

四川大学期末考试试卷 (A)

(2010—2011 学年第二学期)

科 目：大学数学(II)微积分-2 (课序号：201075030)

适用专业年级：四川大学数学二类 2010 级各专业本科生

题号	一	二	三				四			五	六	总分
得分												

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》.有考试违纪作弊行为的,一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理.

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》.有违反学校有关规定的,严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理.

得分	
评卷人	

一、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

- 已知 $f'(x) \int_0^2 f(x) dx = 50$, 且 $f(0) = 0, f(2) = 10$, 则 $f(x) =$ _____.
- $z = f(x, y) = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$, 其驻点为 _____, 极小值点为 _____.
- $\iint_{|x|+|y| \leq 1} |xy| dx dy =$ _____.
- 已知数列 $\{b_n\}$ 有 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$, 且 $b_n \neq 0 (n=1, 2, \dots)$ 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{b_n} - \frac{1}{b_{n+1}} \right)$ 的和是 _____.
- 微分方程 $xy'' + 3y' = 0$ 的通解为 _____.

得分	
评卷人	

二、选择题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 设 $f(x)$, $\varphi(x)$ 在点 $x=0$ 的某邻域内连续, 且当 $x \rightarrow 0$ 时 $f(x)$ 是 $\varphi(x)$ 的高阶无穷小,

则当 $x \rightarrow 0$ 时, $\int_0^x f(t) \sin t \, dt$ 是 $\int_0^x t \varphi(t) \, dt$ 的 ()。

- (A) 低阶无穷小 (B) 高阶无穷小
(C) 同阶但不等价的无穷小 (D) 等价无穷小

2. $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^5 + xy}{x^4 + y^4}, & x^4 + y^4 \neq 0 \\ 0, & x^4 + y^4 = 0 \end{cases}$ 则 $f_x(0, 0) = ()$ 。

- (A) 0 (B) 不存在但不是无穷大
(C) 1 (D) ∞

3. 累次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\cos \theta} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r \, dr$ 可以写成 ()。

- (A) $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{y-y^2}} f(x, y) \, dx$ (B) $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) \, dx$
(C) $\int_0^1 dx \int_0^1 f(x, y) \, dy$ (D) $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x-x^2}} f(x, y) \, dy$

4. 设 $0 \leq a_n \leq \frac{1}{n}$ ($n=1, 2, \dots$) 则下列级数中肯定收敛的是 ()。

- (A) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (B) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$
(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$ (D) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n^2$

5. 具有特解 $y_1 = e^{-x}$, $y_2 = 2xe^{-x}$, $y_3 = 3e^x$ 的三阶常系数齐次线性微分方程是 ()。

- (A) $y''' - y'' - y' + y = 0$ (B) $y''' + y'' - y' - y = 0$
(C) $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$ (D) $y''' - 2y'' - y' + 2y = 0$

三、计算题(每题 8 分, 共 32 分)

得分	
评卷人	

1. 确定常数 a, b, c 的值, 使 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ax - \sin x}{\int_b^x \frac{\ln(1+t^3)}{t} dt} = c \quad c \neq 0.$

得分	
评卷人	

2. 求极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow +\infty \\ y \rightarrow +\infty}} \left(\frac{xy}{x^2 + y^2} \right)^{x^2}.$

得分	
评卷人	

3. 计算 $I = \iint_D \frac{x^2}{y^2} dx dy$, D 由曲线 $xy = 2, y = 1 + x^2$ 及直线 $x = 2$ 围成。

得分	
评卷人	

4. 设 $y = y(x)$ 是二阶线性常系数非齐次微分方程 $y'' + 2y' + y = e^{3x}$ 满足条件 $y'(0) = y(0) = 0$ 的解, 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{y(x)}$ 。

四、解答题(每题 8 分, 共 24 分)

得分	
评卷人	

1. 把曲线 $y = e^{-x} (x \geq 0)$, x 轴, y 轴和直线 $x = \xi (\xi > 0)$

所围平面图形绕 x 轴旋转一周, 得一旋转体, 求此旋转体体积 $V(\xi)$;

并求满足 $V(a) = \frac{1}{2} \lim_{\xi \rightarrow +\infty} V(\xi)$ 的 a 。

得分	
评卷人	

2. 设 $z = x^3 f(xy, \frac{y}{x})$, f 具有连续二阶导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

线

订

得分	
评卷人	

3. 设 $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n!}$, $(-\infty < x < +\infty)$, 不求和函数, 将积分 $\int_0^x tf(t)dt$

用 $f(x)$ 表示出来.

亲

得分	
评卷人	

五、证明题(共 7 分). 证明: 绝对收敛的级数一定收敛.

得分	
评卷人	

六、应用题(共 7 分). 设曲线 L 的极坐标方程为 $r = r(\theta)$, $M(r, \theta)$ 为 L 上任意一点, $M_0(2, 0)$ 为 L 上一定点, 若极径 OM_0 , OM 与曲线 L 所围成的曲边扇形面积值等于 L 上 M_0, M 两点间弧长值的一半, 求曲线 L 的方程.