

四川大学期末考试试卷(A卷)

(2013—2014年第一学期)

科目:微积分(II)-1 课程号:201074030

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的,一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的;严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

一、填空题(每小题3分,共15分)

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+3x)^{\frac{2}{\sin x}} =$ _____.

2. 曲线 $y = \frac{x^2}{1+x}$ 的斜渐近线方程为 _____.

3. 曲线 $y = \frac{1}{x}$ 在点 $x=1$ 处的切线方程为 _____.

4. 求函数 $y = (x-5)x^{\frac{2}{3}}$ 的单调递减区间为 _____.

5. 已知 $f'(\ln x) = 1+x$, $f(0) = 1$, 则 $f(x) =$ _____.

二、选择题(每小题3分,共15分)

6. 函数 $f(x) = x \cos x e^{-|\sin x|}$ ($-\infty < x < +\infty$) 是().

A. 奇函数 B. 周期函数 C. 有界函数 D. 单调函数

7. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = (1 - \cos x) \ln(1 + 2x^2)$ 与() 是同阶无穷小.

A. x^3 B. x^4 C. x^5 D. x^2

8. 设函数 $f(x) = \frac{1}{e^{\frac{x}{x-1}} - 1}$, 则()

A. $x=0, x=1$ 都是第一类间断点 B. $x=0, x=1$ 都是第二类间断点C. $x=0$ 是第一类间断点, $x=1$ 是第二类间断点D. $x=0$ 是第二类间断点, $x=1$ 是第一类间断点

9. 设函数 $y = f(x)$ 由方程 $\cos(xy) + \ln y - x = 1$ 确定, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} n[f(\frac{2}{n}) - 1] =$ ()

A. 2 B. 1 C. -1 D. -2

10. 函数 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 的 n 阶麦克劳林展开式的拉格朗日型余项

$R_n(x) =$ () ($0 < \theta < 1$)

A. $\frac{1}{(n+1)(1-\theta x)^{n+1}} x^{n+1}$

B. $\frac{(-1)^n}{(n+1)(1-\theta x)^{n+1}} x^{n+1}$

C. $\frac{1}{(1-\theta x)^{n+2}} x^{n+1}$

D. $\frac{(-1)^n}{(1-\theta x)^{n+2}} x^{n+1}$

三、计算题(每小题8分,共24分)

11. 计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x \sin x} - \cos 2x}{x \tan x}$.

12. 方程 $\begin{cases} x = \ln \sin t \\ y = \cos t + t \sin t \end{cases}$ 确定 y 为 x 的函数, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$.

13. $\int x \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx.$

四、解答题(每小题 8 分, 共 16 分)

14. 求曲线 $y = xe^{-x}$ 的极值与拐点.

15. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\frac{x^2}{2}} - \cos x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$

(1) 求 a 为何值时, 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续; (2) 求 $f'(x)$; (3) 求 $f''(0)$.

五、应用题(每小题 8 分, 共 16 分)

16. 在中午十二点整甲船以 6 公里/小时的速率向东行驶, 乙船在甲船的北面 16 公里, 以 8 公里/小时的速率向南行驶, 问下午一点整两船距离的变化速率是多少?

17. 在抛物线 $y = 4 - x^2$ 上有两点 $A(-1, 3)$, $B(3, -5)$, 在曲线弧 AB 上, 求一点 $P(x, y)$ 使 P 到直线 AB 的距离最大.

六、证明题(每小题 7 分, 共 14 分)

18. 设 $x > 0$, 试证 $e^{2x}(1-x) < 1+x$.

19. 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 在 $(0,1)$ 内可导且 $f(0)=f(1)=0$, $f(\frac{1}{2})=1$, 试证明至少存在一点 $\xi \in (0,1)$, 使得 $f'(\xi)=1$.