Ρομποτική II

Έτος 2023-2024

2η Σειρά Ασκήσεων

Χαρίλαος Κουκουλάρης
03118137

2023-2024

Άσκηση 2.1

Αλγόριθμος καθολικού σχεδιασμού δρόμου στον χώρο των διατάξεων

(Global path planning in C-space)

Κινηματικό Μοντέλο Βραχίονα

$$\boldsymbol{p}_E(t) = \begin{bmatrix} p_x(t) \\ p_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 + l_1 + l_2 cos(q_2) \\ l_2 sin(q_2) \end{bmatrix}$$

με

$$l_1 = 4 \text{ και } l_2 = 2$$

με εύρη τιμών των μεταβλητών των αρθρώσεων

$$q_1 \in [0, 5] \text{ και } q_2 \in (-\pi, \pi]$$

Επιπλέον, το βήμα διακριτοποίησης είναι

$$(\delta q_1, \delta q_2) = (1, \frac{\pi}{4})$$

Επομένως, υπάρχουν $6 \times 8 = 48$ εφικτές διαμορφώσεις για το μηχανισμό.

Αλγόριθμος A*

Χρησιμοποιείται συνεκτικότητα 4 που σημαίνει πως από τη μία θέση στην επόμενη μπορεί να μεταβληθεί μόνο μία από τις δύο αρθρώσεις. Δεδομένου αυτού του περιορισμού στην κίνηση επιλέγεται ως ευριστική συνάρτηση η απόσταση Μανχάταν από το στόχο.

$$h(x, y) = ||p_E - p_{final}|| = |p_x - 5| + |p_y - 2|$$

Η ευριστική αυτή είναι αποδεκτή καθώς δεν υπερεκτιμά την απόσταση, οπότε εξασφαλίζει τη βελτιστότητα του αποτελέσματος του αλγορίθμου A*.

Εκτέλεση Αλγορίθμου

Αρχικοποίηση

Ο βραχίονας ξεκινά από τη θέση (8,2), η οποία προκύπτει από τη διαμόρφωση $(4, \frac{\pi}{2})$ στο χώρο των αρθρώσεων. Αυτή γειτνιάζει με τις

$$\left(3, \frac{\pi}{2}\right), \left(4, \frac{\pi}{4}\right), \left(5, \frac{\pi}{2}\right) \text{ και } \left(4, \frac{3\pi}{4}\right)$$

Δεν πρόλαβα να ολοκληρώσω την άσκηση

Άσκηση 2.2

Διακριτό φίλτρο Kalman για σύμμιξη αισθητηριακών δεδομένων και εκτίμηση θέσης κινητού ρομπότ

(Discrete Kalman filter for sensor fusion and mobile robot localisation)

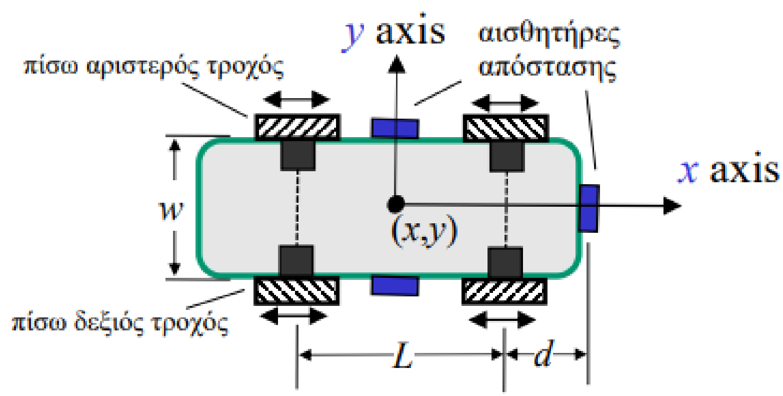


Figure 1: Enter Caption

- w = 20 cm = 0.2 m
- L = 30 cm = 0.3 m
- d = 5 cm = 0.05 m

Αρχική Θέση τη χρονική στιγμή $T_1 = 1s$

$$x(T_1) = 20cm = 0.2m$$

$$y(T_1) = 0$$

Χρόνος Βήματος $\Delta T = 1s$ και Τελικός Χρόνος $T_2 = T_1 + \Delta T = 2s$
Ενδείξεις Οδομετρίας τη χρονική στιγμή $T_2 = 2s$

$$v_x(T_2) = 20cm = 0.2m/s$$

$$v_y(T_2) = 10cm/s = 0.1m/s$$

Τυπική Απόκλιση Οδομετρίας

$$\sigma_v = 2cm/s = 0.02m/s$$

Μετρήσεις Απόστασης τη χρονική στιγμή $T_2 = 2s$

$$r_2(T_2) = 450cm = 4.5m$$

$$r_1(T_2) = 185cm = 1.85m$$

Τυπική Απόκλιση Αισθητήρων Απόστασης

$$\sigma_v = 10mm = 0.01m$$

Μετατροπή Μετρήσεων Απόστασης σε Μετρήσεις Θέσης ως προς το Γενικό Πλαίσιο Αναφοράς $O - x_0y_0$

$$z_x(T_2) = l_1 - (r_2(T_2) - (L/2 + d)) = 5 - (4.5 - (0.3/2 + 0.05)) = 0.375m$$

$$z_y(T_2) = l_2 - (r_1(T_2) - w/2) = 2 - (1.85 - 0.2/2) = 0.25m$$

Διάνυσμα Κατάστασης $\begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}$

Διάνυσμα Σημάτων Ελέγχου $\begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ \Delta y(k) \end{bmatrix}$

Εξίσωση Κατάστασης

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{x}(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{x}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ \Delta y(k) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{u}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} v[k] \\ v[k] \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{v}(k)}$$

Οι αισθητήρες δίνουν μετρήσεις της απόστασής τους από τα εμπόδια. Ο αισθητήρας 1 δίνει την απόστασή του, κατά τον άξονα y, από το οριζόντιο εμπόδιο, ενώ ο αισθητήρας 2 μετρά τη θέση του, κατά μήκος του x, ως προς το κατακόρυφο εμπόδιο.

Οι αποστάσεις αυτές πρέπει πρώτα να μετατραπούν σε απόσταση του κέντρου μάζας του οχήματος από τα εμπόδια. Στη συνέχεια, η θέση του κέντρου μάζα πρέπει να εκφραστεί ως προς το γενικό πλαίσιο αναφοράς.

Εξίσωση Κατάστασης

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{x}(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{x}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ \Delta y(k) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{u}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} v[k] \\ v[k] \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{v}(k)}$$

Πρόβλεψη/Εκτίμηση Κατάστασης

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{x}(k+1|k) \\ \hat{y}(k+1|k) \end{bmatrix}}_{\hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{x}(k) \\ \hat{y}(k) \end{bmatrix}}_{\hat{\boldsymbol{x}}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ \Delta y(k) \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{u}(k)}$$

Αβεβαιότητα Πρόβλεψης

$$\boldsymbol{P}(k+1|k) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{P}(k)\boldsymbol{A}^T + \boldsymbol{C}_v(k) \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{P}(k+1|k) = \boldsymbol{P}(k) + \boldsymbol{C}_v$$

Βέλτιστο Κέρδος Φίλτρου Kalman

$$\boldsymbol{K}_{k+1} = \boldsymbol{P}(k+1|k)\boldsymbol{H}_{k+1}^T[\boldsymbol{P}(k+1|k)\boldsymbol{H}_{k+1}^T + \boldsymbol{C}_r(k+1)]^{-1} \Rightarrow$$

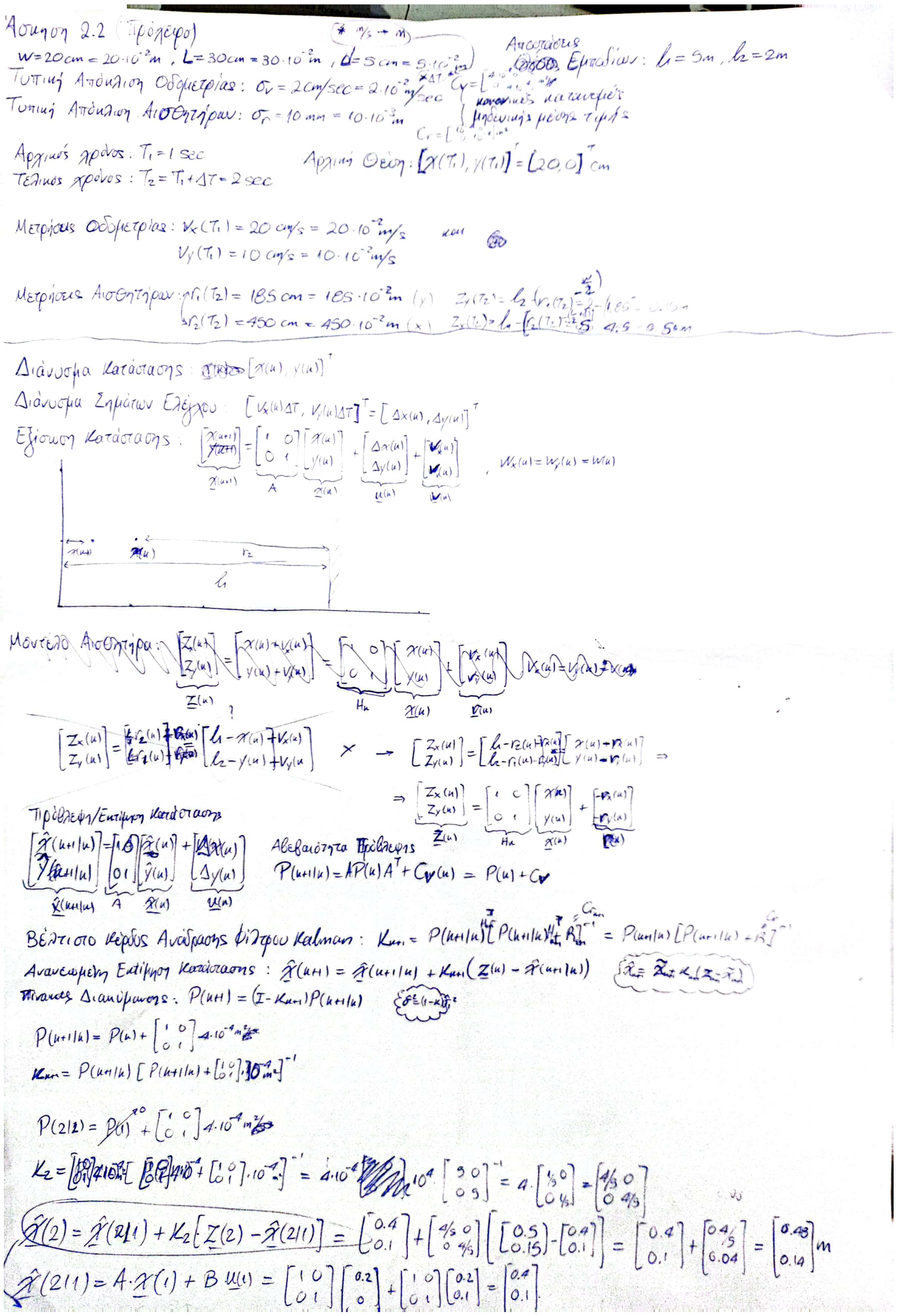
$$\boldsymbol{K}_{k+1} = \boldsymbol{P}(k+1|k)[\boldsymbol{P}(k+1|k) + \boldsymbol{C}_r]^{-1}$$

Ανανεωμένη Εκτίμηση Κατάστασης

$$\hat{\boldsymbol{x}}(k+1) = \hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k) + \boldsymbol{K}_{k+1}[\boldsymbol{z}(k+1) - \hat{\boldsymbol{x}}(k+1|k)]$$

Πίνακας Συνδιακύμανσης

$$\boldsymbol{P}(k+1) = (I - \boldsymbol{K}_{k+1})\boldsymbol{P}(k+1|k)$$



Άσκηση 2.2 (Πρόχειρο)

$w = 20cm = 20 \cdot 10^{-2} m$, $L = 30cm = 30 \cdot 10^{-2} m$, $d = 5 cm = 5 \cdot 10^{-2} m$ (* m/s → m)

Αποστάσεις Εμποδίων: $l_1 = 5m$, $l_2 = 2m$

Τυπική Απόκλιση Οδομετρίας: $\sigma_v = 2cm/sec = 2 \cdot 10^{-2} m/sec$ $\times \Delta T$ $C_v = \begin{bmatrix} 4 \cdot 10^{-4} & 0 \\ 0 & 4 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix} m^2$

Τυπική Απόκλιση Αισθητήρων: $\sigma_r = 10 mm = 10 \cdot 10^{-3} m$ $C_r = \begin{bmatrix} 10^{-4} & 0 \\ 0 & 10^{-4} \end{bmatrix} m^2$

κανονικές κατανομές μηδενικής μέσης τιμής

Αρχικός χρόνος: $T_1 = 1 sec$

Τελικός χρόνος: $T_2 = T_1 + \Delta T = 2 sec$

Αρχική Θέση: $[x(T_1), y(T_1)]^T = [20, 0]^T cm$

Μετρήσεις Οδομετρίας: $V_x(T_1) = 20 cm/s = 20 \cdot 10^{-2} m/s$ και $V_y(T_1) = 10 cm/s = 10 \cdot 10^{-2} m/s$

Μετρήσεις Αισθητήρων: $r_1(T_2) = 185 cm = 185 \cdot 10^{-2} m$ (y) $Z_y(T_2) = l_2 - r_1(T_2) = 2 - 1.85 = 0.15 m$

$r_2(T_2) = 450 cm = 450 \cdot 10^{-2} m$ (x) $Z_x(T_2) = l_1 - r_2(T_2) = 5 - 4.5 = 0.5 m$

Διάνυσμα Κατάστασης: $[x(k), y(k)]^T$

Διάνυσμα Σημάτων Ελέγχου: $[V_x(k)\Delta T, V_y(k)\Delta T]^T = [\Delta x(k), \Delta y(k)]^T$

Εξίσωση Κατάστασης: $\underbrace{\begin{bmatrix} x(k+1) \\ y(k+1) \end{bmatrix}}_{\underline{x}(k+1)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}_{\underline{x}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ \Delta y(k) \end{bmatrix}}_{\underline{u}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} w_x(k) \\ w_y(k) \end{bmatrix}}_{\underline{w}(k)}$, $w_x(k) = w_y(k) = w(k)$

$x(k+1)$ $x(k)$ r_2 l_1

Μοντέλο Αισθητήρα: $\underbrace{\begin{bmatrix} Z_x(k) \\ Z_y(k) \end{bmatrix}}_{\underline{Z}(k)} = \begin{bmatrix} x(k) + V_x(k) \\ y(k) + V_y(k) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{H_k} \underbrace{\begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}_{\underline{x}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} V_x(k) \\ V_y(k) \end{bmatrix}}_{\underline{V}(k)}$

$\begin{bmatrix} Z_x(k) \\ Z_y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 - x(k) + V_x(k) \\ l_2 - y(k) + V_y(k) \end{bmatrix}$ ✗ → $\begin{bmatrix} Z_x(k) \\ Z_y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 - r_2(k) \\ l_2 - r_1(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) + r_x(k) \\ y(k) + r_y(k) \end{bmatrix} \Rightarrow$

$\Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} Z_x(k) \\ Z_y(k) \end{bmatrix}}_{\underline{Z}(k)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{H_k} \underbrace{\begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \end{bmatrix}}_{\underline{x}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} -r_x(k) \\ -r_y(k) \end{bmatrix}}_{\underline{r}(k)}$

Πρόβλεψη/Εκτίμηση Κατάστασης

$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{x}(k+1|k) \\ \hat{y}(k+1|k) \end{bmatrix}}_{\hat{\underline{x}}(k+1|k)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A} \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{x}(k) \\ \hat{y}(k) \end{bmatrix}}_{\hat{\underline{x}}(k)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ \Delta y(k) \end{bmatrix}}_{\underline{u}(k)}$

Αβεβαιότητα Πρόβλεψης

$P(k+1|k) = AP(k)A^T + C_v(k) = P(k) + C_v$

Βέλτιστο Κέρδος Ανάδρασης Φίλτρου Kalman: $K_{k+1} = P(k+1|k) H_{k+1}^T [P(k+1|k) H_{k+1}^T + R_{k+1}]^{-1} = P(k+1|k) [P(k+1|k) + R]^{-1}$

Ανανεωμένη Εκτίμηση Κατάστασης: $\hat{\underline{x}}(k+1) = \hat{\underline{x}}(k+1|k) + K_{k+1}(\underline{Z}(k) - \hat{\underline{x}}(k+1|k))$ $\{\hat{x}_{k+1} = \tilde{x}_{k+1} + K_{k+1}(z_{k+1} - \tilde{x}_{k+1})\}$

Πίνακας Διασποράς: $P(k+1) = (I - K_{k+1}) P(k+1|k)$ $\{\sigma^2 = (1-K)\tilde{\sigma}^2\}$

$P(k+1|k) = P(k) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} 4 \cdot 10^{-4} m^2$

$K_{k+1} = P(k+1|k) [P(k+1|k) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} 10^{-4} m^2]^{-1}$

$P(2|1) = \cancel{P(1)}^{0} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} 4 \cdot 10^{-4} m^2$

$K_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} 4 \cdot 10^{-4} [\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} 4 \cdot 10^{-4} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4}]^{-1} = 4 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{4} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}^{-1} = 4 \cdot \begin{bmatrix} 1/5 & 0 \\ 0 & 1/5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4/5 & 0 \\ 0 & 4/5 \end{bmatrix}$

$\hat{\underline{x}}(2) = \hat{\underline{x}}(2|1) + K_2[\underline{Z}(2) - \hat{\underline{x}}(2|1)] = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4/5 & 0 \\ 0 & 4/5 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.15 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.1 \end{bmatrix} \right] = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.4/5 \\ 0.04 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.48 \\ 0.14 \end{bmatrix} m$

$\hat{\underline{x}}(2|1) = A \cdot \underline{x}(1) + B \underline{u}(1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.1 \end{bmatrix}$

Figure 2: Enter Caption

Άσκηση 2.3

Αλγόριθμος σχεδιασμού δρόμου κινητού ρομπότ
(με χρήση τεχνητών δυναμικών πεδίων και επανιχνηλάτηση)

Mobile robot path planning (using artificial potential fields and backtracking)

Σύμφωνα με τη μέθοδο των τεχνητών δυναμικών πεδίων, σε κάθε σημείο του χώρου υπάρχει δυναμικό που οφείλεται στην έλξη από το στόχο και την απώθηση από τα τοπικά εμπόδια. Δηλαδή $U(q) = U_{att}(q) + U_{rep}(q)$

$U_{att}(q) = \frac{1}{2}K_{att}\rho_{goal}^2$

$U_{rep}(q) = \sum_k U_{obst_k}(q)$

$$U_{obst_k}(q) = \begin{cases} \frac{1}{2}K_{rep}\left(\frac{1}{\rho_k} - \frac{1}{\rho_0}\right)^2, & \rho_k \leq \rho_0 \\ 0 & , \rho_k > \rho_0 \end{cases}$$

Για τις παραπάνω σταθερές χρησιμοποιούνται οι εξής τιμές

- $K_{att} = 10$
- $K_{rep} = 20$
- $\rho_0 = 2$

Επιπλέον, χρησιμοποιείται η Ευκλείδεια απόσταση για τον υπολογισμό των αποστάσεων και τα κελιά θεωρούνται πλήρως κατηλειμμένα από τα εμπόδια. . Έτσι, το αποτέλεσμα είναι η απόσταση της κοντινότερης γωνίας του κελιού του ρομπότ από τη πλησιέστερη γωνία του κοντινότερου κελιού του εμποδίου. Ακόμη, θεωρείται ότι είναι ένα ενιαίο εμπόδιο το οποίο καλύπτει πολλαπλά κελιά, χωρίς αυτή η υπόθεση να επηρεάζει σημαντικά τηνη εκτέλεση του αλγορίθμου.

$$\rho_k = \min_{\substack{q_k \in obst_k \\ q \in robot}} ||q - q_k|| = \min_{\substack{(x_k, y_k) \in obst_k \\ (x,y) \in robot}} \sqrt{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2}$$

$$\rho_{goal} = ||q - q_{goal}|| = \sqrt{(x - x_{goal})^2 + (y - y_{goal})^2}$$

Για να επιτευχθεί ο στόχος θα πρέπει το ρομπότ να βρεθεί στην επιθυμητή θέση. Η απαίτηση αυτή μπορεί να αναχθεί στο να ταυτίζεται η συντεταγμένη της κάτω αριστερής γωνίας του κελιού του ρομπότ με την αντίστοιχη της τελικής θέσης.

$$(x_{goal}, y_{goal}) = (9,7) \Rightarrow \rho_{goal} = \sqrt{(x-9)^2 + (y-7)^2}$$

Τελικά,

$U_{att}(q) = 5[(x-9)^2 + (y-7)^2]$

$$U_{rep}(q) = \begin{cases} 10\left(\frac{1}{\rho_k} - \frac{1}{2}\right)^2, & \rho_k \leq 2 \\ 0 & , \rho_k > 2 \end{cases}$$

Ακολουθεί αναλυτικά η εκτέλεση των τριών πρώτων βημάτων του αλγορίθμου

Αρχικοποίηση

Η αφετηρία του ρομπότ είναι στη θέση $(x_{start}, y_{start}) = (4, 8)$, οπότε τοποθετείται στο δέντρο ως ρίζα και επισημαίνεται οτι έχει συναντηθεί. Οι γειτονικοί της κόμβοι, σύμφωνα με την συνεκτικότητα 4, τοποθετούνται στο σύνολο των ανοιχτών κόμβων και στο δέντρο ως φύλλα της ρίζας.

$$OPEN = \{(4, 7), (5, 8), (4, 9), (3, 8)\}$$

1ο Βήμα

Στο πρώτο βήμα υπολογίζονται τα δυναμικά των κόμβων ώστε να επιλεγεί, ως επόμενος, εκείνος στον οποίο είναι χαμηλότερο. Το αποτέλεσμα είναι ο $(x_1, y_1) = (5, 8)$ ο οποίος αφαιρείται από το σύνολο των ανοιχτών κόμβων και σημειώνεται κατάλληλα για να μην τοποθετηθεί ξανά εκεί.

$$(5, 8) \rightarrow visited$$

Όπως προηγουμένως προστίθενται στο σύνολο των ανοιχτών κόμβων όλοι οι γείτονές του στους οποίους δεν έχει γίνει επίσκεψη και δεν αποτελούν τμήματα εμποδίων. Άρα, ο μόνος που εξαιρείται είναι ο κόμβος (4,8) της αφετηρίας.

$$OPEN = \{(4, 7), (4, 9), (3, 8), (5, 7), (6, 8), (5, 9)\}$$

2ο Βήμα

Η διαδικασία του 1ου βήματος επαναλαμβάνεται για το κελί $(x_2, y_2) = (5, 7)$ και τους γείτονές του.

$$OPEN = \{(4, 7), (4, 9), (3, 8), (6, 8), (5, 9), (5, 6), (6, 7), (4, 7)\}$$

3ο Βήμα

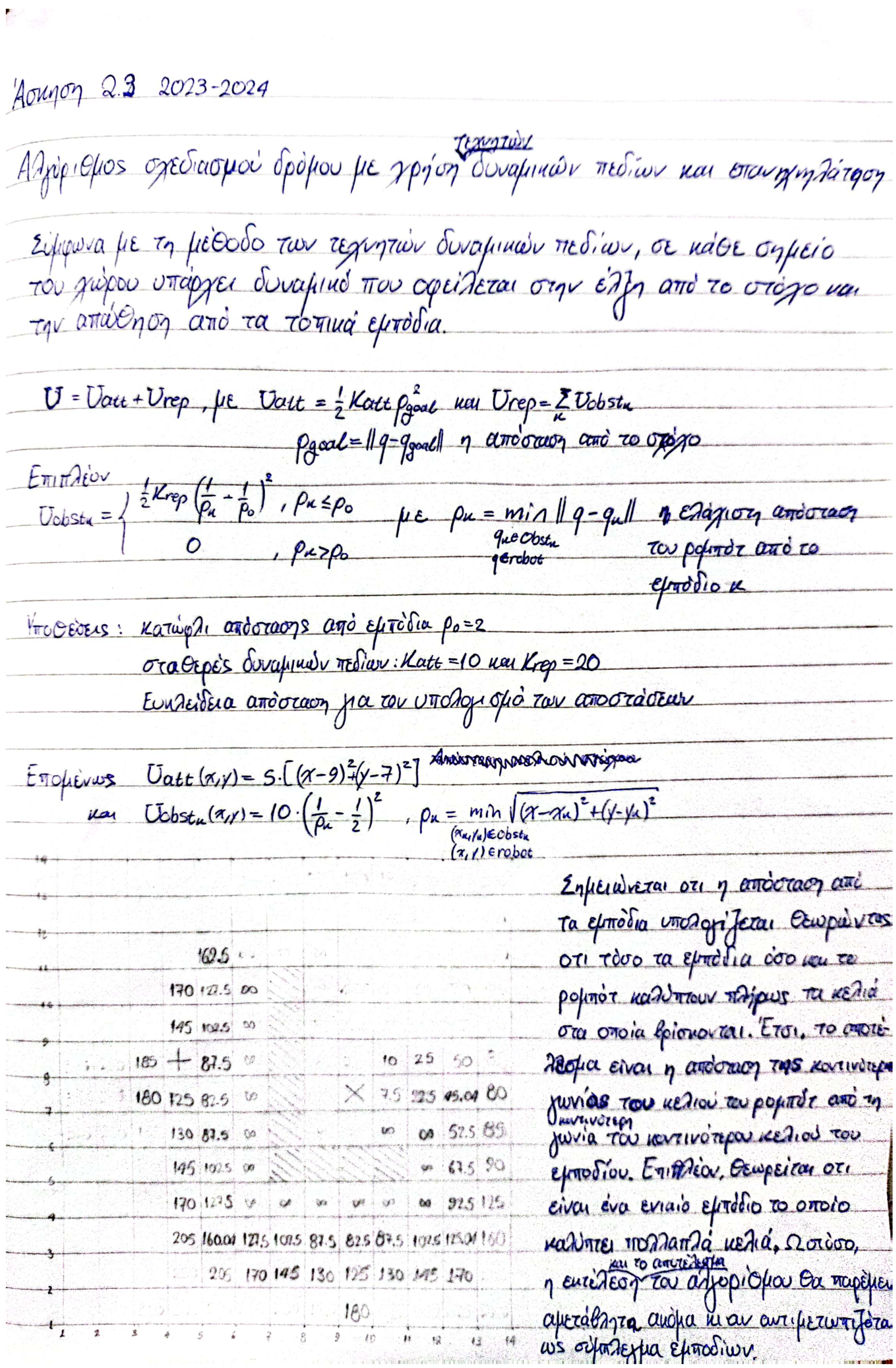
Τα αποτελέσματα αυτού του βήματος προκύπτουν με αντίστοιχο τρόπο όπως παραπάνω οπότε παραλείπεται η αναλυτική περιγραφή του. Τρέχων κόμβος: $(x_3, y_3) = (5, 6)$

$$OPEN = \{(4, 7), (4, 9), (3, 8), (6, 8), (5, 9), (6, 7), (4, 7), (5, 5), (6, 5), (6, 4)\}$$

Αποτέλεσμα Αλγορίθμου

Το μονοπάτι που επιστρέφεται είναι το

$$\begin{aligned}&(4, 8) \rightarrow (5, 8) \rightarrow (5, 7) \rightarrow (5, 6) \rightarrow (5, 5) \rightarrow (5, 4) \rightarrow (5, 3) \rightarrow \\ &(6, 3) \rightarrow (7, 3) \rightarrow (8, 3) \rightarrow (9, 3) \rightarrow (10, 3) \rightarrow (11, 3) \rightarrow (12, 3) \rightarrow \\ &(12, 4) \rightarrow (12, 5) \rightarrow (12, 6) \rightarrow (12, 7) \rightarrow (11, 7) \rightarrow (10, 7) \rightarrow (9, 7)\end{aligned}$$



Άσκηση 2.3 2023-2024

Αλγόριθμος σχεδιασμού δρόμου με χρήση τεχνητών δυναμικών πεδίων και επανηχηλάτηση

Σύμφωνα με τη μέθοδο των τεχνητών δυναμικών πεδίων, σε κάθε σημείο του χώρου υπάρχει δυναμικό που οφείλεται στην έλξη από το στόχο και την απώθηση από τα τοπικά εμπόδια.

$U = U_{att} + U_{rep}$, με $U_{att} = \frac{1}{2} K_{att} \rho_{goal}^2$ και $U_{rep} = \sum_k U_{obst_k}$

$\rho_{goal} = \| q - q_{goal} \|$ η απόσταση από το στόχο

Επιπλέον

$$U_{obst_k} = \begin{cases} \frac{1}{2} K_{rep} \left(\frac{1}{\rho_k} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2, & \rho_k \le \rho_0 \\ 0, & \rho_k > \rho_0 \end{cases}$$

με $\rho_k = \min\limits_{\substack{q_k \in Obst_k \\ q \in robot}} \| q - q_k \|$ η ελάχιστη απόσταση του ρομπότ από το εμπόδιο κ

Υποθέσεις: κατώφλι απόστασης από εμπόδια $\rho_0 = 2$

σταθερές δυναμικών πεδίων: $K_{att} = 10$ και $K_{rep} = 20$

Ευκλείδεια απόσταση για τον υπολογισμό των αποστάσεων

Επομένως $U_{att}(x,y) = 5 \cdot [(x-9)^2 + (y-7)^2]$

και $U_{obst_k}(x,y) = 10 \cdot \left(\frac{1}{\rho_k} - \frac{1}{2} \right)^2$, $\rho_k = \min\limits_{\substack{(x_k,y_k) \in Obst_k \\ (x,y) \in robot}} \sqrt{(x-x_k)^2 + (y-y_k)^2}$

Σημειώνεται ότι η απόσταση από τα εμπόδια υπολογίζεται θεωρώντας ότι τόσο τα εμπόδια όσο και τα ρομπότ καλύπτουν πλήρως τα κελιά στα οποία βρίσκονται. Έτσι, το αποτέλεσμα είναι η απόσταση της κοντινότερης γωνίας του κελιού του ρομπότ από τη κοντινότερη γωνία του κοντινότερου κελιού του εμποδίου. Επιπλέον, θεωρείται ότι είναι ένα ενιαίο εμπόδιο το οποίο καλύπτει πολλαπλά κελιά. Ωστόσο, η εκτέλεση και το αποτέλεσμα του αλγορίθμου θα παρέμενε αμετάβλητα ακόμα κι αν αντιμετωπίζόταν ως σύμπλεγμα εμποδίων.

Figure 3: Enter Caption