四川大学期中考试试卷

（2010—2011学年第一学期）

科　　目：大学数学(II)微积分-1

适用专业年级：四川大学数学二类2010级各专业本科生

题号	一	二	三				四			五		总分
得分												

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各级各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》.有考试违纪作弊行为的,一律按照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理.

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》.有违反学校有关规定的,严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理.

任课教师：　　姓名：　　学号：　　年级：　　学院：

线　订　装

得 分	
评卷人	

一、填空题(每小题3分,共15分)

1、$\lim\limits_{x\to 0}\left(1+\sin^2 x\right)^{\frac{1}{x}}=$______________.

2、设奇函数 $f(x)$ 可导，且 $f'(5)=5$，则 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f\left(5+h\right)+f\left(h-5\right)}{h}=$______.

3、已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x-n}{x}, & x\neq 0\\ \ln m, & x=0\end{cases}$ $\left(m>0\right)$ 在 $x=0$ 处连续，则 $m^n=$_____.

4、设函数 $f\left(x\right)=x(x-1)(x-2)\cdots(x-2010)$，则 $f'(0)=$_______.

5、函数 $y=\left[\dfrac{e^x+2}{e^{2x}+1}+|x|\sin\dfrac{1}{x}\right]$ 的水平渐近线为________________________.

得 分	
评卷人	

二、选择题(每小题 3 分, 共 15 分)

1、下列命题中，**正确**的是（　　）.

A. $f(x)=x\cos x$是周期函数；　　B. Dirichlet 函数存在最小正周期；

C. 若周期函数可导，则其导函数仍为周期函数；

D. 若函数可导，则偶函数的导函数仍为偶函数；

2、当$x\to 0$时，$\sqrt[3]{x^2+\sqrt{x}}$是x的（　　）无穷小量。

A. 等价　　B. $\frac{1}{2}$阶　　C. $\frac{1}{3}$阶　　D. $\frac{1}{6}$阶

3、设函数$f(x)=\dfrac{[x]\sin\frac{1}{x}}{1+\sin x}$，则$x=0$是$f(x)$的（　　）

A. 连续点　　B. 跳跃间断点　　C. 可去间断点　　D. 第二类间断点

4、下列论断中：

① 有界函数与无穷大的乘积是无穷大；

② 设$f(x)\neq 0$且在$\mathbf{R}$上连续，$g(x)$在$\mathbf{R}$上有定义且有间断点，则$\dfrac{g(x)}{f(x)}$必有间断点；

③ 若函数在某点处不可导，则函数在该点处不可微并且不存在切线；

④ 若$f(x)$在$x=1$的某个领域内有定义且$\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(1+h)-f(1-h)}{2h}=A$（$A$为有限数），则$f(x)$在$x=1$处的导数$f'(1)=A$.

其中结论**正确**的有（　　）个：

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

5、$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\left(\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1+\tan x}\right)\left(1-\sqrt{\cos x}\right)}{3\left(x^2\sqrt[3]{1+\arcsin^2 x}-x^2\right)\left(1-\cos\sqrt{x}\right)}=$（　　）

A. 0　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $-\frac{1}{4}$　　D. $-\frac{1}{8}$

学院：　　　年级：　　　学号：　　　姓名：　　　任课教师：

装　　　订　　　线

得 分	
评卷人	

三、计算题(每题 8 分，共 32 分)

1、求 $\lim\limits_{n\to\infty}(n!)^{\frac{1}{n^2}}$

得 分	
评卷人	

2、求 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{a}{5n}\right)^n\cdot\tan^n\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{n}\right)$

得 分	
评卷人	

3、设 $y=\sqrt[3]{x\sin x\sqrt{1-e^x}}$，求 dy

得　分	
评卷人	

4、设 $\begin{cases} x = t - 2\arctan t \\ y = \ln\left(1+t^2\right) - t \end{cases}$，求 $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{t=0}$， $\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

四、解答题(每题 8 分,共 24 分)

得　分	
评卷人	

1、确定 a 与 b 的值，使得 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}-ax-b\right)=0$.

任课教师：

姓名：

学号：

年级：

学院：

线

订

装

得　分	
评卷人	

2、确定 a 与 b 的值，使 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{x}(1-\cos ax), & x<0\\ 0, & x=0\\ \dfrac{1}{x}\ln\left(b+x^2\right), & x>0\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内处处可导.

得　分	
评卷人	

3、溶液自深为 18cm、上顶直径为 12cm 的正圆锥形漏斗中漏入一直径为 10cm 的圆柱形筒中.开始时漏斗中盛满了溶液.已知当溶液在漏斗中深为 12cm 时，其表面下降的速率为 1cm/min.问此时圆柱形筒中溶液表面上升的速率为多少？

五、证明题(每小题 7 分，共 14 分)

得 分	
评卷人	

1.证明方程 $x^3 + px + q = 0\left(p > 0\right)$ 有且仅有唯一实根.

得 分	
评卷人	

2. 设 $x_1 = \sqrt{2}$， $x_{n+1} = \dfrac{1}{2 + x_n}\left(n = 1, 2, 3, \cdots\right)$， 证明数列 $\left\{x_n\right\}$ 收敛，并求极限 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$.