

任课教师:

姓名:

学号:

年级:

院:

## 四川大学期末考试试卷 (A 卷)

(2013—2014 年第一学期)

科目: 微积分 (III) -1 课程号: 201076030

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

## 考 试 须 知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的, 一律照《四川大学学生考试违纪作弊处罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员, 必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、《四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的; 严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

一. 选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 已知某商品的需求函数  $p = 10 - \frac{q}{5}$ , 则  $q = 30$  的边际收益是 ( )A  $\frac{1}{5}$       B  $-\frac{1}{5}$       C 2      D -22. 设  $y = \sin(x^2)$ , 则下式中正确的是 ( )(1)  $dy = \cos x^2 dx$       (2)  $dy = \cos(x^2) d(x^2)$ (3)  $dy = 2x \cos x^2 dx$       (4)  $dy = 2x \cos x^2 d(x^2)$ 

A (1) (2)      B (2) (3)      C (3) (4)      D (4) (1)

3.  $y = \left| x^3 \right|$  在  $x = 0$  是 ( )

A 间断点      B 极小值点      C 极大值点      D 拐点

4. 曲线  $y = xe^{\frac{1}{x^2}}$  的渐近线有 ( ) 条

A 1      B 2      C 3      D 4

5. 如果  $f'(\sin x) = \sec x$ , 则  $f(\sin x) =$  ( )A  $\cos x + c$       B  $\csc x + c$       C  $\sec x + c$       D  $x + c$ 

二. 填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 需求函数  $Q = e^{-\frac{p}{5}}$ , 则  $p = 6$  时  $Q$  的弹性是\_\_\_\_\_。2. 曲线  $y = xe^{\frac{1}{x}}$  的上凹区间是\_\_\_\_\_。3. 曲线  $y = x^3 + 3x + 1$  在拐点处的切线方程是\_\_\_\_\_。4. 已知  $f(x)$  是  $\sec^2 x$  的原函数, 且  $f(0) = 0$ , 则  $f(x)$  的原函数是\_\_\_\_\_。5.  $f(x) = \sin x, x \in [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ , 则拉格朗日中值定理中的  $\xi$  值是\_\_\_\_\_。

三. 计算题 (每小题 8 分, 共 16 分)

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$ 2. 求不定积分  $\int \sqrt{x} \ln^2 x dx$

四. 解答题 (每小题 6 分, 共 24 分)

1. 已知  $f'(x)$  连续, 且  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1} = \frac{1}{2}$ 。

(1) 求  $f''(1)$ ; (2) 判断  $f(1)$  是否极值;

(3) 如果  $f(1) = 1$ , 求极限  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x^x - x}$ 。

2. 如果方程  $xy + e^y = e$  确定  $y$  是  $x$  的函数, 求  $y''|_{x=0}$ 。

3. 比较  $\sqrt{2}^{\sqrt{3}}$  与  $\sqrt{3}^{\sqrt{2}}$ ,  $\pi^e$  与  $e^\pi$  的大小, 写出过程。

4.  $x > 1$  时, 求满足  $\ln x \leq k(x^2 - 1)$  的最小数  $k$ 。

五. 应用题 (每小题 9 分, 共 18 分)

1. 一长方形的两边长分别为  $x$  和  $y$ ,  $x$  边以  $0.01 m/s$  的速度减少,  $y$  边以  $0.02 m/s$  的速度增加, 求  $x = 6m, y = 8m$  时, 长方形面积的变化速度及对角线的长度的变化速度。

2. 某公司年销售某商品 2500 台, 全年按批等量进货, 单价 200 元每台, 每次进货费用 50 元, 库存费为库存货物价值的 2%, 如果任何时候库存货物是批等量的一半, 求最优进货次数。

六. 证明题 (每小题 6 分, 共 12 分)

1. 设  $f(x), g(x), h(x)$  在  $[a, b]$  连续, 在  $(a, b)$  可导。证明: 存在  $\xi \in (a, b)$ , 使行列式

$$\begin{vmatrix} f(a) & g(a) & h(a) \\ f(b) & g(b) & h(b) \\ f'(\xi) & g'(\xi) & h'(\xi) \end{vmatrix} = 0$$

2.  $f(x)$  在有限区间  $(a, b)$  内可导, 如果  $f'(x)$  在  $(a, b)$  有界, 证明:  $f(x)$  在  $(a, b)$  有界。