

四川大学期末考试试卷(A)

(2013—2014 年第二学期)

科目: 微积分 I-2 课程号: 201138040

题号	一	二					三	四	五	附加	总分
得分											

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的, 一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理

四川大学各级各类考试的监考人员, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的: 严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理

注: 本套试卷共 7 页, 解答请写在试卷相应位置上, 否则应标明题号。

★ 附加题计入总分, 若总分超过 100 分, 按 100 计。

得分

一、填空题 (每空 3 分, 共 18 分)

1. 曲线 $\Gamma: \begin{cases} z = \sqrt{y-1} \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 Y 轴旋转一周, 其旋转曲面的曲面方程是_____。

2. 设二元函数 $u = (1+y)x^2$, 则 $du|_{x=2, y=1} =$ _____。

3. 平面域 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$, 则 $\iint_D |x-y| dx dy =$ _____。

4. 设平面曲线 L 由 $y = x^2$ ($-1 \leq x \leq 1$) 确定, 则 $\int_L x^3(1+y) ds =$ _____。

5. 已知微分方程 $\begin{cases} y'' = 1 + (y')^2 \\ x=0 \text{ 时}, y=1, y'=0 \end{cases}$, 则其特解是_____。

6. 一个二阶线性非齐次方程有三个解: $y_1 = 1, y_2 = x, y_3 = x^2$, 则该微分方程满足 $y(0) = 1, y'(0) = 2$ 的特解是_____。

二、计算题(每小题 8 分, 共 40 分)

得分	
----	--

1. 已知 $z = (x+1)^y$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

得分	
----	--

2. 设方程 $\ln x - \ln z + \frac{z}{y} = 0$ 确定的二元函数 $z = z(x, y)$,

计算 $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} - z$.

得分	
----	--

3. 空间区域 Ω 由 $z = x^2 + y^2, z = 4$ 围成, 计算

$$\iiint_{\Omega} (x + y + z)^2 dx dy dz.$$

得分	
----	--

4. 曲面 $\Sigma: z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 在 $0 \leq z \leq 4$ 的部分, 指向外侧, 计算

$$\iint_{\Sigma} x dy dz + y dz dx + z dx dy.$$

得分	
----	--

5. 求微分方程 $y'' - 2y' + y = e^x$ 的通解.

三、解答题 (每小题 8 分, 共 16 分)

得分	
----	--

1. 已知曲线积分 $\int_L [x^3 + y^2 \sin x] dx + [\varphi(x)y - y^3] dy$ 与路径无关,

且 $\varphi(0) = 1$, $\varphi(x)$ 具有一阶连续导数. (1) 求 $\varphi(x)$ 的解析表达式; (2) 若有向曲线 L

由 $y = \cos(\frac{\pi x}{2})$ 从 $(1,0)$ 到 $(0,1)$ 确定, 计算该曲线积分.

得分	
----	--

2. 设曲线方程 $y = f(x)$, $f(x)$ 具有一阶连续导数, 曲线上任一点 $P(x, y)$ 处的切线斜率等于 $\frac{2y+x+1}{x}$, 且通过点 $(1, 0)$, 求此曲线方程的解析表达式.

四、应用题 (每小题 7 分, 共 14 分)

得分	
----	--

1. 设二元函数 $z = \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{3}y^3 - 6x^2 + 8y^2$, 向量 $\vec{l} = (1, 1)$,

(1) 设 P 点坐标为 (x, y) , 求 $\frac{\partial z}{\partial l}\bigg|_P$; (2) 求 $\frac{\partial z}{\partial l}\bigg|_P$ 的极值与极值点的坐标.

得分	
----	--

2. 求由曲面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 和曲面 $z = x^2 + y^2$ 所围成的立体的表面积与体积.

五、证明题(每小题 6 分, 共 12 分)

得分	
----	--

1. 函数 $f(u, v)$ 具有二阶连续偏导数, 且 $f_u + f_v = 0$, 若方程

$$z = f(x + z, y + z) \text{ 确定二元函数 } z = z(x, y), \text{ 求证: } \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0.$$

得分	
----	--

2. 设函数 $f(t)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 证明:

$$\int_0^1 dv \int_0^v du \int_0^u f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^1 (1-t)^2 f(t) dt.$$

得分	
----	--

六、附加题(共 8 分, 附加题得分记入总分, 超过 100 分以 100 分记)

$$\text{设 } f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}, \quad \text{证明: } f(x, y) \text{ 在 } (0, 0) \text{ 点}$$

处连续, 但不可微.