

# 四川大学期中考试试卷

(2015—2016 年第一学期)

科目: 微积分 (I) -1 课程号: 201137050 考试时间: 90 分钟

注: 请将答案写在答题纸规定的方框内, 否则记 0 分。

1. (10 分) 利用数列极限定义证明:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{4n-1} = \frac{3}{4}$ .

2. (10 分) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+x}{|x|(x^2-1)}, & x \neq -1, 0, 1 \\ 0, & x = \pm 1 \end{cases}$ , 求函数  $f(x)$  的间断点, 并判断其类型. 若为可

去间断点, 试补充或修改定义后使其为连续点.

3. 求下列极限: (每小题 5 分, 共 10 分)

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( n \tan \frac{1}{n} \right)^{n^2}$

4. (10 分) 计算函数极限:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{1+x^2}}{(\cos x - e^{x^2}) \sin x^2}$ .

5. (10 分) 已知函数  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & x < 0 \\ \ln(1+x), & x \geq 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处有二阶导数, 试确定参数  $a, b, c$  的值.

6. (10 分) 求方程  $\sin y = \ln(x+y)$  所确定的隐函数  $y = y(x)$  的二阶导数  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .

7. (10 分) 求参数方程  $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$  所确定函数的二阶导数  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .

8. (10 分) 求函数  $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$  的  $n$  阶导数  $y^{(n)}$ .

9. (10 分) 已知  $f(x), g(x)$  可导, 写出  $\left( \frac{f(x)}{g(x)} \right)'$  的求导公式, 并证明该公式.

10. (10 分) 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续, 在  $(0, 1)$  内可导, 且  $f(1) = 0$ . 求证: 存在  $\xi \in (0, 1)$ , 使  $f'(\xi) = -\frac{f(\xi)}{\xi}$ .