

四川大学期末考试试卷 (A)

(2008—2009 年第二学期)

科目: 微积分 (III) -2

适用专业年级: 数学三各专业 2008 级本科生

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的, 一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的, 严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

一、填空 (每题 3 分, 共 15 分)

1. 设 $f(x)$ 连续, 且 $f(x) = x + 2 \int_0^1 f(t) dt$, 则

得分	评阅教师

$f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 若 $\int_a^b (x+C) \cos^{2009}(x+C) dx = 0$ 则常数 $C = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 3n + 5}{3n^4 - 2n^2 + 2}$ $\underline{\hspace{2cm}}$. (此处填收敛或发散)

4. 若方程 $x^y + x^z + y^x + y^z + z^x + z^y - 1 = 0$ 确定的 $z = z(x, y)$,

计算 $\frac{\partial z}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{2x} \sin x \sin(t^2) dt}{x^4} = \underline{\hspace{2cm}}.$

得分	评阅教师

二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 下列命题中正确的是（ ）

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛 $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ 收敛; (B) $\{u_n\}$ 收敛 $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛;

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散 $\Rightarrow \{u_n\}$ 发散 (D) $\{u_n\}$ 发散 $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散

2. 函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处连续，两个偏导数 $f_x(x_0, y_0), f_y(x_0, y_0)$ 存在是

$f(x, y)$ 在该点可微的（ ）

- (A) 充分但不必要条件 (B) 必要但不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

3. $\int_0^1 dx \int_{1-x}^1 f(x, y) dy$ 在极坐标系下的二次积分为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

(A). $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_{\frac{\sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta}}^1 f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{\frac{\cos \theta}{\cos \theta + \sin \theta}}^1 f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$

(B). $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_{\frac{\sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta}}^1 f(r \cos \theta, r \sin \theta) dr + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{\frac{\cos \theta}{\cos \theta + \sin \theta}}^1 f(r \cos \theta, r \sin \theta) dr$

(C). $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_{\frac{1}{\sin \theta}}^{\frac{\cos \theta + \sin \theta}{1}} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{\frac{1}{\cos \theta}}^{\frac{\sin \theta + \cos \theta}{1}} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$

(D). $\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_{\frac{\cos \theta}{\cos \theta + \sin \theta}}^1 f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{\frac{\sin \theta}{\cos \theta + \sin \theta}}^1 f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$

4. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n(n+1)}$ 的收敛区间是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

- (A). $[-1, 1)$ (B). $[-2, 2)$ (C). $(-2, 2)$ (D). $(-1, 1)$

5. 微分方程 $y'' + 2y' + y = 0$ 的通解是 ()。

(A) $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x$; (B) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$;

(C) $y = (C_1 + C_2 x)e^{-x}$; (D) $y = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$

三、计算题 (每题 8 分, 共 32 分)

得分	评阅教师

1. 已知 $z = f(xy, \frac{x}{y})$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

2. 计算 $I = \iint_D |y - x^2| dx dy$, 其中 D 为 $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$

3. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2n+1}{n!} x^n$ 的收敛区间及和函数。

4. 求微分方程 $y' + \frac{y}{x} = x + 3 + \frac{2}{x}$ 的通解。

得分	评阅教师

四、解答题（每题 8 分，共 16 分）

1. 设抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过原点，当 $0 \leq x \leq 1$ 时， $y \geq 0$ 。又已知抛物线与 x 轴及直线 $x = 1$ 所围成图形的面积为 $\frac{1}{3}$ ，试确定 a, b, c 使此图形绕 x 轴旋转一周而成的旋转体的体积最小。

2. 讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+\alpha^n} (\alpha > 0)$ 的敛散性。

五、应用题（10 分）

得分	评阅教师

某演出团欲印刷节目海报 5000 份，印刷版面大小是 $96(\text{cm})^2$ ，

上下各留 1cm 的空白，左右各留 1.5cm 的空白，试问印刷版面长宽各多大，才能耗费最少量的纸张？

得分	评阅教师

六、证明题（每小题 6 分,共 12 分）

1. 设 $w = f(xy, yz)$, 其中 f 为可微函数, 证明 $x \frac{\partial w}{\partial x} + z \frac{\partial w}{\partial z} = y \frac{\partial w}{\partial y}$

2. 设 $\int_0^x t f(2x-t) dt = \frac{1}{2} \arctan x^2$, 其中 f 连续 $f(1)=1$, 证明 $\int_1^2 f(x) dx = \frac{3}{4}$