

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

四川大学期末考试试卷 (A)

(2010—2011 年第一学期)

科目:《大学数学》(微积分)

适用专业年级:数学三各专业 2010 级本科生

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的,一律照《四川大学学生考试违纪作弊处理处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的,严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

阅卷人	
得分	

一、填空 (每题 3 分, 共 15 分)

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\ln(1 + \sin x)} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2、若 f 二阶可导, 则函数 $y = f(\sqrt{x})$ 的二阶导数为: $\underline{\hspace{2cm}}.$

3、若 $f(t) = \lim_{x \rightarrow \infty} [t(1 + \frac{1}{x})^{2\alpha}]$, 则 $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

4、 $\int x \ln(1+x) dx \underline{\hspace{2cm}}.$

5、设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导, 且 $F(x) = f(x^2 - 1) + f(1 - x^2)$, 则有

$F'(1) = \underline{\hspace{2cm}}, F'(-1) = \underline{\hspace{2cm}}.$

二、单项选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

阅卷人	
得分	

1. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x[f(x) - f(0)]}{1 - \cos x} = 1$, 则().

A. $f'(0) = 1$ B. $f'(0) = \frac{1}{2}$ C. $f'(0) = 2$ D. $f'(0)$ 未必存在

2. 下列等式中正确的是 ().

A. $2\sqrt{x}dx = d(\frac{1}{\sqrt{x}})$

B. $-\frac{1}{x}dx = d(\frac{1}{x^2});$

C. $3x^2e^{x^3}dx = d(e^{x^3})$

D. $\ln x dx = d(\frac{1}{x})$

3. 设函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - 2h + h^2) - f(x_0)}{h} = (\quad)$

A. $-2f'(x_0)$ B. $2f'(x_0)$ C. $-\frac{1}{2}f'(x_0)$ D. $\frac{1}{2}f'(x_0)$

4. 曲线 $\frac{x-1}{x^2-5x+4}$ ().

A. 只有水平渐近线;

B. 只有铅直渐近线;

C. 没有水平渐近线和铅直渐近线;

D. 有水平渐近线和铅直渐近线

5. 设 $f''(x)$ 是连续函数, 则 $\int xf''(x)dx = (\quad)$

A. $f'(x) - f(x) + c$

B. $xf'(x) - f(x) + c$

C. $f(x) - xf'(x) + c$

D. $xf(x) - f'(x) + c$

三、计算题 (每题 7 分, 共 35 分)

阅卷人	
得 分	

1、计算 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-3} \right)^{-x}$

2、 $y = \arctan \frac{1}{x}$, 求 y', y'' , 并由计算出的结果, 讨论曲线的单调性及凸凹性.

3、设曲线 $y = y(x)$ 由方程 $\sin y + e^x - xy - 1 = 0$ 确定, 求曲线过点(0,0)的切线方程。

4、 $\int \frac{dx}{(1+e^x)^2}$

5. $\int \frac{2x dx}{x^2 - x + 6}$

四、解答题(每小题 7 分,共 14 分)

阅卷人	
得 分	

1、设 $F(x)$ 为 $f(x)$ 的原函数, 且 $F(0)=1$, 当 $x \geq 0$ 时, 有 $f(x) F(x) = \sin^2 2x$, $F(x) \geq 0$, 求 $f(x)$

2、设
$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(1 + e^{\frac{1}{x}}) \cdot x^n + e^{\frac{1}{x}} \cdot x^{2n}}{(2 + 3e^{\frac{1}{x}}) \cdot x^n + 3e^{\frac{1}{x}} \cdot x^{2n}}$$

(1) 写出 $f(x)$ 的解析式和定义域.

(2) 讨论 $f(x)$ 在 $x = 0$ 的连续性、可导性及极限.

阅卷人	
得分	

五、应用题 (11 分)

某厂欲建一个容积为 300 立方米的园柱形无盖蓄水池，已知池底单位造价为池壁单位造价的两倍，(1)、问蓄水池的尺寸应如何设计才能使总造价最低？

(2)、求总造价对池底半径的弹性。

(3)、池底半径等于何值时为单位弹性？经济上如何解释？

六、证明题(每小题 5 分, 共 10 分)

阅卷人	
得 分	

1. 已知 $f(x) = a_0x + \frac{a_1}{2}x^2 + \cdots + \frac{a_n}{n+1}x^{n+1}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 连续且可导,

证明 $a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n = 0$ 在开区间 $(0,1)$ 有根.

- 2、证明: 当 $x > 0$ 时, $\arctan x + \frac{1}{x} > \frac{\pi}{2}$ 。