# Rappels sur la loi normale

Soient  $X_1, \ldots, X_n$  des variables aléatoires suivant des lois normales de moyennes  $m_1, \ldots, \sigma^2$  et de variance  $\sigma_1^2, \ldots, \sigma_n^2$ 

## Propriété 1

Soient  $X_1, \ldots, X_n$  des variables aléatoires indépendantes suivant des lois normales de movennes  $m_1, \ldots, m_n$  et de variance  $\sigma_1^2, \ldots, \sigma_n^2$ . Alors toute combinaison linéaire des  $X_i$  suit une loi normale. Plus précisément, soient  $\lambda_1, \ldots, \lambda_n \in \mathbb{R}$ , alors

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i X_i \rightsquigarrow \mathcal{N}(m, \sigma^2) \text{ avec } m = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i m_i \text{ et } \sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i^2 \sigma_i^2.$$

Test sur la moyenne avec variance inconnue

### Définition 7

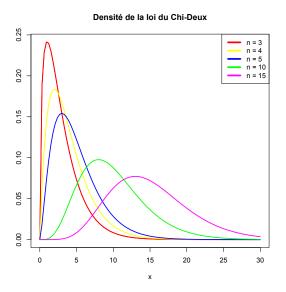
Soient  $X_1, \ldots, X_n$  des variables aléatoires indépendantes suivant une loi normale centrée et réduite. Alors la variable aléatoire

$$Z_n = \sum_{i=1}^n X_i^2$$

suit une loi du Khi-deux à n degrés de liberté. On note  $Z_n \rightsquigarrow \chi^2(n)$ .

-Exemples : Test sur la moyenne et la variance

Test sur la moyenne avec variance inconnue



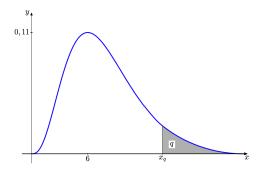
## Remarque

La densité est nulle sur  $\mathbb{R}_-$  donc  $\mathbb{P}(X < 0) = 0$  et  $\mathbb{P}(X \geq 0) = 1$ 



# Fonction de répartition

Soit X une v.a. distribuée suivant la loi de  $\chi^2$  à d degrés de liberté. La table donne les valeurs de  $\mathbb{P}(X > x_q) = q$ .



Si  $X \rightsquigarrow \chi^2(d)$ , la table donne les quantiles d'ordre 1-q, donc les valeurs  $x_q = \chi^2_{d;1-q}$  telles que :

$$\mathbb{P}(X \le \chi^2_{d;1-\alpha}) = 1 - q$$

Exemples : Test sur la moyenne et la variance

☐ Test sur la moyenne avec variance inconnue

Table des valeurs du réel  $x_q$  tel que  $P(X_d > x_q) = q$ , pour  $X_d$  de loi  $\chi^2(d)$ 

1															
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	d	q	0,999	0,995	0,990	0,975	0,95	0,90	0,50	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
3         0,024         0,072         0,115         0,216         0,352         0,584         2,366         6,251         7,815         9,348         11,345         12,838         16,266           4         0,091         0,207         0,297         0,484         0,711         1,064         3,357         7,779         9,488         11,143         13,277         14,860         18,667           5         0,210         0,412         0,554         0,831         1,145         1,610         4,351         9,236         1,070         12,833         1,664         12,592         14,449         16,812         18,548         22,458           7         0,598         0,989         1,239         1,690         2,167         2,833         6,364         12,017         1,466         2,189         2,733         3,490         7,344         1,366         1,507         17,535         20,902         21,952         2,185         2,242           9         1,152         1,735         2,088         2,304         4,865         9,342         15,987         18,307         2,048         2,209         2,185         2,278         2,787           10         1,479         2,156         2,558		1	0,000	0,000	0,000	0,001	0,004	0,016	0,455	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879	10,828
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		2	0.002	0,010	0.020	0.051	0,103	0,211	1,386	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597	13,816
5         0,210         0,412         0,545         0,831         1,145         1,610         4,351         9,236         1,070         12,833         15,086         16,750         22,458           6         0,381         0,676         0,872         1,237         1,635         2,204         5,348         10,645         12,592         14,449         16,812         18,548         22,458           7         0,598         0,999         1,239         1,690         2,167         2,833         3,406         1,610         1,610         1,610         1,610         1,610         1,753         20,092         2,178         2,700         3,235         4,168         8,343         1,684         1,610         1,610         1,610         1,753         20,902         2,1952         2,178         2,178         2,178         2,116         2,333         1,343         1,684         1,619         1,902         21,666         2,359         2,787         10         1,479         2,165         2,558         3,247         3,940         4,865         9,342         1,597         1,8307         20,483         23,209         2,5188         2,588           11         1,434         2,663         3,571         4,404		3	0,024	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	2,366	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838	16,266
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		4	0,091	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	3,357	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860	18,467
7         0,598         0,989         1,239         1,690         2,167         2,833         6,346         12,017         1,607         16,013         18,475         20,278         24,322           8         0,857         1,344         1,646         2,180         2,733         3,490         7,344         13,362         15,507         17,535         20,090         21,955         26,124           9         1,152         1,735         2,088         2,700         3,235         4,168         8,343         14,684         16,919         19,023         21,666         23,589         27,877           10         1,479         2,156         2,558         3,247         3,940         4,865         9,342         15,987         18,307         20,483         23,209         25,188         29,588         29,588           12         2,214         3,074         3,571         4,404         5,226         6,304         11,301         18,549         21,026         23,337         26,217         28,300         32,091           13         2,617         3,648         4,601         5,229         6,527         7,042         12,340         19,812         23,626         23,337         26,217         28,3		5	0,210	0,412	0,554	0,831	1,145	1,610	4,351	9,236	11,070	12,833	15,086	16,750	20,515
8         0.857         1.344         1.646         2.180         2.733         3.909         7.344         13.362         15.507         17.535         20.090         21.955         26.124           9         1,152         1,735         2,088         2,700         3.325         4,168         8,343         14,684         16,919         19,023         21,666         23.589         27.877           10         1,479         2,166         2,558         3,247         3,940         4,865         9,342         15,987         18,307         20,483         23,299         25,188         29,588           11         1,834         2,603         3,053         3,816         4,675         5,578         10,341         17.275         19,675         21,920         24,725         26,757         31,264           12         2,214         3,074         4,600         5,692         6,592         7,042         12,301         18,519         21,022         24,735         26,788         29,819         34,528           14         3,041         4,075         4,660         5,892         7,021         13,339         21,042         23,322         24,736         27,688         29,819         36,123		6	0,381	0,676	0,872	1,237	1,635	2,204	5,348	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548	22,458
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		7	0,598	0,989	1,239	1,690	2,167	2,833	6,346	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278	24,322
1,479   2,156   2,558   3,247   3,940   4,865   9,342   1,5987   18,307   20,483   23,209   25,188   29,588     11   1,834   2,603   3,053   3,816   4,575   5,578   10,341   17,275   19,675   21,920   24,725   26,757   31,264     12   2,214   3,074   3,571   4,404   5,226   6,344   11,340   18,549   21,026   23,337   26,217   28,300   32,909     13   2,617   3,565   4,107   5,009   6,5892   7,042   12,340   18,819   21,026   23,387   26,217   28,300   32,909     14   3,041   4,075   4,660   5,629   6,571   7,799   13,339   21,064   23,685   26,119   34,528     15   3,483   4,601   5,229   6,262   7,261   8,547   14,339   22,070   24,996   27,488   30,578   32,801   36,123     16   3,942   5,142   5,812   6,908   7,662   9,312   15,338   23,542   26,296   28,845   3,000   34,267   39,252     17   4,416   5,697   6,408   7,564   8,672   10,085   16,338   24,769   27,587   30,191   33,409   35,718   40,790     18   4,905   6,265   7,015   8,231   9,390   10,865   17,338   27,204   30,144   32,852   34,805   37,156   42,312     19   5,407   6,844   7,633   8,907   10,117   11,651   18,338   2,7204   30,144   32,852   33,803   37,156   42,312     20   5,921   7,434   8,260   9,591   10,851   12,443   19,337   28,615   30,144   32,853   33,924   4,014   46,797     21   6,447   8,048   8,897   10,233   11,591   12,443   19,337   28,615   36,761   34,763   38,997   45,315     22   6,983   8,643   9,542   10,982   12,338   14,041   21,337   30,813   33,924   36,781   40,289   42,796   42,868     23   7,529   9,200   10,196   11,689   13,991   14,848   22,337   33,196   36,115   39,614   42,980   45,796   51,179     24   8,085   9,886   10,856   10,461   13,484   15,679   23,337   33,196   36,115   39,646   44,314   46,928   52,620     24   8,085   9,886   10,856   12,401   13,844   15,659   23,337   33,196   36,115   39,616   42,980   45,659   51,179     25   8,649   10,520   11,524   13,140   14,611   16,473   24,337   34,363   35,653   36,145   39,646   44,314   46,928   52,620     25   8,089   11,188   12,478   13,		8	0,857	1,344	1,646	2,180	2,733	3,490	7,344	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955	26,124
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		9	1,152	1,735	2,088	2,700	3,325	4,168	8,343	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589	27,877
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		10	1,479	2,156	2,558	3,247	3,940	4,865	9,342	15,987	18,307	20,483	23,209	25,188	29,588
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		11	1,834	2,603	3,053	3,816	4,575	5,578	10,341	17,275	19,675	21,920	24,725	26,757	31,264
14		12	2,214	3,074	3,571	4,404	5,226	6,304	11,340	18,549	21,026	23,337	26,217	28,300	32,909
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		13	2,617	3,565	4,107	5,009	5,892	7,042	12,340	19,812	22,362	24,736	27,688	29,819	34,528
16         3,942         5,142         5,142         6,908         7,662         9,312         15,338         23,742         26,296         28,843         32,000         34,267         39,252           18         4,905         6,265         7,015         8,231         9,390         10,865         17,338         23,769         27,587         30,191         33,409         35,718         40,790           19         5,407         6,844         7,633         8,907         10,117         11,651         18,338         27,704         30,144         32,852         36,919         38,582         43,820           20         5,921         7,434         8,260         9,591         10,851         12,443         19,337         28,412         31,410         34,170         35,562         36,997         45,315           21         6,447         8,034         8,897         10,283         11,591         13,240         20,337         29,615         32,671         34,797         38,932         41,401         46,797           22         6,983         8,643         9,542         10,982         11,581         12,338         14,041         21,333         31,041         21,312         33,524         36,712 <td></td> <td>14</td> <td>3,041</td> <td>4,075</td> <td>4,660</td> <td>5,629</td> <td>6,571</td> <td>7,790</td> <td>13,339</td> <td>21,064</td> <td>23,685</td> <td>26,119</td> <td>29,141</td> <td>31,319</td> <td>36,123</td>		14	3,041	4,075	4,660	5,629	6,571	7,790	13,339	21,064	23,685	26,119	29,141	31,319	36,123
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		15	3,483	4,601	5,229	6,262	7,261	8,547	14,339	22,307	24,996	27,488	30,578	32,801	37,697
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		16	3,942	5,142	5,812	6,908	7,962	9,312	15,338	23,542	26,296	28,845	32,000	34,267	39,252
19		17	4,416	5,697	6,408	7,564	8,672	10,085	16,338	24,769	27,587	30,191	33,409	35,718	40,790
20         5,921         7,434         8,260         9,591         10,851         12,443         19,337         28,412         31,410         34,170         37,566         39,997         45,315           21         6,447         8,034         8,897         10,283         11,591         13,240         20,337         29,615         32,671         35,479         38,932         41,011         46,797           22         6,983         8,643         9,542         10,982         12,338         14,041         21,337         30,813         33,924         36,781         40,289         42,796         48,268           24         8,085         9,866         10,856         10,561         15,659         23,337         33,196         36,115         39,361         44,381         49,789         51,179           25         8,649         10,520         11,524         13,120         14,611         16,473         24,337         34,382         37,652         40,646         44,314         46,928         52,620           26         9,222         11,610         12,988         13,484         15,379         17,7292         25,336         35,631         38,885         41,934         46,924         82,909         <		18	4,905	6,265	7,015	8,231	9,390	10,865	17,338	25,989	28,869	31,526	34,805	37,156	42,312
21         6,447         8,034         8,897         10,283         11,591         13,240         20,337         29,615         32,671         35,479         38,932         41,401         46,707           22         6,983         8,643         9,524         10,982         12,338         14,041         21,337         30,813         33,924         36,781         40,289         42,796         48,268           23         7,529         9,260         10,196         11,689         13,919         14,848         22,337         32,007         35,172         38,076         41,638         44,181         49,728           24         8,085         9,886         10,856         12,011         13,484         15,659         23,337         33,196         36,155         39,364         42,980         45,559         51,779           25         8,649         10,520         11,524         13,120         14,611         16,473         24,337         33,262         36,612         40,664         44,314         46,928         52,620           26         9,222         11,160         12,198         13,844         15,379         17,292         25,336         35,563         38,885         41,923         46,628		19	5,407	6,844	7,633	8,907	10,117	11,651	18,338	27,204	30,144	32,852	36,191	38,582	43,820
22         6,983         8,643         9,542         10,982         12,338         14,041         21,337         30,813         33,924         36,781         40,289         42,796         48,268           23         7,529         9,260         10,196         11,689         13,091         14,848         22,337         32,077         35,172         38,076         41,638         42,980         42,766         49,228           24         8,085         9,886         10,520         11,524         13,120         14,611         16,473         24,337         34,382         37,652         40,646         44,314         46,928         52,620         26         9,222         11,60         12,198         13,844         15,379         17,292         25,336         35,563         35,563         38,885         41,924         46,692         82,629           27         9,803         11,808         12,879         14,573         16,151         18,114         26,336         37,916         41,317         44,614         48,278         49,645         54,672           28         10,391         12,461         13,565         15,308         16,151         18,114         26,336         37,916         41,317         44,614		20	5,921	7,434	8,260	9,591	10,851	12,443	19,337	28,412	31,410	34,170	37,566	39,997	45,315
23         7,529         9,260         10,196         11,689         13,091         14,848         22,337         32,007         35,172         38,076         41,638         44,181         49,728           24         8,085         9,886         10,856         12,401         13,848         15,659         23,337         31,96         36,415         39,364         42,990         45,559         51,179           25         8,649         10,520         11,524         13,120         14,611         16,473         24,337         34,382         3,652         40,644         49,80         52,620         52,620           26         9,222         11,160         12,198         13,844         15,379         17,292         25,336         35,563         38,885         41,923         45,642         48,290         54,052           27         9,803         11,808         12,879         14,573         16,151         18,114         26,336         36,711         40,113         43,195         46,663         49,645         55,476           28         10,391         12,461         13,565         15,308         16,928         18,939         27,336         37,916         41,413         44,611         48,278		21	6,447	8,034	8,897	10,283	11,591	13,240	20,337	29,615	32,671	35,479	38,932	41,401	46,797
24         8,085         9,886         10,856         12,401         13,484         15,659         23,337         33,106         36,415         39,364         42,980         45,559         51,729           26         8,649         10,520         11,554         13,120         16,473         24,337         34,382         37,652         40,646         44,314         46,928         52,620           26         9,222         11,600         12,198         13,844         15,379         17,292         25,336         35,563         38,885         41,923         46,642         48,290         54,052           27         9,803         11,808         12,879         14,573         16,151         18,114         26,336         36,741         40,113         43,195         46,663         49,645         55,492           28         10,391         12,461         13,565         15,308         16,981         18,193         27,336         37,916         41,317         44,461         48,278         50,932         56,892           29         10,986         13,121         14,256         16,047         17,708         19,768         28,336         39,087         42,557         45,722         49,588         52,306		22	6,983	8,643	9,542	10,982	12,338	14,041	21,337	30,813	33,924	36,781	40,289	42,796	48,268
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		23	7,529	9,260	10,196	11,689	13,091	14,848	22,337	32,007	35,172	38,076	41,638	44,181	49,728
26         9,222         11,160         12,198         13,844         15,379         17,292         25,336         35,563         38,885         41,923         45,642         48,290         54,052           27         9,803         11,808         12,879         14,573         16,151         18,114         26,336         36,741         40,113         43,195         46,963         49,645         55,476           28         10,391         12,461         13,565         15,308         16,928         18,939         27,336         37,916         41,337         44,61         278         50,931         56,892           29         10,986         13,121         14,256         16,047         17,708         19,768         28,336         39,087         42,557         45,722         49,588         52,306         58,031		24	8,085	9,886	10,856	12,401	13,848	15,659	23,337	33,196	36,415	39,364	42,980	45,559	51,179
27         9,803         11,808         12,879         14,573         16,151         18,114         26,336         36,741         40,113         43,195         46,963         49,645         55,476           28         10,391         12,461         13,565         15,308         16,928         18,939         27,336         37,916         41,337         44,461         48,278         50,993         56,892           29         10,986         13,121         14,256         16,047         17,708         19,768         28,336         39,087         42,557         45,722         49,588         52,336         58,01		25	8,649	10,520	11,524	13,120	14,611	16,473		34,382	37,652	40,646	44,314	46,928	52,620
28     10,391     12,461     13,565     15,308     16,928     18,939     27,336     37,916     41,337     44,461     48,278     50,993     56,892       29     10,986     13,121     14,256     16,047     17,708     19,768     28,336     39,087     42,557     45,722     49,588     52,336     58,301		26		11,160	12,198	13,844	15,379	17,292		35,563	38,885	41,923	45,642	48,290	54,052
29   10,986   13,121   14,256   16,047   17,708   19,768   28,336   39,087   42,557   45,722   49,588   52,336   58,301		27	9,803	11,808	12,879	14,573	16,151	18,114	26,336	36,741	40,113	43,195	46,963	49,645	55,476
		28	10,391	12,461	13,565	15,308	16,928	18,939	27,336	37,916	41,337	44,461	48,278	50,993	56,892
30   11,588   13,787   14,953   16,791   18,493   20,599   29,336   40,256   43,773   46,979   50,892   53,672   59,703		29	10,986	13,121	14,256	16,047	17,708	19,768	28,336	39,087	42,557	45,722	49,588	52,336	58,301
		30	11,588	13,787	14,953	16,791	18,493	20,599	29,336	40,256	43,773	46,979	50,892	53,672	59,703

-Exemples : Test sur la moyenne et la variance

Test sur la moyenne avec variance inconnue

## Loi de Student

### Définition 8

Soient Z et U des variables aléatoires indépendantes telles que  $Z \rightsquigarrow \mathcal{N}(0,1)$  et  $U \rightsquigarrow \chi^2(n)$ , alors la variable aléatoire

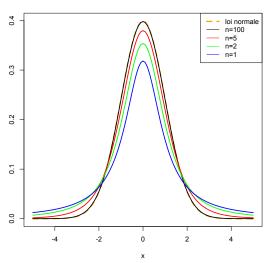
$$T = \frac{Z}{\sqrt{U/n}}$$

suit une loi de Student à n degrés de liberté. On note  $T \rightsquigarrow T(n)$ .

Exemples : Test sur la moyenne et la variance

☐ Test sur la moyenne avec variance inconnue

#### Densité de la loi T de Student



-Exemples : Test sur la moyenne et la variance

Test sur la moyenne avec variance inconnue

## Propriété 2

Soit  $T_n$  une variable aléatoire suivant une loi de Student à n degrés de liberté. Si  $n \ge 2$ , alors :

- **1**  $T_n$  admet un moment d'ordre 1,  $\mathbb{E}(T_n) = 0$ .
- 2 La loi de Student est symétrique en 0.
- On a la convergence en loi

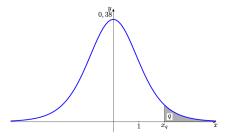
$$T_n \xrightarrow[n \to +\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0,1)$$

Quand le degré de liberté n est grand, on peut approcher la loi de Student par une loi normale centrée et réduite.

Test sur la moyenne avec variance inconnue

# Fonction de répartition

Soit U une v.a. distribuée suivant la loi de Student à d degrés de liberté. La table donne les valeurs des réels  $x_q$  telles que  $\mathbb{P}(U > x_q) = q$ .



Si  $U \rightsquigarrow T(d)$ , la table donne les quantiles d'ordre 1-q, donc les valeurs  $t_{d;1-q}$  telles que :

$$\mathbb{P}(U \leq t_{d;1-q}) = 1 - q$$

Exemples : Test sur la moyenne et la variance

☐ Test sur la moyenne avec variance inconnue

Table des valeurs  $x_q$  telles que  $P(U_d > x_q) = q$ , pour  $U_d$  de loi de Student à d degrés de liberté

d         q         0,45         0,4         0,35         0,3         0,25         0,2         0,15         0,1         0,05         0,025         0,01         0,005           1         0,158         0,325         0,510         0,727         1,000         1,376         1,963         3,078         6,314         12,706         31,821         63,657           2         0,142         0,289         0,445         0,617         0,816         1,061         1,386         1,886         2,920         4,303         6,955         9,925           3         0,137         0,277         0,744         0,540         7,569         0,741         1,250         1,633         2,132         2,276         3,747         4,604           5         0,132         0,267         0,408         0,599         0,741         0,941         1,159         1,533         2,132         2,766         3,787         4,604           6         0,131         0,265         0,404         0,553         0,711         0,896         1,115         1,416         1,476         2,915         2,517         3,365         4,942           8         0,130         0,262         0,399         0,546													
2         0,142         0,289         0,445         0,617         0,816         1,061         1,386         1,886         2,920         4,303         6,965         9,925           3         0,137         0,227         0,424         0,584         0,765         9,975         1,250         1,638         2,333         3,132         4,541         5,841         3,707         4,604         3,303         6,965         0,766         0,896         1,134         1,446         1,943         2,447         3,143         3,707         7,013         0,263         0,402         0,569         0,676         0,896         1,118         1,415         1,892         2,2447         3,143         3,707         0,429         1,118         1,145         1,892         2,246         2,281         3,250         0,141         0,142		0,45	0,4	0,35	0,3	0,25	0,2	0,15	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
3         0,137         0,277         0,424         0,584         0,765         0,978         1,250         1,638         2,353         3,182         4,541         5,841           4         0,134         0,277         0,444         0,589         0,741         0,941         1,190         1,532         2,132         2,276         3,747         4,604           5         0,132         0,265         0,404         0,559         0,711         0,990         1,156         1,476         2,015         2,571         3,365         4,032           6         0,131         0,265         0,404         0,539         0,711         0,996         1,134         1,401         1,932         2,447         3,143         3,707           7         0,130         0,262         0,399         0,546         0,706         0,889         1,108         1,189         1,180         1,802         2,306         2,986         3,355           10         0,129         0,200         0,337         0,542         0,700         0,879         1,108         1,353         1,832         2,262         2,281         3,355           11         0,128         0,259         0,335         0,539         0,6	1	0,158	0,325	0,510	0,727	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
4         0,134         0,271         0,414         0,569         0,741         0,941         1,190         1,533         2,132         2,276         3,744         4,604           5         0,132         0,265         0,408         0,559         0,727         0,920         1,156         1,476         2,015         2,517         3,365         4,032           6         0,131         0,265         0,404         0,553         0,716         0,896         1,119         1,415         1,895         2,265         2,998         3,499           8         0,130         0,262         0,399         0,546         0,706         0,889         1,108         1,937         1,806         2,306         2,898         3,250           10         0,129         0,261         0,339         0,542         0,700         0,879         1,993         1,383         1,833         2,262         2,221         3,250           11         0,129         0,260         0,396         0,540         0,697         0,876         1,088         1,363         1,792         2,201         2,718         3,062           12         0,128         0,259         0,334         0,588         0,802         0,	2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
5         0,132         0,267         0,408         0,559         0,727         0,920         1,156         1,476         2,015         2,571         3,365         4,032           6         0,131         0,265         0,404         0,533         0,718         0,908         1,119         1,415         1,933         2,473         3,143         3,470           7         0,130         0,262         0,399         0,546         0,706         0,889         1,101         1,415         1,895         2,365         2,998         3,499           9         0,129         0,261         0,398         0,543         0,703         0,889         1,101         1,831         2,625         2,988         3,355           10         0,129         0,260         0,397         0,542         0,700         0,879         1,093         1,372         1,812         2,228         2,744         3,169           11         0,128         0,259         0,335         0,539         0,695         0,873         1,083         1,356         1,762         2,179         2,681         3,055           13         0,128         0,258         0,333         0,537         0,689         0,873         1,	3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
6         0,131         0,265         0,404         0,553         0,718         0,906         1,134         1,440         1,943         2,447         3,143         3,707           7         0,130         0,262         0,399         0,546         0,706         0,889         1,109         1,15         1,25         2,201         2,210         2,210         1,215         1,22         2,21         2,211         2,212         2,121         2,128         2,220         2,211         2,153         3,106         1,11         1,11         1,11         1,11         1,11         1,11         1,11         1,11         1,11         1,11         1,11 <td< th=""><th>4</th><th>0,134</th><th>0,271</th><th>0,414</th><th>0,569</th><th>0,741</th><th>0,941</th><th>1,190</th><th>1,533</th><th>2,132</th><th>2,776</th><th>3,747</th><th>4,604</th></td<>	4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
7         0,130         0,263         0,402         0,549         0,711         0,996         1,119         1,415         1,895         2,365         2,998         3,499           8         0,130         0,222         0,399         0,546         0,700         0,888         1,100         1,383         1,802         2,266         2,998         3,355           10         0,129         0,261         0,398         0,543         0,703         0,883         1,100         1,383         1,832         2,262         2,821         3,250           11         0,129         0,260         0,396         0,540         0,697         0,879         1,093         1,372         1,812         2,228         2,744         3,169           12         0,128         0,259         0,335         0,539         0,695         0,873         1,083         1,356         1,792         2,681         3,055           13         0,128         0,258         0,333         0,537         0,699         0,868         1,076         1,355         1,771         2,160         2,641         3,055           15         0,128         0,258         0,333         0,537         0,689         0,868	5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
8         0,130         0,2c2         0,399         0,546         0,706         0,889         1,108         1,397         1,860         2,306         2,806         2,808         3,355           9         0,129         0,261         0,388         0,434         0,703         0,889         1,108         1,397         1,880         2,206         2,801         3,355           10         0,129         0,260         0,397         0,542         0,700         0,879         1,093         1,322         1,812         2,228         2,764         3,169           11         0,129         0,260         0,395         0,539         0,895         0,873         1,083         1,363         1,792         2,201         2,718         3,106           12         0,128         0,259         0,393         0,535         0,699         0,865         1,079         1,350         1,771         2,160         2,602         3,012           14         0,128         0,258         0,333         0,536         0,691         0,866         1,076         1,351         1,761         2,145         2,624         2,977           16         0,128         0,257         0,332         0,534	6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
	7	0,130	0,263	0,402	0,549	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	9	0,129			0,543			1,100		1,833			3,250
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	11	0,129	0,260	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796		2,718	3,106
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	12	0,128	0,259	0,395	0,539		0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$													
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$													
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$								1,067					
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$			0,257		0,533	0,688	0,861	1,066			2,093	2,539	2,861
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	20	0,127	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$													
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$													
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	23	0,127	0,256		0,532	0,685	0,858	1,060		1,714	2,069	2,500	
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797
$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$													
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$													
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$													
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$													
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$													
50   0,126   0,255   0,388   0,528   0,679   0,849   1,047   1,299   1,676   2,009   2,403   2,678													
100   0,126   0,254   0,386   0,526   0,677   0,845   1,042   1,290   1,660   1,984   2,364   2,626							0,849	1,047		1,676			
	100	0,126	0,254	0,386	0,526	0,677	0,845	1,042	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626

## Théorème 1 (Théorème de Student)

Soient  $X_1, \ldots, X_n$  i.i.d avec  $X_1 \rightsquigarrow \mathcal{N}(m, \sigma^2)$ . On pose  $\overline{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  et  $S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left( X_i - \overline{X}_n \right)^2$ .

- La moyenne  $\overline{X}_n$  et la variance empirique  $S_n^2$  sont indépendantes.
- ②  $\overline{X}_n$  suit la loi normale  $\mathcal{N}\left(m, \frac{\sigma^2}{n}\right)$ .
- 3  $(n-1)\frac{S_n^2}{\sigma^2}$  suit la loi du Khi-deux à n-1 degrés de liberté.

### Corollaire 1

Soient  $X_1, \ldots, X_n$  i.i.d avec  $X_1 \leadsto \mathcal{N}(m, \sigma^2)$ . La v.a.  $T = \frac{\sqrt{n}}{S_n} \left( \overline{X}_n - m \right)$  suit la loi de Student à n-1 degrés de liberté.