

四川大学期末考试试卷 (A)

(2006—2007 学年第二学期)

科 目：大学数学(II)微积分-2

适用专业年级：四川大学数学二类 2006 级各专业本科生

题号	一	二	三				四			五	六	总分
得分												

考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》.有考试违纪作弊行为的,一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理.

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》.有违反学校有关规定的,严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理.

得 分	
评卷人	

一、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1、 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \frac{1}{2}t^2 - \ln t + 3t \\ y = 2t - 1 \end{cases}$ 决定, $\int y dx =$ _____.

2、 $f(x) = \frac{x^2}{1+4x^2} - \int_0^a f(x) dx, a+1 \neq 0$, 则 $\int_0^a f(x) dx =$ _____.

3、求极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{(y-x)x}{\sqrt{x^2+y^2}} =$ _____.

4、计算积分 $I = \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} dy \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{y}} e^{\frac{y}{x}} dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} e^{\frac{y}{x}} dx =$ _____.

5、微分方程 $(y^2 - 6x)dy + 2ydx = 0$ 的通解是_____.

得 分	
评卷人	

二、选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1、函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 且 $f(x)$ 是单调减函数, 而

$$F(x) = \int_0^x (x-2t)f(t)dt, \text{ 则 ()};$$

A. $F(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续不可导 B. $F'(x) = 0$

C. $F(x)$ 为增函数 D. $F(x)$ 为减函数

2、 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 点连续是 $f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 点两个偏导数 $f'_x(x_0, y_0)$

及 $f'_y(x_0, y_0)$ 存在的 ();

A. 必要条件 B. 充分条件 C. 充要条件 D. 既非充分也非必要条件

3、二元函数 $z = 3(x+y) - x^3 - y^3$ 的极值点是 ();

A. (1, 1) B. (1, -1) C. (-1, 1) D. (-1, -2)

4、设 D 为 $x^2 + y^2 \leq a^2$, 当 $a =$ () 时, $\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx dy = \pi$;

A. 1 B. $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ C. $\sqrt[3]{\frac{3}{4}}$ D. $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

5、设线性无关的函数 y_1, y_2, y_3 都是二阶齐次线性方程 $y'' + p(x)y' + q(x)y$

$= f(x)$ 的解, C_1, C_2 为任意常数, 则该方程的通解是 ()。

A. $C_1 y_1 + C_2 y_2 + y_3$ B. $C_1 y_1 + C_2 y_2 - (C_1 + C_2) y_3$

C. $C_1 y_1 + C_2 y_2 - (1 - C_1 - C_2) y_3$ D. $C_1 y_1 + C_2 y_2 + (1 - C_1 - C_2) y_3$

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

线

订

装

得分	
评卷人	

三、计算题(每题 8 分, 共 32 分)

1、 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$;

2、 设 $z = f(u, x, y), u = xe^y$, 其中 f 具有连续的二阶偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$;

3、求二阶非齐次方程 $y'' - 6y' + 5y = 5x + 4$, $y|_{x=0} = y'|_{x=0} = 1$ 的解;

4、 $\iint_D (x + y) dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | \text{由 } y = x^2, y = 4x^2, y = 1 \text{ 所围}\}$ 。

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

线

订

装

得分	
评卷人	

四、解答题(每题 8 分,共 24 分)

1、由方程 $\int_0^y e^{t^2} dt + \int_0^{x^2} \frac{\sin t}{\sqrt{t}} dt = 1$ 确定 y 为 x 的函数,求 $\frac{dy}{dx}$;

2、设 $y'' + p(x)y' = f(x)$ 的一特解为 $\frac{1}{x}$, 对应的齐次方程有一特解为 x^2 ,
试求: (1) $p(x), f(x)$ 的表达式; (2) 此方程的通解;

3、设 $f(x,y)$ 为连续函数，求 $I = \lim_{\rho \rightarrow 0^+} \frac{1}{\pi \rho^2} \iint_{x^2+y^2 \leq \rho^2} f(x,y) d\sigma$

得 分	
评卷人	

五、证明题(共 7 分)

证明 $\int_a^b dx \int_a^x (x-y)^{n-2} f(y) dy = \frac{1}{n-1} \int_a^b (b-y)^{n-1} f(y) dy.$

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

线
订
装

得 分	
评卷人	

六、应用题(共 7 分)

某厂要用铁板做一个体积为 $2m^3$ 的有盖长方体水箱，问当长、宽、高各取怎样的尺寸时，才能使用料最省？