

四川大学期末考试试卷(B)

(2008—2009 学年第二学期)

科目: 微积分(II)-2

适用专业年级: 四川大学数学二类 2008 级各专业本科生

题号	一	二	三				四			五	六	总分
得分												

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》.有考试违纪作弊行为的,一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理.

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》.有违反学校有关规定的,严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理.

一、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1、设 $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2、 $u = e^{3x-y}$, $x^2 + y = t^2$, $x - y = t + 2$, 则 $e^{-4} \frac{dy}{dt} \Big|_{\substack{t=0 \\ x=1 \\ y=-1}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3、设 $y = y(x)$ 是由方程 $y = xe^y + 1$ 所确定的隐函数, 则 $y'(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

4、微分方程 $xy' + 2y = \frac{1}{a}xyy'$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

5、 $\int_0^1 dx \int_1^x e^{-y^2} dy = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1、设 $f(u)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 且 x 与 t 无关, 则 ().

- A. $\int_a^b xf(x)dx = x \int_a^b f(x)dx$ B. $\int_a^b tf(x)dx = t \int_a^b f(x)dx$
 C. $\int_a^b tf(x)dt = t \int_a^b f(x)dt$ D. $\int_a^b xf(t)dx = x \int_a^b f(t)dx$

2、设 $F(x-y, y-z, z-x)=0$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x}=(\quad)$.

- A. $\frac{F_1-F_3}{F_2-F_3}$ B. $\frac{F_2-F_1}{F_2-F_3}$ C. $\frac{F_1+F_3}{F_2-F_3}$ D. $\frac{F_1-F_3}{F_2+F_3}$

3、由重积分的几何意义计算 $\iint_{\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}\leq 1} d\sigma=(\quad)$.

- A. 3π B. 4π C. 9π D. 6π

4、以 $y=ce^x$ 为通解的微分方程是 (\quad) .

- A. $y'=y$ B. $y''=y$
C. $y''-2y'+y=0$ D. $y'=2y-e^x$.

5、若 y_1 和 y_2 是二阶齐次线性方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=0$ 的两个特解,

则 $y=C_1 y_1 + C_2 y_2$ (\quad) .

- A. 是该方程的通解 B. 是该方程的特解
C. 是该方程的解 D. 不一定是方程的解

三、计算题(每题 8 分,共 32 分)

1、设 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内可微, 且 $f(x)=1+\frac{1}{x}\int_1^x f(t)dt$, 试求 $f(x)$.

2、已知 $u + e^u = xy$ ，求 $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ 。

3、求微分方程 $y'' + 2y' + y = xe^x$ 的通解。

- 4、计算二重积分 $I = \iint_D e^{x^2} dx dy$ ，其中 D 是第一象限中由直线 $y = x$ 和曲线 $y = x^3$ 所围成的封闭区域。

四、解答题(每题 8 分,共 24 分)

1. 求出抛物线 $y^2 = 3x$ 与抛物线 $y^2 = 4 - x$ 所围成的图形的面积

2. 求由曲线 $y = x^2 - 2x + 4$ 在点 $M(0, 4)$ 处的切线与曲线 $y^2 = 2(x - 1)$ 所围成的图形绕 y 轴旋转而成的旋转体的体积.

3. 求 $f(x) = \int_a^x (t^2 - a^2) dt$ 的极值, 其中 $a > 0$.

五、证明题(共 7 分)

设函数 $z = f(u)$, 方程 $u = \phi(u) + \int_y^x P(t)dt$ 确定 u 是 x 和 y 的函数, 其中

$f(u)$ 、 $\phi(u)$ 可微, $P(t)$ 、 $\phi'(u)$ 连续, 且 $\phi'(u) \neq 1$, 证明 $P(y)\frac{\partial z}{\partial x} + P(x)\frac{\partial z}{\partial y} = 0$.

六、应用题(共 7 分)

在一个形为旋转抛物面 $z = x^2 + y^2$ 的容器内已经盛有 $8\pi \text{ cm}^3$ 的水, 现又倒入 $120\pi \text{ cm}^3$ 的水, 问水面比原来升高多少厘米?