



Représentation et raisonner sur le temps et le changement

Approches logiques



Importance de représenter le temps

- Les contextes évoluent
 - Les faits ne sont pas toujours permanents
Il fait 29°. Ils sont jeunes.
 - Les représentations statiques peuvent approcher temporairement et en ce sens elles sont utiles
La température en IDF est généralement entre 0 et 35°
 - Mais dans certains cas, elles se révèlent inopérantes
La canicule
- Nécessité de :
 - Raisonner sur le changement, sur les évènements, sur l'action
 - Comprendre, diagnostiquer, expliquer une évolution
 - Contrôler une évolution
 - Planifier une tâche
 - Surveiller, analyser ou maintenir une situation

Exemple extrait de McDermott

Histoire de Dudley (le héros), Neil (la victime) et Harvey (verificateur de cohérence)

- Neil est ligotée sur la voie ferrée et un train approche
- Harvey dit : Neil est en danger -> réaction de Dudley
- Plan d'action : se diriger vers Neil et la tirer de là (prend du temps)
- Harvey note l'intention de Dudley -> Neil n'est plus en danger
- Harvey règle l'incohérence entre le fait que Neil ne soit plus en danger et que Dudley ait l'intention de la sauver. Il supprime le plan d'action de la base de données de Dudley.
- Que vas devenir Neil ?



Raisonnement logique

- Raisonnement en logique classique (sans représentation du temps)
 - Vrai, faux, implique...
- Modus ponens
 - Une table en marbre peut être lourde
 - Sa table est en marbre

=> Sa table peut être lourde



Raisonnement temporel

- Expression des dépendances et des relations temporelles
 - Avant, Après, Pendant
 - Juste avant, longtemps après
 - n secondes avant, durant m heures
- Exemple
 - Alice révise ses cours avant d'aller en classe
 - Alice prend son petit-déjeuner avant de réviser ses cours

=> Alice prend son petit-déjeuner avant d'aller en classe



Nombreux domaines d'application

- Validation : spécifier ce qui doit arriver...
- Diagnostic (médical/technique) : spécifier un scénario d'évolution
- Compréhension d'histoire : représentation du passé
- Planification : représentation du futur
- Linguistique : s'exprimer en ordonnant les évènements dans le temps



Plan de la première partie

- Cadres temporelles formels
- Intervalles de Allen et systèmes temporels
 - Intervalles de Allen
 - Composition d'intervalle
 - Graphe temporel et algorithme de Allen
- Logiques temporelles réifiées
- Logiques modales temporelles
 - LTL
 - Vérification formelle en LTL
 - CTL



CADRES TEMPORELS FORMEL



Comment représenter le temps ?

- Pour raisonner sur le temps, il faut le représenter spécifiquement pour être capable de raisonner dessus : raisonnement temporel
- Le temps est une ressource particulière
 - S'écoule indépendamment de l'action (la réciproque n'est pas vraie)
 - Il est disponible pour tous les acteurs en cas de parallélisme
- Le temps est structuré par une relation transitive et asymétrique
 - Irréversible
 - Ordonne la causalité ; les causes précèdent les effets



Définir un cadre temporel

Un langage formel permettant le raisonnement temporel doit faire un certains nombre de choix de représentation : un cadre temporel

- Représenter le temps en lui même (et sa structure)
 - Instants ou périodes
 - Continu (dense) ou discret ?
 - Borné ou non ?
- Identifier les phénomènes temporels : ce qui peut changer et comment
 - États vs Transitions
 - Fluents vs Actions/Evènements
 - Changements discrets ou progressifs
- Relier ces deux éléments et permettre l'expression des relations, objets et contraintes nécessaires au raisonnement

Exemple

Le 01/04/2020, SmallCo envoie une offre pour vendre des biens g à BigCo pour le prix p avec un intervalle d'expiration de 2 semaines. BigCo reçoit l'offre 3 jours plus tard.

Une offre devient effective dès réception par sa cible et continue de l'être jusqu'à acceptation par celle-ci ou expiration de l'offre (indiquée par l'intervalle d'expiration). Quiconque fait une offre est engagé par celle-ci aussi longtemps qu'elle est effective. Quiconque reçoit une offre est obligé d'envoyer une confirmation à la source de l'offre dans les deux jours.



Phénomènes temporels

- Eléments constitutifs
 - Fluents : *l'offre x est effective* (à l'instant i ? sur la période p ? De l'instant i au l'instant i' ?)
 - Actions : *y envoie un objet o à z* (au temps t ?)
 - Evènement : *x reçoit o* (au temps t ?)
 - Etats : e.g. l'état avant le 01/04/2020, ou l'état juste après réception de l'offre (où l'offre et effective et différentes obligations tiennent)



Phénomènes temporels

- Quelques autres aspects temporels
 - Caractéristiques temporelles d'un objet ou de l'objet lui-même : '*le manager de SmallCo*' peut représenter différentes personnes au cours du temps, '*SmallCo*' n'existe pas forcément à certains temps
 - Relations temporelles entre événements et fluents : *Une offre devient effective dès réception par sa cible* ou '*envoyer un objet cause sa réception par la cible entre 1 et 4 jours plus tard*'
 - Relations temporelles entre fluents : '*Quiconque fait une offre est engagé par celle-ci aussi longtemps qu'elle est effective*' ou '*une offre en peut être en même temps effective et expirée*'



Définir un cadre temporel

- Modèle du temps
 - Quels sont les éléments temporels de base (instants, périodes, horloges...) et comment sont-ils structurés ?
- Ontologie temporelle
 - Comment classifie-t-on les différents phénomènes temporels (états, évènements, actions, processus,...) ?
- Langage de contraintes temporelles
 - Comment exprime-t-on les contraintes entre objets temporels ?
- Méthode de qualification temporelle
 - Comment exprime-t-on dans notre langage les phénomène temporels par rapport au temps?
- Système de raisonnement



Modèles du temps

- Théories basées sur les instants
 - Structure : $(\mathcal{I}, <)$
 - Ensemble d'instants \mathcal{I}
 - Relation de précédence $<$
 - Propriétés
 - POSET : $<$ est au moins un ordre partiel (irreflexif, assymétrique et transitif)
 - Linéarité ? (vs branchement)
 - Borné ou non
 - Dense ou discret



Modèles du temps

- Théories basées sur les périodes
 - Structure (\mathcal{P}, \mathbf{AR})
 - Ensemble de périodes (intervalle de temps)
 - Relations : nombreuses relations possibles selon les positions respectives des intervalles (avant, pendant, chevauchement...)
- Théories basées sur les évènements (ou les situations)
- Théories mixtes instants et périodes
 - Enrichir un modèle basé sur les instants (un intervalle est défini par son début et sa fin)
 - Enrichir un modèle basé sur les périodes (les instants sont définis de manière plus complexe : via l'ensemble de paires d'intervalle se rencontrant au même point)
 - Théories avec les deux primitives (ex : IP)
 - Structure ($\mathcal{I}, \mathcal{P}, <, \text{begin}, \text{end}$) où $<$ relation sur $\mathcal{I} \times \mathcal{I}$ et begin,end sur $\mathcal{I} \times \mathcal{P}$



Incidence temporelle

- Type de phénomènes temporels
 - Quels objets et comment sont-ils classifiés
- Qualification temporelle
 - Comment représenter la temporalité des phénomène temporels
- Théorie d'incidence temporelle
 - Axiomes dirigeant le comportement possible de prédicats d'incidence temporelle



Qualification temporelle : Approches logiques

- Arguments temporels
 - Ajouter un (ou deux) arguments temporel à des prédictats logiques

Ex: $\text{court}(\text{Ag}, T)$ ou $\text{court}(\text{Ag}, T_{\text{deb}}, T_{\text{fin}})$
- Logiques temporelles réifiées
 - Plusieurs sorte d'objets temporels (points ou intervalle),
 - Logique réifiée de Allen, Calcul des situations, Calcul des événements
- Logiques modales temporelles
 - En général discret (mais contre-exemple MTL)
 - Approche sémantique (Modèle de Kripke, séquences temporelles)
 - Opérateurs classiques: neXt, Until, Finally, Globally (+ Past, Historically)
 - Approches orientées action et changement : PDL, STIT logic

Représentation du temps

- Intervalle
 - Représentation qualitatives
 - Raisonnement temporel sans projection numérique
 - Intervalle de Allen : Système temporel et logique réifiée de Allen
- Représentations ponctuelles discrète
 - Focus sur changements : transitions instantanément entre état statiques
 - Logiques temporelles modales : LTL, CTL, CTL*
 - Systèmes état-transitions : LTS, Réseau de Petri, Automates
- Représentation continues
 - Notion d'horloge(s)
 - Logiques temporelles modales métriques : MTL
 - Automates Temporisé, RdP temporisés



INTERVALLES DE ALLEN ET SYSTEME TEMPOREL

INTERVALLES DE ALLEN ET SYSTEME TEMPOREL



Intervalle s De Allen

Intervalles de temps

- Temps représenté par des périodes ou intervalles de temps : ce sont les constantes de temps

Intervalle

- Un intervalle a toujours une durée non nulle

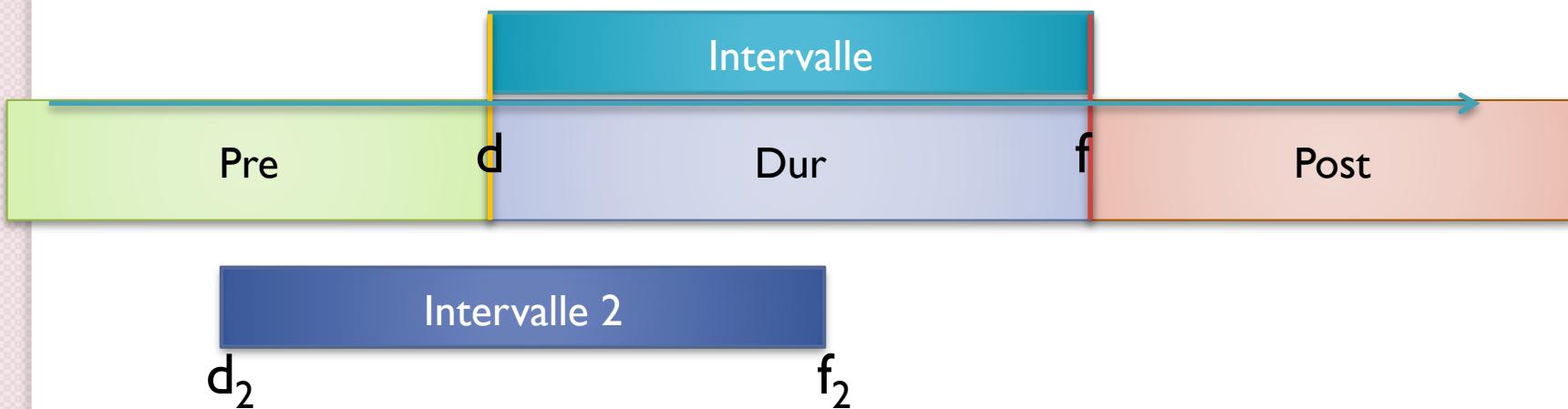
Intervalles de temps

- Un intervalle a deux frontières : début d et fin f (mais non représentés)
- Découpe le temps en 5 « zones » (3 zones et deux frontières)



Relations de Allen

- Si on considère un autre intervalle, sa relation au premier dépend de la position de ses frontières par rapport à ces zones



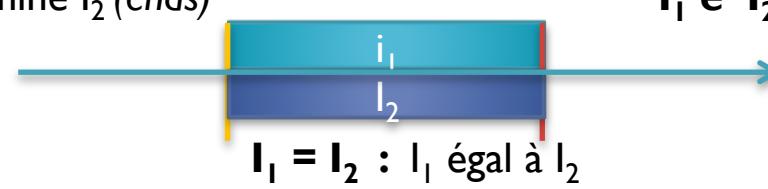
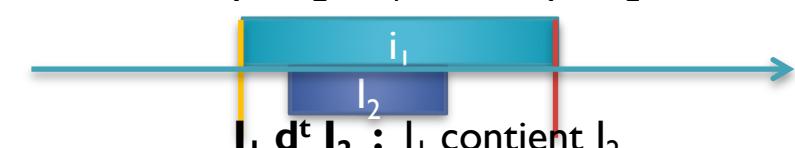
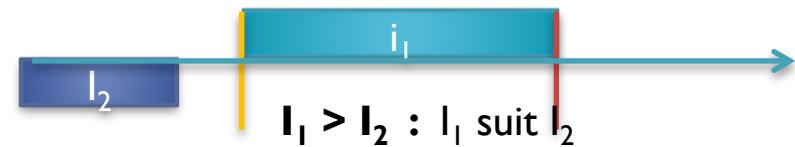
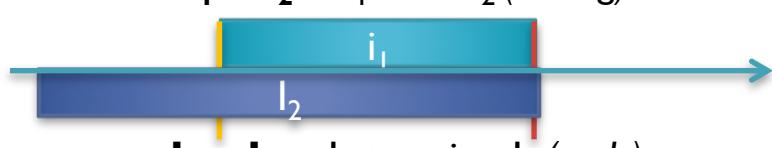
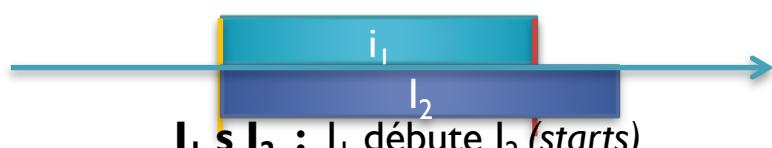
Relations de Allen



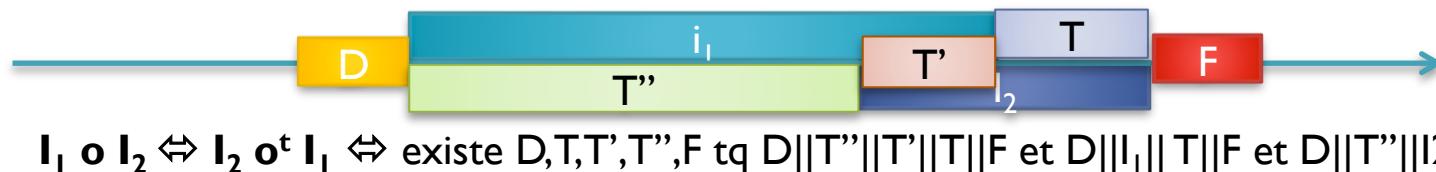
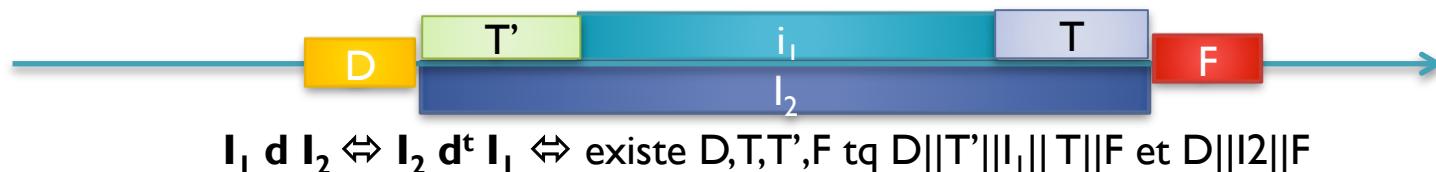
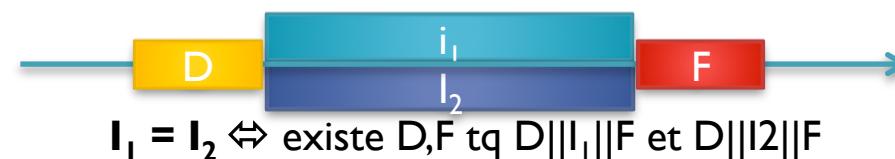
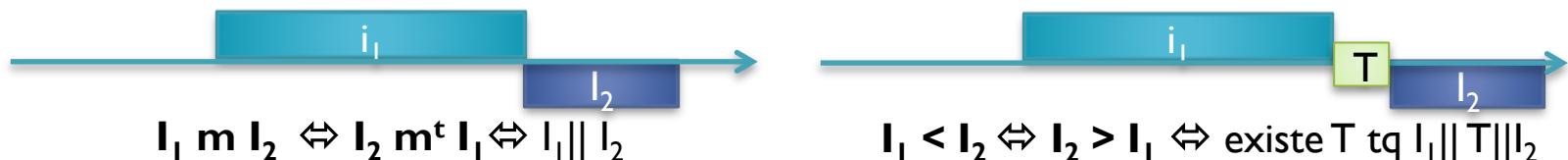
d2	f2	Relation de Allen (I1 ? I2)
Pre	Pre / d / Dur / f / Post	> / mt / ot / e / d
d	Dur / f / Post	st / = / s
Dur	Dur / f / Post	dt / et / o
f	Post	m
Post	Post	<

13 relations possibles

Les 13 relations de Allen



Relation primitive : $i \mathbf{m} j$ ($i \parallel j$)



INTERVALLES DE ALLEN ET SYSTEME TEMPOREL

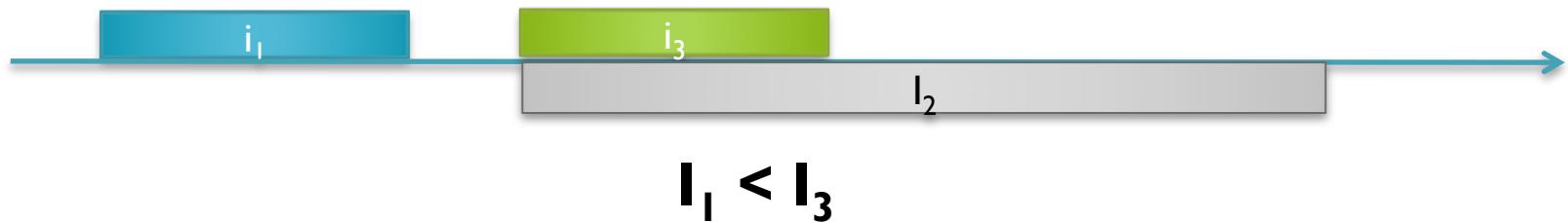
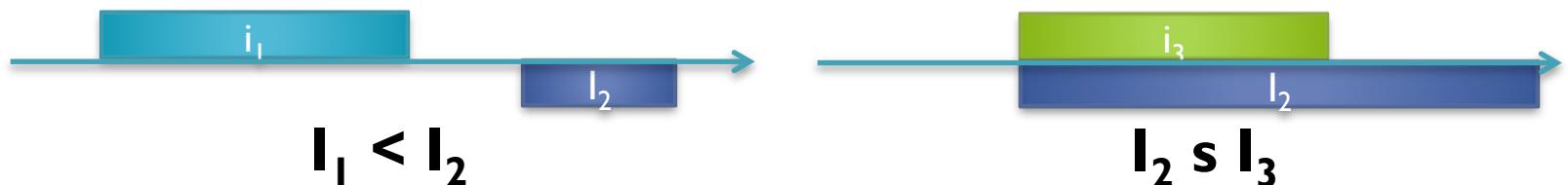


Composition d'intervalles

Composer des relations de Allen

Exemple : composition de $<$ et s

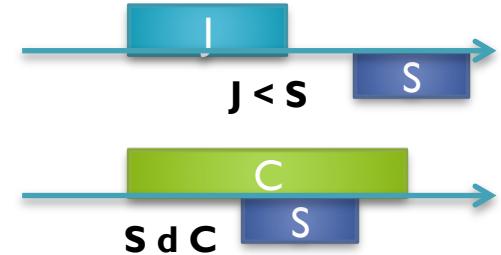
Sachant $I_1 < I_2$ et $I_2 s I_3$ que peut on en déduire entre I_1 et I_3 ?



Composition

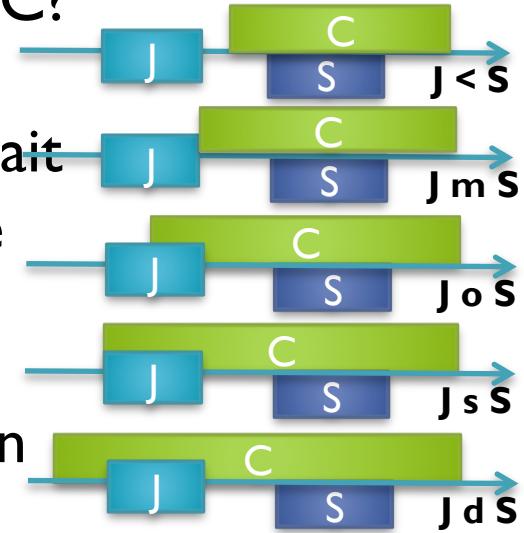
- Enoncé

- Jean est passé avant le spectacle ($J < S$)
- Céline a vu tout le spectacle ($S d C$)



- Que peut-on en déduire entre S et C ?

- Soit Jean est passé avant Céline
- Soit Jean partait quand Céline arrivait
- Soit Jean est parti après que Céline soit arrivée
- Soit Jean est arrivé avec Céline
- Soit Céline était déjà là lorsque Jean est passé



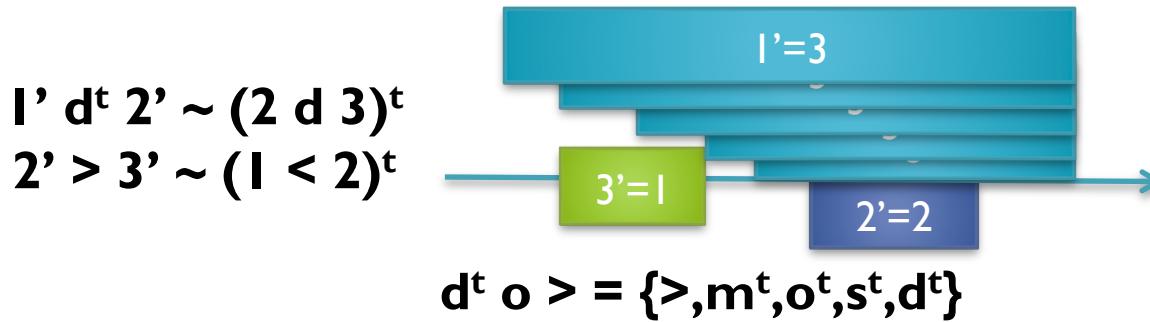
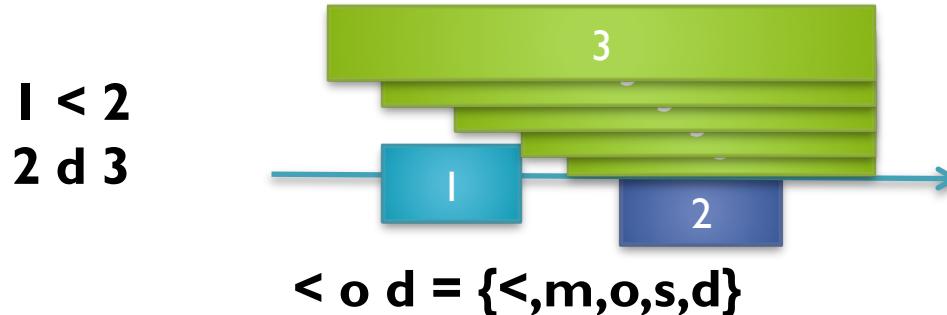
Incertitude : ($< \cup d$) = { $<$, m , o , s , d }

Composition

- Complexité : 13 relations
-> $13 \times 13 = 169$ compositions, certaines débouchant sur 9 relations possibles
- Simplification en s'appuyant sur régularité
 - Transposition .^t (inverser I et J : $I R J \Leftrightarrow J R^t I$)
 - Note : $R^{tt} = R$
 - Symétrie .^s (symétrie selon l'axe temporel)
 - Note : $R^{ss} = R$

R	R^t	R^s
<	>	>
m	mt	mt
o	ot	ot
s	st	e
d	dt	d
e	et	s
=	=	=

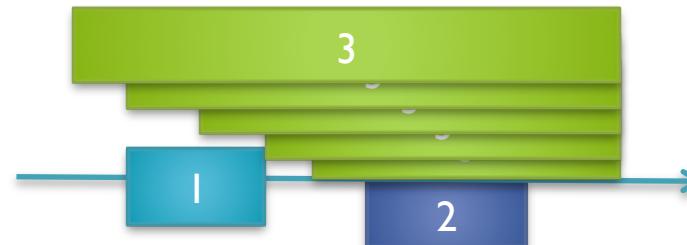
Simplification par transposée



Donc $(<\circ d)^t = d^t \circ <^t$

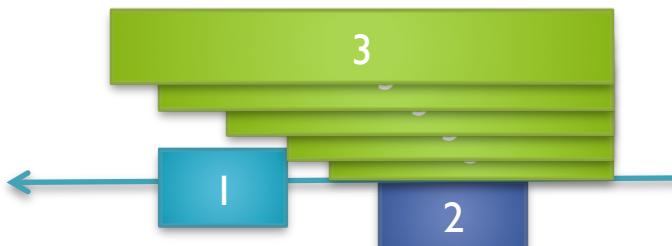
Simplification par symétrie

$I < 2$
 $2 \neq 3$

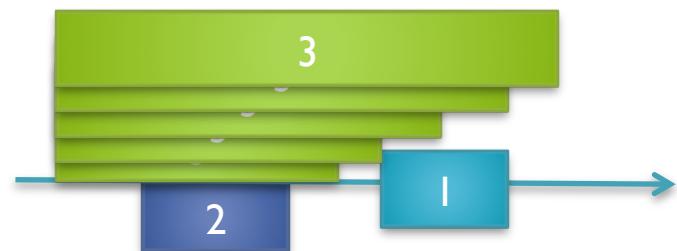


$$< o d = \{<, m, o, s, d\}$$

$I > 2$
 $2 \neq 3$



soit



$$> o d = \{>, m^t, o^t, e, d\}$$

$$\text{Donc } (< o d)^s = <^s o d^s$$

Composition

- Simplification via transposée
 $(A \circ B)^t = B^t \circ A^t$, d'où $A \circ B = (B^t \circ A^t)^t$
- Simplification via symétrie
 $(A \circ B)^s = A^s \circ B^s$, d'où $A \circ B = (A^s \circ B^s)^s$
- Combinaison des deux
 $(A \circ B)^t = B^t \circ A^t = ((B^t)^s \circ (A^t)^s)^s$, d'où:
 $A \circ B = (B^{ts} \circ A^{ts})^{st}$

Table de composition

	<	m	o	et	s	d	dt	e	st	ot	m	>>
<	<	<	<	<	<	<mo sd	<	<mo sd	<	<mo sd	<mo sd	tout
m		<	<	<	m	osd	<	osd	m	osd	ee ^t =	
o			<mo	<mo	o	osd	<mo etdt	osd	oetd t	oo ^t e e ^t dd ^t s ^t s=		
s				<mo	s	d	<mo etdt	d	sst=			
et					o	osd	dt	ee ^t =				
d						d	tout					
dt								oo ^t e e ^t dd ^t s ^t s=				

43 relations suffisent

Exemples de composition

- $o \bullet e^t$:
 - direct sur table : $\{<, m, o\}$
- $s \bullet o^t$:
 - pas dans table
 - Transposé : $s \bullet o^t = (o \bullet s^t)^t = \{o, e^t, d^t\}^t = \{o^t, e, d\}$
- $e \bullet d^t$:
 - pas dans table
 - Transposé : $e \bullet d^t = (d \bullet e^t)^t$ pas dans table
 - Symétrie : $e \bullet d^t = (s \bullet d^t)^s = \{<, m, o, e^t, d^t\}^t = \{>, m^t, o^t, s^t, d^t\}$
- $o^t \bullet m$:
 - pas dans table
 - Transposé : $o^t \bullet m = (m^t \bullet o)^t$ pas dans table
 - Symétrie : $o^t \bullet m = (o \bullet m^t)^s$ pas dans table
 - Combinaison : $o^t \bullet m = (m^{ts} \bullet (o^t)^{ts})^{st} = ((m^t)^s \bullet o^s)^{st}$
 $= (m \bullet o^t)^{st} = \{o, s, d\}^{st} = \{o^t, e, d\}^t = \{o, e^t, d^t\}$

Modèle du temps des intervalles d'Allen

- Structure initiale : $\langle \mathcal{P}, \text{AR} \rangle$
 - \mathcal{P} : Ensemble des périodes (ou intervalles de temps)
 - AR : ensemble des 13 relations de Allen
- Théorie du temps : axiomes
 - (A1) Pour toute période, il existe une période qui est y reliée pour chacune des relations de AR
 - $\forall P \in \mathcal{P} \forall R \in \text{AR} \exists P' (R(P, P'))$
 - (A2) Les relations de AR sont mutuellement exclusives
 - $\forall P, P' \in \mathcal{P} \forall R \in \text{AR} \forall R' \in \text{AR} \setminus \{R\}, (R(P, P') \Rightarrow \neg R'(P, P'))$
 - (A3) Les relations ont un comportement transitif identifié
 - *Table et règles de composition*
 - e.g. pour traduire mOd={o, s, d} :
 $\forall P_1, P_2, P_3 \in \mathcal{P} m(P_1, P_2) \wedge d(P_2, P_3) \Rightarrow o(P_1, P_3) \vee s(P_1, P_3) \vee d(P_1, P_3)$
 - (A1') Axiome additionnel (assurent que les périodes soient toutes dans une seule dimension temporelle - linéaire)
 - $\forall P, P' \in \mathcal{P} \exists R \in \text{AR} R(P, P')$



Modèle du temps des intervalles d'Allen

- L'ensemble des périodes est théoriquement infini
 - ``Dense'' : toute période en contient une autre
 - ``Non borné'' : toute période est précédée et suivie d'une autre
- En pratique, on se concentre sur un ensemble fini de contraintes temporelles (faisant intervenir un nombre fini d'intervalles)
 - Pour déduire tout ce qui peut l'être, il faut appliquer toutes les règles de transitivité (ie vérifier toutes les compositions entre contraintes sur 2 intervalles)
 - Permet de déduire de nouvelles contraintes
 - Permet de vérifier que toutes les contraintes sont cohérentes (permet donc raisonnement par réfutation) (contradiction via A3/A2)
 - On construit un graphe temporel en ajoutant et propageant une à une les contraintes (algo de Allen)

INTERVALLES DE ALLEN ET SYSTEME TEMPOREL



Graphe temporel et Algorithme de Allen



Graphe temporel

- Graphe dirigé
 - Nœud N_i : chacun des intervalles i considérés (apparaissant dans une contrainte)
 - Arc (N_i, N_j) étiquetés par l'ensemble des relations de Allen liant les intervalles i et j
 - On peut déduire l'arc (N_j, N_i) de l'arc (N_i, N_j) en prenant la transposée
 - Graphe complet : si aucune information entre deux nœuds, la relation initiale est l'ensemble des 13 relations de Allen (indétermination totale) (Axiome A1').
- Composition : calcul de l'arc reliant deux nœuds à partir de deux arcs
 - Il s'agit donc de compléter l'étiquetage du graphe en considérant (l'intersection de) toutes les compositions possibles (N_i, N_j) (Axiomes A3)

Graphe temporel

- Le calcul de cohérence d'un graphe temporel est NP-complet
- Construction d'un graphe temporel
 - On part d'un graphe entièrement non contraint (graphe complet où tous les arcs sont étiquetés par les 13 relations)
 - A chaque ajout de contrainte (entre deux intervalles i et j), on propage celle-ci selon tous les chemins possible (propagation pertinente uniquement à partir de l'ajout de la 2^{ème} contrainte)
- Algorithme de Allen :
 - propage une contrainte avec une complexité polynomiale
 - N'introduit pas d'incohérence, mais ne vérifie la cohérence que sur les chemins de 3 nœuds.

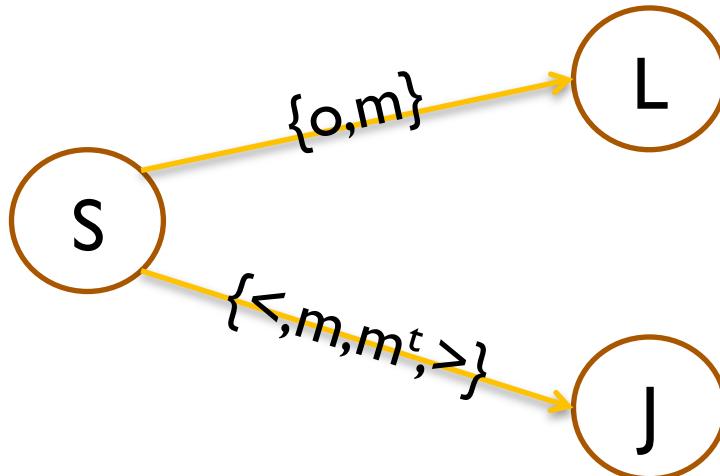
Exemple

La lampe s'est allumée pendant ou juste après que j'ai appuyé sur l'interrupteur.

John n'était pas dans la pièce lorsque j'ai appuyé sur l'interrupteur?

- Intervalle

- S : temps durant lequel je touche l'interrupteur
- L : temps durant lequel la lampe est allumée
- J : temps durant lequel John est dans la pièce



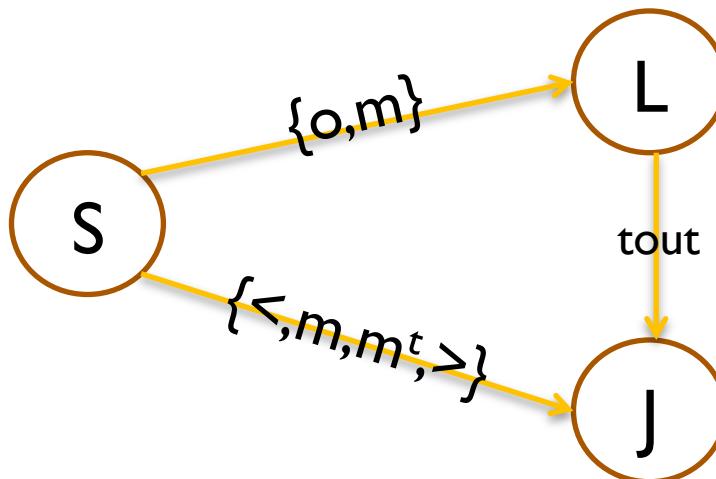
Exemple

La lampe s'est allumée pendant ou juste après que j'ai appuyé sur l'interrupteur.

John n'était pas dans la pièce lorsque j'ai appuyé sur l'interrupteur?

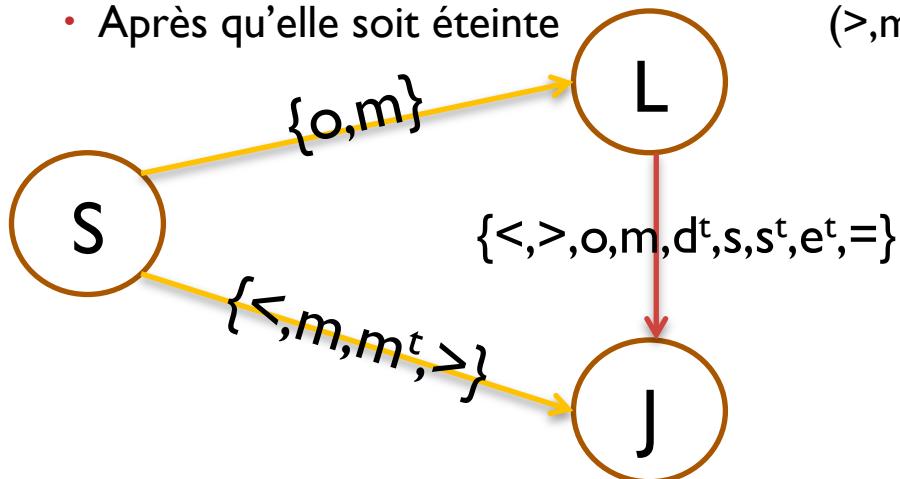
- Intervalle

- S : temps durant lequel je touche l'interrupteur
- L : temps durant lequel la lampe est allumée
- J : temps durant lequel John est dans la pièce



Exemple

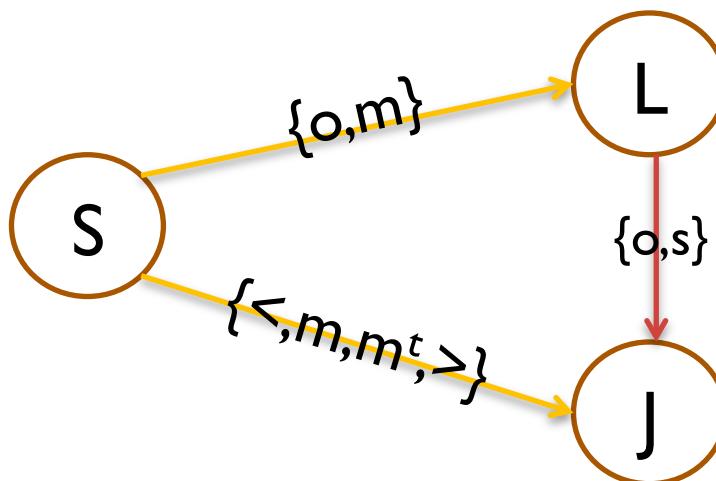
- Calcul de l'arc entre L et J par composition :
 - $R_{LJ} = R_{LS} \circ R_{SJ} = \{ot, mt\} \circ \{<, m, mt, >\}$
 - $R_{LJ} = \{<, >, o, m, d^t, s, s^t, e^t, =\}$
- John n'était pas là quand j'ai appuyé :
- soit il est venu avant que j'appuie et reparti avant que la lampe s'allume ($>$)
 - Soit il est venu après que j'appuie
 - Au moment où la lampe s'allumait ($s, e^t, s^t, =$)
 - Pendant qu'elle était allumée (o, d^t)
 - Après qu'elle soit éteinte ($>, m$)



Exemple

Nouvelle info : John était dans la pièce lorsque la lumière a été éteinte

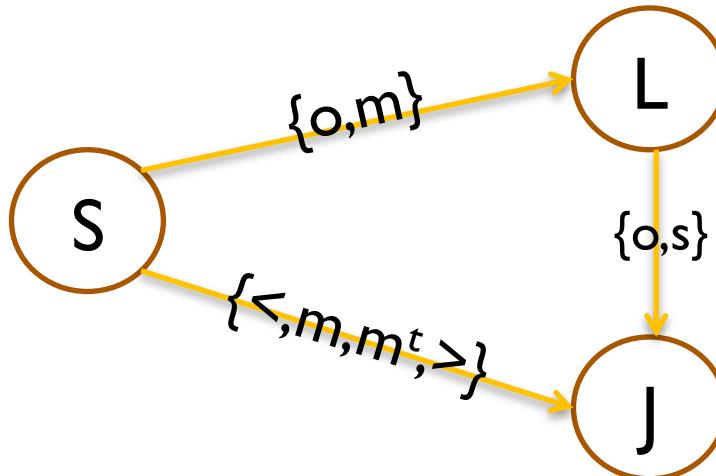
- Nouvelle contrainte entre L et J : $L \{o,s,d\} J$
- Mise à jour : conjonction des relations
 $\{<,>,o,m,d^t,s,s^t,e^t,=\} \& \{o,s,d\} = \{o,s\}$



Exemple

Nouvelle info : John était dans la pièce lorsque la lumière a été éteinte

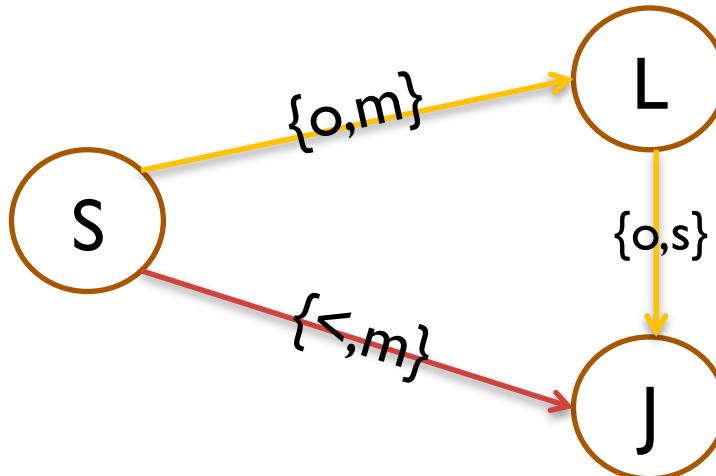
- Propagation de R_{LJ}
 - $R_{LS} \leftarrow R_{LS} \& R_{LJ} \circ R_{JS} = \{o^t, m^t\} \& \{o, s\} o \{>, m^t, m, <\}$
 $= \{\textcolor{red}{o^t, m^t}\} \& \{\textcolor{red}{<, m^t, o^t, d^t, s^t, >}\} = \{o^t, m^t\}$ inchangé
 - $R_{SJ} \leftarrow R_{SJ} \& R_{SL} \circ R_{LJ} = \{<, m, m^t, >\} \& \{o, m\} o \{o, s\}$
 $= \{\textcolor{red}{<, m, m^t, >}\} \& \{\textcolor{red}{<, m, o}\} = \{<, m\}$



Exemple

Nouvelle info : John était dans la pièce lorsque la lumière a été éteinte

- Propagation de R_{LJ}
 - ...
 - R_{SJ} devient $\{<, m\}$
 - Propagation de R_{SJ} (via L)
 - R_{LJ} maj par $R_{LS} \circ R_{SJ}$ et R_{SL} maj par $R_{SJ} \circ R_{JL}$ (no change)



Contradiction temporelle

Si on sait $A \{s,d\} B$ et $A \{d,d^t\} B$, on en déduit $A \{d\} B$ (intersection des relations possibles)

Calcul booléen :

$$\begin{aligned}(s(A,B) \vee d(A,B)) \wedge (d(A,B) \vee dt(A,B)) \\= s(A,B) \wedge d(A,B) \vee s(A,B) \wedge dt(A,B) \vee d(A,B) \\ \vee d(A,B) \wedge dt(A,B)\end{aligned}$$

Contradiction temporelle

Si on sait $A \{s,d\} B$ et $A \{d,d^t\} B$, on en déduit
 $A \{d\} B$ (intersection des relations possibles)

Calcul booléen :

$$\begin{aligned}(s(A,B) \vee d(A,B)) \wedge (d(A,B) \vee dt(A,B)) \\ = s(A,B) \wedge d(A,B) \vee s(A,B) \wedge dt(A,B) \vee d(A,B) \\ \quad \vee d(A,B) \wedge dt(A,B)\end{aligned}$$

A2 : relations exclusives

Il ne reste que $d(A,B)$ soit $A\{d\}B$: s'il ne restait rien
(intersection vide) : Contradiction temporelle
(contredit axiome A1')

Algorithme de Allen

R_{AB} contrainte temporelle entre A et B que l'on veut rajouter à un graphe temporel de n noeuds (numérotés de 1 à n)

Propager(R_{AB})

 Empiler(R_{AB})

 Tant que la pile n'est pas vide Faire

 Depiler(R_{IJ})

 Pour tout noeud K, $K \neq I$, $K \neq J$:

$nR_{IK} \leftarrow R_{IK} \text{ & } R_{IJ} \bullet R_{JK}$

$nR_{KJ} \leftarrow R_{KJ} \text{ & } R_{KI} \bullet R_{IK}$

 Si nR_{IK} ou nR_{KJ} vide : **contrad** (stop)

 Si $nR_{IK} \neq R_{IK}$ Alors

$R_{IK} \leftarrow nR_{IK}$

 Empiler R_{IK}

 Si $nR_{KJ} \neq R_{KJ}$ Alors

$R_{KJ} \leftarrow nR_{KJ}$

 Empiler R_{KJ}



LOGIQUES TEMPORELLES RÉIFIÉES



Logique réifiée de Allen

- Modèle du temps
 - Objet temporels = intervalles de Allen I,I'...
 - Relations de Allen (définissable à partir de m)
- Ontologie temporelle : 3 catégories
 - Propriétés (~ fluents)
 - Evènements
 - Processus
- Qualification temporelle : reifiée.
3 prédictats d'incidence
 - HOLDS(f,t) où f est une propriété et t un intervalle de temps
 - OCCUR(e,t) où e est un événement (et t ...)
 - OCCURING(p,t) où p est un processus

Logique réifiée de Allen

- Théorie d'incidence temporelle (axiomatisée)
 - Les propriétés tiennent de façon homogènes
(HI) $\text{HOLDS}(f,t) \Leftrightarrow \forall t' (\text{IN}(t',t) \Rightarrow \text{HOLDS}(f,t'))$
Où $\text{IN}(t',t) \Leftrightarrow \text{STARTS}(t',t) \vee \text{DURING}(t',t) \vee \text{ENDS}(t',t)$
Soit $\text{IN}(t',t) \Leftrightarrow \{s,d,e\} t$
 - Les évènements surviennent de façon anti-homogène
(OI) $\text{OCCUR}(e,t) \wedge \text{IN}(t',t) \Rightarrow \neg \text{OCCUR}(e,t')$

Logique réifiée de Allen

- Théorie d'incidence temporelle (suite)
 - Pour les processus, formalisation incomplète
(O2) $\text{OCCURING}(p,t) \Leftrightarrow \exists t' (IN(t',t) \wedge OCCURING(p,t'))$
+ condition de granularité (occurring au moins pdt une certaine proportion de l'intervalle) non axiomatisée)
 - Autre exemple avec sémantique différente
(O3) $\text{OCCURING}(\text{falling}(o),t) \Leftrightarrow \forall t' (IN(t',t) \Rightarrow \text{OCCURING}(\text{falling}(o),t'))$
Équivalent dans ce cas à propriété...

Logique réifiée de Allen

- Dernier prédicat de causalité par événement :ECAUSE
 - Si causalité d'évt, l'occurrence de l'evt 'cause' provoque l'occurrence de l'evt 'effet'
(O4) $\text{OCCUR}(e,t) \wedge \text{ECAUSE}(e,t,e',t') \Rightarrow \text{OCCUR}(e',t')$
 - La cause ne peut survenir après l'effet
(O5) $\text{ECAUSE}(e,t,e',t') \Rightarrow t \{s,d,e,<,m,o,=\} t'$

Vers une logique d'action

- Exemple
 - Propriété : ouvert(porte)
 - Evenements : ouvrir(porte), fermer(porte)
 - Modéliser l'ouverture :
 $(\text{OCCUR}(\text{ouvrir}(\text{porte}), t) \wedge t \in \{m, <\} t' \wedge \forall t'' (\text{OCCUR}(\text{fermer}(\text{porte}), t'') \Rightarrow t' \in \{m, <\} t'' \vee t'' \in \{m, <\} t')) \Rightarrow \text{HOLDS}(\text{ouvert}(\text{porte}), t')$



Raisonnement

- On est dans une forme de LPPO avec des axiomes supplémentaires
- Possibilité de tout gérer avec système de preuve de LPPO
- Gestion des relations de Allen
 - Via les axiomes (lourd)
 - Utiliser graphe temporel pour gérer les inférences temporelles (axiomes A1',A2,A3)

Axiomes (sans les processus)

- (A1) $\forall P \in \mathcal{P} \forall R \in \text{AR} \exists P' (R(P, P'))$
- (A1') $\forall P, P' \in \mathcal{P} \exists R \in \text{AR} R(P, P')$ Graphe temporel
- (A2) $\forall P, P' \in \mathcal{P} \forall R \in \text{AR} \forall R' \in \text{AR} \setminus \{R\}, (R(P, P') \Rightarrow \neg R'(P, P'))$
- (A3) 163 axiomes. Par exemple

$$\forall P_1, P_2, P_3 \in \mathcal{P} m(P_1, P_2) \wedge d(P_2, P_3) \Rightarrow o(P_1, P_3) \vee s(P_1, P_3) \vee d(P_1, P_3)$$

- (H1) $\text{HOLDS}(f, t) \Leftrightarrow \text{forall } t' (t' \{s, d, e\} t) \Rightarrow \text{HOLDS}(f, t')$
- (O1) $\text{OCCUR}(e, t) \wedge (t' \{s, d, e\} t) \Rightarrow \neg \text{OCCUR}(e, t')$
- (O4) $\text{OCCUR}(e, t) \wedge \text{ECAUSE}(e, t, e', t') \Rightarrow \text{OCCUR}(e', t')$
- (O5) $\text{ECAUSE}(e, t, e', t') \Rightarrow t \{s, d, e, <, m, o, =\} t'$



Exemple de raisonnement

- *Un meurtre (au contact) a eu lieu dans la chambre pendant une coupure de courant. Le suspect a été vu dans le salon juste avant la coupure, mais aucun bruit n'a été entendu pendant celle-ci alors qu'emprunter l'escalier qui monte à la chambre provoque toujours du bruit.*
- Cela permet-il d'innocenter le suspect ?

Formalisation

- Constantes : s , sal , ch et constantes d'intervalles de temps (t_C +skolem)
- Prédicat atemporel : $Assassin(P)$
- Fluents
 - $At(P,L)$
- Evènements
 - Coupure
 - Meurtre
 - $Escalier(P)$
 - Bruit

Formalisation

Il y a eu une coupure de courant à la période t_C

Un meurtre a eu lieu pendant la coupure

L'assassin était dans la chambre au moment du meurtre

Le suspect était dans le salon juste avant la coupure

Il faut monter l'escalier pour aller du salon à la chambre

Monter l'escalier fait du bruit dans le salon

Il n'y a pas eu de bruit pendant la coupure



Formalisation

Il y a eu une coupure de courant à la periode t_C

$OCCUR(Coupure, t_c)$

Un meurtre a eu lieu pendant la coupure

L'assassin était dans la chambre au moment du meurtre

Le suspect était dans le salon juste avant la coupure

Il faut monter l'escalier pour aller du salon à la chambre

Monter l'escalier fait du bruit dans le salon

Il n'y a pas eu de bruit pendant la coupure

Formalisation

Il y a eu une coupure de courant à la periode t_C

$OCCUR(Coupure, t_c)$

Un meurtre a eu lieu pendant la coupure

$\exists T_M(OCCUR(Meurtre, T_M) \wedge T_M \{d\} t_C)$

L'assassin était dans la chambre au moment du meurtre

Le suspect était dans le salon juste avant la coupure

Il faut monter l'escalier pour aller du salon à la chambre

Monter l'escalier fait du bruit dans le salon

Il n'y a pas eu de bruit pendant la coupure

Formalisation

Il y a eu une coupure de courant à la periode t_C

$OCCUR(Coupure, t_c)$

Un meurtre a eu lieu pendant la coupure

$\exists T_M(OCCUR(Meurtre, T_M) \wedge T_M \{d\} t_C)$

L'assassin était dans la chambre au moment du meurtre

$\forall P \forall T ((Assassin(P) \wedge OCCUR(Meurtre, T)) \rightarrow HOLD(at(P, ch), T))$

Le suspect était dans le salon juste avant la coupure

Il faut monter l'escalier pour aller du salon à la chambre

Monter l'escalier fait du bruit dans le salon

Il n'y a pas eu de bruit pendant la coupure

Formalisation

Il y a eu une coupure de courant à la periode t_C

$$OCCUR(Coupure, t_c)$$

Un meurtre a eu lieu pendant la coupure

$$\exists T_M(OCCUR(Meurtre, T_M) \wedge T_M \{d\} t_C)$$

L'assassin était dans la chambre au moment du meurtre

$$\forall P \forall T ((Assassin(P) \wedge OCCUR(Meurtre, T)) \rightarrow HOLD(at(P, ch), T))$$

Le suspect était dans le salon juste avant la coupure

$$\exists T_S(T_S \{m\} t_C \wedge HOLD(at(s, sal), T_S))$$

Il faut monter l'escalier pour aller du salon à la chambre

Monter l'escalier fait du bruit dans le salon

Il n'y a pas eu de bruit pendant la coupure

Formalisation

Il y a eu une coupure de courant à la période t_C

$$OCCUR(Coupure, t_c)$$

Un meurtre a eu lieu pendant la coupure

$$\exists T_M(OCCUR(Meurtre, T_M) \wedge T_M\{d\}t_C)$$

L'assassin était dans la chambre au moment du meurtre

$$\forall P \forall T ((Assassin(P) \wedge OCCUR(Meurtre, T)) \rightarrow HOLD(at(P, ch), T))$$

Le suspect était dans le salon juste avant la coupure

$$\exists T_S(T_S\{m\}t_C \wedge HOLD(at(s, sal), T_S))$$

Il faut monter l'escalier pour aller du salon à la chambre

$$\forall P \forall T \forall T' ((HOLD(at(P, sal), T) \wedge HOLD(at(P, ch), T') \wedge T\{<\}T'))$$

$$\rightarrow \exists T''(OCCUR(Escalier(P), T'') \wedge T\{<\}T'' \wedge T''\{<\}T')$$

Monter l'escalier fait du bruit dans le salon

Il n'y a pas eu de bruit pendant la coupure

Formalisation

Il y a eu une coupure de courant à la période t_C

$$OCCUR(Coupure, t_c)$$

Un meurtre a eu lieu pendant la coupure

$$\exists T_M(OCCUR(Meurtre, T_M) \wedge T_M\{d\}t_C)$$

L'assassin était dans la chambre au moment du meurtre

$$\forall P \forall T ((Assassin(P) \wedge OCCUR(Meurtre, T)) \rightarrow HOLD(at(P, ch), T))$$

Le suspect était dans le salon juste avant la coupure

$$\exists T_S(T_S\{m\}t_C \wedge HOLD(at(s, sal), T_S))$$

Il faut monter l'escalier pour aller du salon à la chambre

$$\forall P \forall T \forall T' ((HOLD(at(P, sal), T) \wedge HOLD(at(P, ch), T') \wedge T\{<\}T'))$$

$$\rightarrow \exists T''(OCCUR(Escalier(P), T'') \wedge T\{<\}T'' \wedge T''\{<\}T')$$

Monter l'escalier fait du bruit dans le salon

$$\forall T_E, \exists T_B(ECAUSE(Escalier, T_E, Bruit, T_B) \wedge T_E\{o, d^t, e^t\}T_B)$$

Il n'y a pas eu de bruit pendant la coupure

Formalisation

Il y a eu une coupure de courant à la période t_C

$$OCCUR(Coupure, t_c)$$

Un meurtre a eu lieu pendant la coupure

$$\exists T_M(OCCUR(Meurtre, T_M) \wedge T_M\{d\}t_C)$$

L'assassin était dans la chambre au moment du meurtre

$$\forall P \forall T ((Assassin(P) \wedge OCCUR(Meurtre, T)) \rightarrow HOLD(at(P, ch), T))$$

Le suspect était dans le salon juste avant la coupure

$$\exists T_S(T_S\{m\}t_C \wedge HOLD(at(s, sal), T_S))$$

Il faut monter l'escalier pour aller du salon à la chambre

$$\forall P \forall T \forall T' ((HOLD(at(P, sal), T) \wedge HOLD(at(P, ch), T') \wedge T\{<\}T'))$$

$$\rightarrow \exists T''(OCCUR(Escalier(P), T'') \wedge T\{<\}T'' \wedge T''\{<\}T')$$

Monter l'escalier fait du bruit dans le salon

$$\forall T_E, \exists T_B(ECAUSE(Escalier, T_E, Bruit, T_B) \wedge T_E\{o, d^t, e^t\}T_B)$$

Il n'y a pas eu de bruit pendant la coupure

$$\forall T_B(OCCUR(Bruit, T_B) \rightarrow T_B\{<, m, m^t, >\}t_C)$$



Preuve : outils de la LPPO

- On part de la théorie + les axiomes et on dérive des conséquences.
- Calcul booléan / Réécriture des formules
 - Ensemble conjonctif de formule : séparer/regrouper
 - Lois de Morgan
 - Forme prénexe
- Skolemisation
- Instantiation
- Modus Ponens
- Résolution de clauses
- Résolution de règles (Instantiation+Modus ponens)



Preuve : utilisation d'un graphe temporel

- Construction du graphe
 - Ajout d'un nœud pour chaque constante d'intervalle (ou fonction complètement instantiée). Note: possible de mobiliser Instantiation
 - Pour chaque fait de la forme ‘ $t_1 \text{ AR } t_2$ ’, on propage la contrainte dans le graphe
 - Possibilité de simplifier le graphe / se focaliser sur les zones utiles au raisonnement
- Utilisation du graphe
 - Ajout de relations
 - Quand la propagation change une relation, cela revient à avoir dériver le fait ‘ $t \text{ AR } t'$ correspond. (Propagation équivalente à preuve via faits + axiomes A1',A2,A3)
 - Possibilité de rajouter ces faits à la théorie pour continuer le raisonnement (pour Modus ponens ou Résolution)
 - Contradiction temporelle
 - Si on dérive une relation ‘vide’ entre deux intervalles, cela revient à avoir dérivé false (axiome A1') (ou à avoir dérivé la clause vide)

Preuve : principe

- Réfutation : pour prouver F , ajouter $\neg F$ à la théorie (connaissances + axiomes) et dériver une contradiction
- Méthode de preuve
 - ‘Intuitive’ : utiliser les différents outils pour aller déclencher les règles pertinentes et skolemiser au dernier moment (faits), en construisant en parallèle GT.
 - Systématique : Résolution
 - Mise sous forme clausale
 - Mise sous forme normale négative
 - Skolemisation
 - Séparation en clauses
 - Preuve par résolution, avec construction parallèle du GT (pour chaque fait instantié initial ou dérivé – possibilité de devoir instantier). Possibilité de renommer les fonctions de skolem instantiés en constantes pour alléger écriture.

Preuve : déroulé

Au tableau

- a $OCCUR(Coupure, t_c)$
- b $\exists T_M (OCCUR(Meurtre, T_M) \wedge T_M\{d\}t_C)$
- c $\forall P \forall T ((Assassin(P) \wedge OCCUR(Meurtre, T)) \rightarrow HOLD(at(P, ch), T))$
- d $\exists T_S (T_S\{m\}t_C \wedge HOLD(at(s, sal), T_S))$
- e $\forall P \forall T \forall T' ((HOLD(at(P, sal), T) \wedge HOLD(at(P, ch), T') \wedge T\{<\}T') \rightarrow \exists T'' (OCCUR(Escalier(P), T'') \wedge T\{<\}T'' \wedge T''\{<\}T'))$
- f $\forall T_E, \exists T_B (ECAUSE(Escalier, T_E, Bruit, T_B) \wedge T_E\{o, d^t, e^t\}T_B)$
- g $\forall T_B (OCCUR(Bruit, T_B) \rightarrow T_B\{<, m, m^t, >\}t_C)$

O4 $\forall E \forall E' \forall T \forall T'$
 $(OCCUR(E, T) \wedge ECAUSE(E, T, E', T')) \rightarrow OCCUR(E', T')$

Logique des intervalles de Allen

- Pourquoi en parler ?
 - Théorie fondamentale sur manipulation du temps en période
 - Généralisable à autres intervalles (version spatiale)
 - Base d'un domaine complet de l'IA : le **raisonnement qualitatif** (sans transiter par des nombres)
 - Principe de réification se retrouve ailleurs (event calculus, situation calculus...)
- Applications : Planification, scheduling, langage naturel, business process (workflow), santé ...

Ex: Sioutis et al [2017]. Towards a synergy of qualitative spatio-temporal reasoning and smart environments for assisting the elderly at home. IJCAI Workshop on Qualitative Reasoning 2017