

# 四川大学期末考试试卷 (A)

(2006—2007 年第二学期)

科目:《大学数学》(微积分)

适用专业年级: 数学三各专业 2006 级本科生

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

## 考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的,一律照《四川大学学生考试违纪作弊处理条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的,严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

### 一、填空(每题 3 分,共 15 分)

1、 $xy' - y - \sqrt{x^2 - y^2} \ (x \neq 0)$  的解为\_\_\_\_\_。

2、设  $f(x,y)$  连续, 交换二次积分  $I = \int_0^1 dx \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{2-x} f(x,y) dy$  的积分顺序, 则  $I =$ \_\_\_\_\_。

3、若  $\int f(x) dx = \sin x^2 + c$ , 则  $f'(x) =$ \_\_\_\_\_。

4、在区域  $D: 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}$  上的  $\iint_D xy^2 dx dy$  值为\_\_\_\_\_。

5、 $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2^n}$  的收敛半径是\_\_\_\_\_。

阅卷人	
得分	

二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

阅卷人	
得分	

1. 若  $\int_0^{+\infty} e^{kx} dx = \frac{1}{2}$ , 则  $k = ( \quad )$

- A. -1   B. 1   C.  $\frac{1}{2}$    D. -2

2. 若  $f$  具有二阶连续偏导, 则  $z = f(x+y, x-y)$  的混合偏导是( )

A.  $z''_{xy} = -f''_{11} - f''_{22}$ ;      B.  $z''_{xy} = f''_{11} - f''_{22}$

C.  $z''_{xy} = f''_{11} + f''_{22}$ ;      D.  $z''_{xy} = -f''_{11} + f''_{22}$

其中  $f'_i$  表示  $\frac{\partial f(u,v)}{\partial u}$

3. 二元函数  $z = x^2 + y^2 + 4(x-y)$  的极小值为 ( )

- A. 8      B. -12      C. 16      D. -8

4. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4^n}$  的和  $S$  为 ( )

- A.  $\ln \frac{3}{4}$    B.  $\ln \frac{4}{3}$    C.  $\frac{4}{9}$    D.  $\frac{9}{4}$

5. 若空间中点的坐标为  $(1, -2, -3)$ , 则它关于  $yoz$  平面的对称点及卦限是( )

- A. 第 3 卦限的点  $(-1, -2, 3)$   
 B. 第 7 卦限的点  $(-1, -2, -3)$   
 C. 第 1 卦限的点  $(1, 2, 3)$   
 D. 第 5 卦限的点  $(1, 2, -3)$

阅卷人	
得分	

三、计算题（每题 8 分，共 24 分）

1、已知  $f(x)$  在  $x=0$  的邻域连续，且  $f(0)=2$ ，求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t f(x^2 - t^2) dt}{1 - e^{-x^2}}$

2、设函数  $z = y^x \ln(x + y)$ ，求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

3、设  $F(x)$  是  $f(x)$  的一个原函数，当  $x \geq 0$  时有  $f(x) \cdot F(x) = \sin^2 2x$ ，且

$F(0)=1, F(x) \geq 0$ ，求  $f(x)$

阅卷人	
得 分	

四、解答题（每题 9 分，共 18 分）

1. 已知当  $x \rightarrow 0$  时,  $F(x) = \int_0^x (x^2 - t^2) f''(t) dt$  的导数  $F'(x)$  与  $x^2$  为等价无穷小, 求  $f''(0)$

2. 设幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ , 当  $n > 1$  时  $a_{n-2} = n(n-1) a_n$ , 且  $a_0 = 4, a_1 = 1$ ;

- (1) 求幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  的和函数  $S(x)$ ; (2) 求和函数  $S(x)$  的极值.

阅卷人	
得 分	

### 五、应用题（每题各 9 分，共 18 分）

1. 某工厂生产两种型号的机床，其产量分别为  $x$  台和  $y$  台，成本函数为

$$C(x, y) = x^2 + 2y^2 - xy \quad (\text{万元})$$

若市场调查分析，共需两种机床 8 台，求如何安排生产，总成本最少？最小成本为多少？

2. 过点  $P(1, 0)$  作抛物线  $y = \sqrt{x-2}$  的切线，求（1）切线方程；（2）由抛物线、切线，以及  $x$  轴所围平面图形的面积；（3）该平面图形分别绕  $x$  轴、 $y$  轴旋转一周的体积。

六、证明题 (10 分)

阅卷人	
得 分	

若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$  收敛 (其中  $a_n, b_n \neq 0$ ),

证明: 1).  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$  收敛, 2).  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n b_n}$  发散。