

## 1.0 什么是数理逻辑和命题

本节可参考详阅北京大学《离散数学概论》2015，陈斌的慕课课件，作为入门来说，讲的不错，概念梳理得有序清晰，补充讲述了数理逻辑的由来起源（数学历史）

- 内网链接：
  - [离散数学概论\\_中国大学MOOC\(慕课\)](#)
  - [pdf 课件](#)
- 外网链接：
  - [Coursera | Online Courses From Top Universities. Join for Free](#)

## 1. 什么是数理逻辑

### 数理逻辑创立的初衷

对逻辑和思维过程进行形式化，使之象算术那样简单明了，确切无误。

### 概念

用数学的方法研究关于推理、证明等问题的学科就叫做数理逻辑（也叫做符号逻辑）

### 数理逻辑的四大分支

#### 公理集合论

悖论的提出，促使许多数学家去研究集合论的无矛盾性问题，从而产生了数理逻辑的一个重要分支

#### 证明论

为了研究数学系统的无矛盾性问题，需要以数学理论体系的概念、命题、证明 等作为研究对象，研究数学系统的逻辑结构和证明的规律，这样又产生了另一个分支

#### 递归论

主要研究可计算性的理论，它和计算机的发展和应用有密切的关系

#### 模型论

主要是研究形式系统和数学模型之间的关系

## 2. 什么是命题（proposition）

命题是数理逻辑中最基本的概念

## 命题的概念

- 对**确定的对象**作出**判断的陈述句**称作命题
- 命题的固有本质属性：真值 truth value
  - 如果判断正确，称命题真 (true)，否则称命题假 (false)。“真、假”称为“真值” truth value

## 命题的三个识别要点

1. 陈述句
2. 判断
  - 命题非真即假，不能兼有之，也不能不真不假
  - 是否知道真值和能否知道真值是两码事
  - 悖论（自相矛盾）不能作为命题。
    - 如“这句话是错的”
3. 确定的对象

## 命题的分类: 原子命题和复合命题

### 逻辑联结词(logical connectives)

连接命题，对真值进行运算的词

### 原子命题(atom proposition)

不含有逻辑联结词的命题

### 复合命题(compound proposition)

包含了原子命题和逻辑联结词的命题

## 如何把命题变成“算式”，也就是符号形式化？

1. 抽象 (abstraction)
2. 仅关注命题的本质属性：真值，而抛弃其丰富的内涵
3. 仅关注逻辑联结词的本质属性：对真值的运算，而抛弃不准确的自然语言表达方式
4. 然后将这两者都变成符号，以规则相连接

## 3. 命题公式(proposition formula)

### 拓展思考：为什么悖论不能作为命题

- 拓展阅读

### [为什么会产生悖论？](#)

这里的悖论是指逻辑悖论 (Logical Paradox)，是从数理逻辑的角度来看，目的是为了摆脱自然语言的缺陷性质所带来的错误。

## 悖论的定义

1. [悖论 - 维基百科](#)
2. 弗兰克尔说：“如果某一理论体系看上去是合理的，但在这个理论中却推出了两个相互矛盾的命题；或者说一个复合命题表现为两个互相矛盾的命题的等价式，那么我们说这个理论包含了一个悖论”。

## 悖论的形式

1. 悖论是指由肯定它真就推出它假，由肯定它假就推出它真的一类陈述。
2. “如果 A，则非 A；且如果非 A，则 A” 是悖论的形式；其公式为： $(A \rightarrow \neg A) \wedge (\neg A \rightarrow A) = (\neg A \vee \neg A) \wedge (A \vee A) = \neg A \wedge A = 0$ 。

## 悖论的破解：悖论在客观世界不存在，它不是一个客观事实

1. 首先，为了方便理解悖论，将命题的真值理解为存在性，真值为假，表明不存在；真值为真，表明存在。
2. 而悖论就是在说在悖论这个“复合命题”里，一个命题与其否定命题等值，相当于某事物存在等于它不存在，这是完全不可能的。因此，一个命题与其否定命题等值也是完全不可能的。这就是说，悖论实际上是不可能存在的。
3. 通俗来说，悖论可以看作就是在说“用事物的不存在可以推出该事物的存在”和“用事物的存在可以推出该事物不存在”。
4. 从悖论的形式可以发现，悖论的陈述至少需要两个对象分别代表“存在”和“不存在”，不然它不能成为一个悖论，因为悖论需要两个东西来产生自相矛盾的陈述。所以说悖论不可能是原子命题 (atom proposition) 的形式。这也说明：悖论在客观世界不存在。
5. 首先，任一事物在同一时间里具有某属性或者不具有某种属性，而无其它可能
6. 悖论的描述违反了逻辑一致性的原则，悖论描述了：可将任何假命题当做真命题。  
“有=无，是=不（肯定即否定），真=假”，而这个前提本身就是不存在的，即为错的（或说假的），因为它的前提就违反了逻辑一致性原则。
7. 所以如果推理形式是有效的，结论却是荒谬的，可以断言：它的前提中一定含有思维混乱。通俗来说，就是悖论否认和忽视了客观世界的事实存在，它的前提本身就是思维混乱的。比如说，诡辩法就是无意义的胡搅蛮缠。

## 悖论的特点

1. 它没有真值，因为它不是命题。它违反了逻辑一致性原则。
2. 悖论都是自我指称。但自我指称的不一定是悖论。
3. 悖论必然是“复合命题的形式”，不可能是原子命题。

4. 悖论没有明确对象，没有确定的对象。
5. 从数理命题公式来看，悖论的结果就是永假式，再次强调，悖论本身不能作为命题。

## 悖论可能的作用

另一个角度，但是悖论能作为启发，启发人们去完善理论，因为一个理论系统出现了悖论，就表明这个理论系统的逻辑有问题，需要完善和修正或发展新的理论框架。

## 题外话：我的理解与感悟

1. 所以说为什么要唯物辩证法，而不要辩证，因为辩证会存在走向诡辩的风险，而唯物辩证则强调唯物，也就是客观事实，“唯物”表明，辩证的前提是符合不矛盾律，也就是不违背客观事实。
2. 为什么新中国之前的科学发展不起来，简单来说就是不以唯物辩证为主要和根本，而往往是单纯辩证而不带唯物的限制。
  1. 比如中医理论，它的理论框架就不是唯物辩证的，它的理论基底建立在有问题的逻辑上。注意，我是在说明中医的理论逻辑有根本的逻辑问题，而不是中医有问题，中医这个词语指代了很多对象、事物和方面。诚然，不能否认中医对经验总结的优秀，因为所谓经验是经过特定的事实验证的，所以中国漫长的历史给了中医非常多的试错的机会和人类在生物学意义上没有质的进化两个事实综合起来，但经验终究是经验，它不是发现和描述事实规律。因此单纯的中医，它不是循证医学，也就是古代的中医，其实就是只能从已知的人类碰到过的问题来对症下药，不断试错，而无法根本解决新的问题，这里的解决是指根治而不是缓解。缓解是很容易“造”出来的，做一些表面功夫的缓解。现代中医说白了，就是要结合唯物辩证的循证医学，也就是现代医学来重新做，同理，古代的西方医学也不是循证医学。现代医学才是循证医学。