学院　　班级　　学号　　学生姓名　　任课教师：

装订线内不要答题

四 川 大 学 期 末 考 试 试 卷（A）

（2011— 2012 学年第二学期）

适用专业年级：各学院选修微积分(Ⅰ)的本科 2011 级学生

课程号：201073050　　　　课程名称：微积分(Ⅰ) - 2

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的，严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

得分	
评阅人	

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 L 为圆周 $x^2+y^2=a^2$，则曲线积分 $\oint_L y^2 ds=$ ________.

2. 设函数 $f(x,y)$ 可微分，且在点 (x_0,y_0) 处的梯度 $\mathbf{grad}f(x_0,y_0)=\mathbf{i}+2\mathbf{j}$，则函数在点 (x_0,y_0) 处沿方向 $l=3\mathbf{i}+4\mathbf{j}$ 的方向导数为 ________.

3. 微分方程 $(3x^2+2xy-y^2)dx+(x^2-2xy)dy=0$ 的通解为 ________.

4. 交换积分次序，$\int_{-1}^{0}dx\int_{0}^{x+1}f(x,y)dy+\int_{0}^{1}dx\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)dy=$ ________.

5. 曲面 $z=1-x^2-y^2\ (0\le z\le 1)$ 的面积为 ________.

得　分	
评阅人	

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 以下哪一个方程表示一张双曲抛物面？（　　）.

（A）$z=x^2+2y^2$.（B）$z^2=x^2+y^2$.（C）$z=xy$.（D）$x^2+2y^2+3z^2=1$.

2. 设 $x^3+y^3+z^3+xyz=0$，则 $\dfrac{\partial y}{\partial z}=$（　　）.

（A）$-\dfrac{3z^2+xy}{3y^2+xz}$.（B）$-\dfrac{3z^2+xz}{3z^2+xy}$.（C）$-\dfrac{3x^2+yz}{3z^2+xy}$.（D）$\dfrac{3x^2+yz}{3z^2+xz}$.

3. 设光滑曲线 C 的方程是 $F(x,y)=0$，则曲线 C 在点 (x_0,y_0) 处的切线方程是（ ）

（A）$F_y(x_0,y_0)(x-x_0)+F_x(x_0,y_0)(y-y_0)=0$.

（B）$F_x(x_0,y_0)(x-x_0)=F_y(x_0,y_0)(y-y_0)$.

（C）$F_x(x_0,y_0)(y-y_0)=F_y(x_0,y_0)(x-x_0)$.

（D）$F_x(x_0,y_0)(x-x_0)+F_y(x_0,y_0)(y-y_0)=0$.

4. 设有二元函数 $f(x,y)=x^2+y^2-2x-6y$，则（　　）.

（A）$f(x,y)$ 有极大值，无极小值.　（B）$f(x,y)$ 有极小值，无极大值.

（C）$f(x,y)$ 有极大值，也有极小值.（D）$f(x,y)$ 无极大值，也无极小值.

5. 考虑二元函数 $f(x,y)$ 的以下五个性质：（1）$f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 连续.

（2）$f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 的偏导数存在.（3）$f(x,y)$ 的偏导数在点 (x_0,y_0) 连续.

（4）$f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 可微分.（5）$f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 沿任一方向的方向导数存在.

则以下蕴含式成立的是（　　）.

（A）$(4)\Rightarrow(2)\Rightarrow(1)$.（B）$(3)\Rightarrow(5)\Rightarrow(2)$.

（C）$(3)\Rightarrow(4)\Rightarrow(5)$.（D）$(4)\Rightarrow(2)\Rightarrow(5)$

三、计算题（每小题 8 分，共 24 分）

得　分	
评阅人	

1. 计算 $I=\int_0^1 \frac{\varphi(x)}{\sqrt{x}}dx$，其中 $\varphi(x)=\int_{\sqrt{x}}^1 e^{-y^2}dy$.

得　分	
评阅人	

2. 计算曲线积分 $\oint_L (e^x - x^2 y)dx + (xy^2 - \sin y)dy$，其中 L 是圆 $x^2+y^2=a^2$ 的逆时针方向.

得　分	
评阅人	

3. 计算曲面积分 $\iint_\Sigma (2x+3y)dydz+(y+z)dxdy$，其中 Σ 是抛物面 $z=x^2+y^2\ (0\le z\le 1)$ 的上侧.

四、解答题（每小题 8 分，共 16 分）

得　分	
评阅人	

1. （1）讨论函数 $f(x,y)=\sqrt[3]{xy}$ 在原点的偏导数是否存在（若存在，要求出偏导数）

（2）讨论函数 $f(x,y)=\sqrt[3]{xy}$ 在原点是否可微分（若可微分，要求出全微分）.

得　分	
评阅人	

2. 设函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 满足 $f'(x)=g(x)$ ，$g'(x)=x+f(x)$ ，且 $f(0)=1$ ，$g(0)=2$.试建立 $f(x)$ 满足的微分方程，求 $f(x)$ 的表达式.

五、应用题（每小题 8 分，共 16 分）

得　分	
评阅人	

1. 求 $f(x,y,z)=xyz$ 在球面 $x^2+y^2+z^2=3$ 上的最大值和最小值.

得　分	
评阅人	

2. 求球面 $x^2+y^2+z^2=14$ 在点 $(1,2,3)$ 处的切平面方程，并求该切平面与圆柱面 $x^2+y^2=4$ 及平面 $z=0$ 所围成的立体的体积.

六、证明题（每小题 7 分，共 14 分）

得　分	
评阅人	

1. 设 $z=f(x,y)$ 可微，$x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$.

证明：$(\frac{\partial z}{\partial x})^2+(\frac{\partial z}{\partial y})^2=(\frac{\partial z}{\partial \rho})^2+\frac{1}{\rho^2}(\frac{\partial z}{\partial \theta})^2$

得　分	
评阅人	

2. 设函数 $f(z)$ 连续，Ω 是椭球体：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\le 1$。

（1）证明：$\iiint\limits_{\Omega} f(z)dv=\pi ab\int_{-c}^{c}(1-\frac{z^2}{c^2})f(z)dz$；

（2）利用（1）证明椭球体 Ω 的体积为 $\frac{4}{3}\pi abc$.