四川大学期末考试试卷（A 卷）

（2014—2015 年第二学期）

科目：微积分（I）-2　课程号：201138040　考试时间：120 分钟

注：请将答案写在答题纸规定的方框内，否则记 0 分。

一、填空题(每小题 3 分，共 18 分)

1. 函数 $z=\ln(2+x^2+y^2)$ 在 x=2，y=1 时的全微分为__________

2. 已知曲线 $x=t, y=t^2, z=t^3$ 上的点 M 处的切线平行于平面 $x+2y+z=4$，则 M 的坐标是__________

3. 二重积分 $\iint\limits_{x^2+y^2\le a^2}\left(x^2-2\sin x+3y+4\right)d\sigma$ 的值等于__________

4. 设 L 为连接(1,0), (0,1)两点的线段，曲线积分 $\int_L (x+y)ds$ 的值等于__________

5. 设 Σ 为平面 $x+y+z=1$ 在第一卦限的部分，曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}\dfrac{dS}{(1+x+y)^2}$ 的值等于__________

6. 微分方程 $x\dfrac{dy}{dx}=y\ln\dfrac{y}{x}$ 的通解是__________

二、计算题 (每小题 8 分，共 48 分)

1. 设 $z^5-xz^4+yz^3=1$，求 $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{(0,0)}$.

2. 设 $z=f(2x-y, y\sin x)$，其中 f 具有连续二阶偏导数，求 $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{x=\frac{\pi}{4},\ y=2}$.

3. 计算 $\iiint\limits_{\Omega} z^2dxdydz$，其中Ω是两个球 $x^2+y^2+z^2\le R^2$， $x^2+y^2+z^2\le 2Rz$ $(R>0)$ 所围成的闭区域.

4. 利用格林公式计算积分 $\oint_L (x^2-xy^3)dx+(y^2-2xy)dy$，其中 L 顶点为(0,0), (2,0), (2,2)和(0,2)的正方形区域的正向边界.

5. 计算 $I=\iint\limits_{S}(y^2-x)dydz+(z^2-y)dzdx+(x^2-z)dxdy$，其中 S 为抛物面 $z=2-x^2-y^2$ 位于 $z\ge 0$ 内的部分的上侧.

6. 求微分方程 $\dfrac{dy}{dx}-y\tan x=\sec x$ 满足初始条件 $y|_{x=0}=0$ 的特解.

三、应用题 (每小题 10 分，共 20 分)

1．抛物面 $z=x^2+y^2$ 被平面 $x+y+z=1$ 截成一椭圆，求原点到此椭圆的最长和最短距离.

2．设函数 $\varphi(x)$ 连续， 且满足 $\varphi(x)=e^x+\int_0^x t\varphi(t)dt-x\int_0^x \varphi(t)dt$， 求 $\varphi(x)$.

四、分析证明题 (每小题 7 分，共 14 分)

1．设 $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{|xy|}}{x^2+y^2}\sin(x^2+y^2), & x^2+y^2\neq 0 \\ 0, & x^2+y^2=0 \end{cases}$，讨论 $f(x,y)$ 在(0,0)处的可微性.

2．设 $f(x)\in C[a,b], f(x)>0$，证明 $\int_a^b f(x)dx\int_a^b \dfrac{dx}{f(x)}\geq (b-a)^2$.