

四川大学期末考试试卷 (A)

(2006—2007 年第一学期)

科目:《大学数学》(微积分)

适用专业年级: 数学一各专业 2006 级本科生

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

题号	一	二	三			四		五		六		总分	总分人
得分													

考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的,一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的,严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

得分	
签名	

一、 填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}} = (\quad)$,

2. 设 $f(x) = e^{-2x}$ 则 $f^{(9)}(0) = (\quad)$,

3. 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程

$$\begin{cases} x = \int_0^t \sin u^2 du \\ y = \cos t^2 \end{cases} \text{ 确定, 则 } \frac{d^2 y}{dx^2} = (\quad),$$

4. $\int_{-2}^2 (x^3 + 1)\sqrt{4 - x^2} dx = (\quad)$,

5. 设 $f(x)$ 是连续函数, 且 $f(x) = 2x + 3 \int_0^1 f(t) dt$, 则 $f(x) = (\quad)$.

得分	
签名	

二、选择题 (每题 3 分, 共 15 分) (将正确选择项的字母填入括号内)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列四个无穷小 $\sin x, 1 - \cos x, e^{x^2} - 1, x - \sin x$ 中, 是 x^2 的同阶无穷小的个数有 ()。

- (A) 1 个, (B) 2 个, (C) 3 个, (D) 4 个。

2. 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} e^{\frac{1}{x-1}} & x \neq 1 \\ 2 & x = 1 \end{cases}$ 则 ()。

- (A) $x=1$ 处是 $f(x)$ 的连续点, (B) $x=1$ 处是 $f(x)$ 的可去型间断点,
(C) $x=1$ 处是 $f(x)$ 的跳跃型间断点, (D) $x=1$ 处是 $f(x)$ 的无穷型间断点。

3. 下列反常积分发散的是 ()。

- (A) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$, (B) $\int_e^{+\infty} e^{-x} dx$,
(C) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} dx$, (D) $\int_e^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+2x}} dx$.

4. 曲线 $y = x \sin \frac{1}{x}$ ($x > 0$), ()。

- (A) 有且仅有水平渐近线
(B) 有且仅有铅直渐近线
(C) 既有水平渐近线也有铅直渐近线
(D) 既无水平渐近线也无铅直渐近线

5. 已知函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某个邻域内连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin x} = 2$, 则在点 $x=0$ 处, $f(x)$ ()。

- (A) 不可导, (B) 可导, 且 $f'(0) = 0$,
(C) 可导, 且 $f'(0) = 2$, (D) 可导, 但 $f'(0) \neq 0$ 且 $f'(0) \neq 2$ 。

三、计算题（每小题 8 分，共 24 分）

得分	
签名	

1. 计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x - 1}{1 - \sqrt{1 - x^2}}$

得分	
签名	

2. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^{xy} + x + y - 10 = 0$ 所确定，求 $y'(0)$ 和 $y''(0)$

得分	
签名	

3. 求 $\int_{-1}^1 (x^3 + |x|) e^{|x|} dx$

四、解答题（每小题 8 分，共 16 分）

得分	
签名	

1. 设 $f(x)$ 是连续函数，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ ， $\varphi(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

(1) 求 $\varphi'(x)$, $x \neq 0$, (2) 求 $\varphi'(0)$, (3) 讨论 $\varphi'(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性。

得分	
签名	

2. 已知 $f(x)$ 连续, $g(x) = \int_0^x f(t) dt$, $h_a(x) = \frac{1}{a} \int_{x-a}^{x+a} g(t) dt$,

求 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{d}{dx} h_a(x)$ 。

五、应用题（每小题 8 分，共 16 分）

得分	
签名	

1. 由 $y = \ln x$ ，以及该曲线上点 $(e, 1)$ 处的切线和 x 轴围成平面图形 D ，

求（1） D 的面积，（2） D 绕 x 轴旋转的旋转体体积。

得分	
签名	

2. 将水注入深 8m，上顶直径为 8m 的正圆锥形容器中，注水速度为 $4\text{m}^3/\text{min}$ ，当水深为 5m 时，其表面上升的速度为多少？

表面上升的加速度又为多少？

六、证明题（每小题 7 分，共 14 分）

得分	
签名	

1. 设 $e < a < b < e^2$ ，试证明： $\ln^2 b - \ln^2 a > \frac{4}{e^2}(b - a)$.

得分	
签名	

2. (1) 试证明：当 $x \geq 1$ 时， $(x+1)\ln x \geq x-1$ ，

(2) 设 $f(x) = \frac{x^2}{2}\ln x + x\ln x - \frac{3}{4}x^2$ ，用 (1) 的结果证明

当 $x \in [1, e]$ ，时 $f(x) = 0$ 有且仅有一个解。