

## Statistiques décisionnelles : TD 8

Je vous demande de préciser, à chaque exercice, la démarche que vous comptez suivre : c'est à dire annoncer votre choix de test et justifier ce choix. En général, le test à utiliser ne sera plus donné dans les énoncés. On fera tous les tests au niveau 5% ou 1% selon ce qui vous paraîtra le plus pertinent.

**Exercice 1.** *Lors de la braderie de Lille, vous trouvez une balance alimentaire pour 1 euro. Vous saisissez cette excellente affaire et vous mettez en tête de faire des crêpes. Et si cette balance était trop imprécise ? La mesure de la masse d'un objet par une balance est bien modélisé par une variable gaussienne, dont la moyenne est la masse de l'objet et la variance provient de l'imprécision de la balance. On estime qu'une balance est fonctionnelle si la variance des mesures est inférieure ou égale à 4. Toujours à la braderie de Lille, vous avez acheté une collection de poids étalons de 200 grammes chacun. Vous saisissez cette occasion (unique) de vous en servir en pensant chacun de poids étalon avec votre nouvelle balance. Après 30 mesures, vous avez mesuré une moyenne de 250.7 grammes et la variance empirique de ces mesures est 4.6.*

*Votre balance est-elle fonctionnelle ?*

*Bonus : Si la balance a une variance d'au plus 4, lorsque vous mesurez 250g de farine, pouvez-vous donner un intervalle dans lequel on a 95% de chances d'avoir la vraie masse de farine que vous devez utiliser ?*

*Bonus 2 : En fait, la balance pourrait avoir un biais de mesure : on ne mesure pas la masse d'un objet  $m$  mais  $m + e$  où  $e$  est une erreur fixe. Pouvez-vous construire un test dans cette situation ?*

**Exercice 2.** *Reprenons la situation de l'exercice précédent. Vous avez acheté une balance à la braderie de Lille, mais vous n'avez pas acheté cette magnifique collection de poids étalons. Vous souhaitez tout de même déterminer si votre nouvelle balance est fonctionnelle. Vous pesez les 8 paquets de 500g de pâtes que vous avez dans votre appartement, et vous appelez une amie qui possède une excellente balance en lui demandant de peser les 9 paquets de 500g de pâtes qu'elle a chez elle. Sur vos paquets de pâtes, vous observez un poids moyen de 498 grammes et une variance empirique de  $4.3g^2$ . Votre amie vous indique avoir mesuré un poids moyen de 501g et observe une variance empirique de  $3.7g^2$ .*

*Les performances de votre balance sont-elles comparables à celle de votre amie ?*

**Exercice 3.** *On cherche à comparer la quantité de noisettes stockées par deux races d'écureuils : les écureuils roux (surtout présents en Europe et en Asie) et les écureuils gris (surtout présents en Amérique du Nord). On modélise cette quantité (en grammes) par une variable aléatoire gaussienne, de moyenne et de variance inconnue. On estime que les variations de quantités stockées sont principalement dues au poids des animaux. Les écureuils des deux espèces étaient de gabarits comparables, il est raisonnable de supposer que la variance de la quantité de noisettes stockées est la même pour les deux espèces.*

*Pour les écureuils roux, on a mesuré la quantité de noisettes stockées par 14 écureuils, la moyenne de cet échantillon est de 732g et la variance de 900. Pour*

les écureuils gris, on a mesuré la quantité de noisettes stockées par 17 écureuils. La moyenne de cet échantillon est de 783 grammes et la variance empirique est de 846.

Peut-on affirmer que ces deux espèces stockent la même quantité de noisettes pour l'hivers ?

**Exercice 4.** On s'intéresse au changement climatique, et on travaille sur les données de températures moyenne au mois d'août à Paris. Sur l'ensemble du vingtième siècle, ces températures moyennes en degrés Celsius sont distribuées suivant une loi gaussienne de variance inconnue. Sur les dix dernières années, on a observé les températures moyennes suivantes :

22 19 21 23 20 22 24 18 20 25

De 1900 à 1920, on a observé les températures moyennes suivantes :

18 21 22 19 19 19 19 18 21 21 20 20 19 20 21 19 20 19 20 20

Sous l'hypothèse que la variance des températures est inchangée, peut-on conclure au réchauffement climatique (sur Paris) ?

Peut-on affirmer que la variabilité du climat a changé ?

**Exercice 5** (Exercice à refaire à partir de jeudi, mais déjà faisable). Un professeur de mathématiques enseigne le même cours deux années de suite, mais il a le sentiment que les étudiantes et étudiants de sa seconde année d'enseignement ont mieux réussi. Les moyennes des étudiantes et étudiants obtenues en 2021 sont reproduites ci dessous, classées par ordre croissant

4 5.2 6.7 9.6 10.2 10.6 11.4 14 14.9 17

Les notes de l'année 2022 sont données ci-dessous, classées par ordre croissant

3 4.1 7.3 8.6 11.3 11.9 12.7 13.8 15.7 16.2 17.7

La promotion 2022 a-t-elle obtenu des résultats différents de ceux la promotion 2021 ? Peut-on affirmer ? Faites la liste des tests que vous pourriez appliquer pour répondre à cette question, quitte à faire des hypothèses supplémentaires.

**Exercice 6.** On veut tester l'efficacité de 4 milieux nutritif gélosés. Pour chacun, on ensemence 10 boîtes de Pétri avec des champignons microscopiques. On note l'abondance des colonies de champignons après deux semaines en les classant de 1 à 4, 1 correspondant à une abondance de champignons, et 4 correspondant à peu de champignons.

espèce \ milieu	milieu									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	3	4	2	4	4	3	4	3	4	2
B	4	3	3	3	3	4	3	1	3	4
C	1	2	1	1	1	2	2	2	1	3
D	2	1	4	2	2	1	1	4	2	1

Peut-on affirmer que le milieu gélatiné a un impact sur le développement de champignons ?