ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧ/ΚΩΝ & ΜΗΧ/ΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ, ΕΛΕΓΧΟΥ ΚΑΙ ΡΟΜΠΟΤΙΚΗΣ

Μάθημα: "Ρομποτική Ι: Ανάλυση, Έλεγχος, Εργαστήριο"

(Ακαδημαϊκό Έτος 2023-24)

2η ΣΕΙΡΑ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Course Assignment #2)

Άσκηση 2.1 (*Διαφορική κινηματική ανάλυση, Υπολογισμός Ιακωβιανής μήτρας, Ιδιόμορφες διατάξεις*)

Για ένα ρομποτικό βραχίονα τριών βαθμών ελευθερίας δίνονται οι ακόλουθοι πίνακες ομογενούς μετασχηματισμού συντεταγμένων που περιγράφουν την κινηματική δομή του μηχανισμού:

$$A_1^0(q_1)=\begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & l_1 s_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s_1 & 0 & c_1 & l_1 c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2^1(q_2)=\begin{bmatrix} c_2 & 0 & s_2 & l_2 s_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -s_2 & 0 & c_2 & l_2 c_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_3^2(q_3)=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(όπου: l_1, l_2 γνωστά σταθερά μήκη συνδέσμων, $s_i=\sin(q_i)$ και $c_i=\cos(q_i)$, i=1,2).

- Να προσδιοριστεί (εφαρμόζοντας τη *γεωμετρική μέθοδο*) η ***Ιακωβιανή μήτρα*** $\mathbf{J}(q_1,q_2,q_3)$ του *διαφορικού κινηματικού μοντέλου* της ρομποτικής αλυσίδας.
- Να προσδιορισθούν αλγεβρικά και να ερμηνευθούν γεωμετρικά οι ***ιδιόμορφες διατάξεις*** του ρομποτικού αυτού βραχίονα, ως προς τη *γραμμική ταχύτητα* του τελικού εργαλείου δράσης.

Άσκηση 2.2 (*Μήτρα D-H, Υπολογισμός Ιακωβιανής μήτρας, Ιδιόμορφες διατάξεις*)

Έστω ρομποτική κινηματική αλυσίδα 4 βαθμών ελευθερίας (q_1, q_2, q_3, q_4) της οποίας η κινηματική δομή περιγράφεται από τον ακόλουθο πίνακα παραμέτρων D-H (όπου l_1, l_2: σταθερά μήκη συνδέσμων):

i	d_i	θ_i	a_i	α_i
1	l_1+q_1	0	0	0
2	0	q_2	0	$\pi/2$
3	0	q_3	0	$-\pi/2$
4≡E	l_2	q_4	0	0

- Να προσδιοριστεί η ***Ιακωβιανή μήτρα*** $\mathbf{J}(q_1,q_2,q_3,q_4)$ του *διαφορικού κινηματικού μοντέλου* του ρομποτικού βραχίονα (όπου l_1, l_2 σταθερά μήκη συνδέσμων).
- Να εξετασθεί πότε ο μηχανισμός εμφανίζει ***ιδιόμορφες διατάξεις*** ως προς τη *γωνιακή ταχύτητα* ($\boldsymbol{\omega}_E$) του τελικού στοιχείου δράσης και να δοθεί *γεωμετρική ερμηνεία* των διατάξεων αυτών.

Άσκηση 2.3 (Ρομποτικό *δυναμικό μοντέλο*)

$$\mathbf{D}=\begin{bmatrix} m & -ml\sin(q_2) \\ -ml\sin(q_2) & ml^2 \end{bmatrix} \qquad P=mgq_1$$

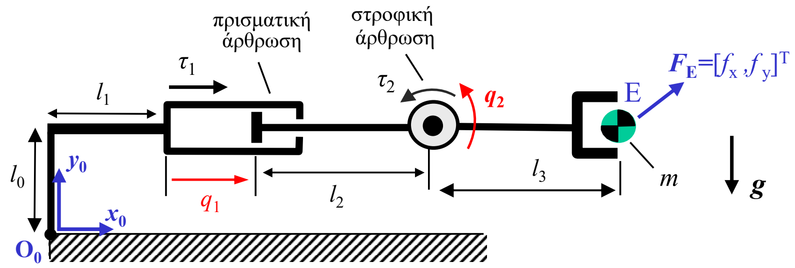
Δίνονται στις ανωτέρω σχέσεις το μητρώο αδρανείας και η συνολική δυναμική ενέργεια P ενός ρομποτικού συστήματος δύο ενεργών βαθμών ελευθερίας (q_1, q_2), όπου m μάζα και l σταθερό μήκος συνδέσμου.

Να προσδιορισθούν οι ***δυναμικές εξισώσεις κίνησης*** του μηχανισμού.

<u>**Άσκηση 2.4**</u> (Ρομποτικό *δυναμικό μοντέλο*)

Έστω ρομποτικός βραχίονας δύο βαθμών ελευθερίας (1P-1R), που εικονίζεται στο ακόλουθο Σχήμα 1, με $l_0,\ldots,l_3$ σταθερά μήκη συνδέσμων και (q_1, q_2) γενικευμένες μεταβλητές μετατοπίσεως (q_1 γραμμική μετατόπιση και q_2 γωνιακή μετατόπιση στη στροφική άρθρωση). Υποθέτουμε την ύπαρξη σημειακής μάζας m στο ρομποτικό εργαλείο E (όπως εικονίζεται στο Σχήμα 2-1), ενώ θεωρούμε τους ρομποτικούς συνδέσμους κατά τα λοιπά αβαρείς. Υποθέτουμε επίσης ότι ασκείται στο τελικό εργαλείο δράσης σταθερή εξωτερική δύναμη $\underline{F_E}=[f_x,f_y]^T$, καθώς και ότι η διεύθυνση επίδρασης της βαρύτητας $\boldsymbol{g}$ είναι αυτή που σημειώνεται στο σχήμα.

Να γραφούν οι ***δυναμικές εξισώσεις κίνησης*** του ρομποτικού μηχανισμού, χρησιμοποιώντας μεθοδολογία ***Lagrange***.



<u>Σχήμα 2-1:</u> Ρομποτικό σύστημα με 2 β.ε. (κινούμενου ρομποτικού βραχίονα)