

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

## 四川大学期末考试试卷

(2010—2011 学年上学期)

科目: 微积分(II)-1

适用专业年级: 四川大学数学二类 2010 级各专业本科生

题号	一	二	三				四			五		总分
得分												

## 考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》.有考试违纪作弊行为的,一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理.

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》.有违反学校有关规定的,严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理.

得分	
评卷人	

## 一、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1、过原点  $O$ , 且与曲线  $y = e^x$  相切的直线为\_\_\_\_\_.2、设  $x \ln y + y \ln x = 1$ , 求  $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=1} =$ \_\_\_\_\_.3、曲线  $y = \ln \sin x$  ( $0 < x < \pi$ ) 的曲率为\_\_\_\_\_.4、曲线  $y = x \arctan 2x$  的所有渐近线为\_\_\_\_\_.5、已知  $e^{-x^2}$  是  $f(x)$  的一个原函数, 则  $\int x f'(x) dx =$ \_\_\_\_\_.

得分	
评卷人	

## 二、选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1、下列命题中, 正确的是( ).

A. 无穷小与无穷小的乘积是无穷大

B. 无穷小与无穷大的和是无穷大

C. 切线存在的点处必定可导

D. 极值点必定是驻点

2、若函数  $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} + 1}{e^x - 1} + a \cdot \arctan \frac{1}{x}$  在点  $x=0$  处有可去间断点，则  $a =$  ( )。

- A.  $\frac{1}{\pi}$       B.  $-\frac{1}{\pi}$       C.  $\frac{2}{\pi}$       D.  $-\frac{2}{\pi}$

3、设函数  $f(x)$  在  $x=1$  处可导，则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\cos x) - f(1)}{x^2} =$  ( )

- A. 0      B.  $\frac{1}{2}f'(1)$       C.  $-\frac{1}{2}f'(1)$       D.  $f'(1)$

4、曲线  $y = x^3 \ln x$  拐点的横坐标为 ( )：

- A.  $e^{-\frac{1}{3}}$       B.  $e^{-\frac{5}{6}}$       C.  $e^{-\frac{11}{6}}$       D. 无拐点

5、设  $f(x)$  三阶可导，且  $f'(0) = f''(0) = 0$ ， $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'''(x)}{x^3} = 1$ ，则  $x=0$  是  $f(x)$  的 ( )

- A. 极小值      B. 极大值      C. 拐点      D. 既非极值点也非拐点

### 三、计算题(每题 8 分, 共 32 分)

得 分	
评卷人	

1、求  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \sin x - x}{x \tan x^2}$  .

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

线

订

装

得 分	
评卷人	

2、 设  $\begin{cases} x = \arctan e^t \\ y = t + e^t \end{cases}$  , 求  $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=0}$  和  $\frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{t=0}$  .

得 分	
评卷人	

3、 计算  $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^4 - 1}}$  .

得 分	
评卷人	

4、计算  $\int \frac{\arctan x}{(x-1)^2} dx$ .

#### 四、解答题(每题 8 分, 共 24 分)

得 分	
评卷人	

1、设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+ax+bx^2)}{x} & x < 0 \\ c & x = 0 \\ \frac{\arctan \sqrt{x}}{\sqrt{x}} & x > 0 \end{cases}$  在点  $x=0$  处可导, 试求

$a$ 、 $b$ 、 $c$  的值。(提示: 先利用连续性, 然后利用可导性)

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

线

订

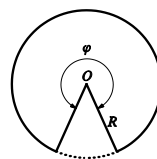
装

得 分	
评卷人	

2、根据  $a$  的不同取值情况，讨论曲线  $y = 3x^2 + ax - 1$  与曲线  $y = 4x \ln x$  的交点个数。

得 分	
评卷人	

3、从一块半径为  $R$  的圆铁片上挖去一个扇形做成一个漏斗(如下图)。问留下的扇形中心角  $\varphi$  取多大时，做成的漏斗的容积最大？



五、证明题(每小题 7 分，共 14 分)

得 分	
评卷人	

1.证明：对于任意正整数  $n$ ，

$$\frac{1}{1+(n+1)^2} < \arctan \frac{1}{n} - \arctan \frac{1}{n+1} < \frac{1}{1+n^2}.$$

得 分	
评卷人	

2. 证明：当  $x > 0$  时，  $e^x + \sin x - \cos x > 2x$  .