

# Corrigé détaillé de l'exercice 14

Exercice 14.1 On a :

- en posant  $x_1 = x_{11} - x_{12} : x_1 \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x_{1i} \geq 0, i \in \{1, 2\}$  ;
- $\max f^T x \Leftrightarrow \min -f^T x$  ;
- $a_i^T x \leq b_i \Leftrightarrow a_i^T x + y_i = b_i$  avec  $y_i \geq 0, i \in \{1, 2\}$ .

Donc le programme linéaire s'écrit sous forme standard est :

$$(P_1)_s \quad \begin{array}{ll} \min & -((x_{11} - x_{12}) + 5x_2 + 2x_3) \\ \text{s.c.} & (x_{11} - x_{12}) + 3x_2 + y_1 = 10 \\ & (x_{11} - x_{12}) + x_2 + x_3 + y_2 = 9 \\ & x_{11}, x_{12}, x_2, x_3, y_1, y_2 \geq 0 \end{array}$$

d'où

$$(P_1)_s \quad \begin{array}{ll} \min & -x_{11} + x_{22} - 5x_2 - 2x_3 \\ \text{s.c.} & x_{11} - x_{12} + 3x_2 + y_1 = 10 \\ & x_{11} - x_{12} + x_2 + x_3 + y_2 = 9 \\ & x_{11}, x_{12}, x_2, x_3, y_1, y_2 \geq 0 \end{array}$$

Exercice 14.2 On a :

- en posant  $x_1 = -x'_1 : x_1 \leq 0 \Leftrightarrow x'_1 \geq 0$  ;
- en posant  $x_2 = x_{21} - x_{22} : x_2 \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x_{2i} \geq 0, i \in \{1, 2\}$  ;
- $\max f^T x \Leftrightarrow \min -f^T x$  ;
- $a_1^T x \geq b_1 \Leftrightarrow a_1^T x - y_1 = b_1$  avec  $y_1 \geq 0$  ;
- $a_2^T x \leq b_2 \Leftrightarrow a_2^T x + y_2 = b_2$  avec  $y_2 \geq 0$ .

Donc le programme linéaire s'écrit sous forme standard est :

$$(P_2)_s \quad \begin{array}{ll} \min & -(x'_1 + x_{21} - x_{22} - x_3) \\ \text{s.c.} & -3x'_1 - 3(x_{21} - x_{22}) - y_1 = -7 \\ & -x'_1 + 2(x_{21} - x_{22}) + x_3 + y_2 = 9 \\ & x'_1, x_{21}, x_{22}, x_3, y_1, y_2 \geq 0 \end{array}$$

d'où

$$(P_2)_s \quad \begin{array}{ll} \min & -x'_1 - x_{21} + x_{22} + x_3 \\ \text{s.c.} & -3x'_1 - 3x_{21} + 3x_{22} - y_1 = -7 \\ & -x'_1 + 2x_{21} - 2x_{22} + x_3 + y_2 = 9 \\ & x'_1, x_{21}, x_{22}, x_3, y_1, y_2 \geq 0 \end{array}$$