

# Fiche méthode SIGNAL

Charles Vin

M1-S1-2022

## 1 Exo type 2018

### 1.1 Filtre IIR : transformation bilinéaire

On a  $\Omega_p, \Omega_s, R_p, A_s$

1. Ordre du filtre : calculer toutes les constantes + les pôles + la fonction de transfert  
— Constante :

$$\begin{aligned}w_p &= \frac{2}{T} \tan \frac{\Omega_p}{2} \\w_s &= \frac{2}{T} \tan \frac{\Omega_s}{2} \\N &= \left\lceil \frac{\log_{10}[(10^{R_p/10} - 1)/(10^{A_s/10} - 1)]}{2 \log_{10} \frac{w_p}{w_s}} \right\rceil \\w_{cp} &= \frac{w_p}{(10^{R_p/10} - 1)^{1/2N}} \\w_{cs} &= \frac{w_s}{(10^{A_s/10} - 1)^{1/2N}} \\w_c &= \frac{w_{cp} + w_{cs}}{2}\end{aligned}$$

- Les pôles de  $H(S)$ 
    - $N$  est impaire  $\rightarrow$  On a l'argument de nos pôles  $\theta = \frac{k\pi}{N} \forall k \in \{0, \dots, 2N-1\}$
    - Si  $N$  paire  $\theta = \frac{(2k+1)\pi}{2N}$
    - $p_i = w_c e^{j\theta_i} = w_c (\cos(\theta_i) + j \sin \theta_i)$  à calculer!
    - Tracer un plan avec le cercle de taille  $w_c$  et ne garder que les pôles stable à droite de l'ordonnée
  - Écrire la fonction de transfert  $\frac{w_c^N}{(S-p_1)(S-p_2)\dots}$  avec les valeurs des  $p_i \in \mathbb{C}$
2. Position des pôles dans le plan  $Z$  : Conversion des pôles

$$S = \frac{2}{T} \frac{1 - Z^{-1}}{1 + Z^{-1}} \Leftrightarrow Z = \frac{ST + 2}{2 - ST}.$$

On trouve des nouveaux pôles  $z_i = \frac{p_i * T + 2}{2 - p_i * T}$ . Les tracer dans le plans complexe avec le cercle unitaire  $\rightarrow$  montrer la stabilité.

3. Écrire  $H(S)$  en remplaçant  $S$  par  $S = \frac{2}{T} \frac{1 - Z^{-1}}{1 + Z^{-1}}$  puis simplifier le dénominateur à fond pour obtenir un polynôme. Vérifier que les racine de ce polynôme sont bien les pôles  $z_i$  calculé précédemment.
4. Tracer approximativement la réponses en fréquence : voir figure 1
5. Proposer une réalisation matériel pour  $H(Z)$  :
  - Écrire  $H(Z)$  calculé à la question 3 sous une forme factorisé  $b_0 \frac{(1+a_0 Z^{-1})\dots}{(1+a_1 Z^{-1})\dots}$ . On déclare des constantes.
  - Le numérateur = la sortie; le dénominateur = l'entrée
  - Faire le circuit : penser à développer les constantes au numérateur pour ne pas oublier de multiplier

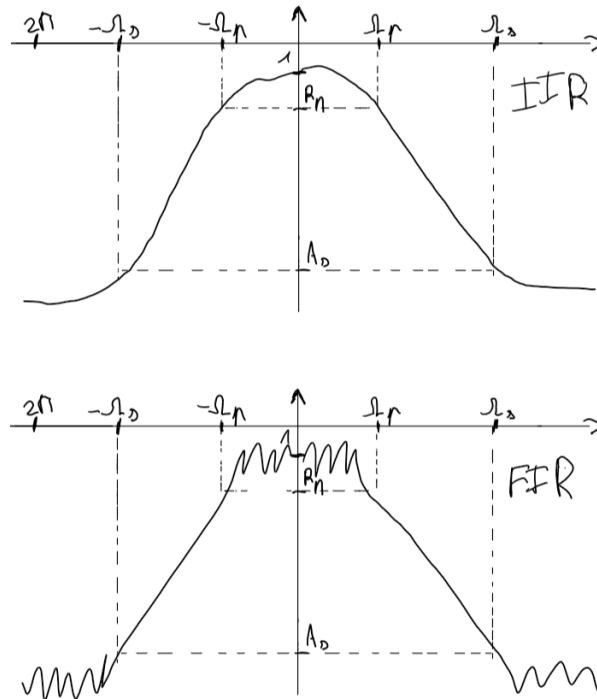


Figure 1 – Réponse en fréquence filtre FIR et IIR

## 1.2 Filtre FIR : Fenêtrage

1. Choisir la fenêtre : toujours rectangulaire je pense lol
2. Ordre du filtre  $\Omega_s - \Omega_p = \frac{1.8\pi}{M}$  puis partie supérieure.  $M - 1 =$  ordre du filtre
3. Coef du filtre :
  - On vas fenêtrer sur l'intervalle  $[-\frac{M-1}{2}; \frac{M-1}{2}]$  en le divisant en  $M$  point.
  - Coef

$$h_i = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ \frac{\sin nx}{n * \pi} & \text{sinon} \end{cases}$$

Utiliser la symétrie pour ne calculer que la moitié des points!

- Conclure en écrivant  $H(Z)$  et en factorisant les coefs symétrique
4. Réalisation matériel : On obtient un  $H(Z) = h_0(1 + Z^{-3}) + h_1(Z^{-1} + Z^{-2})$  Construire ce qu'il y a entre parenthèse puis multiplier par les facteurs avant de sommer le tout.
  5. Comparaison : FIR plus coûteux mais évite les problèmes de stabilité des pôles, n'a pas de boucle et est plus performant.