任课教师：　　姓名：　　学号：　　年级：　　学院：

装　订　线

四川大学期末考试试卷(A)

（2013—2014年第二学期）

科目：《大学数学》（微积分）(数II)

一	二					三		四		五		六	总分
	1	2	3	4	5	1	2	1	2	1	2		

考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的；严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理

注：本套试卷共7页，解答请写在试卷相应位置上，否则应标明题号。

★ 附加题计入总分，若总分超过100分，按100计。

得分	

一 、填空题（每小题3分，共18分）

1、 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}(x^2+y^2)^{x^2y^2}=$____________.

2、若 $f(x),x\in R$ 在 $x=0$ 处连续，则 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x f(x+2t)dt}{x}=$____________.

3、 $\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^1\sqrt{x^3+1}dx=$____________.

4、设函数 $f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x},x>0\\0,x\le 0\end{cases},\lambda>0$，则 $\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=$____________.

5、初值问题 $x\dfrac{dy}{dx}+y=e^x,x>0,y(1)=2$ 的解为____________.

6、已知常系数常微分方程的通解为 $C_1e^{-2t}\cos 3t+C_2e^{-2t}\sin 3t$，则该微分方程为____________.

二 、计算题（每小题8分，共40分）

得分	

1. 求 $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{n}\sqrt[n]{n!}$.

得分	

2. 计算 $\int_0^{2\pi}x\sin^4 x dx$.

得分	

3、若$z=f(\frac{x}{y},\frac{y}{x})$，求$\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

得分	

4. 计算常微分方程$\begin{cases} y''+y=6\sin^2 x \\ y(0)=1, y'(0)=1 \end{cases}$的解.

得分	

5、$D=\{(x,y)\mid 0\le x\le 1, 0\le y\le 1\}$，求$\iint_D |x+y-1|\,d\sigma$.

三、解答题（每小题 8 分，共 16 分）

得分	

1. 已知$f(x,y)=\begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2+y^2},(x,y)\neq(0,0) \\ 0,(x,y)=(0,0) \end{cases}$，(1) 判断$f(x,y)$在$(0,0)$处的连续性；(2) 判断$f(x,y)$在$(0,0)$处是否存在一阶偏导；(3) 判断$f(x,y)$在$(0,0)$处的可微性.

得分	

2. 求 $f(x,y)=4x+4y-x^2-y^2$ 在区域 $D: x^2+y^2\le 2$ 上的最值.

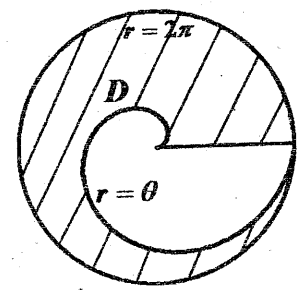
四、应用题（每小题 7 分，共 14 分）

得分	

1. 在 xoz 平面上有两圆 $C_1: x^2+z^2=R_1^2$、$C_2: x^2+(z-R_1)^2=R_2^2$，$0<R_2<2R_1$，问 R_2 取何值时，圆 C_2 位于 C_1 内部的弧绕 z 轴旋转得到的曲面面积最大.

得分	

2. 极坐标下的封闭区域 D 由 $\theta=0, r=\theta(0\le\theta\le 2\pi), r=2\pi$ 三条曲线围成，如图所示阴影区域。(1) 计算区域 D 的面积；(2) 计算 $\iint_D \frac{\sin(\sqrt{x^2+y^2})}{x^2+y^2}dxdy$.



五、证明题（每小题 6 分，共 12 分）

得分	

1. 若 $D=\{(x,y)\mid x^{2/3}+y^{2/3}\le R^{2/3}, R>0\}$，证明：

$$\iint_D (x+y)^2(\sin x+\cos y)^2dxdy=\iint_D (x^2+y^2)dxdy.$$

得分	

2. 若 $f(x,y)$ 连续，且 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{f(x,y)-xy}{(x^2+y^2)^2}=1$，证明：$f(0,0)$ 不是极值.

得分	

六、附加题（8 分）

假设第一象限的光滑非负曲线 $y=f(x)$ 满足 $f(0)=0$，如图所示：对 $t>0$，曲线 $y=f(x),0\le x\le t$，$x=t$，$y=0$ 围成的封闭区域分别绕 x 轴以及 $x=t$ 轴旋转得到的旋转体体积为 V_1 和 V_2，并满足 $V_1=2V_2$，求曲线方程.（要求详细过程）