学院 班级 学号 学生姓名 任课教师：

装订线内不要答题

四 川 大 学 期 中 考 试 试 题(A)

（2009 — 2010 学年第二学期）

课程号：　　　　　课序号：　　　　　课程名称：**微积分 II-(2)**

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
分数								

考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的，严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

分　　数	
阅卷人签名	

一、判断题：下列陈述，你认为正确者，请在前面括号里填入 *Y*，否则填入 *N*. (每小题 3 分，共 12 分)

(　　) **1**. 设连续函数 $f(x)$以 T 为周期. 若函数$\int_a^x f(t)dt$ 仍以 T 为周期, 则$\int_0^T f(x)dx = 0$.

(　　) **2**. 设$f(x)$是连续函数. 如果$\int_{-\infty}^{c_0} f(x)dx$ 和$\int_{c_0}^{+\infty} f(x)dx$ 都收

敛, 则广义积分$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$也收敛, 其中, c_0是固定的常数.

(　　) 3. 若 $\lim\limits_{\substack{x\to 0^- \\ y\to 0^-}} f(x,y) = \lim\limits_{\substack{x\to 0^+ \\ y\to 0^+}} f(x,y) = 0$, 则 $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ y\to 0}} f(x,y) = 0$.

(　　) 4. 设 $f'_x(x_0,y_0) = f'_y(x_0,y_0) = 0$. 若在$(x_0, y_0)$有 $\lim\limits_{\rho\to 0} \dfrac{\Delta z}{\rho} = 0$

则$z=f(x, y)$在(x_0, y_0)是可微的，其中 $\rho = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$.

分　　数	
阅卷人签名	

二、填空题：请把每个小题的正确答案填入后面的括号里. (每小题 3 分，共 12 分)

1. 若$\int_0^1 f(x)dx = f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$则$\int_{-1}^1 (\sin x + |x|) f(x^2)dx = ($　　　　$)$

2. 设 $I = I_k(p) = \int_1^{+\infty} \dfrac{\ln^k x dx}{x^p}$. 若 $k=2$ 则必须 $p>($　　　$)$时 I 才收敛.

3. 设$u=\sin(xy+z)e^z$. 若在原点处取增量 $\Delta x=0.5, \Delta y=0.3, \Delta z=0.2$.

则u在原点处的全微分为$du=($　　　　　　$)$.

4. 如果交换逐次积分的顺序, 则

$$\int_{-1}^0 dx \int_0^{(x+1)^2} f(x,y)dy + \int_0^1 dx \int_0^{1-\sqrt{x}} f(x,y)dy = (\qquad\qquad\qquad)$$

分　　数	
阅卷人签名	

三、选择题：下列每个小题的四个答案都分别以 A,B,C 和 D 标记 ,其中都只有一个是正确的.请在括号里填入正确者的代码. (每小题 3 分，共 12 分)

(　　) 1. 设 $f(x)$在$[a, +\infty)$连续. 下列陈述**不正确**者是:

A. $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 收敛 $\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.

B. $\int_a^{+\infty} x^2 f(x)dx$ 收敛 $\Rightarrow \int_a^{+\infty} f(x)dx$ 收敛.

C. $\int_a^{+\infty} |f(x)|dx$ 收敛 $\Rightarrow \int_a^{+\infty} f(x)dx$ 收敛.

D. $\int_a^{+\infty} f(x)dx$ 收敛 $\Rightarrow \int_a^{+\infty} e^{-x} f(x)dx$ 收敛.

(　　) **2**. 设 $I=\int_0^{+\infty}\frac{x\ln x dx}{1+x^4}$. 关于 I 的敛散性, 下面的论证步骤:

甲. 当 $x\geq 1$ 时 $x>\ln x$. $\therefore \left|\frac{x\ln x}{1+x^4}\right|\leq\left|\frac{x^2}{1+x^4}\right|\leq\frac{x^2}{x^4}=\frac{1}{x^2}$.

乙. 因为 $\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^2}=1$ 收敛 $\therefore \int_1^{+\infty}\frac{x\ln x dx}{1+x^4}$ 也收敛.

丙. $\because$ $x\to 0^+$ 时 $x\ln x\to 0$ $\therefore \int_0^1\frac{x\ln x dx}{1+x^4}$ 收敛.

丁. 所以 $\int_0^{+\infty}\frac{x\ln x dx}{1+x^4}=\int_0^1\frac{x\ln x dx}{1+x^4}+\int_1^{+\infty}\frac{x\ln x dx}{1+x^4}$ 收敛.

A.全对.　B.全错.　C.至少一个错.　D.至多一个对.

(　　) **3**. 设 $f=|x_1x_2\cdots x_n|$, $n\geq 1$. 令“可导”表示偏导数都存在:

甲. n =偶则 f 处处可导;　乙. n =奇则 f 在原点不可导;

丙. $n\geq 1$ 则 f 在原点可微;　丁. f 在原点可微则 $n\geq 1$.

A.全对.　B.全错.　C.至少一个错.　D.至多一个对.

(　　) **4**. 设 n 元方程 $F(x_1, x_2, \cdots, x_n)=0$ 使每个 x 都可作为其余的 $n-1$ 个 x 的函数, 而且这些函数关于 $n-1$ 个自变量的偏导数都存在.

记: $\Delta=\frac{\partial x_1}{\partial x_2}\frac{\partial x_2}{\partial x_3}\cdots\frac{\partial x_{n-1}}{\partial x_n}\frac{\partial x_n}{\partial x_1}$. 下面关于$\Delta$和$n$的结论:

甲. 若 n=奇数则$\Delta=-1$.　　　乙. 若$\Delta=1$则 n=偶数.

丙. 无论 n 的奇偶都成立$\Delta=(-1)^n$.

丁. Δ 的正负性与 n 的奇偶性并无一般性联系.

A.全对.　B.全错.　C.只有一个对.　D.只有一个错.

分　数	
阅卷人签名	

四、计算题：(每小题 7 分，共 28 分)

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{nk}}=$

2. $\lim\limits_{\substack{x\to1\\ y\to0}}\frac{(x-1)y}{|x-1|+|y|}=$

3. 设$x+y+u+xy+u^2-1=0$. 求$\dfrac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$.

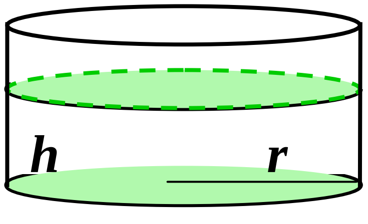
4. $I=\iint\limits_{0\le x^2+y^2\le R^2}\dfrac{\ln(1+x^2+y^2)}{1+x^2+y^2}dxdy=$.

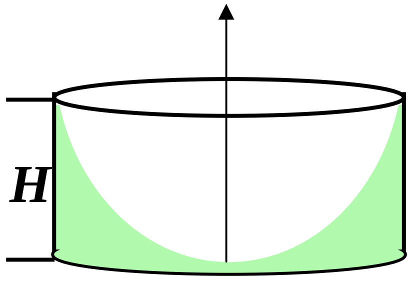
分　数	
阅卷人签名	

五、分析题（第 **1** 小题 **10** 分，第 **2** 小题 **8** 分，共 **18** 分）

1. 设 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sin(xy)}{x}, & x\neq 0;\\ y, & x=0.\end{cases}$ 试分析在原点处, $f(x, y)$是否连续, 可导(偏导数都存在)和可微.

2. 在$(0, +\infty)$区间上 $u(x)$和 $v(x)$互为反函数，且$u(1)=\sqrt{e}$. 设$u(x)$是可导的. 若$\int_{\sqrt{e}}^{u(x)} v(t)dt=\left(x-\frac{1}{x}\right)u(x)$,求 $u(x)$和$\int_0^1 u(x)dx$.





分　数	
阅卷人签名	

六、应用题:(共 **10** 分)一个正圆柱形的水

桶, 内径为 $2r$, 内深为 H. 里面装了一些水, 水深为 h. 把水桶放在转盘上, 水桶的中轴与转盘的旋转中轴完全重合. 转盘缓慢地加速旋转, 水桶里的水在桶壁摩擦力带动下绕旋转中轴旋转. 旋转产生的离心力使水面成为旋转抛物面. 当转速稳定在某一速度时, 此旋转抛物面正好上及桶口下触桶底(参见附图). 求 h 和 H 之关系. 并且从你的解答归纳出一般性的几何定理.

分　数	
阅卷人签名	

七、论证题:(共 8 分) 设二元函数 $f(x,\ y)$关于 x 和 y 的二阶偏导数都存在. u 是 x 和 y 的二元函数: $u= f(x, y)+f(y, x)$. **命题** A 和**命题** B 成立与否, 可**任选一个**论证; 你认为正确则证明之; 你认为错误则举反例否定之:

命题 A: $u''_{xy} = u''_{yx} \Rightarrow f''_{xy} = f''_{yx}$

命题 B: $u''_{xy} \neq u''_{yx} \Rightarrow f''_{xy} \neq f''_{yx}$