学院：　　年级：　　学号：　　姓名：　　任课教师：

装　　订　　线

四川大学期末考试试卷(*A*)

（2010—2011年第一学期）

科目：微积分(I)-1

适用专业年级：数学一各专业2010级本科生

题号	一	二	三			四		五		六		总分
得分												

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的，严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

一、填空题（每小题3分，共15分）

1. 设 $f''(x)=x^2+2x-3$（$-\infty<x<+\infty$），则 $y=f(x)$ 有 ______ 个拐点.

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+4}{x-3}\right)^{\frac{x+1}{2}}=$ ________.

3. 设 $f(x)=x\sin 2x$，则 $f^{(5)}(0)=$ ________.

4. 曲线 $y=(5x+3)e^{\frac{1}{x}}$ 的斜渐近线方程是 ________.

5. $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{x+|\sin x|}{1+\cos x}dx=$ ________.

二、选择题（每小题3分，共15分）

1. 设函数 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 的某个邻域内具有连续的三阶导数且 $f''(x_0)=0$，$f'''(x_0)>0$，则（　　）.

（A）x_0 是 $f(x)$ 的驻点.　　　　（B）$f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极大值.

（C））$f(x_0)$ 是 $f(x)$ 的极小值.　　（D）$(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

2. 设 $f(x)=xD(x)$，　$D(x)=\begin{cases}1, 当x是有理数\\0, 当x是无理数\end{cases}$. 则（　　）.

（A）极限 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ 不存在.（B）极限 $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ 存在，但在 $x=0$ 不连续.

（C）$f(x)$ 在 $x=0$ 连续，但不可导.　　（D）$f(x)$ 在 $x=0$ 处可导.

3. 函数 $\sqrt{1+x}$ 的二阶麦克劳林公式是（　　）.

（A）$1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}x^2+o(x^2)$　　（B）$1+\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}x^2+o(x^2)$.

（C）$1-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}x^2+o(x^2)$　　（D）$1-\frac{1}{2}x+\frac{1}{8}x^2+o(x^2)$.

4. 由参数方程 $\begin{cases}x=x(t)\\y=y(t)\end{cases}$（$x(t)$ 和 $y(t)$ 二阶可导）确定的函数 $y=f(x)$ 的二阶导数是（　）.

（A）$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{x'(t)y''(t)-x''(t)y'(t)}{[x'(t)]^3}$.　　（B）$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{x'(t)y''(t)-x''(t)y'(t)}{[x'(t)]^2}$.

（C）$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{x''(t)y'(t)-x'(t)y''(t)}{[x'(t)]^3}$.　　（D）$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{x''(t)y'(t)-x'(t)y''(t)}{[y'(t)]^2}$.

5. 反常积分 $\int_1^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{x}(1+x)}dx=$（　　）.

（A）$\frac{\pi}{2}$.　　（B）$\frac{\pi}{4}$.　　（C）1.　　（D）$+\infty$.

三、计算题（每小题 8 分，共 24 分）

1. 求数列极限：$\lim\limits_{n\to\infty}\int_n^{n+1}\arctan x\,dx$.

2. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $y=xe^y+1$ 所确定，求 $\frac{dy}{dx}|_{x=0}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}|_{x=0}$.

3. 求不定积分 $\int \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}}dx$.

四、解答题（每小题 8 分，共 16 分）

1. 设 $y(x)=e^{-x}\int_0^x e^t f(t)dt$，其中 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 内连续.

（1）验证 $y=y(x)$ 满足方程 $\frac{dy}{dx}+y=f(x)$.

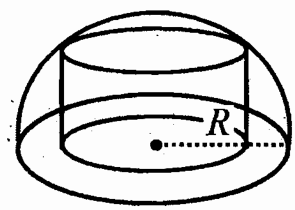
（2）若 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$，求极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}y(x)$.

2. 求幂级数的 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n+1}}{3^n(2n+1)}$ 收敛半径和收敛域.

五、应用题（每小题 8 分，共 16 分）

1．设曲线 $y=\sqrt{x}$ 在点 $(1,1)$ 处的切线与曲线 $y=\sqrt{x}$ 及直线 $x=0$，$x=2$ 所围成的图形为 D．(1) 求 D 的面积 A．（2）求 D 绕 x 轴旋转一周而成的旋转体的体积 V．

2. 求内接于半径为 R 的半球体的圆柱体(如图)的最大体积.



装

订

线

六、证明题（每小题 7 分，共 14 分）

1. 设 $f(x)$ 在闭区间 $[1,2]$ 上连续，在开区间 $(1,2)$ 内可导，且 $f(2)=0$. 证明存在一点 $\xi\in(1,2)$，使得 $\xi f'(\xi)\ln\xi+f(\xi)=0$.

2. 设数列 $\{na_n\}$ 有界，证明级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n{}^2$ 收敛.