

四川大学期末考试试卷 (A)

(2007—2008 年第一学期)

科目:《大学数学》(微积分-1)

适用专业年级: 数学一各专业 2007 级本科生

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

线

订

装

题号	一	二	三				四		五		六	总分
得分												

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的,一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的,严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

一、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+2} \right)^x = (\quad)$ 。

2. $\int_{-1}^1 (x^3 + 1) \sqrt{1-x^2} dx = (\quad)$ 。

3. 设 $f(x) = xe^x$, 则 $f^{(10)}(0) = (\quad)$ 。

4. 设由方程 $\int_0^{y^2} e^t dt - \int_0^x \frac{t}{e^t} dt + 2 = 0$, 确定函数 $y = y(x)$,

则 $\frac{dy}{dx} = (\quad)$ 。

5. $f(x) = \begin{cases} e^x - n & x \neq 0 \\ x & \\ m & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续,

则: $m^n = (\quad)$ 。

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

二、选择题(每题3分,共15分)(将正确选择项的字母填入括号内)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $x - \sin x$ 与 x^k 是同阶无穷小量, 则 $k =$ ()。

A、0 B、1 C、2 D、3

2. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x + 1} & x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & x = 0 \end{cases}$ 则 ()。(A) $f(x)$ 在 $x=0$ 处是连续。(B) $f(x)$ 在 $x=0$ 处不连续, 但 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ 存在。(C) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 不存在, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 存在。(D) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 都存在, 但不相等。3. 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程式, $\begin{cases} x = t^3 + t \\ y = t + e^t \end{cases}$ 确定, 则 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0} =$ ()。

(A) 0 (B) e (C) 1 (D) 2e

4. 方程: $2 \int_0^x e^{t^2} dt - x - 1 = 0$, 在 $[0, 1]$ 内, ()。

(A) 无解 (B) 恰有一个解

(C) 恰有两个解 (D) 解的个数不能确定

5. 下列反常积分收敛的是 ()。

(A) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$ (B) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$ (C) $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}$ (D) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x} dx$

三、计算题（每小题 7 分，共 28 分）

1. 计算极限, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sin \frac{\pi}{x} + \cos \frac{1}{x} \right)^x$

2. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $e^y + xy + x^2 = e$ 所确定

(1) 求 $y'(0)$ 和 $y''(0)$ 。

(2) 求 $y = y(x)$ 所确定的曲线在 $x = 0$ 处的切线方程和曲率 K 。

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

线

订

装

3. 计算不定积分 $\int \frac{1}{x + \sqrt{1-x^2}} dx$

4. 计算定积分 $\int_{-1}^1 (x^2 + \sin x) e^{|x|} dx$

四、解答题（每小题 9 分，共 18 分）

1. 已知函数 $f(x) = \frac{e^{x^2} + 1}{e^{x^2} - 1} x^k$ $\begin{pmatrix} 0 < k < 4 \\ \text{且 } k \text{ 为整数} \end{pmatrix}$

(1) 求出 $f(x)$ 的间断点，并指出其间断点的类型。

(2) 当 k 取何值时，曲线 $y = f(x)$ 有斜渐近线，并求出其斜渐近线方程式。

2. 设 $F(x) = \int_0^x (x-t)(e^{t^2} - 1) dt$

(1) 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^k}$ 存在，且不等于 0，求 k 值。

(2) 讨论函数 $F(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上的单调性。

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

线

订

装

五、应用题 (本题 9 分, 共 18 分)

1. 设图形由曲线 $y = x^2 - 1$, $y = x + 1$, $x = 0$, ($x \geq 0$ 的部分) 围成。

求 (1) 围成图形的面积。

(2) 围成图形的周长。

(3) 围成图形绕 y 轴旋转一周所成旋转体的体积。

2. 设 $f(x) = \arctan \frac{1-x^2}{1+x^2} + \arctan x^2 + 2x^2$

(1) 求出函数 $y = f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的最大值与最小值。

(2) 讨论函数在 $-1 \leq x \leq 1$ 上的凹凸性。

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

线

订

装

六、证明题 (本题 6 分)

设 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上连续, $f''(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 内存在, 且 $f''(x) > 0$,

$$\text{令 } F(x) = \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

试证明: $F(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 内单调增加。