SU Année 2022-2023	# LRC - TD n°5	M1 ANDROIDE M1 DAC

Exercice 1 *Modèles de Kripke.*

On considère le modèle de Kripke M donné par la spécification suivante :

- $W = \{w_1, w_2, w_3, w_4\}$
- $R = \{(w_1, w_2), (w_2, w_3), (w_3, w_4), (w_4, w_3), (w_4, w_2)\}$
- π est défini par $\pi(a) = \{w_1, w_3\}$ et $\pi(b) = \{w_2, w_4\}$.

1. Commencez par représenter graphiquement ce modèle de Kripke ;
2. Est-il vrai que $M, w_1 \models b$, que $M, w_1 \models a$, que $M, w_1 \models \Diamond a$, que $M, w_1 \models \Box b$?
3. Est-vrai que $M, w_4 \models \Box b \land \Box a$, que $M, w_4 \models \Diamond b \land \Diamond a$, que $M, w_4 \models \Box b \lor \Box a$?
4. Est-il vrai que $M, w_1 \models \Box\Diamond b$, que $M, w_3 \models \Diamond\Diamond\Diamond a$, que $M, w_3 \models \Box\Box\Box a$, que $M, w_2 \models \Diamond(a \to \Box b)$?
5. Est-il vrai que $M \models a \to \Diamond b$? Et que $M \models \Box(a \to \Diamond b)$?

Exercice 2 *Modélisation.*

On considère un modèle de Kripke défini de la manière suivante :

- l'ensemble des mondes sont les chiffres $\{0, \ldots, 7\}$
- la relation d'accessibilité est donnée par $\forall i \in [\![0, 6]\!] : (i, i+1) \in R$ et $(7, 0) \in R$
- le langage utilisé est $\mathcal{L} = \{z, u, d, t, p\}$, et $w \in I(z)$ si le nombre de bits à 1 dans la représentation binaire du chiffre est zéro, $w \in I(u)$ si le nombre de bits à 1 dans la représentation binaire du chiffre est un, $w \in I(d)$ si le nombre de bits à 1 dans la représentation binaire du chiffre est deux, et $w \in I(t)$ si le nombre de bits à 1 dans la représentation binaire du chiffre est trois ; tandis que $w \in I(p)$ si le chiffre est pair (son dernier bit est à zéro).

1. Représentez graphiquement le modèle de Kripke correspondant ;
2. Formalisez en logique modale les énoncés suivants :
   (a) le chiffre 4 ne comporte qu'un bit à 1 ;
   (b) aucun chiffre pair n'a de successeur pair ;
   (c) le successeur d'un chiffre comportant un seul bit à 1 comporte un ou deux bits à 1 ;
3. Comment interprétez-vous intuitivement la formule suivante : $\neg p \to \Box\Box\neg p$?
4. Que pensez-vous de l'affirmation suivante : dans ce modèle on peut utiliser une seule modalité (indistinctement, soit $\Box$ soit $\Diamond$) ? Même question en supprimant $(7, 0) \in R$

Exercice 3 *Validité, satisfiabilité.*

Indiquez si les formules suivantes sont *valides*, simplement *satisfiables* (mais pas valides), ou *insatisfaisables* dans la logique K :

1. $p \land \Diamond(p \to q)$
2. $\Box p \to \Diamond p$
3. $\Diamond\Box p \to \Box\Diamond p$
4. $\Diamond p \land \Box\neg p$
5. $\Box(p \land q) \to (\Box p \land \Box q)$
6. $\Diamond a \to \Diamond(b \lor \neg b)$
7. $\Box\neg a \to \neg\Box a$