四川大学半期考试试卷

（2014—2015 年第二学期）

科目：微积分（I）-2　课程号：201138040　考试时间：90 分钟

注：请将答案写在答题纸规定的方框内，否则记 0 分。

1、（10 分）一动点与两定点 (2, 3, 1) 和 (4, 5, 6) 等距离，求该动点的轨迹方程.

2、（14 分）证明：$f(x,y)=\sqrt{|xy|}$ 在点 (0,0) 处连续，$f_x(0,0)$ 与 $f_y(0,0)$ 存在，但在 (0,0) 处不可微.

3、（12 分）证明由方程组 $\begin{cases}[z-f(\alpha)]^2=x^2(y^2-\alpha^2)\\ [z-f(\alpha)]f'(\alpha)=\alpha x^2\end{cases}$ 所定义的函数 $z=z(x,y)$ 满足方程

$\dfrac{\partial z}{\partial x}\cdot\dfrac{\partial z}{\partial y}=xy$.

4、（14 分）设函数 $z=\arctan\dfrac{y}{x}$，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ 和 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

5、（12 分）求过点（2,3,6）的平面，使此平面在三个坐标轴上的截距是正数，且平面与三个坐标面所围成四面体的体积为最小，并求最小四面体的体积。

6、（14 分）设 $f(x,y)$ 是连续函数，

证明 $\int_0^a dy\int_0^y e^{m(a-x)}f(x)dx=\int_0^a(a-x)e^{m(a-x)}f(x)dx$ 其中 a, m 为常数，且 $a>0$.

7、（14 分）计算 $\iiint\limits_{\Omega} z^2dxdydz$，其中 Ω 是两个球：

$$x^2+y^2+z^2\le R^2 \text{和} x^2+y^2+z^2\le 2Rz\quad (R>0)\text{所围成的闭区域.}$$

8、（10 分）

一立体由两曲面 $x^2+y^2=az$ 与 $z=2a-\sqrt{x^2+y^2}\ (a>0)$ 所围成，求该立体的体积.