

学院  
班级  
学号  
姓名  
任课教师：  
装订线内不要答题

# 四川大学期末考试试卷(A)

(2008— 2009 学年第一学期)

适用专业年级：各学院选修微积分（II）的本科 2008 级学生

课程号：201074030

课程名称：大学数学（II）微积分 - 1

题号	一	二	三			四		五		六		总分
得分												

## 考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的，严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

得分	
评阅人	

## 一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-1/x^2}}{x^{2009}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2、曲线  $y = \frac{x}{1+x^2}$  的拐点有        个.

3、已知  $y = x^2 e^x$ ，则  $y^{(2009)}(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4、曲线  $y = x \ln(x^{-1} + e)$ , ( $x > 0$ ) 的渐近线是\_\_\_\_\_.

5、数列  $\{\sqrt[n]{n}\}$  的最大项是\_\_\_\_\_.

得 分	
评阅人	

## 二、选择题 ( 每小题 3 分 , 共 15 分 )

1、下列说法正确的是 ( )

- A. 无界函数可能有上界;                      B. 周期函数总有最小正周期;  
C. 一个函数的反函数可能不是双射;        D. 无界函数必是无穷大.

2、函数  $y = x / \tan x$  的间断点及类型判断正确的是 ( )

- A.  $x = k\pi, (k \in \mathbb{Z})$  是第一类间断点;        B.  $x = k\pi + \pi/2, (k \in \mathbb{Z})$  是可去间断点;  
C.  $x = 0$  是第二类间断点;                      D.  $x = 0$  是跳跃的间断点.

3、下列说法错误的是 ( )

- A. 有无穷多个函数与其反函数相同  
B. 函数在不可导点处可能有切线;  
C. 函数在某一点的导数大于零, 则在该点充分小的邻域上该函数单调增加;  
D. 当  $x \rightarrow 0$  ( $x \neq 0$ ) 时,  $\alpha(x)$  与  $\beta(x)$  是恒不为零的与  $x$  等价无穷小, 则  $\alpha \circ \beta$  与  $\alpha$  也是等价无穷小.

4、设  $y = (x^2 - 3x + 2)(|x - 1| + |x - 2| + \cdots + |x - 2009|)$ , 则该函数有 ( ) 个不可导的点

A. 2008;

B. 2007;

C. 2006;

D. 2005.

5、设  $f(0) = 0$ ，则  $f(x)$  在  $x = 0$  处可导的充要条件是 ( )

A.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1 - \cos x)}{x}$  存在;B.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1 - e^x)}{x}$  存在;C.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x - \sin x)}{x^2}$  存在;D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) - f(x)}{x}$  存在.

### 三、计算题 ( 每小题 8 分 , 共 24 分 )

得 分	
评阅人	

1、求  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^{-2} - \cot^2 x)$ ;

得 分	
评阅人	

2、设  $f(x)$  可导,  $y = f^2(x^{\sin x})$ , 求  $y'$ ;

得 分	
评阅人	

3、设  $\begin{cases} x = t^2 + 2t - 1 \\ te^y + y = 2 \end{cases}$ ，求  $dy|_{t=0}$ ， $\frac{d^2y}{dx^2}|_{t=0}$

#### 四、解答题 ( 每小题 8 分，共 16 分 )

得 分	
评阅人	

1、设  $x > 0$  时，方程  $ax + \frac{1}{x^2} = 3$  有唯一的实根，求  $a$  的取值范围。

得 分	
评阅人	

2、设  $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-x^2/2} - \cos x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$

- (1) 求  $a$  使  $f(x)$  在  $x = 0$  处连续;  
 (2) 求  $f''(0)$

### 五、应用题 ( 每小题 8 分 , 共 16 分 )

得 分	
评阅人	

- 1、 设抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  经过点  $(0, 1)$ , 并且在该点处与  $y = x + \cos x$  具有相同的切线、曲率和凹向, 求这条抛物线。

得 分	
评阅人	

- 2、一个半径为  $R$  的球内有一个内接正圆锥体，问圆锥体的高和底半径成何比例时，圆锥体的体积最大？

## 六、证明题 ( 每小题 7 分，共 14 分 )

得 分	
评阅人	

- 1、证明不等式  $\frac{2}{\pi} \leq \frac{\sin x}{x} < 1, \quad x \in (0, \frac{\pi}{2}]$ ;

得 分	
评阅人	

- 2、 设  $g(x)$ 、 $f(x)$  在  $[0,1]$  上连续，在  $(0,1)$  上可导，并且  $f(0)=g(0)=0$ ， $f(1)=g(1)=1$  . 求证： 存在不全相等的  $a,b,c,d \in (0,1)$ ， 使

$$\frac{1}{f'(a)} + \frac{3}{f'(b)} + \frac{5}{g'(c)} + \frac{2000}{g'(d)} = 2009 ;$$