

四川大学期末考试试卷

(2011—2012 年第二学期)

科目：微积分 (III) -2

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的, 一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理

四川大学各级各类考试的监考人员, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的; 严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理

一、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)。

1. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, 那么下列级数中发散的是 ()。

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} 100u_n$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + 100)$

(C) $100 + \sum_{n=1}^{\infty} u_n$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} u_{n+100}$

2. 已知广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+kx^2} dx = 1$, ($k>0$) 则 k 的值是 ()。

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi^2}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ (D) $\frac{\pi^2}{2}$

3. 已知 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的原函数, 则 $\int_a^x f(t+a) dt = ()$ 。

(A) $F(x) - F(a)$ (B) $F(t) - F(a)$

(C) $F(x+a)-F(x-a)$ (D) $F(x+a)-F(2a)$

4. 二元函数 $f(x, y) = x^3 - y^3 + 3x^2 + 3y^2 - 9x$ 的极小值点是 ().

(A) (1, 0) (B) (1, 2) (C) (-3, 0) (D) (-3, 2)

5. 设 $D: \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$, $D_1: \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$,

则下式正确的是 ().

(A) $\iint_D x d\sigma = 4 \iint_{D_1} x d\sigma$ (B) $\iint_D (x+y) d\sigma = 4 \iint_{D_1} (x+y) d\sigma$

(C) $\iint_D x^2 d\sigma = 4 \iint_{D_1} y^2 d\sigma$ (D) $\iint_D xy d\sigma = 4 \iint_{D_1} xy d\sigma$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)。

1. $f(x) = \int_a^x 12t^2 dt$, 且 $\int_0^1 f(x) dx = 1$, 则 $a =$ _____.

2. 设方程 $xyz + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{2}$, 确定了函数 $z = z(x, y)$, 则 $z(x, y)$

在点 (1, 0, -1) 处的全微分 $dz =$ _____.

3. 设方程 $F(x-z, y-z) = 0$ 确定了函数 $z = z(x, y)$, $F(u, v)$ 具有连续偏导数且

$F'_u + F'_v \neq 0$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} =$ _____.

4. D 是由 $y = x$ 与 $y = x^2$ 围成的区域, 则 $\iint_D \frac{\sin x}{x} dx dy =$ _____.

5. 某商品的需求量 Q 对价格 p 的弹性为 $p \ln 3$, $p = 0$ 时 $Q = 1200$, 则需求量

Q 对价格 p 的函数关系为: _____.

三、计算题（每小题 10 分，共 50 分）.

1、已知 $f(x)$ 是连续函数，且 $F(x) = \int_0^1 f(x-t)dt$ ，求 $F'(4)$

2、已知 f 具二阶连续偏导数， $z = f(x, 2y, xy)$ ，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

3、已知 a_0, a_1, a_2, \dots 是等差数列且 $a_0 \neq 0$.

①求 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (2x-1)^{2n}$ 的收敛域;

②求 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$ 的和 S .

4、计算反常积分 $\iint_D e^{-(x+y)} dx dy, D: y \geq x \geq 0$.

5、已知: $f(x) = \int_0^{\ln x} f(e^t) dt + x$, 求 $f(x)$.

四、判别 $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n} - \arctan \frac{1}{n})$ 的敛散性. (6 分)

五、设区域 D 由 $x^2 + y^2 \leq 1, (x \geq 0, y \geq 0)$ 与 $x^2 + y^2 \leq 2x$ 所围. (8 分)

①用极坐标的两种形式表示 D (即先 r 后 θ 与先 θ 后 r);

②用其中一种计算 D 的面积.

六、求解微分方程
$$\begin{cases} y'' = 2y'y \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 2 \end{cases} \quad (6 \text{ 分})$$