四川大学期中考试试卷

(2012-2013 学年第二学期)

科目：微积分（I）-2

适用专业年级：四川大学数学一类 2012 级各专业本科生

题号	一	二	三			四				五		总分
得分												

考试须知

四川大学学生参加学校组织或由学校承办的各级各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》.有考试违纪作弊行为的，一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理.

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》.有违反学校有关规定的，严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理.

得分	
评卷人	

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 点 $P(1,1,1)$ 到平面 $\pi: 3x+4y+5z-6=0$ 的距离 $d=$___.

2. 设空间直线 $L:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{1}$，则 L 绕 z 轴旋转一周所成的曲面方程为______________.

3. 已知函数 $f(u)$ 可微，且满足 $f'(4)=2$，则函数 $z=f(xy^2)$ 在点 $(1,2)$ 处的全微分 $dz\big|_{(1,2)}=$__________.

4. 函数 $u=\ln(1+x^2+y^2+2z^2)$，向量 $\vec{n}=(1,2,2)$，则方向导数 $\dfrac{\partial u}{\partial \vec{n}}\bigg|_{(1,1,1)}=$__________.

5. 设函数 $z=f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处的偏导数为 $f_x'(0,0)=1$，$f_y'(0,0)=1$，则曲线 $\begin{cases} z=f(x,y) \\ y=0 \end{cases}$ 在点 $(0,0,f(0,0))$ 的切向量为__________.

得分	
评卷人	

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设函数 $u=x^2e^{x^2y^2}\cos xy^3$，则 $\dfrac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{(1,0)}=$（　）

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

2. 二元函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 处可微的一个充分条件是（　）

(A) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}[f(x,y)-f(0,0)]=0$

(B) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{f(x,y)-f(0,0)}{\sqrt{x^2+y^2}}=0$

(C) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x,0)-f(0,0)}{x}=0$

(D) $\lim\limits_{x\to0}[f_x'(x,0)-f_x'(0,0)]=0$ 且 $\lim\limits_{y\to0}[f_y'(0,y)-f_y'(0,0)]=0$

3. 二重积分 $\int_0^1 dy\int_{\sqrt{y}}^1\dfrac{\cos x}{x}dx=$（　）

(A) $\sin1-\cos1$　(B) $\sin1-\cos1+1$　(C) $\sin1+\cos1$　(D) $\sin1+\cos1-1$

4. 已知 $\overrightarrow{AB}=(1,0,0),\overrightarrow{AC}=(1,2,2)$，则 $\angle BAC$ 平分线上的单位向量为（　）

(A) $\dfrac{1}{\sqrt{6}}(2,1,1)$　(B) $(2,1,1)$　(C) $\dfrac{1}{\sqrt{11}}(3,1,1)$　(D) $(3,1,1)$

5. 若 $(2x+ay)dx+3xdy$ 是某函数的全微分，则 $a=$（　）

(A) 0　(B)1　(C) 2　(D) 3

三、计算题（每小题 8 分，共 24 分）

得 分	
评卷人	

1. 求极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{xy-\sin(xy)}{y^3\tan^3 x}$.

得分	
评卷人	

2. 设 $z=f(xy,e^{xy})$，其中 f 具有连续的二阶偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

得分	
评卷人	

3. 设积分区域 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\le 1, x\ge 0\}$，计算二重积分 $\iint\limits_D \frac{1+xy}{1+x^2+y^2}dxdy$.

四、解答题（每小题 8 分，共 32 分）

得分	
评卷人	

1. 求曲线 $\begin{cases} x^2 - z = 0 \\ x + y + 4 = 0 \end{cases}$ 上点 $(1,-5,1)$ 处的法平面与直线 $\begin{cases} 4x - 3y - 2z = 0 \\ x - y - z + 1 = 0 \end{cases}$ 之间的夹角.

得分	
评卷人	

2. 求曲面 $z = 2x^2 + y^2$ 与平面 $4x + 2y - z = 0$ 平行的切平面方程.

得分	
评卷人	

3. 设 $x=x(y), z=z(y)$ 是由方程组 $\begin{cases} F(y-x, y-z)=0 \\ G(xy, \dfrac{z}{y})=0 \end{cases}$ 所确定的隐函数，其中二元函数 F 和 G 都具有连续的偏导数，求 $\dfrac{dx}{dy}$.

得分	
评卷人	

4. 在椭球面 $2x^2+2y^2+z^2=1$ 上求一点，使函数 $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$ 在该点沿方向 $l=(1,-1,0)$ 的方向导数最大.

五、证明题（每小题 7 分，共 14 分）

得分	
评卷人	

1. 已知 $\dfrac{x}{z}=\varphi(\dfrac{y}{z})$，其中 φ 为可微函数，则 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=z$.

得分	
评卷人	

2. 设 $u(x,y)$ 在平面闭区域 D 上具有二阶连续偏导数，且满足 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}\neq 0$ 及 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$，则 $u(x,y)$ 的最值都在 D 的边界上取得.