四川大学期中试卷

（2011-2012 学年第二学期）

课程名称：微积分（I）—2　　任课教师：　　学院：

学号：　　　　姓名：

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条列》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的，严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

一．填空题（每小题 3 分。共 15 分）

1. $z=x^3y^4$ 在 $(1,-1)$ 处增长最快方向的单位向量为__________；

2. 空间点 $p(1,2,3)$ 到直线 $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{0}=\frac{z}{4}$ 的距离是__________；

3. 极坐标下的二次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{4}}d\theta\int_{\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}}^{\frac{1}{\cos\theta}}f(\rho)\rho d\rho$ 变为直角坐标系下先对 x 再对 y 的二次积分为__________；

4. $f(x,y)=\begin{cases}e^x+y, x+y>1;\\ xe^y, x+y\le 1.\end{cases}$， $z=f\left(x^2-1,2-x^2\right)$ 则导数 $\left.\frac{dz}{dx}\right|_{x=1}=$__________；

5. 曲线 $\begin{cases}z=x^2-x^3y^2\\ y=0\end{cases}$ 在 $(-1,0,1)$ 处切线与 $\begin{cases}y=0\\ z=0\end{cases}$ 所夹的角为__________。

二．选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 直线 $l:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{4}$ 与平面 $\pi:x+2y-2z+2=0$ 的位置关系是（　　）

（A）l 在 π 内；　　　　（B）l 与 π 垂直；

(C) l与π斜交；　　　　　　　　（D）l与π平行。

2. $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty\\ y\to+\infty}}\left(x^2+y^2\right)^{-x^2}$ 为（　　）；

（A）0　；（B）不存在；（C）$+\infty$；　(D)1.

3.设$z=f(x,y)$有$f(x,0)=1$, $f'_y(x,x)=x$则$f(x,y)$可为（　　　）；

（A）$1-3xy+y^2$　；　　　　　　　　（B）$1+3xy+y^2$；

（C）$1-3xy-y^2$　；　　　　　　　　(D)　$1+3xy-y^2$。

4.下列不等式正确的是（　　　　）；

（A）$\iint\limits_{\substack{|x|\le1\\|y|\le1}}(x-1)d\sigma>0$；　　　　（B）$\iint\limits_{\substack{|x|\le1\\|y|\le1}}xyd\sigma>0$

（C）$\iint\limits_{\substack{1-x\le y\le1\\0\le x\le1}}(3-2x-y)d\sigma>0$　　　　（D）$\iint\limits_{\substack{1-x\le y\le1\\0\le x\le1}}(x-y)d\sigma>0$.

5.二元函数$z=f(x,y)$在(x_0,y_0)任意方向的方向导数存在是$f_x(x_0,y_0)$，$f_y(x_0,y_0)$存在的（　　）条件；

（A）充分　；（B）必要；（C）充要；　(D)既不充分也不必要

三．计算下列各题（每小题9分。共27分）

1.设$y=f(x,t)$，t是由$F(x,y,t)=0$所确定的x,y的函数，其中f,F均有连续的偏导数，求$\frac{dy}{dx}$

2. $\Omega=\left\{(x,y,z)\middle|x^2+y^2\le z\le\sqrt{x^2+y^2}\right\}$ 求 三 重 积 分

$\iiint\limits_{\Omega}\left[\left(x^2+y^2\right)^2-x\sqrt{x^2+y^2}\right]dxdydz$

3.异面直线 $L_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{0}$； $L_2:\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{0}=z$ 的距离为 d，公垂线为 L

（1）求 d 的值；

（2）求 L 的方程。

四．解答题（1 题 11 分，2 题 9 分）

1. $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 的某邻域内满足：$f(x,y)-f(0,0)=x^3+y^3+o(x^3+y^3)$

（1）证明 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处连续且偏导数都存在；

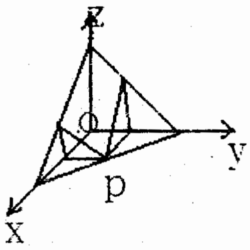
（2）$f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处是否可取极值？说明原因；

（3）$f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处是否可微？说明原因。

2.求曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 被柱面 $x^2+z^2=R^2$ 割下的面积。

五．应用题（11 分）

求在平面 $x+\frac{y}{2}+4z=1$ 与三坐标面所围的四面体内作一个以该平面为顶面，在 xoy 面上投影为长方形（与平面在 xoy 交线相接）的六面体的最大体积。



六．证明题（每题 6 分。共 12 分）

1.在矩形 $D=\{(x,y)|a<x<b,c<y<d\}$ 中，$f(x,y)$ 的偏导数存在，且 $|f_x(x,y)|<1$，$|f_y(x,y)|<1$，求证：$f(x,y)$ 在 D 内任意点 (x_0,y_0) 连续。（提示：需用一元函数的中值定理）

2. $f(x,y)$ 在平面上有连续的偏导数，且 $x^2+y^2=1$ 时 $|f(x,y)|\le 1$，

$f(0,0)=0$. $I=\iint\limits_{x^2+y^2\le 1}\dfrac{xf_x+yf_y}{x^2+y^2}d\sigma$，求证 $|I|\le 2\pi$。（提示：需用极坐标）