任课教师：　　　姓名：　　　学号：　　　年级：　　　学院：

装　　订　　线

四川大学期末考试试卷（A）

（2007—2008 年第二学期）

科目：《大学数学》（微积分）

适用专业年级：数学三各专业 2007 级本科生

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

考试须知

四川大学学生参加由学校组织或由学校承办的各类考试，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》和《四川大学考场规则》。有考试违纪作弊行为的，一律照《四川大学学生考试违纪作弊处理罚条例》进行处理。

四川大学各级各类考试的监考人员，必须严格执行《四川大学考试工作管理办法》、四川大学考场规则》和《四川大学监考人员职责》。有违反学校有关规定的，严格按照《四川大学教学事故认定及处理办法》进行处理。

阅卷人	
得　分	

一、填空（每题 3 分，共 15 分）

1. 若 $F(x)=\int_{\cos x}^{e^{\sin x}} xf(t)dt$，则 $F'(x)=$______________.

2. 设 $z=e^{\frac{y}{x}}$，则 $\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}=$____________.

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^{2p+3}}$ 其中 p 是常数，当 p______时该级数绝对收敛.

4. 函数 $f(x)$=sin2x 的幂级数展开式中 x^{20} 的系数为__________.

5. 若 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^2} t\sin x\cdot\arctan(at)dt}{x^7}=2$，则常数 $a=$____________.

阅卷人	
得　分	

二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1．点（2，3，－4）关于坐标原点对称的点是(　　).

(A).(－2，－3，－4)；(B).(－2，－3，4)；(C).(2，3，4)；(D).(－4，3，2).

2. 设积分域为 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1, x\ge -\frac{1}{2}\}$，则 $\iint\limits_D (x^2+y^2)dxdy=($　　$)$.

(A) $\int_{-\frac{1}{2}}^{1}dx\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}(x^2+y^2)dy$ ，(B) $\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}dx\int_{-\frac{1}{2}}^{1}(x^2+y^2)dy$，

(C) $\int_{-1}^{1}dy\int_{-\frac{1}{2}}^{\sqrt{1-y^2}}(x^2+y^2)dx$，　(D) $\int_{-\frac{1}{2}}^{1}dx\int_{-1}^{1}(x^2+y^2)dy$.

3. 下列级数中收敛的是(　　).

（A）$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{10n}+\frac{1}{10^n})$；　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{2^n}+\frac{1}{\sqrt[n]{2}})$

(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}[\frac{(-1)^n}{10^n}-\frac{1}{10n}]$；　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{2^n}+\frac{1}{\sqrt{2}})^n$.

4. 设 $\int_x^0 f(t)dt=-2x^3$, 则 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x f(-\sin x)dx=($　　$)$.

(A) $\frac{\pi}{4}$　(B) $-\frac{\pi}{4}$　(C) 2　(D) -2.

5. 连续函数 $y=f(x)$ 在区间[−3，−2]，[2，3]上的图形分别是直径为 1 的上、下半圆周，在区间[−2，0]，[0，2]的图形分别是直径为 2 的下、上半圆周，设 $F(x)=\int_0^x f(t)dt$. 则下列结论正确的是(　　).

(A) $F(3)=\frac{5}{4}F(2)$　(B) $F(-3)=\frac{3}{4}F(2)$

(C) $F(3)=-\frac{3}{4}F(-2)$　(D) $F(-3)=-\frac{5}{4}F(-2)$

阅卷人	
得　分	

三、计算题（每题 8 分，共 40 分）

1. 设$f(x)$为连续函数，且满足 $f(x)=\int_0^{5x} f(\frac{t}{5})dt+x^2$，求$f(x)$.

2. 设球面方程为 $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z=0$，求该球面方程的球心坐标及半径.

3. 设 $z=e^{xy}\cos(x^2-y)$，求 dz.

4. 计算二重积分 $I=\iint\limits_{D}\sqrt{x^2+y^2}dxdy$，其中 D 是圆 $x^2+y^2=2y$ 围成的平面区域.

5. 将下列 $f(x)$ 函数展开成 $(x-1)$ 的幂级数并求收敛域.

(1). $f(x)=\dfrac{1}{x}$；　　(2). $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$.

阅卷人	
得　分	

四、解答题（10 分）

设级数 $\dfrac{x^4}{2\cdot 4}+\dfrac{x^6}{2\cdot 4\cdot 6}+\dfrac{x^8}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8}+\cdots\quad(-\infty<x<+\infty)$ 的和函数为 $S(x)$. 求：

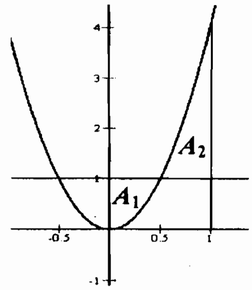
(1) $\boldsymbol{S(x)}$所满足的一阶微分方程；

(2) $\boldsymbol{S(x)}$的表达式.

阅卷人	
得　分	

五、应用题（10 分）

设有曲线 $y=4x^2 \quad (0\le x\le 1)$ 和直线 y=c (0<c<4).记它们与 y 轴所围图形的面积为 A_1，它们与直线 x=1 所围图形的面积为 A_2 .问 c 为何值时，可使 $A=A_1+A_2$ 最小，并求出 A 的最小值.



阅卷人	
得　分	

六、证明题（共 10 分）

设 $F(x,y)$具有连续偏导数，已知方程 $F(\frac{x}{z},\frac{y}{z})=0$. 证明: $\frac{x}{z}\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{y}{z}\frac{\partial z}{\partial y}$d y=1,

其中 F_1' 表示$F_u'(u,v)$, F_2' 表示$F_v'(u,v)$.