四川大学期中考试试题（闭卷）

（2013—2014 学年第二学期）

课程名称：微积分（Ⅰ）—2　　　　任课教师：　　　　学院：

适用专业年级：　　　　学号：　　　　姓名：

题号	一	二		三		四	五		总分
得分									

考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的，严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

一、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

1、设向量 $a=\{1,2,0\}$ 向量 $b=\{0,-2,1\}$

向量 $c=\{0,0,1\}$

则 $a\times b+b\times c=$（　　　　　　）

2、设 $z=\left(x^2+x\right)^{2y+1}$

则 $dz\big|_{\substack{x=1\\y=0}}=$（　　　　　　）

3、空间曲线 $\Gamma\begin{cases} x+y+z=0 \\ x^2+y^2+z^2=6 \end{cases}$

在点 $p(1,1,-2)$ 处的切线方程是（　　　　　　）

4、二元函数 $z=f(x,y)$ 满足：

$z_x'=y+3x^2$，$z_y'=x+e^y$ 且 $z(0,0)=2$

则 $z=f(x,y)$ 的表达式是（　　　　　　）

5、交换二重积分的积分次序

$\int_0^1 dx\int_{x^2}^{x} f(x,y)dxdy=$（　　　　　　）

6、设平面区域D由 $y=x^2$ 与 $y=1$ 围成

则 $\iint\limits_D\left[|x|+x\sin\left(x^2+y^2\right)\right]dxdy=$（　　　　　　）

7、设空间区域Ω由 $z=\sqrt{x^2+y^2}$，与 $z=1$ 围成。

则 $\iiint\limits_\Omega z^2dxdydz=$（　　　　　　）

8、空间曲线 $\Gamma\begin{cases} z=\dfrac{1}{2}x^2 \\ y=0 \end{cases}$ 绕 Z 轴旋转一周所得的曲面，在 $0\le z\le 1$ 部分的曲面面积是

（　　　　　　）.

二、计算题（每小题 10 分，共 20 分）

1、设方程 $z^5-xz^4+yz^3+1=0$ 确定函数 $z=z(x,y)$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}\Big|_{(0,0)}$，$\dfrac{\partial z}{\partial y}\Big|_{(0,0)}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\Big|_{(0,0)}$

2、计算二重积分，其中 $D=\{(x,y)|0\le x\le 2,\ \ 0\le y\le 2\ \}$

$$\iint\limits_D \max\{xy,1\}\,dxdy$$

三、综合题（每小题 12 分，共 24 分）

1、设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$

讨论 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点处的连续性，偏导数的存在性，可微性。

2、若 $\frac{A}{r^4}\iiint\limits_{\Omega}\sqrt{x^2+y^2+z^2}\,dxdydz=\pi$，其中 $\Omega=\left\{(x,y,z)\ \middle|x^2+y^2+z^2\le r^2\right\}$，求 A 的值。

四、应用题（12 分）

1、求空间曲线 $\begin{cases} z=x^2+y^2 \\ x+y+z=1 \end{cases}$ 上一点 $P(x,y,z)$ 到原点 $(0,0,0)$ 距离达到最大。

五、证明题（每小题 10 分，共 20 分）

1、设二元函数$z=f(x,y)$具有二阶连续偏导数，证明，作变换

$\begin{cases} u=x-2y \\ v=x+3y \end{cases}$可把方程

$6\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$化简为$\frac{\partial^2 z}{\partial u\partial v}0$

2、若函数$f(x)>0 \quad (x\in R)$且连续

令 $$F(t)=\frac{\iiint\limits_{\Omega} f\left(x^2+y^2+z^2\right)dxdydz}{\iint\limits_{D} f\left(x^2+y^2\right)dxdy} \quad (t>0)$$

其中 $\Omega=\left\{(x,y,z)\ \middle|\ x^2+y^2+z^2\le t^2\right\}$

$D=\left\{(x,y)\ \middle|\ x^2+y^2\le t^2\right\}$

证明：$F(t)$在$(0,+\infty)$上单调增加。