TD2 / rc

ex1

$\frac{A \vee B,\ \neg B \vee C}{A \vee C}$

- $p \vee q,\ p \vee r,\ \neg q \vee r \vdash p$ ⊠ Pl absurde (⊥ + faute de matériel absurde)

$\frac{p \vee q,\ \neg q \vee r}{\frac{p \vee r}{\frac{\neg r \vee p}{p \vee r,\ \neg r \vee p}}}$ $\frac{}{p}$

$\frac{p \vee q}{q \vee p}$ $\frac{\neg p}{\bot \vee \neg p}$ $\frac{q \vee \bot}{\bot \vee q}$ $\frac{\bot \vee r}{r \vee \bot}$ $\neg q \vee r$ $p \vee r$ $\frac{p \vee r,\ r \vee \bot}{\frac{p \vee \bot}{p}}$

- $h,\ \neg h \vee p \vee q,\ \neg p \vee c,\ \neg q \vee c,\ \neg c \vdash \bot$

$\frac{h}{\bot \vee h}$

$\frac{\bot \vee h,\ \neg h \vee p \vee q}{\frac{\bot \vee p \vee q}{q \vee p}}$

$\frac{q \vee p,\ \neg p \vee c}{\frac{q \vee c}{c \vee q}}$

$\frac{c \vee q,\ \neg q \vee c}{\frac{c \vee c}{\bot \vee c}}$ et $\frac{\neg c}{\neg c \vee \bot}$

$\frac{\bot \vee c,\ \neg c \vee \bot}{\frac{\bot \vee \bot}{\bot}}$

- Modus Ponens : $\frac{A \to B,\ A}{B}$

Soit $\frac{A \to B,\ A}{\neg A \vee B,\ A}$ $\frac{\bot \vee A,\ \neg A \vee B}{\frac{\bot \vee B}{B}}$

Prio $\wedge > \vee$

ex2

$V_c = \{a, b, c, d, e\}$, $FNC = (\ \vee\ ) \wedge (\ \vee\ ) \wedge \dots$

1. $(a \to b) \wedge c \vee (d \leftrightarrow e)$

$(\neg a \vee b) \wedge c \vee ((d \to e) \wedge (e \to d))$

$((\neg a \vee b) \wedge c) \vee ((\neg d \vee e) \wedge (\neg e \vee d))$ form $(A \wedge B) \vee (C \wedge D)$ distrib

$(\neg a \vee b \vee \neg d \vee e) \wedge (\neg a \vee b \vee \neg e \vee d) \wedge (c \vee \neg d \vee e) \wedge (c \vee \neg e \vee d)$

2. Modèle : attribution de vérité qui rend l'exp vraie

$\{\neg a, c\}$, $\{\neg a, e\}$,

3. $F_1 \vdash F_2$

Mq $F_1, \neg F_2 \vdash \bot$

$(\neg F_2)$ $\neg(\neg c \to (d \leftrightarrow e))$ Mettre en CNF (je veux faire apparaître des $\wedge$)

$\neg(\neg c \to (d \to e \wedge e \to d))$

$\neg(\neg c \to ((\neg d \vee e) \wedge (\neg e \vee d))$

$\neg(c \vee ((\neg d \vee e) \wedge (\neg e \vee d))$

$\neg c \wedge \neg((\neg d \vee e) \wedge (\neg e \vee d))$

$\neg c \wedge \neg((\neg d \wedge \neg e) \vee \cancel{(\neg d \wedge d)} \vee \cancel{(e \wedge \neg e)} \vee (e \wedge d))$ distrib

$\neg c \wedge \neg(\neg d \wedge \neg e) \wedge \neg(e \wedge d)$

$\neg c \wedge (d \vee e) \wedge (\neg e \vee \neg d)$

F_1 :
1. $\neg a \vee b \vee \neg d \vee e$
2. $\neg a \vee b \vee \neg c \vee d$
3. $c \vee \neg d \vee e$
4. $c \vee \neg e \vee d$

F_2 :
5. $\neg c$
6. $d \vee e$
7. $\neg e \vee \neg d$

8. (5,3) $\neg d \vee e$
9. (5,4) $\neg e \vee d$
10. (5,2) $\neg a \vee b \vee d$
11. (6,8) e
12. (6,9) d

Contradiction avec 7
↳ soit e faux, soit d faux, soit les 2

Donc $\neg F_2$ Faux.
Donc $F_1 \vdash F_2$.

$F_1 = ((\neg a \vee b) \wedge c) \vee ((\neg d \vee e) \wedge (d \vee \neg e))$ double distrib

$= (\neg a \vee b \vee \neg d \vee e) \wedge (\neg a \vee b \vee d \vee \neg e) \wedge (c \vee \neg d \vee e) \wedge (c \vee d \vee \neg e)$

$(\neg F_2)$ $\neg(\neg c \to (d \leftrightarrow e))$

$\neg(c \vee ((\neg d \vee e) \wedge (\neg e \vee d)))$

$\neg c \wedge \neg((\neg d \vee e) \wedge (\neg e \vee d))$

$\neg c \wedge (\neg(\neg d \vee e) \vee \neg(\neg e \vee d))$

$\neg c \wedge ((d \wedge \neg e) \vee (e \wedge \neg d))$ 2x distrib

$\neg c \wedge ((d \vee e) \wedge \cancel{(d \vee \neg d)} \cancel{(\neg e \vee e)} \wedge (\neg e \vee \neg d))$

$\neg c \wedge (d \vee e) \wedge (\neg e \vee \neg d)$

F_1 :
1. $\neg a \vee b \vee \neg d \vee e$
2. $\neg a \vee b \vee \neg c \vee d$
3. $c \vee \neg d \vee e$
4. $c \vee \neg e \vee d$

F_2 :
5. $\neg c$
6. $d \vee e$
7. $\neg e \vee \neg d$

$\neg d \vee e$, $\neg e \vee d$, e, $\neg d$ → $\neg d \vee d$, $\neg e$

$\neg a \vee b \vee e$, $\neg a \vee b \vee \neg c$ → $\neg a \vee b \vee d$, $\neg a \vee b$

ex3

- Si Mythe, alors immo :
- Si not mythe, alors mami mortel :
- Si Mami ou ¬Mo, alors corne.
- Si corne, alors magique !

1. $M_y \to \neg M_o$
2. $\neg M_y \to (M_{am} \wedge M_o)$
3. $(M_{am} \vee \neg M_o) \to C_o$
4. $C_o \to M_{ag}$

1 My
2 Mo
3 Mam
4 Co
5 Mag

1. $\neg M_y \vee \neg M_o$
2. $M_y \vee (M_{am} \wedge M_o)$
   - 2a $M_y \vee M_{am}$
   - 2b $M_y \vee M_o$
3. $\neg(M_{am} \vee \neg M_o) \vee C_o$
   $(\neg M_{am} \wedge M_o) \vee C_o$
   - 3a $C_o \vee \neg M_{am}$
   - 3b $C_o \vee M_o$
4. $\neg C_o \vee M_{ag}$

1. Supp 5 $\neg M_y$.
6. (5, 2a) M_{am}
7. (5, 2b) M_o
8. (6, 3a) C_o
9. (8, 4) M_{ag}
10. (1, 7) $\neg M_y$
...

Ou sinon en revenant à l'état nu ?
$\{\neg M_y, M_{am}, M_o, C_o, M_{ag}\}$,
$\{M_y, \neg M_o, C_o, \frac{M_{am}}{\neg M_{am}}, M_{ag}\}$

2. Supp 5 $\neg M_{ag}$
6. (5, 4) $\neg C_o$
7. (6, 3a) $\neg M_{am}$
8. (6, 3b) M_o
9. (7, 2a) M_y
10. (9, 1) $\neg M_o$

→ (8, 10) Contradic° Ccl : Magique !

3. Supp 5 $\neg C_o$
6. $\neg M_{am}$
7. M_o
8. M_y
9. $\neg M_o$

Absurd, Ccl : Oui Corne.

ex4 Redo and try w/ implicat° direct, not w/ CNF or absurd..

1. $L \vee \to$ Imp $\vee$ Man
2. $\neg$Imp $\to \neg$ill
3. HTSA $\to >3$ siècle
4. Fr $\to$ Roman
5. Relié $\to$ +loop
6. $\neg$Man $\to <3$s
7. Rom $\vee$ HTSA $\to$ Relié
8. $\neg$Fr $\to \neg$ill

1) Imp $\vee \neg$ill
2) $\neg$HTSA $\vee >3$S
3) $\neg$Fr $\vee$ Roman
4) $\neg$Relié $\vee >$ loop
5) Man $\vee <3$s
6) $(\neg$Rom $\wedge \neg$HTSA$) \vee$ Rel : Rel $\vee \neg$Rom, Rel $\vee \neg$HT
7) Fr $\vee \neg$ ill

Supp $\neg$(+loop).

8) $\neg$Rel
9) $\neg$Rom
10) $\neg$HTSA
11) $\neg$Fr
12) $\neg$ill

--- Il pb que Licorne Mythq

$L \vee \to$ (imp $\vee$ manu)
(LV $\wedge \neg$rel) $\to$ imp
LV Siècle $\leftrightarrow$ HTSA
LV Fr $\leftrightarrow$ Rom
LV Relié $\to$ +loop
$\neg$LV Siècle $\to \neg$man
Rom $\to$ relié
HTSA $\to$ relié
$\neg$FR $\to \neg$ill

$\neg$LV $\vee$ imp $\vee$ man
$\neg$ill $\to \neg$imp = ill $\vee \neg$imp
$\neg$ Siècle $\vee$ HTSA
$\neg$HTSA $\vee$ Siècle
$\neg$ FR $\vee$ Rom
$\neg$Rom $\vee$ FR
$\neg$ Relie $\vee$ +loop
Siècle $\vee \neg$ man
$\neg$Rom $\vee$ relié
$\neg$HTSA $\vee$ Relié
FR $\vee \neg$ill
Supp $\neg$ +loop

$\neg$Relie
$\neg$Rom
$\neg$ FR
$\neg$ill
$\neg$imp
man
Siècle
HTSA
Relié
absurde

Donc $\forall$ LV +loop

OK