四川大学期末考试试卷（A）

（2012—2013 年第二学期）

科目：微积分（II）-2

适用专业年级：数学二各专业 2012 级本科生

题 号	一	二	三			四		五		总 分
得 分										

考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的，严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

一、填空题：请在括号里填入正确的答案. (每小题 **3** 分，共 **15** 分)

1. 位于曲线 $y = xe^{-x}(0 \le x < +\infty)$ 下方, x 轴上方的图形面积是(　　).

2. $\int_1^{\frac{\pi}{2}} \sin(\ln x)dx =$ (　　　　　　　　　　).

3. 设 $u=x^3y^{11}z^{61}$，那么，$\dfrac{xyz}{u}\dfrac{\partial^3 u}{\partial x\partial y\partial z} =$ (　　　　　　　　　　).

4. 设 $z = \arctan\dfrac{x}{y}$，则 $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right|_{\substack{x=2\\y=3}} =$ (　　　　　　　　　　).

5. 设积分区域 D 由三条曲线：圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 和 $x^2+(y-1)^2=1$ 以及直线 $y=0$ 围成. 已知二重积分 $I=\iint_D f(x,y)d\sigma$ 的极坐标形式如下，则相应的直角坐标系形式是 $I=\int_0^{\pi/4} d\theta \int_{2\sin\theta}^{2\cos\theta} \rho^3 \sin 2\theta d\rho =$ (　　　　　　).

二、选择题：(每小题 3 分，共 15 分)

1. 关于平面 π: $6x+3y+2z-6=0$，下面的陈述中，不正确的是 (　　)；

A. 平面过点 $P\left(\frac{6}{11},\frac{6}{11},\frac{6}{11}\right)$; B. 平面与三个坐标轴的截距之和=6;

C. 平面与 Oxy 坐标面的交线方程为 $\begin{cases}2x+y-2=0\\ z=0\end{cases}$;

D. 平面的法方向为 $\vec{n}=\{\frac{6}{11},\frac{6}{11},\frac{6}{11}\}$.

2. 设 $f(x,y)$ 的偏导数皆存在. $f[x,f(x,x)]$ 的全导数是(　　　　)

A. $f_1[x,f(x,x)]+f_2[x,f(x,x)]\,f_1(x,x)$;

B. $f_1[x,f(x,x)]+f_2[x,f(x,x)][\,f_1(x,x)+f_2(x,x)]$;

C. $f_1[x,f(x,x)]+f_2[x,f(x,x)]\,f_1(x,x)+f_{22}(x,x)$;

D. 嘿，全错啦，眼睛都看花了！

3. 下列 4 个函数式：甲. $y=0$　　乙. $y=e^x$　　丙. $y=x^3/3$　　丁. $y=\sin x$

中，是二阶微分方程 $y''=2\sqrt{y'}$ 的特解的个数是:(　　　　)

A. 全都是　　B. 都不是　　C. 刚好一个　　D. 刚好两个

4. 设 $u=\arctan\left(\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$，则 $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}+z\frac{\partial u}{\partial z}$=(　　　　)

A. u　　　　B. $(xy-z)/u$　　　　C. 0　　　　D. 1

5. 常数 p 和 q 怎样取值时，二阶微分方程 $y''+py'+qy=0$ 的每一个解都有无穷多个零点?(　　　　)

A. $p^2-4q>0$,B. $p^2-4q=0$,C. $p^2-4q<0$, D. 啊，这不可能吧！

三、计算题：(每小题 **8** 分，共 **24** 分)

1. $\int_0^{\pi/2} \sin x e^{\sqrt{\cos x}} dx$.

2. 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续,并设 $A=\int_0^1 f(x)dx$,求 $I=\int_0^1 dx\int_x^1 f(x)f(y)dy$.

3. 求方程 $y''+4y'+3y=xe^{-x}$ 的通解.

四、分析题：（每小题 **8** 分，共 **16** 分）

1. 在 5 月 5 日的期中考试题里已经假设 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)-xy}{(x^2+y^2)^2}=1$. 试判断极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)-xy}{x^4+y^4}$ 存在与否.

2. 设 $f(x,y)$ 有连续的偏导数，$y=f(2f(x,y),z)$,

（1）求隐函数 $z=z(x,y)$ 的偏导数 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$；

（2）若 $f(2,1)=1,\ f_x(2,1)=2,\ f_y(2,1)=3$, 求 $z(x,y)$ 在 $(2,1)$ 处的梯度.

五、应用题：(本题 8 分，共 16 分)

1．设平面图形是由曲线围成 $y=\dfrac{3}{x}$ 和 $x+y=4$ 求此图形的面积.

2. 抛物面 $z=x^2+y^2$ 被平面 $x+y+z=1$ 截成一椭圆，求椭圆上的点到原点的距离的最大值与最小值.

六、证明题：(每小题 7 分，共 14 分)

1. 设 $f(x)$在$[a,b]$连续且单调：$f(a)=a$, $f(b)=b$. 又 $x=g(y)$是 $y=f(x)$的反函数. 证明：$\int_a^b f(x)dx+\int_a^b g(y)dy=\mathrm{b}^2-a^2$.

2. 设 $y(x)$是一阶微分方程 $y'+\phi'(x)y=\phi'(x)\phi(x)$ 的一个解, 其中 $\phi(x)$ 是已知可导函数. 如果 $\lim\limits_{x\to+\infty}\phi(x)=\infty$, 证明: $\lim\limits_{x\to+\infty}y(x)=\infty$.