

四川大学半期考试试题（闭卷）

（2015-2016 学年第 2 学期）

课程号：201138040 课序号： 课程名称：微积分（I）-2 任课教师： 成绩：
适用专业年级： 学生人数： 印题份数： 学号： 姓名：

考 生 承 诺

我已认真阅读并知晓《四川大学考场规则》和《四川大学本科学生考试违纪作弊处分规定（修订）》，郑重承诺：

- 1、已按要求将考试禁止携带的文具用品或与考试有关的物品放置在指定地点；
- 2、不带手机进入考场；
- 3、考试期间遵守以上两项规定，若有违规行为，同意按照有关条款接受处理。

考生签名：

一、计算题(每小题 7 分，共 28 分)

1. 已知二元函数 $f(x, y) = x^2 \sin(x + y)$ ，计算 $\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right|_{(\pi, 0)}$ 。

2. 设方程 $e^z + x + y + z - 1 = 0$ 确定的隐函数为 $z = z(x, y)$ ，计算 $dz|_{(0,0)}$ 。

3. 设平面区域 D 是由直线 $y = x, x = -1, y = 1$ 围成，计算二重积分 $\iint_D xy dx dy$ 。

4. 交换二次积分 $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} \frac{\sin y}{y} dy$ 的积分次序，并计算该积分值。

二、(12 分) 设 $z = f(x + y, x - y)$ ，其中 $f(u, v)$ 具有二阶连续偏导数，计算 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

三、(12 分) 设空间曲面 $\Sigma_1: x^2 + y^2 + 2z^2 = 10$ ，空间曲面 $\Sigma_2: z = x^2 + y^2$ ，

(1) 求曲面 Σ_1 在点(1,1,2)处的切平面方程。

(2) 求曲面 Σ_1 与曲面 Σ_2 的交线在点(1,1,2)处的切线方程。

四、(12 分) 设空间曲线 $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ ，求 Γ 上的点 $P(x, y, z)$ 到点 $(0, 0, 3)$ 的距离的最大值。

五、(12 分) 设空间曲面 $\Sigma_1: z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$, 空间曲面 Σ_2 是由曲线 $\Gamma: \begin{cases} z = x^2 \\ y = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周而成,

求由曲面 Σ_1 和曲面 Σ_2 围成立体的体积.

六、(12 分) 设平面区域 $D_1 = \{(x, y) \mid y - tx \leq 0, t > 0\}$, 平面区域 $D_2 = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq 2(x-1), 1 \leq x \leq 2\}$, 平面区域 $D = D_1 \cap D_2$, 计算二重积分 $I(t) = \iint_D x dx dy$.

七、(12 分) 已知二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sqrt{|xy|}}{x^2 + y^2} \sin(x^2 + y^2), & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$,

(1) 求 $f'_x(0, 0)$, $f'_y(0, 0)$;

(2) 设向量 $\vec{l} = (1, 1)$, 求函数 $f(x, y)$ 在 \vec{l} 方向的方向导数 $\left. \frac{\partial f}{\partial l} \right|_{(0,0)}$.

(3) 讨论函数 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 点处的可微性.