax : Puissance connectée (puissance maxi du four)

Autres gradeurs utilisées :

Ti: température intérieure du four

Text : température ambiante

Ws, Ps : Energie et puissance stockées dans le four

W, P : Energie et Puissance absorbées

Wp, Pp : Energie et Puissance perdues par déperdition

**τ** : Constante de temps du four (C’est le temps que met la température pour atteindre 63% de la température d’équilibre pour une puissance absorbée constante en partant d’une température de repos).

K : Gain du four ; K = Tmax/Pmax

## Question 1 - Modélisation

On admettra les résultats suivants (D’après les lois de la calorimétrie et du transfert de chaleur) :

Energie stockée dans le four: ; avec T =Ti-Text ;

Les pertes de puissance Pp(t) peuvent être approchée par la relation :

**Rechercher l’équation différentielle de T(t) en écrivant un bilan de puissance et en remarquant que la puissance dérive de l’énergie**

*Puissance utile pour le stockage de l’énergie = puissance absorbée – puissance perdue*

Ps(t) = P(t) - Pp(t) d’où **P(t) = Ps(t) + Pp(t)**

Réponse

Pour faire apparaître la puissance instantanée absorbée par le four dérivons la relation par rapport au temps qui devient:

Le bilan de puissance permet d’écrire :

D’où l’équation différentielle du système**:** **τ.T’(t) + T(t) = K. P (t)**

C’est une équation différentielle du **1er ordre** à coefficient constant.

## Question 2 – Chauffe en régime forcé

Le cas qui nous intéresse ici est la montée en température en partant de la température de repos (T=0 à t=0) lorsqu’on applique une puissance maxi constante

**Déterminer la solution de l’équation différentielle T(t) dans ce cas !**

Réponse

La solution particulière qui nous intéresse s’obtient lorsque P(t) = Pmax et T(0) = 0

T(t) est la solution de l’équation τ.T(t)’ + T(t) = K.Pmaxou **(E) τ.T’(t) + T(t) = Tmax**

On définit l’équation sans second membre **(E0) : τ.T’(t) + T(t) = 0**

Le cours donne : la solution générale de (E) est la solution générale de (E0) plus une solution particulière de (E)

La solution générale de (E0) est : T(t) = C ; C constante qui dépend des conditions initiales

Une solution particulière de (E) est : T(t) = K.Pmax

La solution générale de (E) est donc : **T(t) = C + Tmax (1)**

La condition initiale T(0) = 0 donne la solution particulière de (E) à t=0 :

à t=0 (1) donne : 0 = C + Tmax d’où C= - Tmax

et en remplaçant C dans (1) on obtient :

T(t) = - Tmax + Tmax d’où **T(t) = Tmax (1-)**

## Question 3 – Refroidissement en régime libre

On s’intéresse à présent au comportement de la température lorsqu’on coupe la puissance du four à partir d’un temps suffisamment long pour considérer la température stabilisée

**Déterminer la solution de l’équation différentielle T(t) dans ce cas !**

Réponse

La solution particulière qui nous intéresse s’obtient lorsque P(t) = 0 et T(0) = Tmax

**T(t) est la solution de l’équation :** τ**.T(t)’ + T(t) = 0**

La solution générale est : T(t) = C (2) ; C constante qui dépend des conditions initiales

à t=0 (2) donne T(0) = Tmax = C

d’où C= Tmax et en remplaçant C dans (2) on obtient  **T(t) = Tmax**

## Question 4 – Tracé des courbes

**On considère que 98% de Tmax est atteint au bout du temps donné dans la documentation qui correspond à 10 τ . Calculer τ et tracer les courbes sur Excel en enchaînant les deux cas**

Réponse : Dans la doc on relève un temps de 105 mn alors 10.τ = 105.60 **d’où τ = 630 s**

**Voir le fichier Excel : *Workshop-Tracé-T(t) four.xlsx***