

四川大学期中考试试卷

(2015—2016 年第一学期)

科目：微积分 (III) -1 课程号：201076030 考试时间：90 分钟

注：请将答案写在答题纸规定的方框内，否则记 0 分。

一. $x \rightarrow 0$ 时，请将下列无穷小量按低阶到高阶的顺序排列（用序号排列）（12 分）

(1) $x + x^3$ (2) $\sin \sqrt[3]{x^2} + x^2$ (3) $\frac{\ln(1+x^2)}{e^{\sqrt[3]{x}} - 1}$ (4) $x^3 \sin \frac{1}{x}$ (5) $\frac{\sqrt[3]{1+x^2} - 1}{1 + \sqrt[3]{x}}$

二. 求 $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$ 的间断点并指明间断类型。（12 分）

三. 求 $y = x\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ 的导数 $\frac{dy}{dx}$ 并指出不可导点。（14 分）

四. 已知 $\begin{cases} x = 2t - t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases}$ ，求 $\frac{d^2y}{dx^2}$ （14 分）

五. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} + ax + b & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$ 且 $f'(0) = -1$ ，求 a, b 。

（14 分）

六. 求过原点且与 $y = \ln x$ 相切的直线方程。（12 分）

七. 长为 $5m$ 的线段 AB 的两端分别在 x 轴和 y 轴滑动， A 端的速度为 $2m/s$ ，当 A 端离原点的距离为 $OA = 3m$ 时，求 B 端的运动速度。

（12 分）

八. 证明： $a > 0$ 时， $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{(1+a)(1+a^2) \cdots (1+a^n)} = 0$ （10 分）