四川大学期末考试试卷(A)

(2005—2006学年第二学期)

科　目:《大学数学》(微积分)

适用专业年级:四川大学数学一类2005级各专业本科生

题号	一	二	三			四		五		六		总分
得分												

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的,一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的,严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

学院:　　年级:　　学号:　　姓名:　　任课教师:

装　　订　　线

得　分	
评阅人	

一、填空题(每小题3分,共15分)

1. 设 $u=e^{-x}\sin(x+y)$,则 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$ 在点(0, π)处的值为__________.

2. 交换二次积分的积分次序,$\int_0^1 dy\int_{1-y}^1 f(x,y)dx$ =__________.

3. 设Σ是球面 $x^2+y^2+z^2=4$,在Z≥0的部分,曲面积分 $I=\iint_\Sigma zds=$__________.

4. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+1 & -\pi<x\le 0\\ 2x & 0<x\le\pi\end{cases}$,则它的傅里叶级数在区间(—$\pi$,$\pi$)内的和函数 $S(x)=$__________.

5. 曲线 $y=x^2$ 绕 y 轴旋转一周,则旋转体的方程为__________.

得　分	
评阅人	

二、选择题(每小题3分,共15分)

1. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{(-1)^n}{2^n}\right)x^n$ 的收敛半径R=(　　　).

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) $\frac{1}{2}$

2．在曲线$\begin{cases} x=t \\ y=-t^2 \\ z=t^3 \end{cases}$的所有切线中，与平面$x+2y+z=4$平行的切线（　　）.

（A）只有 1 条　　（B）只有两条　　（C）至少有三条　　（D）不存在

3．由方程$xyz+x^2+y^2+z^2=2$所确定的函数$z=z(x,y)$在点$(1,\ 0,\ -1)$处的全微分$dz=($　　$)$.

（A）$dz=-\frac{1}{2}dx+dy$　　（B）$dz=dx-\frac{1}{2}dy$

（C）$dz=\frac{1}{2}dx+dy$　　（D）$dz=dx+\frac{1}{2}dy$

4．函数$z=x^2+y^2$ 从$(1,2)$点到$(2,\ 2+\sqrt{3})$方向的方向导数为（　　）.

（A）$\{2,4\}$　　（B）$8+2\sqrt{3}$　　（C）$1+2\sqrt{3}$　　（D）$\frac{4}{3}\pi$

5．求微分方程$x^2y'+xy=y^2$　满足　$y\big|_{x=1}=1$的特解$y=$　（　　）.

（A）$y=\dfrac{2x^2}{1+x^2}$　　（B）$y=\dfrac{2x^2}{1-x^2}$

（C）$y=\dfrac{2x}{1-x^2}$　　（D）$y=\dfrac{2x}{1+x^2}$

三、计算题（每小题 8 分，共 24 分）

得　分	
评阅人	

1．设$z=z(x,y)$由方程$z^3-x+yz=1$所确定，求$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\Big|_{(0,0)}$的值.

得　分	
评阅人	

2. 求由 $x^2+y^2+z^2=4$ 和 $z^2-x^2-y^2=0$ 在 $z\le 0$ 的部分所围成的立体体积.

装……订……线

得　分	
评阅人	

3. 求微分方程 $y''-4y'+4y=e^x$ 的通解.

四、解答题（每小题 8 分，共 16 分）

得　分	
评阅人	

1. 设曲线积分 $\int_L x^2y^2dx + y\varphi(x)dy$ 与路径无关，其中 $\varphi(x)$ 有一阶连续导数，且 $\varphi(0)=1$，计算：$\int_{(0,\ 0)}^{(1,\ 1)} x^2y^2dx + y\varphi(x)dy$ 的值.

得　分	
评阅人	

2. Σ 为有向曲面 $z = x^2 + y^2 \quad (0 \le z \le 1)$，$\Sigma$ 的方向为外侧，计算曲面积分 $\iint_\Sigma xdydz + ydxdz + dxdy$.

五、应用题（每小题 8 分，共 16 分）

得　分	
评阅人	

1．在第一卦限作椭圆面 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$ 的切平面，使切平面与三坐标面围成的四面体体积最小，求此切平面的切点和最小体积.

得　分	
评阅人	

2．某曲线经过原点，且在点 (x,y) 处的切线斜率等于 $2x+y$，求此曲线的方程.

装…………订…………线

六、证明题（每小题 7 分，共 14 分）

得　分	
评阅人	

1. 设$a_n > 0 \quad (n=1,2,3,\cdots)$且级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$收敛，

求证：$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n (n\operatorname{arc}\tan\dfrac{\lambda}{n})a_{2n}$绝对收敛$(0<\lambda<\dfrac{\pi}{2}$为常数$)$.

得　分	
评阅人	

2. 设函数$u(x,y)=\varphi(x+y)+\varphi(x-y)+\int\limits_{x-y}^{x+y}\psi(t)dt$，其中：函数

$\varphi(t),\psi(t)$都具有二阶连续导数，求证：$\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$.