函数的极值.

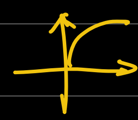
①定义1：设函数$f(x)$在点x_0的某邻域$U(x_0)$内有定义，如果对去心邻域内的任一x有：$f(x)<f(x_0)$（或$f(x)>f(x_0)$）.

那么称$f(x_0)$是函数的一个极大值(或极小值)，x_0称为极大值点(或极小值点)

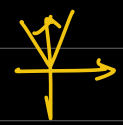
极值点 x_0 处情况有下列几种：

(1) $f'(x_0)$存在，且 $f'(x_0)=0$，即切线平行于 x 轴，如 $f(x)=x^2$ 在 $x=0$ 处切线平行于 x 轴，并为极小值点；

(2) $f'(x_0)$不存在，但 $f'(x_0)=\infty$，即切线垂直于 x 轴，如 $f(x)=\sqrt[3]{x^2}$ 在 $x=0$ 处切线垂直于 x 轴，并为极小值点；



(3) $f'(x_0)$不存在，且无切线. 如 $f(x)=|x|$ 在 $x=0$ 处无切线，但为极小值点.



②定理1(必要条件)：设函数$f(x)$在x_0处可导，且在x_0处取得极值，那么$f'(x_0)=0$.

$f'(0)=\infty$.

⇒极值点不一定是驻点（$f(x)=\sqrt[3]{x^2}$），

驻点也不一定是极值点（$f(x)=x^3$）. $x=0$处单增.

$f'(x_0)=0$

→只有当$f'(x_0)$存在且x_0为极值点时才能有x_0为驻点.

不为0.

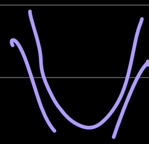
③定理2(第一充分条件)：设$f(x)$在x_0处连续，且在x_0的某去心邻域$\mathring{U}(x_0,\delta)$内可导.

①若$x\in(x_0-\delta,x_0)$时，$f'(x)>0$，$x\in(x_0,x_0+\delta)$时，$f'(x)<0$，

则 $f(x)$ 在 x_0 处取得极大值.

2) 若 $x\in(x_0-\delta, x_0)$ 时，$f'(x)<0$，$x\in(x_0, x_0+\delta)$ 时，$f'(x)>0$，

则 $f(x)$ 在 x_0 处取得极小值.



④定理3（第二充分条件）：设 $f(x)$ 在 x_0 处有二阶导数，且 $f'(x_0)=0$，$f''(x_0)\neq 0$，那么.

(1). $f''(x_0)<0$ 时，$f(x)$ 在 x_0 处取极大值.

(2). $f''(x_0)>0$ 时，$f(x)$ 在 x_0 处取极小值.

11. $f(x)$ 在 x_0 处 n 阶可导，且 $f'(x_0)=f''(x_0)=\cdots=f^{(n-1)}(x_0)=0$，$f^{(n)}(x_0)\neq 0$，则：

(1) 当 n 为偶数时，若 $f^{(n)}(x_0)>0$，则 $f(x_0)$ 为极小值；若 $f^{(n)}(x_0)<0$，则 $f(x_0)$ 为极大值.

(2) 当 n 为奇数时，$f(x_0)$ 一定不为极值，但 $(x_0, f(x_0))$ 必为 $y=f(x)$ 曲线的拐点.