任课教师：

姓名：

学号：

年级：

学院：

线

订

装

四川大学期末考试试卷（A）

（2008—2009年第一学期）

科目：《大学数学》微积分(I)-1

适用专业年级：数学一各专业2008级本科生

题号	一	二	三			四		五		六		总分
得分												

考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》.有考试违纪作弊行为的，一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理

川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》.有违反学校有关规定的；严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理

一、填空题（每小题3分，共15分）

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-1}\right)^x=$（　　　　）.

2. 设 $f(x)=x^2e^{-x}$，则 $f^{(6)}(0)=$（　　　　）.

3. $\int_{-1}^{1}(x^2\sin x+1)\sqrt{1-x^2}\,dx=$（　　　　）.

4. 设函数 $y=y(x)$，由下列方程所确定，

$$\begin{cases} x=\int_0^t ue^u\,du \\ y=t^2 \end{cases},\qquad 则\ \frac{d^2y}{dx^2}=（\quad\quad）.$$

5. 设 $f(x)$ 是连续函数，且

$$f(x)=3x^2-x\int_0^2 f(t)dt,\qquad 则\ f'(1)=（\quad\quad）.$$

二、选择题（每题 3 分，共 15 分）（将正确选择项的字母填入括号内）

1. 当 $x \to 0$ 时，下列三个无穷小量 $\tan x - x$，　$1-\cos x^2$，　$e^x - x - 1$ 是 x^3 的同阶无穷小量的个数有（　　　　　）.

A、0　　　　B、1　　　　C、2　　　　D、3

2. 设函数 $f(x)=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1+x}{1+x^n}$　$(x>-1)$　则（　　　　　）.

（A）$f(x)$ 不存在间断点.　　　　（B）$f(x)$ 有间断点 $x=0$.

（C）$f(x)$ 有间断点 $x=1$.　　　　（D）$f(x)$ 有间断点 $x=0$ 与 $x=1$.

3. 反常积分 $\int_2^{+\infty}\dfrac{1}{x(\ln x)^p}dx$ 收敛，则（　　　　　）.

（A）$p<0$　　（B）$0\le p<1$　　（C）$p>1$　　（D）$p\ge 1$

4. 曲线：$y=e^{\frac{1}{x^2}}$ 的渐近线有（　　　　）.

（A）0 条，　（B）1 条，　（C）2 条，　（D）3 条

5. $g(x)=\int_0^x f(u)du$,其中

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}(x^2+1) & 0\le x<1\\ \dfrac{1}{3}(x-1) & 1\le x\le 2\end{cases}$$　则 $g(x)$ 在区间 $(0,2)$ 内（　　　）.

（A）单调递减　,（B）单调递增,（C）不连续　,（D）连续

三、计算题（每小题 8 分，共 24 分）

1、计算极限，$\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin^2 x}-\dfrac{\cos^2 x}{x^2}\right)$

2、设函数 $y=y(x)$ 由方程 $e^y+6xy+x^2-1=0$ 所确定，（1）求 $y'(0)$和$y''(0)$.
（2）求 $y=y(x)$ 所确定的曲线在 $x=0$ 处的切线方程和曲率 K.

3、隐函数 $y=y(x)$ 由方程 $y^2(x-y)=x^2$ 决定，求 $\int\frac{1}{y^2}dx$.

四、解答题（每小题 8 分，共 16 分）

1、设 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{A}{x^2}(e^x-x-1) & x<0 \\ B & x=0 \\ \dfrac{1}{x}\int_0^x \cos u^2 du & x>0 \end{cases}$,若 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续，

（1）求 $\max\{A,B\}$，（2）讨论 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的可导性.

2、设函数 $F(x)=\int_1^x \dfrac{\ln u}{u^2+2u+1}du$,在区间[1,e]上的最大值.

五、应用题（每题 8 分，共 16 分）

1、设由 L_1：$y=4-x^2$，$(0\le x\le 2)$ 与 X 轴和 Y 轴所围成的区域，被 $L_2\begin{cases} y=ax^2 \\ a>0 \end{cases}$ 分为面积相等的两部分.确定 $f(x)=ax^2-\ln x \quad (x>0)$ 的单调区间.

2、证明：方程 $\ln x=\frac{1}{e}x-\int_0^1\sqrt{1+e^x}\,dx$ 在（0，$+\infty$）内有且仅有两个不同实根.

六、证明题（每题 7 分，共 14 分）

1、已知函数$f(x)$在[0，1]上连续，在（0，1）内可导，且$f(0)=0$　　$f(1)=1$.

证明：（1）存在$\xi\in(0,1)$使得$f(\xi)=1-\xi$

（2）存在两个不同的点$x_1,x_2\in(0,1)$，使$f'(x_1)\cdot f'(x_2)=1$.

2、设$f(x)=\int_0^{\sin x}\sin t^2dt$　，$g(x)=ax^3+x^4$且当$x\to 0$时，$f(x)$与$g(x)$是等价无穷小量.（1）确定 a 值，（2）证明，当$x\in R$时，$g(x)\geq -(e^{-|x|}+\frac{1}{16})$