2.性质：

①有界性：若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，则它在 $[a,b]$ 上有界.

②最值性：若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，则在 $[a,b]$ 上 $f(x)$ 必定可取到最大值和最小值.

③零点定理：若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 连续，且 $f(a)$ 与 $f(b)$ 异号，则在 (a,b) 内至少存在一点 ε，使 $f(\varepsilon)=0$.

④介值性：若函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 连续，M与m分别是 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的最大值和最小值，C是M、m间任意数，(即 $m<C<M$)，则在 $[a,b]$ 上至少存在一点 ε，使 $f(\varepsilon)=C$.

Eg.

设 $f(x)\in C[0,2a]$，$f(0)=f(2a)$. 证明至少存在 $\varepsilon\in[0,a]$，使 $f(\varepsilon)=f(\varepsilon+a)$.

设 $\varphi(x)=f(x)-f(x+a)$. 　　运用零点定理

1) $\varphi(x)$ 在 $[0,a]$ 上连续.

2) $\varphi(0)=f(0)-f(a)$

$\varphi(a)=f(a)-f(2a)=f(a)-f(0)$.

$\Rightarrow \varphi(0)\cdot\varphi(a)=-[f(0)-f(a)]^2\leq 0$.