

# 四川大学期中考试试卷

二期

(2009—2010 年第二学期)

科目:《大学数学》(微积分)

适用专业年级: 数学三各专业 2009 级本科生

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

## 考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作蔽行为的,一律照《四川大学学生考试违纪作蔽处理处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员,必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的,严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

### 一、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1、 $z=z(x, y)$  由方程  $\ln z - 3z + xy = 3$  所确定, 求  $z''_{xx}$ 。

(A)  $z''_{xx} = \frac{y^2 z}{(3z-1)^3}$  (B)  $z''_{xx} = \frac{-y^2 z}{(3z-1)^3}$

(C)  $z''_{xx} = \frac{yz^2}{(3z-1)^3}$  (D)  $z''_{xx} = \frac{-yz^2}{(3z-1)^3}$

2、若  $\int_a^b \frac{1}{(b-x)^{\frac{1}{2}}} dx$  则 ( ) (其中  $a < b$ )

(A) 发散 (B) 收敛于  $\frac{1}{2}(b-a)^2$

(C) 收敛于  $2(b-a)^{\frac{1}{2}}$  (D) 收敛于  $(b-a)^2$

3、设  $\int_x^0 f(t)dt = -2x^3$  则  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x f(-\sin x)dx = ( )$

(A).  $\frac{\pi}{4}$  (B).  $-\frac{\pi}{4}$  (C). 2 (D). -2

4、设  $f''(x)$  在  $[a, b]$  上连续, 则  $\int_a^b x f''(x)dx = ( )$

(A).  $[af'(a) - f(a)] - [bf'(b) - f(b)]$  (B).  $[bf'(b) - f(b)] + [af'(a) - f(a)]$

(C).  $[bf'(b) - f(b)] - [af'(a) - f(a)]$  (D).  $[af'(a) - f(a)] + [bf'(b) - f(b)]$

5、 $\int \frac{4\sin x + 3\cos x}{\sin x + 2\cos x} dx = ( )$

(A)  $2x - \ln|\sin x + 2\cos x| + C$  (B)  $2x + \ln|\sin x + 2\cos x| + C$

(C)  $2x - \ln|\sin x - 2\cos x| + C$  (D)  $2x + \ln|\sin x - 2\cos x| + C$

二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1、 $\int_{\sin x}^0 f(t)dt = \sec x$ , 则  $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2、 $\int \frac{\ln x}{x(\ln^2 x - 1)} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

3、 $\int_{-1}^1 \frac{x+|x|}{1+x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

4、设  $f(x) = x^2 - \int_0^1 f(x)dx$ , 则  $\int_0^1 f(x)dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5、设  $f(x)$  连续,  $f(0)=1$ , 则  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\int_t^0 (t^2 - x^2)f(x)dx}{\sin^3 t} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三、解答下列各题 (40 分) (1, 2, 4 题各 10 分, 3 题 20 分)

1. 设  $f(x)$  在  $x=12$  邻域内为可导函数, 且  $\lim_{x \rightarrow 12} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow 12} f'(x) = 1005$ ,

计算  $\lim_{x \rightarrow 12} \frac{\int_{12}^x [t \int_t^{12} f(u) du] dt}{(12-x)^3}$

2. 求不定积分  $\int \frac{x \ln x dx}{(x^2 + 2)^2}$

3. 已知  $f(x) = \int_1^x \frac{\ln t}{1+t} dt$

(1) 求函数  $g(x) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$  的解析式(不含积分项)

(2) 求函数  $g(x)$  在  $x \in [1, 2]$  的最大、最小值。

#### 四、应用题 (共 14 分)

过点  $P(1,0)$  作曲线  $y = \sqrt{x-2}$  的切线, 求 (1) 切线方程; (2) 由抛物线、切线, 以及  $x$  轴所围平面图形的面积; (3) 该平面图形分别绕  $x$  轴、 $y$  轴旋转一周的体积。

#### 五、证明题 (16 分) (每道题 8 分)

1. 设  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续, 且单调不增, 利用积分中值定理证明对

任意  $\lambda \in [0, 1]$  有  $\int_0^\lambda f(x)dx \geq \lambda \int_0^1 f(x)dx$

2. 已知  $u=f(y-z, z-x, x-y)$  且  $f(\xi, \eta, \gamma)$  具有连续的偏导数, 证明:  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0$