① 微分的定义.

对于函数 $y=f(x)$，若存在常数A，使 $\Delta y=f(x_0+\Delta x)-f(x_0)=A\Delta x+o(\Delta x)$.
则称 $y=f(x)$ 在 x_0 处可微，且记 $dy|_{x=x_0}=A\Delta x$ 为 $f(x)$ 在 x_0 处微分.

↳ 由上面讨论知：若 $f(x)$ 于 x_0 处可导，则必有在 x_0 处可微，且 $A=f'(x)$.

$$\boxed{\begin{gathered} f(x)\text{在}x_0\text{处可微} \xLeftrightarrow{\text{充要}} f(x)\text{在}x_0\text{处可导} \\ df(x)|_{x=x_0}=f'(x_0)\Delta x \end{gathered}}$$

由 $dx=\Delta x$， $\Rightarrow$ $df(x)=f'(x)dx$

故 $f'(x)=\dfrac{df(x)}{dx}=\dfrac{dy}{dx}$. 为因变量与自变量微分之比.

② 微分的近似计算. $f(x)\approx f(0)+f'(0)x$.

由 $f(x)$ 在 x_0 处可导，必有 $\Delta y=f(x)-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)+o(x-x_0)$.

从而 $x\to x_0$（即 $|\Delta x|$ 很小）时有：$\boxed{f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0).}$

↳ 切线方程得来：

$f(x)-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$

Eg. 计算 $\sin 30°30'$ 的近似值.

$\Delta x=x-x_0=30'=\frac{\pi}{360}$.

$f(x)\approx f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)=\sin 30°+\cos 30°\cdot\frac{\pi}{360}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}\pi}{720}$.

Eg. 计算 $\sqrt[3]{245}$.

$2^5=32$. $3^5=243$. ≈ 245.

$\downarrow$ $(1+x)^{\alpha}=1+\alpha x$

$\sqrt[3]{245}=\underbrace{\sqrt[3]{3^5+2}=3\cdot\left(1+\frac{2}{3^5}\right)^{\frac{1}{5}}}=3\cdot\left(1+\frac{1}{5}\cdot\frac{2}{3^5}\right)=3+\frac{2}{5\cdot 3^4}$.

提取一个3^5出来!!!!!