

Optimisation– année 2021–2022

FEUILLE DE TP : Méthode du simplexe

Ce TP a pour but de résoudre en appliquant l'algorithme du simplexe trois problèmes d'optimisation linéaire. On va utiliser le logiciel Scilab. L'algorithme du simplexe est programmé dans la fonction

```
function [v,xI,epsi,Ainv,I,d,uI]=simplex(A,a,f,bornes,xI,epsi,Ainv,I)
```

contenue dans le fichier `Mass_simplex.sci` à télécharger dans votre environnement de travail. Il résout un problème de minimisation sous forme standard (avec éventuellement des variables doublement bornées).

Identification des paramètres:

- A est la matrice des contraintes de taille $p \times n$;
- a est le second membre du système (vecteur colonne de taille p);
- f est le vecteur ligne des coefficients de la fonction objectif de taille n ;

Les paramètres suivants sont facultatifs:

- **bornes** est un tableau bidimensionnel de taille $n \times 2$ dont la première colonne contient les bornes inférieures des variables et la seconde les bornes supérieures (qui peuvent être infinies % `inf`);
- **xI** une solution de base réalisable de départ correspondante à la base **I** de matrice inverse **Ainv**
- **epsi**: vecteur de taille n qui ne sera utilisé que dans le cas où on fournit une base initiale de départ: la composante vaut 1 si la variable est hors-base, 0 si elle est dans la base;
- **d** vecteur des coûts réduits de la solution optimale;
- **v** valeur optimale.

La fonction utilise des variables globales qu'il faudra définir dans votre programme:

```
si_max_iterations=500;
i_tolerance_test_0=1/10^(12);
si_pivotage='mvp';
```

si_details=%f;

Exercice 1 Considérer le problème de production de l'exemple 2 (voir page 11 du cours) :

$$\begin{array}{ll}\max & c_1x_1 + c_2x_2 \\ \text{s.c.} & x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ & x_1 + x_2 \leq 8 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 14 \\ & x_1, x_2 \geq 0\end{array}$$

1. Résoudre graphiquement ce problème pour le cas où $c_1 = 2$ et $c_2 = 3$.
2. Ecrire sous forme standard le problème à résoudre.
3. Comparer vos résultats obtenus en 1. pour la solution optimale et la valeur optimale avec ceux obtenus en utilisant la fonction `simplex`
 - sans donner une base initiale: `[v,x]=simplex(A,a,f)` (voir le fichier `exemp1Simplex.sce`)
 - en donnant une base initiale `[v,x]=simplex(A,a,f,bornes,xI,epsi,Ainv,I)` (voir le fichier `exemp2Simplex.sce`)

Exercice 2 Une entreprise fabrique des produits finis P_i , $1 \leq i \leq 5$ à l'aide de matières premières M_j , $1 \leq j \leq 4$ dont elle dispose en quantités limitées. Les données du problème (quantités disponibles de matière premières, bénéfices unitaires et caractéristiques techniques de la production) sont consignées dans le tableau ci-dessous:

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	Quant.Dispo.
M_1	1	1	0	2	0	8
M_2	1	0	2	0	0	4
M_3	0	2	0	0	1	9
M_4	1	1	1	1	1	16
Bénéf. Unit.	3	4	1	7	2	

1. Ecrire sous forme standard le problème à résoudre pour maximiser les bénéfices.
2. Résoudre le problème en utilisant la fonction `simplex`
 - sans donner une base initiale: `[v,x]=simplex(A,a,f)`
 - en donnant une base initiale `[v,x]=simplex(A,a,f,bornes,xI,epsi,Ainv,I)`

Exercice 3 Production d'aliments pour bétail

La compagnie CowFood fabrique deux aliments pour bétail: l'un sous forme de granulés et l'autre sous forme de farine. Ces aliments sont obtenus à partir de trois matières premières: avoine, maïs et mélasse. Le processus de fabrication est le suivant: les matières premières sont

broyées (sauf la mélasse qui est liquide), les produits sont ensuite mélangés, et le mélange est ensuite transformé en granulés ou bien tamisé pour obtenir de la farine. Les deux aliments ont les mêmes teneurs souhaitées en nutriments (protéines, lipides et glucides). Le tableau suivant donne les teneurs en nutriments en pourcentage dans chaque matière première, ainsi que les teneurs souhaitées dans les deux aliments.

Nutriment	avoine	maïs	Mélasse	Teneur souhaitée
Protéines	13.6	4.1	5	≥ 9.5
Lipides	7.1	2.4	0.3	≥ 2
Glucides	7	3.7	25	≤ 6

Les matières premières sont disponibles en quantités limitées. Le tableau suivant donne les quantités disponibles et les prix d'achat

Matière première	Avoine	Maïs	Mélasse
Quantité dispo. en KG	11900	23500	750
Prix d'achat par Kg	0.8	1	0.75

Le dernier tableau contient le prix de chacune des opérations de fabrication par Kg

Broyage	Mélange	Granulation	Tamisage
1.5	0.3	2.5	1

On doit fabriquer 9 tonnes de granulés et 12 tonnes de farine. Quelles doivent être les quantités de matières premières à acheter et les compositions des deux types d'aliments de façon à minimiser le coût total?

1. Modéliser ce problème comme un problème de programmation linéaire.
2. Ecrire le problème sous forme standard.
3. Résoudre le problème en utilisant l'algorithme du simplexe.