

四川大学期中考试试卷

(2006 — 2007 学年 第二学期)

科目:《大学数学》(微积分)

适用专业年级:数学二各专业 2006 级本科生

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的,一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的,严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

得分	
----	--

一、填空题(每题 3 分,共 15 分)

$$1. \frac{d}{dx} \left(\int_{\cos 3x}^1 x^{\frac{1}{3}} dx \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$2. \text{ 如果 } \int_x^{2\ln 2} \frac{1}{\sqrt{e^t - 1}} dt = \frac{\pi}{6}, \text{ 则 } x = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$3. \int_1^2 (x-1)\sqrt{1-x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$4. \int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{\sqrt[n]{n!}}{n} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

得分	
----	--

二、选择题 (每题3分, 共15分)

1. 下列函数中, 不是 $\sin 2x$ 的原函数的是 ()

A. $\sin^2 x$ B. $-\cos^2 x$ C. $\frac{1}{2}\sin 2x$ D. $-\frac{1}{2}\cos 2x$

2. 若 $f(x)$ 的导数是 $\sin x$, 则 $f(x)$ 的一个原函数为 ()

A. $1 + \sin x$ B. $1 - \sin x$
 C. $1 - \cos x$ D. $1 + \cos x$

3. 下列函数中, 在 $[-1, 1]$ 上可积的是 ()

A. $f(x) = \frac{1}{3x-2}$ B. $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$
 C. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ D. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

4. 设 $\frac{4}{1-x^2} f(x) = \frac{d}{dx} [f(x)]^2$, $f(x)$ 不恒为零且 $f(0)=0$, 则 $f(x) =$ ()

A. $\frac{1+x}{1-x}$ B. $\frac{1-x}{1+x}$
 C. $\ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$ D. $\ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right|$

5. 设 $F(x) = \int_x^{x+2\pi} e^{\sin t} \sin t dt$, 则 $F(x)$ 为 ()

A. 正常数 B. 负常数
 C. 恒为零 D. 不是常数

得分	
----	--

三、 计算题 （每题 7 分，共 28 分）

1. $\int e^{2x}(1 + \tan x)^2 dx$

2. $\int \frac{1}{\sin 2x + 2 \sin x} dx$

3. $\int (e^x - 1)^4 e^x dx$

4. $\int_0^{\pi} \sqrt{1 - \sin x} dx$

得分	
----	--

四、解答题（每题 8 分，共 16 分）

1. 设 $f(x^2-1) = \ln \frac{x^2}{x^2-2}$ ，且 $f[\phi(x)] = \ln x$ ，求 $\int \phi(x) dx$ 。

2. 求函数 $F(x) = \int_0^x \frac{(3t+1)}{t^2-t+1} dt$ 在 $[0, 1]$ 上的最大、最小值。

得分	
----	--

五、证明题 (10 分)

若 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 且 $f(x) = \int_0^x f(t)dt$, 证明: $f(x)$ 恒为 0

得分	
----	--

六、应用题 (每题 8 分, 共 16 分)

1. 过点 $P(0, 1/2)$ 作曲线 $y = \sqrt{x-2}$ 的切线, 该切线与上述曲线及 x 轴围成一平面图形, 求此平面图形绕 x 轴旋转而成的旋转体的体积.

2. 设有底为 6 米，高为 2 米的等腰三角形闸板铅直倒置于水中（设水比重为 1）底与水面平齐，求水对它的压力。