

# 四川大学期末考试试卷 (A)

(2009—2010 年第一学期)

科目: 微积分(I)-1

适用专业年级: 数学—各专业 2009 级本科生

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

线

中

装

题号	一	二	三			四		五		六		总分
得分												

## 考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的, 一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理

四川大学各级各类考试的监考人员, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的; 严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理

### 一、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

- $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}} = ( \quad )$ 。
- 设  $f(x) = xe^{-2x}$ , 则  $f^{(15)}(x) = ( \quad )$ 。
- $f(x) = e^{-x} + \frac{7}{x^2} \int_1^{+\infty} f(x) dx$ , 则  $f(1) = ( \quad )$ 。
- 函数  $y = (x^2 + 1)e^x$  的拐点为  $( \quad )$ 。
- 设空间曲线  $\begin{cases} y = x^2 \\ z = 0 \end{cases}$ , 绕  $x$  轴旋转一周, 则旋转曲面的曲面方程是  $( \quad )$ 。

### 二、选择题 (每题 3 分, 共 15 分) (将正确选择项的字母填入括号内)

- 当  $x \rightarrow 0$  时, 下列四个无穷小量  $\tan x - x$ ,  $1 - \cos x^2$ ,  $\ln(1+x) - x$ ,  $x - \sin x$  是  $x^2$  的同阶无穷小量的个数有  $( \quad )$ 。

- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3

2. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - x + n}{x^2} & x \neq 0 \\ m & x = 0 \end{cases}$ , 在  $x=0$  处连续则  $m \cdot n =$  ( )。

- (A) -2      (B) 2      (C)  $-\frac{1}{2}$       (D)  $\frac{1}{2}$

3. 下列命题中, 错误的是 ( )。

- A. 两个无穷小的和是无穷小    B. 两个无穷大的和是无穷大  
C. 无穷小与无穷大的和是无穷大    D. 无穷大与无穷大的积是无穷大

4. 曲线:  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x}$  的渐近线有 ( )。

- (A) 0 条      (B) 1 条      (C) 2 条      (D) 3 条

5. 设  $g'(x) = f(x)$ ,  $f(x) = \frac{g(x)}{1+x}$  且  $g(1) = 2$ , 则  $g(2) =$  ( )。

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4

### 三、计算题 (每小题 8 分, 共 24 分)

1. 计算极限,  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + \sin x)^{\frac{1}{x}}$

2、设函数  $y = y(x)$ ，由下列方程所确定，

$$\begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 + 1 \\ y = \int_0^t u^2 \cos u du \end{cases}, \quad \text{求 } \frac{d^2 y}{dx^2}.$$

3、计算  $\int_1^2 \frac{x^2 + x^3}{1 + \sqrt{1 - x^2}} dx$

四、解答题（每小题 8 分，共 16 分）

$$1、\text{ 设 } f(x) = \begin{cases} \frac{3A}{x^3}(x - \sin x) & x > 0 \\ B & x = 0 \\ \frac{1}{x} \int_0^x \cos u^2 du & x < 0 \end{cases}$$

若  $f(x)$  在  $x=0$  处连续

(1) 求  $A$ 、 $B$ 。

(2) 设  $F(x) = x^A e^{-Bx}$ ，确定  $F(x)$  的单调区间与凹凸区间。

$$2、\text{ 设 } f(x) = \int_1^{x^2} \frac{\sin u}{u} du$$

(1) 求  $f'(0)$ ，并讨论  $f'(x)$  在  $x=0$  处的连续性。

(2) 计算  $\int_0^1 x f(x) dx$  的值。

**五、应用题（本题 8 分，共 16 分）**

1、设函数  $y = y(x)$  由方程  $xy - e^x - e^y + 2 = 0$  所确定，求

(1) 求  $y'(0)$  和  $y''(0)$ 。

(2) 求  $y = y(x)$  所确定的曲线在  $x = 0$  处的切线方程和曲率  $K$ 。

2、在曲线  $y = \frac{1}{x^2} + 1$  ( $x > 0$ ) 上求一点，使得过此点的切线与两坐标轴所围成的直角三角形的面积最小；并求此最小值。

六、证明题（本题 7 分，共 14 分）

1、证明：方程  $7x - \int_0^x e^{-t^2} dt - 1 = 0$  在区间  $(0, 1)$  内有且仅有一个实数根。

2、(1) 证明，若  $0 \leq x \leq 1$  时， $\sin x \geq x - \frac{1}{6}x^3$ 。

(2) 并由此证明  $\frac{17}{18} \leq \int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx \leq 1$ 。