

# 四川大学期末考试试题（闭卷）

（2011—2012 学年第一学期）

课程名称：微积分（III）—1 201076030 任课教师： 学院：  
适用专业年级： 学号： 姓名：

题号	一	二	三	四	总分
得分					

## 考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的，严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

一、单项选择题（每题 3 分，共 15 分）

1.  $f(x) = \begin{cases} x^{\frac{1}{3}} \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ ，则  $f(x)$  在  $x=0$  处（ ）。

- A. 极限不存在                      B. 极限存在但不连续  
C. 连续但不可导                      D. 可导

2.  $y = f(\sin 2x)$  则  $dy = ( \quad )$ 。

- A.  $f'(\sin 2x)dx$                       B.  $f'(\sin 2x)d(\sin 2x)$   
C.  $f'(\sin 2x)\cos 2xdx$                       D.  $[f(\sin 2x)]' d(\sin 2x)$

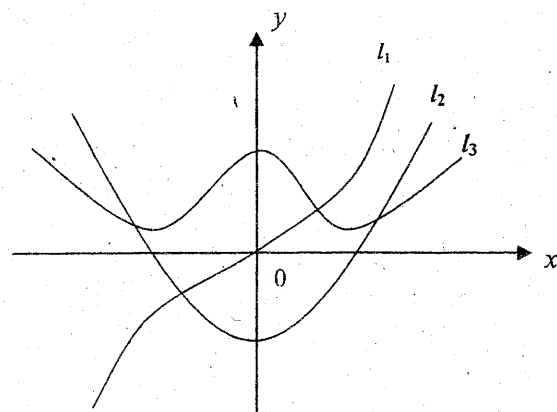
3.  $f(x)$  在  $[a, b]$  可导，且  $f'(x) \neq 0$ ，则下列说法错误的是（ ）。

- A.  $f(a) \neq f(b)$                       B.  $f(x)$  在  $(a, b)$  是单调函数  
C.  $f(x)$  在  $(a, b)$  存在极值                      D.  $f(x)$  在  $[a, b]$  存在最值

4.  $y = xe^{\frac{\pi}{2} + \arctan x} + \frac{1}{x^2 - 1}$  有几条渐近线（ ）。

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

5. 图中三条曲线分别为  $f(x), f'(x), f''(x)$ , 则正确的是 ( )



- A.  $l_1 = f(x)$   $l_2 = f'(x)$   $l_3 = f''(x)$   
 B.  $l_1 = f(x)$   $l_2 = f''(x)$   $l_3 = f'(x)$   
 C.  $l_1 = f'(x)$   $l_2 = f(x)$   $l_3 = f''(x)$   
 D.  $l_1 = f''(x)$   $l_2 = f'(x)$   $l_3 = f(x)$

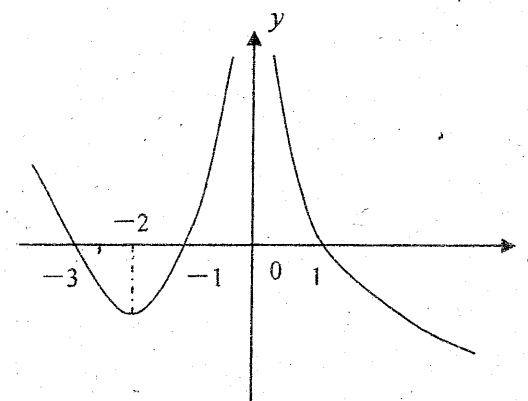
二、填空题 (每题 3 分, 共 21 分)

1. 已知  $y = f(x)$  在  $x_0$  处的改变量为 0.01, 对应函数改变量的线性主部为 0.1, 则  $f'(x_0) =$  \_\_\_\_\_.
2.  $x \rightarrow 0$  时,  $e^x - ax^2 - bx - c$  是比  $x^2$  较高阶的无穷小, 则  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_,  $c =$  \_\_\_\_\_.
3. 已知  $f'(\ln x) = x \cos x$ , 则  $f(\ln x) =$  \_\_\_\_\_.
4.  $\int \sqrt{\frac{x}{1-x\sqrt{x}}} dx =$  \_\_\_\_\_.
5.  $f(x) = \frac{2}{x} \ln \frac{x}{2}$  的上凹区间为 \_\_\_\_\_.
6. 方程  $3x - x^3 = k$  只有一个实根, 则  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
7. 已知  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = \sqrt{e}$ , 且  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x+1) - f(x)] = \lim_{x \rightarrow +0} (\cos \sqrt{x})^{\frac{e}{x}}$ , 则  $c =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题（每题 11 分，共 55 分）.

1. 已知:  $f(0)=1, f'(0)=-1$ , 求  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(\ln \sqrt{x})-1}{1-x}$ .

2. 函数  $y=f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 其导函数图形如下图, 试确定  $f(x)$  的极值点和拐点, 并说明理由.



3. 由  $\sqrt{x^2 + y^2} = e^{\arctan \frac{y}{x}}$  确定  $y = y(x)$ , 求  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .

4.  $f(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \cdot e^{nx} + x}{e^{nx} + 3^x}$  求  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上一个原函数  $F(x)$ , 满足  $F(0) = 0$ .

5. 某工厂生产某产品, 日总成本  $C$  元, 其中固定成本 300 元, 每多生产一个产品, 成本增加 10 元, 已知该商品的需求函数为  $Q = 300 - 10p$ .

①求需求量  $Q$  对价格  $p = 20$  时的弹性, 并说明经济意义;

②求工厂日总利润  $L$  的最大值.

四、证明题 (以下二小题任选一题, 多做仅选高分题) (9 分).

1. 已知:  $b > a > 0$ , 求证:  $\ln \frac{b}{a} > \frac{2(b-a)}{b+a}$ .

2.  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  二阶可导,  $f(a)$  是  $f(x)$  的极小值,  $f(b)$  是  $f(x)$  的极大值.

且  $f(a) > f(b)$

证明:  $f''(x)$  至少有 3 个零点.