

# 四川大学期末考试试卷 (A 卷)

(2013—2014 年第一学期)

科目: 微积分 (I) -1

课程号: 201137050

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

## 考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的, 一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理

四川大学各级各类考试的监考人员, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的; 严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理

★ 注: 附加题计入总分, 若总分超过 100 分, 按 100 计。

一、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1、设  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}(\sqrt{a+4x}-1), & x > 0 \\ b, & x \leq 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续, 则  $a$  与  $b$  分别是 ( )

(A)  $a=1, b=2$

(B)  $a=1, b=1$

(C)  $a=1, b=-2$

(D)  $a=1, b=-1$

2、设  $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin x, & x \geq 0 \\ \frac{1}{x}(1 - \cos x), & x < 0 \end{cases}$ , 则  $f(x)$  在  $x=0$  处 ( )

(A) 极限不存在

(B) 极限存在但不连续

(C) 连续但不可导

(D) 可导

3、已知  $y = f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  具有一阶连续导数, 且  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{1 - \cos x} = 2$ , 则  $(0, f(0))$  点

( )

(A) 是极小值点

(B) 是极大值点

(C) 不是极值点

(D) 一定是拐点

4、级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (1 - \cos \frac{\alpha}{n})$  (常数  $\alpha > 1$ ) ( )

(A) 发散

(B) 条件收敛

(C) 绝对收敛

(D) 收敛性与  $\alpha$  取值有关

5、设函数  $f(x)$  满足:  $f(x) = e^{-x} + \frac{2}{x^2} \int_0^{+\infty} f(x) dx$ , 则  $f(1) = ( \quad )$

(A)  $e^{-1}$

(B)  $-e^{-1}$

(C)  $2e^{-1}$

(D)  $-2e^{-1}$

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

1、设  $y = \frac{2x^2+1}{x-1}$ , 则其斜渐近线方程是\_\_\_\_\_。

2、设  $\begin{cases} x=1+t^2 \\ y=\cos t \end{cases}$ , 则  $\frac{d^2y}{dx^2} =$ \_\_\_\_\_。

3、 $\int_{-2}^2 x^2(\sin x + |x|) dx =$ \_\_\_\_\_。

4、由曲线  $y=x^2$  与  $y=2x$  围成的图形绕  $y$  轴旋转一周的旋转体体积是\_\_\_\_\_。

5、设  $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ , 则  $\int_0^1 f(x) dx =$ \_\_\_\_\_。

三、计算题(每小题 8 分, 共 24 分)

1. 计算极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sin x - 1}{\sqrt{1+x \sin x} - 1}$

2. 计算不定积分  $\int (\frac{1}{x^2+6x+10} + \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}) dx$

3. 设  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & -\pi \leq x < 0 \end{cases}$ , 将  $f(x)$  在  $[-\pi, \pi]$  上展开成傅里叶级数, 计算  $\cos(2n+1)x$  项的系数  $a_{2n+1}$ .

四、解答题(每小题 8 分, 共 16 分)

1. 设  $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c, & x \leq 0 \\ \frac{e^x - 1}{x}, & x > 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处可导,

- (1) 求  $b$  与  $c$  的值,      (2) 讨论方程  $f(x) = \log_b x$  解的个数。

2、求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$  的和。

五、应用题(每小题 8 分, 共 16 分)

1、设  $y = y(x)$  由方程  $2y^3 - 2y^2 + 2xy - x^2 - 1 = 0$  确定, 求  $y = y(x)$  的驻点, 并判定其驻点是否是极值点。

2、一个直立的正三棱柱容器  $ABC - A'B'C'$ , 底面  $ABC$  水平放置, 其各条棱长都是  $a$  米, 里面盛满水,

(1) 求它的一个侧面所受到的水压力,

(2) 若要将容器里的水全部从顶面吸出, 问至少要做多少功? (重力加速度取 10, 水密度取 1000 千克/立方米)

六、证明题(每小题 7 分, 共 14 分)

- 1、(1) 叙述定积分中的牛顿—莱布尼兹公式,  
(2) 证明牛顿—莱布尼兹公式。

- 2、设  $f(x)$  为奇函数, 在  $(-\infty, +\infty)$  内二阶连续可导, 且  $f(1)=1$

(1) 证明: 存在  $0 < \xi < 1$  使  $f'(\xi)=1$

(2) 证明: 存在  $0 < \eta < 1$  使  $f''(\eta)+f'(\eta)=1$

附加题 (10 分) 设  $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$ : (1) 求  $f(x)$  的单调区间与极值, (2) 求  $f(x)$  的凹凸

区间与拐点, (3) 求  $f(x)$  的渐近线方程。