

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

线

订

装

四川大学期末考试试卷(A)

(2014—2015 年第一学期)

科目:《大学数学》微积分(II) -1

一		二						三	四	五	六	七	八	九	总分
1	2	1	2	3	4	5	6								

考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的,一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的;严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理

注:本套试卷共 7 页,解答请写在试卷相应位置上,否则应标明题号。

★ 附加题计入总分,若总分超过 100 分,按 100 计。

得分

一、判断下列级数的收敛性(每题 4 分,共 8 分)

1、
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 3n + 2}$$

2、
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\arctan(n)}$$

得分	
----	--

二. 计算题。(每小题 5 分, 共 30 分)

1、 $y = \sqrt{(x+1)(x^2+1)(x^3+1)}$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

2、 设函数 $y(x)$ 由方程 $xy + y^2 = 2x$ 确定, 当 $y = 1$ 时, 求 $\frac{dy}{dx}$.

3、 $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x^2-4}$

$$4、\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x) - \sin x}{\sqrt{1-x^3} - 1}$$

$$5、\int (2x+1)(x^2+x+1)^2 dx$$

$$6、\int \arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}} dx, x > 0$$

得分	
----	--

三. (12 分) 设 $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$, 求 (1) 函数 $f(x)$ 的间断点及其类型; (2) 函数图形的渐近线; (3) 函数的极值.

得分	
----	--

四. (10 分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+6ax)}{x}, & x < 0 \\ 6, & x = 0, \\ \frac{1 - \cos(2ax) + 4x^2}{x \sin x}, & x > 0 \end{cases}$, 问: (1) a 为何值时, $f(x)$

在 $x = 0$ 处连续; (2) a 为何值时, $x = 0$ 是 $f(x)$ 的可去间断点?

得分	
----	--

五. (10 分) 设 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上连续, 在 $(-1,1)$ 可导, 且 $f(-1) = f(1)$, 证明:

对任意实数 β , 存在 $\xi \in (-1,1)$, 使得 $f'(\xi) + \beta \cdot \xi \cdot f(\xi) = 0$.

得分	
----	--

六. (10 分) 已知 $f'(e^{-x}) = x$, $\lim_{x \rightarrow 0+0} f(x) = 0$, (1) 确定函数 $f(x)$ 的表达式;

(2) 若 k 是实数, 讨论 $f(x) - k = 0$ 的实零点情况.

得分	
----	--

七、(10 分) 设 a 是正实数, 使得对任意的 $x > 0$ 成立 $\frac{1}{x} \geq a + \frac{1}{2x^2}$, 求 a 的最小值.

得分	
----	--

八. (10 分) 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上三阶可导, 且 $f(0) = f(1) = 0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 证明:

存在 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $f'''(\xi) = 0$.

得分	
----	--

九. (10 分) 附加题: 设函数 $f(x)$ 满足: $f(x) = f(x+1) + f(x-1)$, 且

, (1) 证明 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内有唯一实零点; (2) 若

，
，
，证明序列 收敛到 的唯一实零

点.