

**DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
ET DE GÉNIE INDUSTRIEL**

PLAN DE COURS

MTH1115 – ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

3 crédits, (3-2-4)

Hiver 2022

Qualités du BCAPG

| 1 Connaissance en génie | 2 Analyse de problèmes | 3 Investigation | 4 Conception | 5 Utilisation d'outils d'ing. | 6 Travail ind. et équipe | 7 Communication | 8 Professionalisme | 9 Impacts environn. | 10 Déontologie | 11 Économie et gestion de projets | 12 Apprentissage continu |
|-------------------------------|---------------------------------|--------------------|-----------------|--|-----------------------------------|--------------------|-----------------------|---------------------------|-------------------|--|--------------------------------|
| CA | | | | | | | | | | | |

PRÉALABLES: MTH1006 ou MTH1007 et MTH1101

PRÉALABLE OU COREQUIS POUR: CIV4160, ELE1600A, ELE3500, ELE3600, GCH3510, GLQ2601, MTH2112, MTH2210A, MTR3400 et PHS1104

COORDONNATEUR : Donatien N'Dri (donatien.ndri@polymtl.ca, A-520.12).

PROFESSEURS :

Groupe 1 : Jean Guérin (jean.guerin@polymtl.ca, A-520.23)

Groupe 2 : Michel Nohra (michel.nohra@polymtl.ca, A-520.6)

Groupe 3 : Maxime Spinelli (maxime.spinelli@polymtl.ca, A-520.6)

Description du cours

Équations différentielles ordinaires. Équations d'ordre un : à variables séparables, exactes, linéaires, de Bernoulli. Équations linéaires d'ordre supérieur : ensemble fondamental de solutions, équations à coefficients constants (homogènes et non homogènes), équation d'Euler-Cauchy, oscillations libres et forcées.

Systèmes d'équations différentielles d'ordre un : linéaires (homogènes et non homogènes), non linéaires (linéarisation et stabilité).

Transformée de Laplace : propriétés et application aux équations linéaires non homogènes.

Équations aux dérivées partielles. Équation de la chaleur pour une tige, équation d'onde pour une corde et une membrane vibrante, équation de Laplace et résolution du problème de Dirichlet pour un rectangle et un cercle, conditions aux frontières homogènes et non homogènes, méthode de séparation des variables, séries de Fourier. Solutions en séries entières.

Objectifs d'apprentissage

Le cours vise à faire :

- Comprendre le rôle et la pertinence des équations différentielles en génie (applications et contextualisation) ;
- Maîtriser les méthodes de base permettant de résoudre les équations différentielles ;
- Connaître quelques équations aux dérivées partielles parmi les plus importantes en génie.

À la fin du cours, l'étudiant sera en mesure de :

- Classifier les équations différentielles (ordre, linéarité, problème de valeurs initiales, problèmes avec conditions aux frontières) ;
- Résoudre certains types d'équations différentielles ordinaires non linéaires d'ordre un ;
- Résoudre les équations différentielles ordinaires linéaires les plus souvent rencontrées en sciences et en génie ;
- Résoudre certains types d'équations aux dérivées partielles linéaires avec la méthode de séparation des variables et les séries de Fourier ;
- Faire une représentation graphique des solutions exactes ou approximatives (séries tronquées) des solutions obtenues, et leur donner une interprétation physique ;
- Modéliser certains types de problèmes de génie à l'aide d'équations différentielles (par exemple : les problèmes de réservoirs, les systèmes masse-ressort, les circuits électriques).

DOCUMENTATION

Le manuel de référence pour le cours est *Équations différentielles (2^e édition)*, de Boyce et DiPrima, adaptation par D. N'Dri, publié par le Groupe Modulo.

ÉVALUATION

| | Pondération | Date et heure | Matière prévue |
|---------------------------|-------------|---------------------------------------|----------------|
| Contrôle périodique No. 1 | 20 % | Samedi 12 février 2022, 10h30 à 12h00 | Heures 1-9 |
| Contrôle périodique No. 2 | 30 % | Samedi 19 mars 2022, 10h30 à 12h00 | Heures 7-22 |
| Final | 50 % | À venir | Heures 23-39 |

Contenu du contexte actuel, le coordinateur se réserve le droit de modifier la présente structure d'évaluation pendant le trimestre. Les étudiants seront avisés des modifications dans des délais raisonnables.

Il est prévu de faire les contrôles périodiques et l'examen final en présentiel. Si le contexte sanitaire ne permettait pas de faire les examens en présentiel, de nouvelles directives vous seront données par la Direction des affaires académiques et de l'expérience étudiante.

L'examen final est cumulatif en ce sens que la matière des heures 1 à 22 qui se rattache à la matière des heures 23 à 39 est supposée être connue.

En cas d'absence motivée à un seul des deux contrôles périodiques seulement, la pondération du contrôle sera reportée à l'examen final. Votre examen final comptera selon le cas pour 80% ou 70% de votre note finale. En cas d'absence motivée aux deux contrôles périodiques, la pondération du final sera 100%.

La liste des locaux pour les examens sera fournie en cours de session et sera disponible sur les sites Internet de l'école et du cours. Les calculatrices sont *interdites*.

La documentation permise lors des examens est une feuille manuscrite 8.5x11 (recto verso) préparée par l'étudiant. Les documents typographiés sur traitement de texte, les photocopies et les montages ne seront pas acceptés ! La table des transformées de Laplace élémentaires de la page 314 du livre de référence sera fournie lors de l'examen final.

DEMANDE DE RECORRECTION

Le barème de correction est le même pour tous les étudiants qui suivent ce cours et **il n'est pas négociable**. La procédure de recorection a comme seul but de corriger les erreurs de correction.

S'il le croit nécessaire, l'étudiant indique sur la première page la ou les question(s) à recorriger, avec une **explication précise** de la raison pour laquelle il juge qu'il y a une erreur dans la correction.

Une nouvelle correction **complète** est effectuée **par le coordonnateur**. **La note peut aller à la hausse ou à la baisse** si le coordonnateur juge que les correcteurs ont été trop sévères ou trop généreux.

AFFICHAGE

Les solutionnaires des contrôles périodiques seront présentés en classe.

Le solutionnaire de l'examen final sera affiché aux tableaux 5, 6, 7 ou 8 près du local A-503.

TRAVAUX DIRIGÉS

Les travaux dirigés visent à aider les étudiants à résoudre les problèmes recommandés et à préparer les étudiants aux examens.

Les exercices recommandés dans le programme de cours visent à aider l'étudiant à assimiler certaines notions. Ils peuvent être plus faciles que les problèmes d'examen. Il n'est pas nécessaire de les faire tous.

CENTRE DE CONSULTATION EN MATHÉMATIQUES (CCM)

Le CCM offre du tutorat en mathématique pour la majorité des cours en mathématiques. Il est situé au B-504. Pour les heures d'ouverture, consultez le site Web du CCM à l'adresse

www.ccm.polymtl.ca

Le CCM un lieu privilégié pour travailler en groupe ou pour obtenir de l'aide.

PROGRAMME DE COURS

Nous utilisons les abréviations suivantes :

EDO = Équations différentielles ordinaire.

EDP = Équations aux dérivées partielles.

| <i>Heure</i> | <i>Thème</i> | <i>Section</i> | <i>Exercices recommandés</i> | <i>T.D.</i> |
|---|---|----------------|--|--|
| <i>ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ORDINAIRES D'ORDRE UN</i> | | | | |
| 1, 2 | Présentation du plan de cours. | | | |
| | Classification des équations différentielles (EDO, EDP, systèmes d'EDO, ordre). Solution implicite ou explicite (e.g. paraboles, cercles). Solution générale ou particulière. | 1.1 à 1.3 | Section 1.3: 1 à 14 et 21 à 28 | |
| 3, 4, 5 | Équations d'ordre un. Champ de direction (sur transparents). Équations à variables séparables. Équations homogènes de la forme $y' = F(y/x)$, voir problème | 2.1 | 1, 3, 4, 6, 7, 8, 23 et 34 à 37 | 2, 5, 11(a), 14(a), 24, 31(a-b) et 33(a-b) |
| | Équations exactes et facteur intégrant ⁽¹⁾ | 2.2 | 2 à 7, 9 à 12 et 18 à 21 | 1, 8 et 22 |
| 6 | Équations linéaires. Une équation non-linéaire : l'équation de Bernoulli. | 2.3 | 1(c) à 3(c), 5(c) à 8(c), 10(c) à 12(c), 13, 15 à 18, 20, 43 et 46 | 4(c), 9(c), 14, 19, 26, 29, 44 et 45 |

⁽¹⁾ Savoir utiliser un facteur intégrant lorsqu'il est donné pour les équations non linéaires.

| Heure | Thème | Section | Exercices recommandés | T.D. |
|--|---|---------|-----------------------|-------------------------------|
| ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES D'ORDRE DEUX ET D'ORDRE SUPÉRIEUR | | | | |
| 7, 8, 9 | Généralités et quelques changements de variables. | 3.1 | 2, 7, 8 et 12 | 3, 9 et 15 |
| | Théorie des E.D.O linéaires : Théorème 3.3.1 Principe de superposition; Indépendance linéaire; Ensemble fondamental de solutions. | 3.3 | 4, 5, 10, 24 et 26 | 12, 14 et 27 |
| | La méthode de l'abaissement de l'ordre. | 3.5 | 23 et 24 | 25 et 26 |
| 10, 11 | Équations homogènes à coefficients constants | | | |
| | Racines réelles distinctes de l'équation caractéristique. | 3.2 | 4, 11, 13 et 21 | 10 et 25 |
| | Racines complexes de l'équation caractéristique. | 3.4 | 3, 4, 17, 20 et 22 | 19 et 21 |
| | Racines doubles de l'équation caractéristique. | 3.5 | 7, 9 et 11 | 12 et 17 |
| | Équations d'Euler-Cauchy. | 7.4 | 1 à 14, 16 et 36 | 7, 16 et 37 |
| 12, 13, 14 | Équations linéaires non homogènes | | | |
| | La méthode des coefficients indéterminés. | 3.6 | 1 à 8, 13, 16 et 31 | 11, 15, 21(a), 22(a) et 24(a) |
| | La méthode de variation des paramètres. | 3.7 | 2, 5, 9, 13, 14 et 17 | 7 et 15 |
| 15, 16 | Oscillations dans les systèmes mécaniques et les circuits électriques (on ne traite pas de pseudo-période ou de pseudo-fréquence). | 3.8 | 1, 3, 6, 7, 8 et 27 | 7 et 12 |
| | Les oscillations forcées. | 3.9 | 1, 6 et 8(a) | 10 |

| Heure | Thème | Section | Exercices recommandés | T.D. |
|-----------------------------|---|---------|-----------------------|-----------------|
| 17 | Équations linéaires d'ordre supérieur. | 4.2 | 11, 12, 18, 29 et 30 | 31, 35 et 39(b) |
| SYSTÈMES D'ÉQUATIONS | | | | |
| 18, 19 | Modélisation et lien avec les équations d'ordre supérieur. Problème de réservoirs, e.g. section 5.1, No. 22. Réduction d'un système d'ordre élevé en un système du premier ordre Résolution par élimination, e.g. Section 5.1, No. 7. | 5.1 | 2, 3, 7, 8 et 22 | 4 et 10 |
| | Théorie des systèmes linéaires homogènes d'ordre un. | 5.4 | 6 | 7 (a, b et c) |
| 20, 21 | Systèmes linéaires homogènes à coefficients constants ⁽¹⁾ | | | |
| | Cas des valeurs propres réelles simples. | 5.5 | 1 à 6 et 11 | 3 et 15 |
| | Cas des valeurs propres complexes simples. | 5.6 | 1 à 8 | 9 |
| 22 | Systèmes linéaires non homogènes : Méthode de la diagonalisation | 5.9 | 1, 6 et 8 | 7 |

⁽¹⁾ Les notions de point selle, nœud et point spirale ne sont pas au programme.

| TRANSFORMÉE DE LAPLACE | | | | |
|-------------------------------|--|-----|------------------------------------|----------|
| 23 | Définition de la transformée de Laplace. | 6.1 | 1, 2, 5(a et b), 6 et 12 | 7 |
| 24 | Solutions d'équations différentielles. | 6.2 | 1 à 10, 13, 19 et 24 | 23 et 26 |
| 25 | Fonction échelon. | 6.3 | 1, 4, 7, 9, 11, 14 à 18 et 21 à 24 | 14 et 20 |

| | | | | |
|----|---|-----|--------------------------|---------------|
| 26 | Équations avec membre de droite discontinu. | 6.4 | 1, 3, 7 et 10 | 13 |
| 27 | Les fonctions impulsion. | 6.5 | 2(a), 5(a), 6(a) et 8(a) | 9(a) et 11(a) |

| Heure | Thème | Section | Exercices recommandés | T.D. |
|--|---|---------|-----------------------------|--------------|
| SOLUTIONS EN SÉRIE DE PUISSANCE | | | | |
| 28, 29 | Rappel sur les séries de puissance. | 7.1 | 21, 22 et 23 | 17, 24 et 26 |
| | Les solutions en série autour d'un point ordinaire. | 7.2 | 1, 2, 5, 6, 8, 14, 15 et 18 | 3, 10 et 16 |
| | | 7.3 | 1 et 5 | 2 et 6 |

| Heure | Thème | Section | Exercices recommandés | T.D. |
|--|---|---------|-----------------------|----------|
| ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES | | | | |
| 30 | Généralités et classification des équations aux dérivées partielles. | 8.1 | | |
| 31 | La méthode de séparation des variables | 8.1 | 1 à 6 | 7 et 8 |
| 32 | Problèmes avec conditions aux limites et fonctions propres. | 8.2 | 1, 3, 5, 14, 15 et 16 | 18 et 19 |
| 33, 34 | Séries de Fourier | | | |
| | Séries trigonométriques, périodicité, orthogonalité des fonctions sinus et cosinus, coefficients d'Euler-Fourier, | 8.3 | 1, 3, 4, 13 et 14 | 19 et 22 |
| | Convergence des séries de Fourier. Phénomène de Gibbs. | 8.4 | 1, 3 et 5 | 2 |
| | | 8.5 | | 35 |
| 35 | Fonctions paires et impaires. | 8.5 | 1, 3, 5 et 6 | 2 |
| | Prolongement périodique pair et impair. | 8.5 | 7 et 9 | 19 |

| | | | | |
|--------|--|-----------------|------------------|----------------|
| 36, 37 | Équation de la chaleur pour une tige. Solution avec : (1) températures nulles aux extrémités; (2) températures non nulles aux extrémités. | 8.6 Annexe A | 1, 5 et 6 | 2 et 4 |
| | | 8.7 | 1, 9(a) et 12(a) | 2 et 13(a) |
| 38 | Équation d'onde : la corde vibrante. Solution avec les deux extrémités fixes (on ne fait pas la solution de d'Alembert). | 8.8 Annexe B | 4(a) et 8(a) | 6(a) et 10 |
| 39 | Équation de Laplace pour un rectangle: Problèmes de Dirichlet et de Neumann (1) Conditions homogènes sur 3 des côtés; (2) Conditions non homogènes : principe de superposition e.g. Section 8.9, No. 4. | 8.9 | 1, 2, 3 et 4 | 10(a) et 12(a) |

CALENDRIER

| SEMAINE | D | L | Ma | Me | J | V | S | REMARQUES |
|--------------------|---|---|----|----|---|---|---|---|
| 9 – 15 janvier | | • | | | | | | • Début des cours |
| 16 – 22 janvier | | | | | | | | |
| 23 – 29 janvier | | | | | | | | |
| 30 jan. -5 février | | | | | | | | |
| 6 -12 février | | | | | | | • | • Contrôle périodique 1 (samedi 12 février de 10h30 à 12h00) |
| 13 – 19 février | | | | | | | | |
| 20 – 26 février | | | | | | | | |
| 27 fév. - 5 mars | | | | | | | | Période de relâche |
| 6 – 12 mars | | | | | | | | |
| 13 – 19 mars | | | | | | | • | • Contrôle périodique 2 (samedi 19 mars de 10h30 à 12h00) |
| 20 – 26 mars | | | | | | | | |
| 27 ma. – 2 avril | | | | | | | | |
| 3 – 9 avril | | | | | | | | |
| 10 – 16 avril | | | | | | | | |
| 17 – 23 avril | | | ♦ | | | | | ♦ Journée du vendredi • Fin des cours |

Fraude : Infractions et sanctions

En tant que futur ingénieur, l'étudiant doit adopter une attitude professionnelle exemplaire. L'article 8 des règlements des études au baccalauréat présente la position de Polytechnique Montréal à l'égard de la fraude sur la base du principe de tolérance zéro. Voici quelques éléments de cet article tirés de l'annuaire.

Par fraude, on entend toute forme de plagiat, de tricherie ou tout autre moyen illicite utilisé par l'étudiant pour obtenir un résultat d'évaluation non mérité ou pour influencer une décision relative à un dossier académique.

À titre d'exemple, constituent une fraude :

- l'utilisation totale ou partielle, littérale ou déguisée, d'une œuvre d'autrui, y compris tout extrait provenant d'un support électronique, en le faisant passer pour sien ou sans indication de référence à l'occasion d'un examen, d'un travail ou de toute autre activité faisant l'objet d'une évaluation;
- le non-respect des consignes lors d'un contrôle, d'un examen, d'un travail ou de toute autre activité faisant l'objet d'une évaluation;
- la sollicitation, l'offre ou l'échange d'information pendant un contrôle ou un examen;
- la falsification de résultats d'une évaluation ou de tout document en faisant partie;
- la possession ou l'utilisation pendant un contrôle ou un examen de tout document, matériel ou équipement non autorisé y compris la copie d'examen d'un autre étudiant.

Selon la gravité de l'infraction et l'existence de circonstances atténuantes ou aggravantes, l'étudiant peut se voir imposer une sanction correspondant à, entre autres, l'attribution de la cote 0 pour l'examen, le travail ou toute autre activité faisant l'objet d'une évaluation qui est en cause, l'attribution de la note F pour le cours en cause, l'attribution de la note F à tous les cours suivis au trimestre.

Dans le cas d'un travail en équipe, les étudiants d'une même équipe de travail tel que reconnu par l'enseignant sont solidaires du matériel produit au nom de l'équipe. Si un membre de l'équipe produit et remet un travail au nom de l'équipe et qu'il s'avère que ce travail est frauduleux, tous les membres de l'équipe sont susceptibles de recevoir une sanction à moins qu'il soit démontré sans ambiguïté que l'infraction est le fait d'un ou de quelques membres de l'équipe en particulier.