



## Μάθημα: "Ρομποτική II: Ευφυή Ρομποτικά Συστήματα" (8<sup>ο</sup> εξάμηνο, Ακαδ. Έτος: 2023-24)

Διδάσκων: Κων/νος Τζαφέστας

### 2<sup>η</sup> Σειρά Αναλυτικών Ασκήσεων

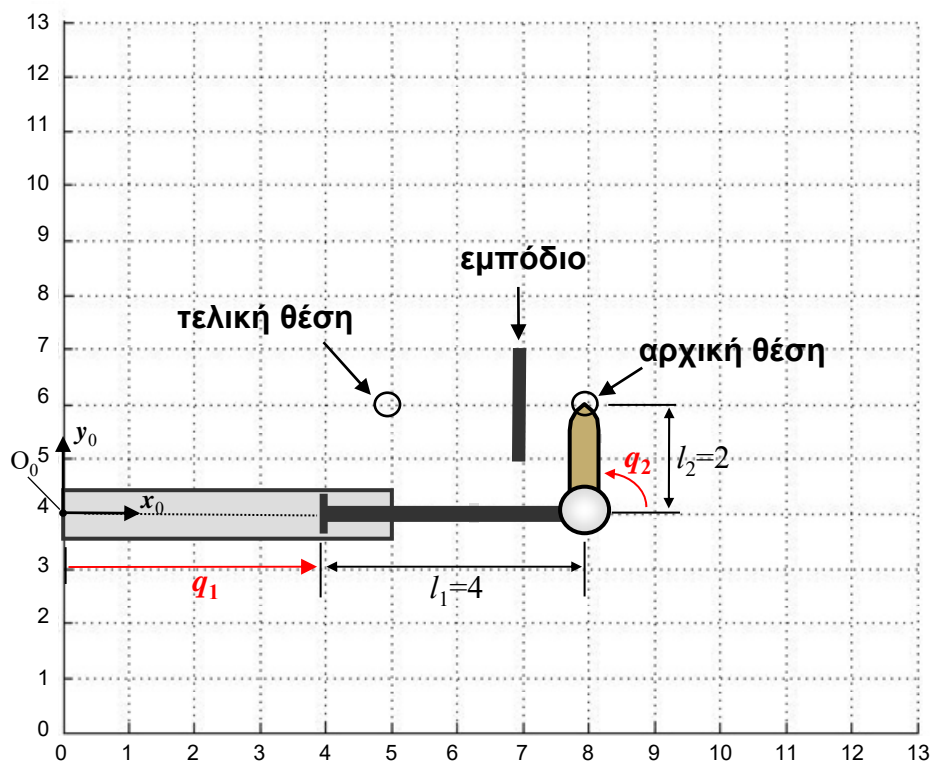
#### Άσκηση 2.1

Αλγόριθμος καθολικού σχεδιασμού δρόμου στον χώρο των διατάξεων  
(Global path planning in C-space)

Έστω ρομποτικός βραχίονας 2 βαθμών ελευθερίας (1 πρισματική και 1 στροφική) ( $q_1, q_2$ ), όπως εικονίζεται στο παρακάτω Σχήμα, με μήκη συνδέσμων  $l_1=4$  και  $l_2=2$ . Θεωρούμε Καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων με το σταθερό σύστημα αναφοράς  $O_0-x_0y_0$  της ρομποτικής βάσης τοποθετημένο όπως στο Σχήμα. Ως προς το σύστημα αναφοράς της βάσης, η **αρχική θέση**  $p_{start}$  του άκρου του μηχανισμού είναι:  $p_{start}=(8,2)$ , που αντιστοιχεί στη διάταξη του μηχανισμού:

$$q_{start} = (q_1, q_2) = (4, \pi/2).$$

Θεωρούμε την ύπαρξη **σταθερού εμποδίου**, όπως εικονίζεται στο Σχήμα, σε γνωστές θέσεις (εκφρασμένες ως προς το σύστημα αναφοράς της βάσης):  $\{p_{obst}=(p_x, p_y): p_x=7 \text{ και } p_y \in [1, 3]\}$ .



Ζητείται να περιγραφεί η εφαρμογή ενός **αλγορίθμου  $A^*$**  για τον καθολικό **σχεδιασμό δρόμου** (global path planning) στον χώρο των διατάξεων (*C-space*), ο οποίος θα εξασφαλίζει την εύρεση **διαδρομής μετάβασης** του άκρου του μηχανισμού από την αρχική θέση  $p_{start}$  σε **τελική θέση**  $p_{final}=(5,2)$ . Να επεξηγηθούν αναλυτικά τα **τρία (3) πρώτα βήματα υλοποίησης** του αλγορίθμου, επισημαίνοντας σε κάθε βήμα τις τιμές που παίρνουν οι ενδιαμέσες μεταβλητές και δομές δεδομένων που απαιτούνται κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου. Να σχολιασθεί κατά πόσο ο αλγόριθμος είναι α) πλήρης και β) βέλτιστος.

Υποθέσεις: Υποθέτουμε εύρος τιμών για τις μεταβλητές γενικευμένης μετατόπισης στους βαθμούς ελευθερίας  $q_1 \in [0, 5]$ ,  $q_2 \in (-\pi, \pi]$ , με βήματα διακριτοποίησης  $(\delta q_1, \delta q_2) = (1, \pi/4)$  και συνεκτικότητα 4 (4-connectivity) για τον γράφο υλοποίησης του αλγορίθμου. Επιπλέον παράμετροι και συναρτήσεις που απαιτούνται για την υλοποίηση του αλγορίθμου μπορεί να είναι της επιλογής σας.

## Άσκηση 2.2

*Διακριτό φίλτρο Kalman για σύμμιξη αισθητηριακών δεδομένων και εκτίμηση θέσης κινητού ρομπότ (Discrete Kalman filter for sensor fusion and mobile robot localisation)*

Έστω ολόνομο (holonomic) ρομποτικό όχημα (βλ. Σχήμα). Η θέση του κέντρου του οχήματος σε κάθε χρονική στιγμή  $t$  περιγράφεται από το διάνυσμα:

$$\underline{x}(t) = [x(t) \ y(t)]^T$$

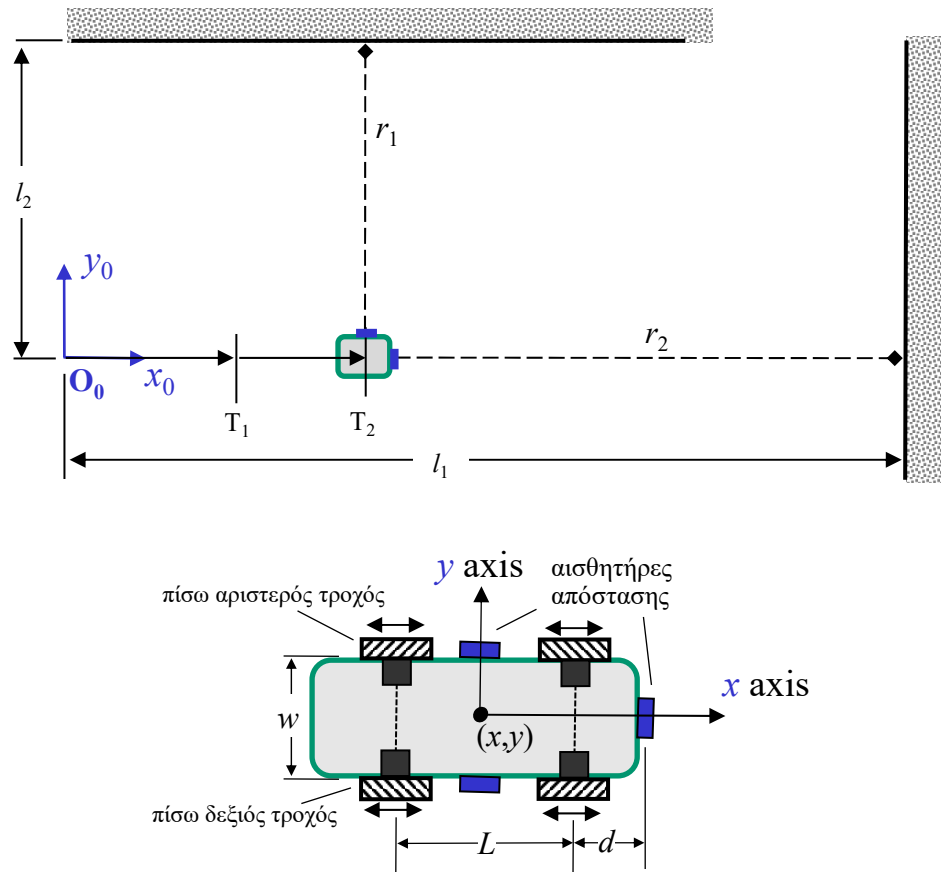
Έστω  $\underline{v} = [v_x \ v_y]^T$  η ταχύτητα του οχήματος. Υποθέτουμε ότι μια ένδειξη για την ταχύτητα του οχήματος παρέχεται από ένα σύστημα οδομετρίας, με σφάλματα μετρήσεων τα οποία ακολουθούν (ασυσχέτιστα) κανονική κατανομή μηδενικής μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης  $\sigma_v = 2$  cm/sec.

Θεωρούμε ότι το όχημα βρίσκεται (με απόλυτη βεβαιότητα) στη θέση  $[20, 0]^T$  (cm) τη χρονική στιγμή  $T_1 = 1$  sec και εκτελεί μια κίνηση κατά το χρονικό διάστημα  $[T_1, T_2]$  (όπου  $\Delta T = T_2 - T_1 = 1.0$  sec), με ενδείξεις οδομετρίας

$$v_x(T_1) = 20 \text{ cm/sec}$$

και

$$v_y(T_1) = 10 \text{ cm/sec}.$$



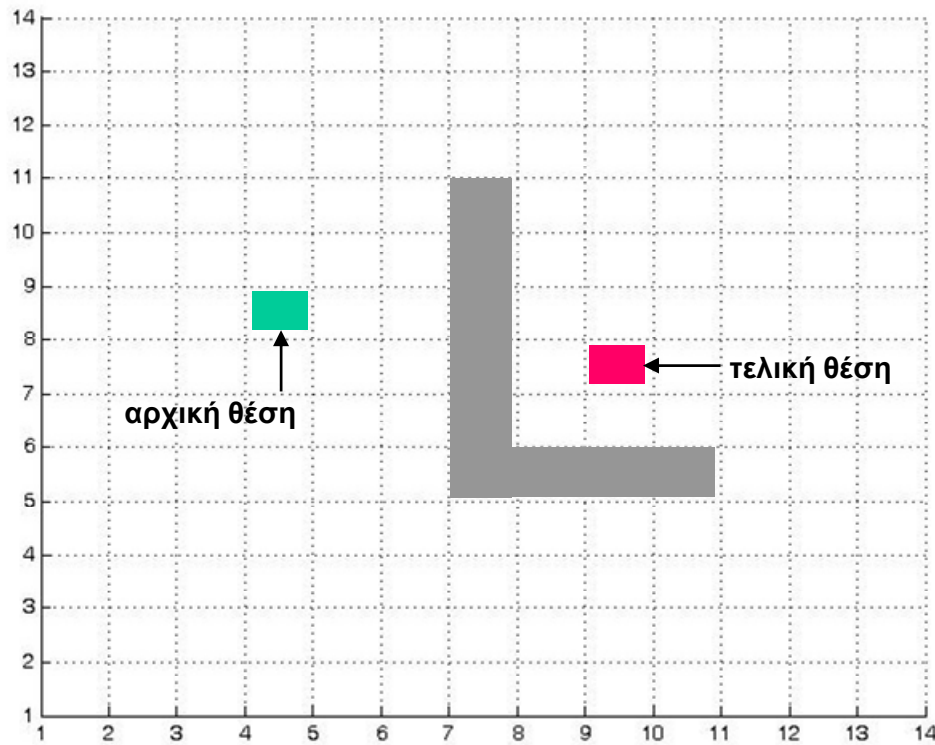
Έστω ότι το όχημα είναι εφοδιασμένο με αισθητήρες απόστασης (range sensors), τοποθετημένους επί του ρομποτικού οχήματος όπως στο Σχήμα (μετατρόχιο  $w = 20$  cm, μεταξόνιο  $L = 30$  cm και  $d = 5$  cm). Οι αισθητήρες αυτοί παρέχουν ενδείξεις απόστασης από γνωστούς τοίχους, όπως εικονίζεται στο Σχήμα ( $l_1$  και  $l_2$  γνωστές αποστάσεις, με  $l_1 = 5$  m και  $l_2 = 2$  m). Υποθέτουμε ότι τα σφάλματα μετρήσεων απόστασης ακολουθούν κανονική κατανομή μηδενικής μέσης τιμής και τυπικής απόκλισης  $\sigma_r = 10$  mm. Υποθέτουμε ότι τη χρονική στιγμή  $T_2$  λαμβάνεται μια μέτρηση:  $r_1(T_2) = 185$  cm και  $r_2(T_2) = 450$  cm.

Να περιγραφεί αναλυτικά η εφαρμογή ενός διακριτού φίλτρου Kalman εκτίμησης θέσης του ρομποτικού οχήματος (localisation) και να προσδιορισθεί η βέλτιστη εκτίμηση θέσης που επιστρέφει τη χρονική στιγμή  $T_2$ .

*Παρατήρηση:* Όπου χρειάζεται, μπορούν να γίνουν υποθέσεις γραμμικοποίησης για να εφαρμοσθεί ένα γραμμικό Γκαουσιανό φίλτρο.

### Άσκηση 2.3

Αλγόριθμος σχεδιασμού δρόμου κινητού ρομπότ (με χρήση τεχνητών δυναμικών πεδίων και επανιχνηλάτηση)  
Mobile robot path planning (using artificial potential fields and backtracking)



Στο παραπάνω Σχήμα εικονίζεται το διακριτοποιημένο πλέγμα κάλυψης (occupancy grid) ενός κινητού ρομπότ στο επίπεδο. Σημειώνονται τα κελιά (cells) του χώρου κίνησης που αντιστοιχούν σε μη επιτρεπές θέσεις (εμπόδια), καθώς και αυτά που αντιστοιχούν στην αρχική και τελική θέση μεταξύ των οποίων καλείται να μεταβεί το ρομποτικό όχημα. Συγκεκριμένα, θεωρούμε:

⇒ αρχική θέση  $p_{start} = (4,8)$  και τελική θέση  $p_{goal} = (9,7)$

Να επεξηγηθούν αναλυτικά τα **τρία (3) πρώτα βήματα εκτέλεσης** ενός αλγορίθμου σχεδιασμού δρόμου (path planning) του τύπου τάχιστης κατάβασης (steepest descent, best-first) βάσει **τεχνητών δυναμικών πεδίων** (artificial potential fields) με **επανιχνηλάτηση** (backtracking), επισημαίνοντας σε κάθε βήμα τις τιμές που παίρνουν οι ενδιαμέσες μεταβλητές και δομές δεδομένων που απαιτούνται κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου.

Υποθέσεις: Θεωρούμε συνεκτικότητα 4 (4-connectivity για την κατασκευή του γράφου γειτνίασης μεταξύ των κελιών), Ευκλίδεια απόσταση και πλήρως κατειλημμένα κελιά για τον υπολογισμό ελάχιστης απόστασης από εμπόδια, καθώς και τις ακόλουθες παραμέτρους εκτέλεσης του αλγορίθμου: κατώφλι απόστασης από εμπόδια  $\rho_0=2$ , και σταθερές δυναμικών πεδίων  $K_{att}=10$  και  $K_{rep}=20$ .

Να προσδιορισθεί το σύνολο των θέσεων τις οποίες θα έχει «επιλέξει» ο αλγόριθμος κατά τη διαδικασία αναζήτησης μέχρι την ολοκλήρωσή του, καθώς και η «βέλτιστη διαδρομή» την οποία θα επιστρέψει.