

四川大学期末考试试卷 (A)

(2007—2008 年第一学期)

科目:《大学数学》(微积分)

适用专业年级: 数学三各专业 2007 级本科生

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作蔽行为的, 一律照《四川大学学生考试违纪作蔽处理罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的, 严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

得分	
评卷人	

一、填空 (每题 3 分, 共 15 分)

1、 设 $f(x) = x(x-1)(x-2)\Lambda (x-100)$, 则 $f'(1) =$ _____.

2、 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} =$ _____.

3、 若 $f(-x) = f(x)$, 且 $f'(-1) = 3$, 则 $f'(1) =$ _____.

4、 设 $f'(x) = \ln(1-x)$, 则 $f^{(5)}(0) =$ _____.

5. $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 其中 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内具有连续二阶导数, 且

$f(0) = f'(0) = 0$, 则 $g'(0) =$ _____.

注意: 答题不要超过左端竖线 (密封线)

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

得分	
评卷人	

- 曲线 $y = \frac{1}{x} + \ln(1 + e^x)$ ，渐近线的条数为：()
A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.
- 设某商品的需求函数为 $Q = kP^{-2}$ ($k > 0$ 为常数)，则需求对价格的弹性为 ()
A. -2 B. $-k$ C. $-2k$ D. $-2kP$
- 设函数 $f(x) = \begin{cases} \ln \sqrt{x^2 + a^2} & , x > 1 \\ e^{b(x-1)} - 1 & , x \leq 1 \end{cases}$ ，在 $(-\infty, +\infty)$ 上可导，则有 ()。
A. $a = 0, b = 2$ B. $a = 0, b = 1$
C. $a = \frac{1}{e} - 1, b = 2$ D. $a = e - 1, b = 1$
- 设函数 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导，则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - x) - f(x_0 + x)}{x} =$ ()
A. $2f'(x_0)$ B. $f'(x_0)$ C. $-2f'(x_0)$ D. 0
- 设方程为： $x = e^x - 2$ ，则方程在区间 $(0, 2)$ 的实根个数为 ()
A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

三、计算题（每题 10 分，共 30 分）

得分	
评卷人	

- 求 $\lim_{x \rightarrow 0} (2 \sin x + \cos x)^{\frac{1}{x}}$.

注意：答题不要超过左端竖线（密封线）

2. 若 $f(t) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[t \left(1 + \frac{1}{x} \right)^{2tx} \right]$, 求 $f'(x)$.

3. 设函数 $y=y(x)$ 由方程 $x - y + \frac{1}{2} \cos y = 0$ 确定, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

注意: 答题不要超过左端竖线 (密封线)

四、解答题（每题 10 分，共 20 分）

得分	
评卷人	

1、设 $f(0)=0$, $f'(0)=1$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\sin^2 x + x^2)}{\sin x^2}$.

2. 讨论曲线 $y = x^3 + 5x^2 + 4x + 1$ 的凹凸性，并求拐点.

注意：答题不要超过左端竖线（密封线）

得分	
评卷人	

五、应用题 (10 分)

设某商品的需求函数为 $Q = 100 - 5P$ ，其中价格 $P \in (0, 20)$ ， Q 为需求量，求：

(1). 需求量对价格的弹性 η ；

(2). $\frac{dR}{dP} = Q(1 - \eta)$ (其中 R 为收益)，并利用 η 分析：当价格 P 在何范围内变化时，

降低价格反而使收益增加.

注意：答题不要超过左端竖线（密封线）

得分	
评卷人	

六、证明题（每题 5 分，共 10 分）

1. 证明 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a^n + b^n + c^n)^{\frac{1}{n}} = a, (a > b > c > 0)$ 提示: $\lim_{n \rightarrow \infty} A^{\frac{1}{n}} = 1, A \neq 0.$

2. 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且 $f(0) = f(1) = 0, f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$, 试证至少存在一点 $\xi \in (0, 1)$, 使得 $f'(\xi) = 1$.

注意：答题不要超过左端竖线（密封线）