任课教师：

姓名：

学号：

年级：

学院：

线 订 装

四川大学期末考试试卷（A）

（2010—2011 年第二学期）

科目：《大学数学》微积分(I)-2

适用专业年级：数学一各专业 2010 级本科生

题号	一	二	三			四		五		六		总分
得分												

考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》.有考试违纪作弊行为的，一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》.有违反学校有关规定的；严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 $z=\arctan\dfrac{y}{x}$，则全微分 $dz\big|_{\substack{x=1\\y=2}}=$ ____________________。

2. 函数 $z=x^2e^{xy}$ 在点 $P(1,1)$ 处的最大的方向导数为 __________。

3. 设 $xz+y^2\ln x-yz^2=0$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}\big|_{(1,-2,0)}=$ ______________。

4. 平面 $x+y+z=1$ 含在圆柱面 $x^2+y^2=4$ 内的那部分面积为 _________。

5. $\int_0^8 dx\int_{\sqrt[3]{x}}^2\dfrac{1}{1+y^4}dy=$ __________。

二、选择题（每小题 3 分, 共 15 分）

1. 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2}, & 当\ x^2+y^2\neq 0\\ 0, & 当\ x^2+y^2=0\end{cases}$，则（　　　）。

（A） $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ 存在，但 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 不连续。

（B） $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 连续，但 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 偏导数不存在。

（C） $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 不连续，但 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 偏导数存在。

（D） $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 偏导数不存在，但 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 可微分。

2. 设 $y_1=1$， $y_2=x$， $y_3=x^2$ 是二阶线性微分方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=f(x)$ 的三个解，则以下函数中<u>不是</u>该微分方程的通解的是（　　　）。

（A） $y=C_1(x-1)+C_2(x^2-1)+1$　　（B） $y=C_1(x-1)+C_2(x^2-x)+x$

（C） $y=C_1(x^2-1)+C_2(x^2-x)+x^2$　　（D） $y=C_1x+C_2x^2+1$

3. 设 $\Omega=\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2\leq R^2, y\geq 0\}$， Ω_1 是 Ω 在第一卦限部分，则（ ）。

（A） $\iiint\limits_{\Omega} x\,dv=4\iiint\limits_{\Omega_1} x\,dv$　　（B） $\iiint\limits_{\Omega} y\,dv=4\iiint\limits_{\Omega_1} y\,dv$

（C） $\iiint\limits_{\Omega} z\,dv=4\iiint\limits_{\Omega_1} z\,dv$　　（D） $\iiint\limits_{\Omega} xyz\,dv=4\iiint\limits_{\Omega_1} xyz\,dv$

4. 曲线 $x=t, y=2t^2, z=3t^3$ 在 $t=1$ 所对应的点处的切线方程是（　　　）。

（A） $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$　　（B） $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-9}{3}$

（C） $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z-3}{9}$　　（D） $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{4}=\dfrac{z-9}{9}$

5. 函数 $f(x,y)=xy+2y-\ln(xy^2)$ 在第一象限（　　　）。

（A）只有一个极值，且为极小值。　　（B）只有一个极值，且为极大值。

（C）有两个极值。　　（D）没有极值。

三、**计算题**（每题 8 分, 共 24 分）

1. 设 $z=f(xy,\frac{x}{y})+g(\frac{y}{x})$，其中 f 具有二阶连续偏导数，g 具有二阶导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

2. 计算曲线积分 $\oint_L (1+y^2)dx+xydy$，其中 L 为由曲线 $y=\sin x$ 和 $y=2\sin x$（$0\le x\le \pi$）所围成的区域的正向边界曲线。

3. 计算曲面积分 $\oiint_{\Sigma} x^2dydz + y^2dzdx + z^2dxdy$ ，其中 Σ 是圆锥体 $\sqrt{x^2+y^2} \le z \le h$（$h>0$）的整个表面的外侧。

四、解答题（每小题 8 分，共 16 分）

1．已知曲线积分 $\int_L [e^x + 2f(x)]ydx - f(x)dy$ 与路径无关，且 $f(0)=0$。

（1）求函数 $f(x)$；（2）计算曲线积分 $\int_{(0,0)}^{(1,1)} [e^x + 2f(x)]ydx - f(x)dy$。

2.设$u(x,y)=\sin(y+3z)$，其中$z=z(x,y)$是由方程$z^2y-xz^3-1=0$所确定的隐函数，求$\left.\dfrac{\partial u}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=0}}$.

五、应用题（本题8分，共16分）

1. 求圆锥面$z=\sqrt{x^2+y^2}$与球面$x^2+y^2+(z-1)^2=1$的上半部分所围成的立体的体积。

2. 求 $f(x,y,z)=2x+y+3z$ 在椭圆 $x^2+y^2=2, x+z=1$ 上的最大值和最小值。

六、证明题（本题 7 分，共 14 分）

1. 设 $y_1(x)$ 和 $y_2(x)$ 是二阶齐次线性微分方程 $y''+p(x)y'+q(x)y=0$ 的两个解，令

$$W(x)=\begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) \end{vmatrix}=y_1(x)y_2'(x)-y_1'(x)y_2(x)$$

证明：（1）$W(x)$ 满足方程 $\dfrac{dW}{dx}+p(x)W=0$；(2) $W(x)=W(x_0)e^{-\int_{x_0}^{x}p(t)dt}$。

2. 证明：$\int_a^b dx\int_a^x (x-y)^{n-2} f(y)dy = \frac{1}{n-1}\int_a^b (b-y)^{n-1} f(y)dy$， n是大于 1 的整数。