请转给李挺老师

鼓阅数

四川大学期末考试试卷(A)

（2004—2005学年第二学期）

科　目：《大学数学》（微积分）

适用专业年级：四川大学数学一类2004级各专业本科生

任课教师：　姓名：　学号：　年级：　学院：

装　订　线

题号	一	二	三				四		五		总分
得分											

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的，严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

一．填空题（每小题3分，共15分）

1．设函数$u=(\frac{x}{y})^{\frac{1}{z}}$，则$du\Big|_{(1,1,1)}=$__________.

2．D为圆$x^2+y^2\le R^2$中第一象限部分，$\iint\limits_D\sqrt{R^2-x^2}dxdy=$__________.

3．曲面$\sum$：$x^2+y^2=1(0\le Z\le 2)$，$\iint\limits_\Sigma(x^2+y^2+1)ds=$__________.

4．已知函数$f(x)=\begin{cases}-x+1, & -\pi<x\le 0\\ x^2, & 0<x\le\pi\end{cases}$，则它的傅里叶级数在区间$(-\pi,\ \pi)$内的和函数

$S(x)=\begin{cases}-x+1, & -\pi<x<0\\ \cancel{\frac{1}{2}}, & \cancel{x=0}\\ x^2, & 0<x<\pi\end{cases}$.

5．二阶线性方程$y''-2y'+10y=0$的通解$y=$__________.

二、选择题（每小题3分，共15分）

1. 设 $\lim\limits_{n\to\infty}\left|\dfrac{a_{n+1}}{a_n}\right|=2$，则幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_nx^{2n+1}$ 的收敛半径为（　　）.

(A) 2　　(B) 1

(C) $\sqrt{2}$　　(D) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

2. 直线 $l:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{3}$ 与平面 $\pi: x-y+2z+3=0$ 位置关系为（　　）.

(A) l 平行于 π　　(B) l 垂直于 π

(C) l 在 π 内　　(D) l 与 π 斜交

3. $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 偏导数存在为 $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处连续的（　　）条件.

(A) 充分　　(B) 无关

(C) 必要　　(D) 充要

4. 级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 及 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 都发散，则（　　）.

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)$ 必发散　　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_nv_n$ 必发散

(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(|u_n|+|v_n|)$ 必发散　　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n^2+v_n^2)$ 必发散

5. $D=\{(x,y)\,|-a\le x\le a,\ x\le y\le a\}$，$D_1=\{(x,y)\,|\,0\le x\le a,\ x\le y\le a\}$ 则 $\iint\limits_{D}(xy+\cos x\cdot\sin y)dxdy=$（　　）.

(A) $2\iint\limits_{D_1}\cos x\cdot\sin y dxdy$　　(B) $2\iint\limits_{D_1}xydxdy$

(C) $4\iint\limits_{D_1}(xy+\cos x\sin y)dxdy$　　(D) 0

三、解答题（每小题 9 分，共 36 分）

1．已知 $f(x,y)$ 有连续偏导数，$f(2,\ 2)=3$，$f_x'(2,\ 2)=-1$，$f_y'(2,\ 2)=4$， 函数 $z=z(x,y)$ 是由方程 $f(x+z-1,\ yz)=x^2-y+3$ 确定的隐函数，求 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=1}}$.

2． 求由球面 $x^2+y^2+z^2=2az(a>0)$ 和锥面 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 所围成的立体体积。

3．设 L 为圆周 $y=\sqrt{ax-x^2}$ 上从 $A(a,0)$ 到原点 $O(0,0)$ 的一段圆弧，计算积分

$I=\int_L \left(e^x\sin^2 y-2y-x\right)dx+\left(\cos^2 y+e^x\sin 2y\right)dy$.

4．Σ 为有向曲面 $z=\sqrt{x^2+y^2}\,(0\le z\le 1)$，其法向量与 z 轴正向夹角为锐角，计算曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}(3x+z)dydz+zdxdy$.

四、应用题（每小题9分，共18分）

1．求 $f(x,y)=2x^2+y^2-4x+7$ 在闭区域 $D: x^2+y^2 \le 16$ 内最大值、最小值.

2．求连接点 $A(0,1)$ 和 $B(1,0)$ 的一条（向上）凸曲线，对其上任意一点 $P(x,y)$，曲线弧段AP与线段AP之间的面积恰为 x^3.

五、证明题（每小题 8 分，共 16 分）

1．设正项数列$\{a_n\}$单调减少，且$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$发散，求证$\sum_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{a_n+1})^n$收敛.

2．设函数$z=f(u)$，且$u=u(x,y)$满足$u=y+x\varphi(u)$，其中f，φ可导，证明：

$\frac{\partial z}{\partial x}-\varphi(u)\frac{\partial z}{\partial y}=0$。