

Statistiques décisionnelles : TD 6

Exercice 1. On observe sur un échantillon de 300 personnes, le sexe et la couleur des cheveux. On recueille les données dans le tableau suivant :

Sexe/ Cheveux	clairs	sombres	total
masculin	72	128	200
feminin	48	52	100
total	120	180	300

— Tester l'indépendance statistique entre le sexe et la couleur des cheveux.

Exercice 2 (Indice UV, mai 2018). Pendant 15 jours, on a relevé, à 10 stations balnéaires différentes (de Dunkerque à Nice), l'indice UV et la météo (l'indice UV permet d'évaluer le risque pour la santé que représente une exposition au soleil à un instant donné et à un endroit donné). On regroupe les résultats dans le tableau suivant :

UV météo	3	4	5	6	7	8
soleil/éclaircies	5	12	18	20	14	6
nuageux	16	20	12	2	0	0
averses ou pluie	9	10	6	0	0	0

Ce tableau signifie que, par exemple, on a observé 12 fois un indice UV 5 avec un ciel nuageux.

On voudrait savoir si l'indice UV et la météo sont liés. Faire le test au niveau $\alpha = 5\%$.

Exercice 3. On se propose de comparer les réactions produites par deux vaccins B.B.G. désignés par A et B. Un groupe de 348 enfants a été divisé par tirage au sort en deux séries qui ont été vaccinées, l'une par A, l'autre par B. La réaction a été ensuite lue par une personne ignorant le vaccin utilisé. Les résultats figurent dans le tableau suivant :

Vaccin / Réaction	Réaction légère	Réaction moyenne	Ulcération	Abès	Total
A	12	156	8	1	177
B	29	135	6	1	171
Total	41	291	14	2	348

On désire tester l'hypothèse selon laquelle les réactions aux deux vaccins sont de même loi.

- Expliquer pourquoi cette situation relève d'un test du Khi-deux d'indépendance.
- Effectuer le test au niveau de $\alpha = 5\%$ puis discuter selon le choix d'autres valeurs de α .

Exercice 4 (Pasteur et la génération spontanée (examen 2019)). *Au 19^{ème} siècle, certains scientifiques pensaient que des organismes vivants apparaissaient spontanément dans l'air. Pasteur pensait au contraire que la vie n'apparaissait pas à partir de rien. Il a fait faire 60 bouteilles en verre, qu'on pouvait fermer hermétiquement. Les bouteilles une fois parfaitement propres, il a mis dans chacune de l'air et un produit dont se nourrissent les bactéries. Quand on voit que ce produit fermente, on sait que des organismes microscopiques sont présents. 20 bouteilles ont été remplies à Paris (où l'air est plein de bactéries), 20 bouteilles à la campagne, et 20 bouteilles à côté d'un glacier. Si la théorie de la génération spontanée était vraie, la vie se développerait de la même façon dans les 3 séries de bouteilles. Si Pasteur avait raison, on trouverait des bactéries dans beaucoup de bouteilles contenant de l'air de Paris, moins dans celles remplies à la campagne, et très peu dans celles contenant de l'air du glacier (les bactéries survivent mal au froid).*

Au bout de quelques jours, Pasteur a observé des bactéries¹ dans 17 des bouteilles remplies à Paris, dans 9 des bouteilles remplies à la campagne, et dans une seule remplie de l'air du glacier.

1. *Pasteur peut-il conclure avec un risque d'erreur d'au plus 0,1% que la théorie de la génération spontanée est fausse, c'est à dire que les lois du nombre de bouteilles contaminées sont différentes ? Effectuer le test du χ^2 correspondant.*
2. *S'il n'était pas monté sur le glacier et avait fait le test juste avec l'air de Paris et celui de la campagne, quelle aurait été la p-valeur de son test ? (on donnera un encadrement).*

Exercice 5. *Trois dés sont lancés indépendamment 360 fois chacun avec les résultats suivants :*

Face	Dé 1	Dé 2	Dé 3
1	50	62	38
2	48	55	60
3	69	61	64
4	45	54	58
5	71	78	73
6	77	50	67

1. *Est-ce ces trois dés sont pipés de la même manière : tester l'hypothèse*

$$H_0 \quad : \quad p_{1,i} = p_{2,i} = p_{3,i} \quad \text{pour tout } i \in \{1, \dots, 6\},$$

où $p_{j,i}$ est la probabilité d'obtenir i avec le dé j .

1. On ne peut pas observer une seule bactérie à l'œil nu. Mais une colonie de bactéries forme une tache sur le produit nutritif, ce qui permet l'observation.