Cours

Charles Vin

Date

0.1 Modéliser un problème

1. Les variables qui interviennent
2. La fonction objectif
3. Les contraintes
4. Résumer le tout correctement sous un problème d'optimisation (P)

0.2 Résoudre un problème

Pour un problème sous forme standard on a

$$\begin{aligned} A &= \text{ la matrice du système de contraintes} \\ B &= \text{ la matrice des constantes à droite des contraintes} \\ f^T &= \text{ matrice de la fonction à optimiser} \end{aligned}$$

1. Résolution graphique ?
2. Max de sommet : $\binom{q}{n-p}$ avec n nombre de variable, p nombre de contraintes d'égalité, q nombre de contraintes d'inégalités.
3. Mettre sous forme standard
4. Trouver toutes les bases possibles
5. Pour chaque base :
   — Vérifier si c'est réalisable : $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \exists A^{-1}$ puis il faut que $X(B_i) = A^{-1}b > 0$
   — dégénéré ou non dégénéré : si une des variables de la base $= 0$ (invalide la résolution du système plus tard)
   — Correspond au sommet : $(0, 0, [X(B_i)], 0, 0, \dots)$
6. Trouver la solution optimale parmi les bases réalisables : Il faut que

$$C^{H_i} = f_{H_i}^T - f_{B_i}^T (A^{B_i})^{-1} A^{H_i} \geq 0.$$

0.2.1 Autre méthode pas encore trop compris

— Trouver $X(B_i)$ avec

$$\begin{aligned} AX(B_i) = b &\Leftrightarrow \begin{pmatrix} A^{B_i} & A^{H_i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{B_i} \\ X_{H_i} \end{pmatrix} = b \\ &\Leftrightarrow X_{b_i}(\theta) = (A^{B_2})^{-1} b - (A^{B_i})^{-1} A^{H_i} X_{H_i}(\theta) \end{aligned}$$

— On se retrouve avec un vecteur dépendant de θ, il faut trouver les bornes de θ tel que
   — $X_{B_i} \leq 0$
   — $X_{H_i} \leq 0$
— Conclure sur les points admissibles