任课教师：　　　　线　　　　姓名：　　　　订　　　　学号：　　　　装　　　　年级：　　　　学院：

四川大学期末考试试卷（A）

（2010—2011 年第二学期）

科目：微积分（III）-2

适用专业年级：数学三各专业 2010 级本科生

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律照《四川大学学生考试违纪作弊处理罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的，严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

一、填空（每题 3 分，共 15 分）

得分	评阅教师

1、若 $z = x^2 + y^2 - 2\ln|x| - 2\ln|y|, x \neq 0, y \neq 0$，则点(1，−1)是该函数的极________值点.

2、$\int_{-3}^{3} x^7 \sqrt{9 - x^{10}}\, dx =$________

3、若 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x+c}{x-c}\right)^x = \int_{-\infty}^{c} te^{2t}\,dt$，则 C 为____________.

4、积分 $I = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{1} f(x,y)\,dy$ 化为极坐标下形式为________________.

5. 设可导函数 $y=f(x)$满足方程 $\int_x^0 f(t)\,dt + 1 - f(x) = 0$，则 $f(x)=$____________.

得分	评阅教师

二、单项选择题（每小题3分，共15分）

1.已知 $z=x^2 arc\cot\frac{y}{x}+\arcsin x^y$，则 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 为________。

(A) $2xarc\cot\frac{y}{x}-\frac{x^2y}{x^2+y^2}+\frac{yx^{y-1}}{\sqrt{1-x^{2y}}}$ (B) $2xarc\cot\frac{y}{x}+\frac{x^2y}{x^2+y^2}-\frac{yx^{y-1}}{\sqrt{1-x^{2y}}}$

(C) $2xarc\cot\frac{y}{x}+\frac{x^2y}{x^2+y^2}+\frac{yx^{y-1}}{\sqrt{1-x^{2y}}}$ (D) $2xarc\cot\frac{y}{x}-\frac{x^2y}{x^2+y^2}-\frac{yx^{y-1}}{\sqrt{1-x^{2y}}}$

2. 已知 $f(x,y)$ 连续，且 $f(x,y)=x+y+x^2\iint_D f(u,v)dudv$，其中 D 是由 $y=0$，$y=x$，$x=1$ 所围成的区域，则 $f(x,y)$ 的解析式为______

(A). $f(x,y)=x+y+\frac{3x^2}{2}$ (B). $f(x,y)=x+y+\frac{2x^2}{3}$

(C). $f(x,y)=2(x+y)+3x^2$ (D). $f(x,y)=x+y+3x^2$

3. 若 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\int_0^{x^2}xe^{t^2}dt}{\sin x^2}, & x\neq 0\\ 0 & ,x=0\end{cases}$，则 $f'(0)=$________。

(A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{-1}{3}$

4. 下面的定积分中，等于 $\frac{\pi}{4}$ 的是______

(A) $\int_{-1}^{1}\sqrt{1-x^2}dx$ (B) $\int_0^1\sqrt{1-x^2}dx$ (C) $\int_{-2}^{2}\sqrt{4-x^2}dx$ (D) $\int_0^2\sqrt{4-x^2}dx$

5. 微分方程 $y''+2y'+y=0$ 的通解是__________。

(A) $y=C_1\cos x+C_2\sin x$； (B) $y=C_1e^x+C_2e^{2x}$；

(C) $y=(C_1+C_2x)e^{-x}$； (D) $y=C_1e^x+C_2e^{-x}$

得分	评阅教师

六、证明题（每小题 6 分,共 12 分）

1. 设 $z = yf(\frac{x}{y}) + xg(\frac{y}{x})$，其中 f 和 g 具有二阶导数。

证明：$x\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + y\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0$

2. 证明 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n!}{n^n} = 0$

三、计算题（每题 8 分，共 32 分）

得分	评阅教师

1. 设 $z = yf(\frac{x^2}{y})$，其中 f 具有二阶连续导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$

2. 、求微分方程 $\frac{dy}{dx} - 2xy = x$ 的通解。

3. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}x^{2n+1}}{n(2n-1)}$ 的收敛域，并求出和函数.

4. 计算二重积分 $\iint\limits_D (|x|+|y|)dxdy$，其中 D 是由曲线 $y=x^3$, 直线 $y=1$, $x=-1$ 所围成.

得分	评阅教师

四、解答题（每题 8 分，共 16 分）

1、已知 $f(x)=x^2-x\int_0^2 f(x)dx+2\int_0^1 f(x)dx$

（1）求 $f(x)$ 的解析式。（2）计算 $\int_0^3 f(x)dx$。（3）计算 $\dfrac{d\int_{\sin x}^{x^2}\sin t\cdot f(t)dt}{dx}$

2. 已知 $\int_0^{+\infty}\frac{\sin x}{x}dx=\frac{\pi}{2}$，计算 $\int_{+\infty}^{0}\frac{\sin^2 x}{x^2}dx$

得分	评阅教师

五、应用题（10 分）

设 $y=\sin x, 0\le x\le\frac{\pi}{2}$，问 t 取何值时，图中阴影部份的面积 S_1 与 S_2 之和最小？最大？