四川大学期末考试试卷(*A*)

（2007—2008年第二学期）

科目：《大学数学》（微积分）

适用专业年级：数学一各专业2007级本科生

题 号	一	二	三			四		五		六		总 分
得 分												

考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的，严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

任课教师：　　姓名：　　学号：　　年级：　　学院：

线　　订　　装

得分	评卷人

一．填空题（每小题 3分，共15分）

1. 设 $f(x)$ 是以 2π 为周期的周期函数，它在 $(-\pi,\pi]$ 上的表达式为 $f(x)=\begin{cases}-x, & -\pi<x<0\\ x-1, & 0\le x\le\pi\end{cases}$，则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $x=0$ 处收敛于______，

2. 设 $(x^4+4xy^n)dx+(6x^{n-1}y^2-5y^4)dy$ 是某个函数 $u(x,y)$ 的全微分，则 $n=$____，

3. 函数 $u=2x^2y-3y^2z$ 在点 $P(1,2,-1)$ 处沿其梯度方向的方向导数为 ________，

4. 椭球面 $x^2+2y^2+3z^2=21$ 在点 $(1,2,2)$ 处的切平面方程为 ______________，

5. 若 $f(xy,x+y)=x^2+y^2$，则 $f(x,y)=$__________.

得分	评卷人

二．选择题（每小题 3分，共15分）

1. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，则必有（　　），

（A）$\sum_{n=1}^{\infty}|u_n|$ 收敛，（B）$\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$ 收敛，（C）$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n u_n$ 收敛，（D）$\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+u_{n+1})$ 收敛；

2. 双曲线 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转一周而形成的旋转双曲面方程是（　　）；

（A）$x^2 - y^2 + z^2 = 1$，　　（B）$x^2 - y^2 - z^2 = 1$，

（C）$x^2 + y^2 + z^2 = 1$，　　（D）$x^2 + y^2 - z^2 = 1$；

3. 考虑二元函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的下面四条性质：（1）两个偏导数存在，(2) 沿任何方向的方向导数存在，(3) 可微，（4）两个偏导数连续，则有：（　　）

（A）$(3) \Rightarrow (1) \Rightarrow (2)$，　　（B）$(4) \Rightarrow (2) \Rightarrow (1)$，

（C）$(4) \Rightarrow (3) \Rightarrow (2)$，　　（D）$(3) \Rightarrow (4) \Rightarrow (1)$；

4. 设函数 $z = z(x,y)$ 由方程 $xyz = e^{x+z}$ 所确定，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x} =$（　　）；

（A）$\dfrac{z(1-x)}{x(y-1)}$，　　（B）$\dfrac{z(1-x)}{x(z-1)}$，　　（C）$\dfrac{z(1-y)}{y(1-x)}$，　　（D）$\dfrac{y(1-x)}{x(y-1)}$。

5. 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛半径为 R，则幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n}$ 的收敛半径为（　　）。

（A）R^2，　　（B）$\sqrt{R}$，　　（C）$2R$，　　（D）$\dfrac{R}{2}$。

得分	评卷人

三．计算题（每小题 8分，共 24分）

1. 计算曲线积分 $\int_L e^{\sqrt{x^2+y^2}} ds$，其中 L 是由曲线 $y = \sqrt{1-x^2}$ 与 x 轴所围成的区域的边界曲线。

2. 设曲线积分 $\int_L [f(x)-e^x]\sin y dx - f(x)\cos y dy$ 与路径无关，其中 $f(x)$ 具有一阶连续导数，且 $f(0)=0$。

（1）求函数 $f(x)$，　(2) 计算曲线积分 $\int_{(0,0)}^{(1,2)} [f(x)-e^x]\sin y dx - f(x)\cos y dy$。

3.　设 $z=f(xy,\dfrac{x^2-y^2}{2})$，其中函数 f 具有连续的二阶偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$。

得分	评卷人

四．解答题（每小题 8分，共16分）

1.已知 $y''-6y'+5y=4x+1, y|_{x=0}=1, y'|_{x=0}=1$，求 y 的特解。

2. 计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma} xdydz+ydzdx+(z+1)dxdy$，其中 Σ 是上半球面 $z=\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ 的上侧。

得分	评卷人

五．应用题（每小题 8分，共 16 分）

1. 求内接于椭球面$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$的体积最大的长方体（长方体的各面均平行于坐标面），指出该长方体的长、宽、高，并求出最大体积。

2. 求由曲面$z=\sqrt{x^2+y^2}$和$z=\sqrt{1-x^2-y^2}$所围成立体的体积。

得分	评卷人

六. 证明题（每小题 7 分，共 14 分）

1. 证明：$\int_a^b dx\int_a^x (x-y)^{n-2} f(y)dy = \dfrac{1}{n-1}\int_a^b (b-y)^{n-1} f(y)dy$，其中$n>1$。

2. 设$u_n \neq 0$（$n=1,2,\ldots$），且$\lim\limits_{n\to\infty} u_n = a \neq 0$。证明：级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left|u_{n+1}-u_n\right|$与级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left|\dfrac{1}{u_{n+1}}-\dfrac{1}{u_n}\right|$有相同的敛散性。