

四川大学期末考试试卷 (A)

(2009—2010 年第一学期)

科目:《大学数学》(微积分)

适用专业年级: 数学三各专业 2009 级本科生

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的, 一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处理条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的, 严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

得分

一、填空 (每题 3 分, 共 15 分)

1、 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \ln(1+x))^{\frac{2}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2、设 $f(x)$ 在 $x=0$ 可导, 且 $f'(0) = 2$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(\sin 3x) - f(0)}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3、设 $y = x^2 f(\sin x)$, 其中 f 二阶可导, 则 $y'' = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4、当 k 时, $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \leq 0 \\ \sin x + k & x > 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导。

5. 设函数 $y = f(x)$ 由方程 $\sqrt[3]{y} = \sqrt{x} \ (x > 0, y > 0)$ 所确定, 则 $y' = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

得分

二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 选择以下题中给出的四个结论中一个正确的结论。

设 $f(x) = 2^x + 3^x - 2$ ，则当 $x \rightarrow 0$ 时，有（ ）

- A. $f(x)$ 与 x 是等价无穷小； B. $f(x)$ 与 x 同阶但非等价无穷小；
C. $f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小； D. $f(x)$ 是比 x 低阶的无穷小。

2. 曲线 $y = \frac{1}{x} + \ln(1 + e^x)$ ，渐近线的条数为

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

3. 已知函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 的导数为 2，则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - 2h)}{h^2} = (\quad)$

- A. -4 B. 4 C. 0 D. ∞

4. 设在 $[0,1]$ 上 $f''(x) > 0$ ，则 $f'(0)$ ， $f'(1)$ ， $f(1) - f(0)$ ， $f(0) - f(1)$ 的大小顺序是（ ）

A. $f'(1) > f'(0) > f(1) - f(0)$ B. $f'(1) > f(1) - f(0) > f'(0)$

C. $f(1) - f(0) > f'(1) > f'(0)$ D. $f'(1) > f(0) - f(1) > f'(0)$

5. 设方程为： $x = e^x - 2$ ，则方程在区间 $(0, 2)$ 的实根个数为（ ）

- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

三、计算题（每小题 7 分，共 28 分）

得分

1. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos^2 x}{x^2} \right)$

2. . $y = \frac{1-x}{1+x}$, 计算 n 阶导数 $y^{(n)}$

3、 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $xy + e^y = \ln \frac{x}{y}$ 确定, 求 $\frac{dy}{dx}$ 。

4、 设 $f(x)$ 在原点的邻域具有各阶导数, 且

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x + xf(x)}{x^3} = 0, \text{ 求 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 + f(x)}{x^2}$$

四、解答题（每题 7 分，共 14 分）

1. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ ax+b, & x > 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处可导，求参数 a 和 b 的值；

2. 设 $f(x) = |x(1-x)|$ ，讨论点 $(0, 0)$ 是否是 $f(x)$ 的极值点及拐点.

得分

五、应用题（每小题 7 分，共 14 分）

1. 设某商品的需求函数为 $Q = 100 - 5P$ ，其中价格 $P \in (0, 20)$ ， Q 为需求量.

(1) 求需求量对价格的弹性 η ($\eta > 0$);

(2) 推导 $\frac{dR}{dP} = Q(1 - \eta)$ (其中 R 为收益), 并用弹性 η 说明价格在何范围内变化时,

降低价格反而使收益增加.

2. 求曲线 $y^2 = x$ 上一点, 使其到点 $A(3, 0)$ 距离最短。

得分

六、证明题（每题 7 分，共 14 分）

五. 证明题

1、 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续, 且 $0 < f(x) < 1$, $f(x)$ 在 $(0,1)$ 内具有导数, 且 $f'(x) \neq 1$. 证明: 方程 $f(x) = x$ 在 $(0,1)$ 内有且仅有一个根。

2. 设 $f(0) = 0$, $f'(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 内单调增加, 试证函数 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ 在

区间 $(0, +\infty)$ 内也是单调增加的。