

四川大学期末考试试卷 (A)

(2009—2010 年第二学期)

科目:《大学数学》(微积分)

适用专业年级: 数学三各专业 2009 级本科生

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的, 一律照《四川大学学生考试违纪作弊处理条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的, 严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

一、填空 (每题 3 分, 共 15 分)

阅卷人	
得分	

1. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2^n}$ 的收敛半径是_____.

2. $\int_0^1 dy \int_1^2 \frac{\sin x}{x} dx + \int_1^4 dy \int_{\sqrt{y}}^2 \frac{\sin x}{x} dx =$ _____.

3. $\frac{d}{dx} \int_{\sin x}^{\cos x} \cos(\pi t^2) dt =$ _____.

4. 若 $z = \frac{\sqrt{x}}{y}$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} =$ _____.

5. 积分 $I = \int_0^1 dx \int_{x^2}^1 f(x, y) dy$ 化为极坐标下形式为_____.

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

阅卷人	
得分	

二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 $z = \varphi(x^2 - y^2)$, 其中 φ 可导, 则下列等式成立的是 ()

A. $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

B. $x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

C. $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

D. $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

2. 由曲线 $y = x^3$, 直线 $x = 2$, $y = 0$ 所围成的图形 y 轴旋转的转体的体积为 ().

A. $\frac{32\pi}{3}$

B. $\frac{32\pi}{5}$

C. $\frac{16\pi}{3}$

D. $\frac{64\pi}{5}$

3. 微分方程 $x^2 y' + xy = y^2$ 满足初始条件 $y(1)=1$ 的特解。

A. $y = \frac{2x^3}{1+x^2}$; B. $y = \frac{x}{1+x^2}$; C. $y = \frac{2x}{1+x^2}$; D. $y = \frac{x^2}{1+x}$

4. 函数 $F(x) = \int_0^x \frac{3t}{t^2 - t + 1} dt$ 在区间 $[0,1]$ 上的最小值为 ().

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. 0

5. 设 $0 < u_n \leq v_n \leq \frac{1}{n}$, 下列说法正确的是 ().

A. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n v_n$ 一定收敛

B. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)$ 一定收敛

C. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n - v_n)$ 一定收敛

D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{u_n}{v_n}$ 一定收敛

阅卷人	
得分	

六、证明题（共 10 分）

设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续，记 $A = \int_0^1 f(x) dx$,

证明: $\int_0^1 dx \int_x^1 f(x)f(y)dy = \frac{1}{2}A^2$

阅卷人	
得分	

三、计算题（每题 8 分，共 32 分）

1、求微分方程 $\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x+1} - (x+1)^3 = 0$ 的解

2、设 $z = f^2(xy) + g(x^2, x+y)$, 其中 f 二阶可导, g 具有连续的二阶偏导数,

求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

3、计算二重积分 $\iint_D \sqrt[3]{(x^2 + y^2)} dx dy$, 其中 D 是平面区域 $x^2 + y^2 \leq 2$ 位于第一象限的部分。

4、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 x^n$ 的收敛半径, 收敛区间, 并求出和函数

2. 若 $f(x, y) = e^{x^2+y^2} + \iint_{D_1} f(x, y) dx dy$, 计算 $\iint_{D_2} f(x, y) dx dy$

其中 $D_1 = \{(x, y) | -1 \leq x \leq 1, -\sqrt{1-x^2} \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\}$

$D_2 = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, -\sqrt{1-x^2} \leq y \leq 0\}$

四、解答题 (每小题 9 分, 共 18 分)

阅卷人	
得 分	

1. 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续且非负, 且 $f(x) \cdot \int_0^x f(x-t) dt = \sin^2 x$,

计算 $\int_0^{\pi} f(x) dx$

五、应用题 (10 分)

阅卷人	
得 分	

某公司在生产中使用甲、乙两种原料, 已知甲和乙两种原料分别使用 x 单位和 y 单位可以生产 Q 单位的产品, 且 $Q = Q(x, y) = 10xy + 20.2x + 30.3y - 10x^2 - 5y^2$
已知甲原料单价为 20 元/单位, 乙原料单价为 30 元/单位, 产品每单位售价为 100 元, 产品固定成本为 1000 元, 求该公司的最大利润.