

四川大学期末考试试卷(A)

(2006—2007年第二学期)

科目: 大学数学(I) 微积分-2

适用专业年级: 数学一各专业2006级本科生

题号	一	二	三			四		五		六		总分
得分												

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的, 一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的, 严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

得分	评卷人

一. 填空题 (每小题 3分, 共15分)

1. 若 $f(xy, x+y) = x^2 + y^2$, 则 $f(x, y) =$ _____.

2. 由二重积分的几何意义, $\iint_{x^2+y^2 \leq a^2} \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx dy =$ _____.

3. 设 $f(x, y, z) = 3x^3 - 4y^2 + e^z$, 则 $\text{div}(\text{grad} f)|_{(1,0,1)} =$ _____.

4. 设 L 是圆域 $x^2 + y^2 \leq 9$ 的正向边界曲线, 则曲线积分

$$\int_L (2y - 2xy)dx + (4x - x^2)dy = \underline{\hspace{2cm}}.$$

5. 设 $y = e^{-x}$ 和 $y = e^{2x}$ 是二阶常系数齐次线性微分方程的两个解, 则该微分方程是 _____.

得分	评卷人

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

院:

二. 选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 下列方程中表示椭圆抛物面的是 ()

- (A) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$ (B) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - z = 0$
(C) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - z^2 = 0$ (D) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} - z = 0$

2. 对二元函数 $f(x, y)$, 以下 4 条性质: (1) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处连续; (2) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微; (3) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处有两个偏导数; (4) $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的两个偏导数连续; 则 () 成立

- (A) $(4) \Rightarrow (2) \Rightarrow (3)$ (B) $(4) \Rightarrow (3) \Rightarrow (1)$
(C) $(4) \Rightarrow (3) \Rightarrow (2)$ (D) $(2) \Rightarrow (4) \Rightarrow (3)$

3. 设 $u_n = (-1)^n \sin \frac{1}{\sqrt{n}}$, 则 = ()

- (A) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 都收敛 (B) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 都发散
(C) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛而 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 发散 (D) $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 发散而 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n^2$ 收敛

4. 设 $D: x^2 + y^2 \leq a^2$, $D_1: x^2 + y^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0$, 则有 ()

- (A) $\iint_D x dx dy = 4 \iint_{D_1} x dx dy$ (B) $\iint_D y dx dy = 4 \iint_{D_1} y dx dy$
(C) $\iint_D xy dx dy = 4 \iint_{D_1} xy dx dy$ (D) $\iint_D x^2 dx dy = 4 \iint_{D_1} x^2 dx dy$

5. 设 $f(x)$ 以 2π 为周期, 它在 $(-\pi, \pi]$ 上的表达式为 $f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi < x < 0 \\ x-1, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$,

则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $x=0$ 和 $x=\pi$ 处分别收敛于 () .

- (A) 0 和 $\pi-1$ (B) -1 和 $\pi-1$ (C) $-\frac{1}{2}$ 和 π (D) $-\frac{1}{2}$ 和 $\pi-\frac{1}{2}$

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

学院:

线

订

装

三. 计算题 (每小题 8分, 共 24分)

得分	评卷人

1. 计算曲线积分 $\int_L x^2 ds$, 其中 $L: x^2 + y^2 = a^2$.

得分	评卷人

2. 将函数 $f(x) = \frac{1}{8+x^3}$ 展开成 x 的幂级数.

得分	评卷人

3. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $x + 2y + xy - z - e^z = 0$ 所确定, 且 $z(1, 0) = 0$. 求 $z_x = (1, 0)$, $z_y = (1, 0)$ 和 $z_{xy} = (1, 0)$.

四. 解答题 (每小题 8分, 共16分)

得分	评卷人

1. 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} 2xzdydz + yzdzdx - z^2dxdy$, 其中 Σ 是圆锥面

$z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与上半球面 $z = \sqrt{2 - x^2 - y^2}$ 所围成立体表面的外侧.

得分	评卷人

2. 求微分方程 $(2xy - \cos x)dx + (x^2 - 1)dy = 0$ 满足初始条件 $y|_{x=0} = 1$ 的特解

五. 应用题 (每小题 8分, 共 16 分)

得分	评卷人

1. 求旋转抛物面 $z = x^2 + y^2$ 与平面 $x + y - 2z = 2$ 之间的最短距离.

得分	评卷人
2	

2. 在过原点和点(1,3)的单调光滑曲线上任取一点 $P(x, y)$, 过点 P 作 x 轴的平行线 AP 与 y 轴的平行线 BP , 其中 BP 与 x 轴及曲线所围成的图形的面积是 AP 与 y 轴及曲线所围成图形面积的两倍, 求曲线方程.

六. 证明题 (每小题 7 分, 共 14 分)

得分	评卷人

1. 证明曲面 $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ 在点 (x_0, y_0, z_0) 处的切平面方程为 $ax_0x + by_0y + cz_0z = 1$.

得分	评卷人

2. 设 $2|u_{n+1}| \leq |u_n|$ ($n=1, 2, 3, \dots$), 证明: 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 绝对收敛。