四川大学期中考试试卷

（2014—2015 年第一学期）

科目：微积分（I）-1（非物理类）　　　课程号：201137050

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

考　试　须　知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理.

川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的；严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理.

任课教师：　　姓名：　　学号：　　年级：　　学院：

装　订　线

得分	

一（12 分）. 判定下列级数的敛散性,并说明理由:

(1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(1-\cos\frac{1}{n})$

(2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{a^n n!}{n^n}$ $(0<a<e)$

得分	

二、计算题（每小题 6 分，共 12 分）

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x\sin x}-1}{1-\cos x}$

2. $\lim\limits_{x\to\infty} x(\dfrac{\pi}{4}-\arctan\dfrac{x}{1+x})$

得分	

三. (12 分) 求下列函数的导数：

(1) 已知 $y=x^{\sin x}-\ln\sqrt{\dfrac{e^x-1}{e^x+1}}$，求 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=1}$.

(2) 已知 $y=e^{x}+x$，求二阶导数 $\left.\dfrac{d^2x}{dy^2}\right|_{x=0}$．

得分	

四．（12 分）设 $y=y(x)$ 是由方程 $\begin{cases} x=e^{2t}-2e^{t}+3 \\ y=3e^{4t}-4e^{3t}+7 \end{cases}$ 所确定的函数，计算 $\dfrac{dy}{dx}$ 和 $\dfrac{d^2y}{dx^2}$．

得分	

五.（13 分）把函数 $f(x)=\sqrt{1+x+x^2}$ 展开成 $a_0+a_1x+R_1(x)$ 的形式，其中 $R_1(x)$ 为拉格朗日型余项.

得分	

六.（13 分）. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{axe^x-\sin x}{x}, & x<0\\ \arctan x+b(x-1)^3, & x\geq 0\end{cases}$.

(1) 当函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续时，求出 a 和 b 满足的条件;
(2) 当函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导时，求出 a 和 b 满足的条件;
(3) 当函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导时，研究导函数 $f'(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性.

得分	

七（13 分）．证明：方程 $x^n+x^{n-1}+\ldots+x^2+x=1$ (n 是大于等于 2 的整数) 在(0,1)内必有唯一的实根 a_n，并计算 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n$．

得分	

八．(13 分)．设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上可微，且 $f'_+(0)>0, f'_-(1)>0, f(0)=f(1)=0$，试证明导函数 $f'(x)$ 在 $(0,1)$ 内至少有两个零点.