

# 四川大学期末考试试卷 (A)

(2011—2012 学年第二学期)

科 目：微积分(II)-2

适用专业年级：四川大学数学二类 2011 级各专业本科生

题号	一	二	三				四			五	六	总分
得分												

## 考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》.有考试违纪作弊行为的,一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理.

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》.有违反学校有关规定的,严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理.

得分	
评卷人	

### 一、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

- $\int_0^1 \frac{e^x}{1+e^x} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 设  $z = z(x, y)$  由方程  $z = e^{2x-3z} + 2y$  确定, 则  $3 \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$ .
- 设  $f(x, y)$  连续, 交换  $\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$  的次序  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 已知正项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$  的敛散性是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
- 微分方程  $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$  的通解为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

得分	
评卷人	

二、选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 设  $f(x)$  在  $[0, l^2]$ ,  $l > 0$  上连续, 则  $F(x) = \int_0^x tf(t^2)dt$  是 ( )。  
 (A) 奇函数 (B) 偶函数  
 (C) 非奇非偶函数 (D) 以上都不正确
2. 设  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin xy}{y(1+x^2)}, & y \neq 0 \\ 0, & y = 0 \end{cases}$  则函数在  $(0, 0)$  点 ( )。  
 (A) 无定义 (B) 极限不存在  
 (C) 极限存在但不连续 (D) 连续
3. 设  $f(x, y)$  连续, 且  $f(x, y) = xy + \iint_D f(x, y) dx dy$ , 其中  $D$  是由  $y = 0$ ,  $y = x^2$ ,  $x = 1$  围成的闭区域, 则  $f(x, y) =$  ( )。  
 (A)  $xy$  (B)  $2xy$  (C)  $xy + \frac{1}{8}$  (D)  $xy + \frac{1}{3}$
4. 下列说法正确的是 ( )。  
 (A) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n^2$  都收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)^2$  收敛;  
 (B) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n v_n|$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n^2$  都收敛  
 (C) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛; (D) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  收敛, 则  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$  收敛;
5. 微分方程  $y'' - y' = e^x + 1$  的特解具有形式是 ( )。  
 (A)  $ae^x + b$  (B)  $axe^x + b$   
 (C)  $ae^x + bx$  (D)  $axe^x + bx$

三、计算题(每题 8 分,共 32 分)

得 分	
评卷人	

1. 已知  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$ , 计算  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx$

得 分	
评卷人	

2. 计算  $\iint_D |x^2 + y^2 - 1| dx dy$ , 其中  $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x$ ,

得 分	
评卷人	

3. 求  $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$  的极值。

得 分	
评卷人	

4. 求微分方程  $y'' + 4y' + 4y = e^{ax}$  ( $a$  为实数) 的通解。

#### 四、解答题(每题 8 分, 共 24 分)

得 分	
评卷人	

1. 现有一容器由  $y = x^2$  绕  $y$  轴旋转一周构成, 高为  $H$ , 其中盛满密度为  $\rho$  的液体, 试问要将液体全部抽出, 至少需要做多少功?

得 分	
评卷人	

2. 设  $z = f(xe^y, x, y)$ ,  $f$  具有连续二阶导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ 。

得 分	
评卷人	

3. 求  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!} x^n$  的收敛域, 和函数  $s(x)$ , 并求  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}$  的和

得 分	
评卷人	

五、应用题(共 7 分).

设一质量为  $m$  的质点作直线运动, 从速度为零的时刻起, 有一个与运动方向一致, 大小与时间成正比(比例系数为  $k_1$ ) 的力作用于它, 同时它还受到一个与速度成正比(比例系数为  $k_2$ ) 的阻力作用, 求该质点运动的速度与时间的函数关系。

得 分	
评卷人	

六、证明题(共 7 分).

已知在  $[a, b]$  上  $f(x) > 0$ , 且连续, 证明:  $\left[ \int_a^b f(x) dx \right] \left[ \int_a^b \frac{1}{f(x)} dx \right] \geq (b-a)^2$