任课教师：　　　　姓名：　　　　学号：　　　　年级：　　　　学院：

线　　订　　装

四川大学期末考试试卷（A）

（2008—2009 年第二学期）

科目：《大学数学》微积分(I)-2

适用专业年级：数学一各专业 2008 级本科生

题号	一	二	三		四		五		六		总分
得分											

考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》.有考试违纪作弊行为的，一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》.有违反学校有关规定的；严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1.设 $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$，则梯度 $\mathbf{grad}f(1,2)=$ ____________.

2.设二元函数 $u(x,y)=3x^2y-y^3$ 则其全微分为____________.

3.级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^{2n}$ 的和函数是__________.

4.设 Σ 是半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$，则曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}(xy+1)dS=$ ____________.

5. $f(x)=x\ (-\pi\le x<\pi)$ 的傅立叶级数为 $\frac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$，则

$a_n=$ ______.

二、选择题（每题 3 分，共 15 分）（将正确选择项的字母填入括号内）

1. 旋转椭球面 $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{3}+\frac{z^2}{2}=1$ 的旋转轴是（　　）.

（A）x 轴.　　（B）y 轴.　　（C）z 轴.　　（D）直线 $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{2}$.

2. 设 $I_1=\iint\limits_D[\ln(x+y)]^3dxdy$ $I_2=\iint\limits_D(x+y)^3dxdy$，　$I_3=\iint\limits_D[\sin(x+y)]^3dxdy$，

其中 $D=\{(x,y)\mid x\ge0,y\ge0,\frac{1}{2}\le x+y\le1\}$，则（　）

（A）$I_1<I_2<I_3$.（B）$I_1<I_3<I_2$.（C）$I_2<I_1<I_3$.（D）$I_3<I_2<I_1$.

3. 设 $f(x,y)$ 是连续函数，$R>0$，则 $\int_{-R}^{R}dx\int_0^{\sqrt{R^2-x^2}}f(x^2+y^2)dy=($　　　$)$

（A）$\pi\int_{-R}^{R}f(\rho^2)\rho d\rho$.　　(B) $\pi\int_0^R f(\rho^2)d\rho$.

(C) $\pi\int_0^R f(\rho)\rho d\rho$.　　(D) $\pi\int_0^R f(\rho^2)\rho d\rho$.

4. 螺旋线 $x=\cos t,y=\sin t,z=t$ 在点 $P(0,1,\frac{\pi}{2})$ 处的法平面方程是（　　）.

（A）$x-z+\frac{\pi}{2}=0$.（B）$x+z+\frac{\pi}{2}=0$.（C）$x+z-\frac{\pi}{2}=0$.（D）$x-z-\frac{\pi}{2}=0$.

5. 设幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$ 在点 $x=1$ 处条件收敛，则此幂级数在点 $x=-2$ 处（　　）.

（A）条件收敛.（B）绝对收敛.（C）发散.（D）可能收敛，也可能发散.

三、计算题（每小题 8 分，共 24 分）

1. 求微分方程 $y+3+\cot x\cdot\frac{dy}{dx}=0$ 满足条件 $y|_{x=0}=0$ 的解

2. 设有幂级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\cdot 3^n}$. 求幂级数的收敛半径与收敛域.

3. 设$u(x,y)=\sin(y+3z)$，其中$z=z(x,y)$是由方程$z^2y-xz^3-1=0$所确定的隐函数，求$\frac{\partial u}{\partial x}\big|_{\substack{x=1\\ y=0}}$.

四、解答题（每小题 8 分，共 16 分）

1. 设二阶可导函数 $f(x)$ 满足方程 $f'(x)=1+\int_0^x[3e^{-t}-f(t)]dt$，且 $f(0)=0$.试建立 $f(x)$ 所满足的微分方程，并求出 $f(x)$ 的表达式.

2、计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}x^3dydz+y^3dzdx+z^3dxdy$，其中 Σ 是半球面 $z=\sqrt{1-x^2-y^2}$ 和 $z=\sqrt{2-x^2-y^2}$ 及圆锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围区域的整个表面的外侧.

五、应用题（本题 8 分，共 16 分）

1. 旋转抛物面 $z = 1 - x^2 - y^2$ 与平面 $z = 0$ 所围成的立体的体积.

2. 求曲面 $z = \sqrt{1 - x^2}$ 含在柱面 $|x| + |y| = 1$ 内的那部分面积.

六、证明题（本题 7 分，共 14 分）

设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，记 $A=\int_0^1 f(x)dx$，

证明：$\int_0^1 dx\int_x^1 f(x)f(y)dy=\frac{1}{2}A^2$.

2. 证明 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n!}{n^n}=0$.