SU
ANNÉE 2022-2023

LRC - TD n°2

M1 ANDROIDE
M1 DAC

1 Sémantique et interprétation de la LPPO

Exercice 1
On considère les trois formules suivantes :
$F_1 = \forall x.\exists y.R(x,y)$
$F_2 = \exists x.\forall y.R(x,y)$
$F_3 = \forall x.\forall y.(R(x,y) \rightarrow \exists z.(R(x,z) \wedge R(z,y)))$
Pour chacune d'entre elles, dire si elle est valide dans les structures suivantes :

1. les entiers naturels $\mathbb{N}$ et R=inférieur strict,
2. les rationnels $\mathbb{Q}$ et R=inférieur strict,
3. l'ensemble des parties de $\mathbb{N}$ et R=inclusion stricte.

Exercice 2 On considère la formule $\forall x.\forall y.(R(x,y) \rightarrow x \neq y)$ où x et y sont 2 variables et R et $\neq$ 2 prédicats binaires. Quel que soit le domaine $|M|$ considéré, le prédicat $\neq$ prend la valeur de vérité vrai si ses 2 arguments sont différents et faux sinon.

1. Cette formule admet-elle un modèle à un seul élément (c'est-à-dire avec $card(|M|) = 1$) ?
2. Combien admet-elle de modèles à deux éléments ?
3. Si le domaine est $\mathbb{N}$ et R la relation de divisibilité, est-ce que la formule est satisfaite pour cette structure ?
4. Reprendre les questions précédentes avec la formule $\forall x.\exists y.(R(x,y) \wedge (x \neq y))$.

2 Méthode de résolution

Exercice 3 – Cas propositionnel : diagnostic médical simpliste, encore
On dispose des connaissances suivantes sur la grippe :

(a) La fièvre est définie comme une température supérieure à 38°.
(b) Les patients qui ont la grippe doivent prendre du tamiflu.
(c) Les patients qui ont de la fièvre et qui toussent ont la grippe.
(d) Le patient tousse et a une température supérieure à 38°.

1. Formaliser ces connaissances en utilisant les variables propositionnelles `grippe`, `tamiflu`, `fièvre`, `toux`, `sup38`.
2. En utilisant la méthode de résolution, montrer que le patient doit prendre du tamiflu.

Exercice 4 – Unification
On considère un langage où x, y, z, u, v, w sont des symboles de variable, a un symbole de constante, f, g des symboles de fonction d'arités respectives 1 et 2, et p un symbole de prédicat d'arité 3.
Pour chacun des couples (F_1, F_2) suivants, examiner si $F_2 = \sigma(F_1)$, pour une substitution σ, et si F_1 et F_2 sont unifiables.

1. $F_1 : p(x, f(y), g(f(u), w))$ et $F_2 : p(z, f(f(a)), g(f(g(a,z)), v))$
2. $F_1 : p(x, f(x), g(f(y), x))$ et $F_2 : p(z, f(f(a)), g(f(g(a,z)), v))$
3. $F_1 : p(x, f(x), g(f(x), x))$ et $F_2 : p(z, f(f(a)), g(f(g(a,z)), v))$

Exercice 5 – LPPO

On considère un langage comportant les constantes c, d, les prédicats unaires E, I, S et le prédicat binaire R. Montrer par la méthode de résolution que l'ensemble de clauses suivant n'est pas satisfiable.

$C_1 = E(c)$
$C_2 = I(d)$
$C_3 = S(d)$
$C_4 = \neg I(y) \vee R(c, y)$
$C_5 = \neg E(x) \vee \neg S(y) \vee \neg R(x, y)$

Exercice 6 – LPPO

Soit un langage où a est un symbole de constante, f un symbole de fonction unaire, P et Q deux symboles de prédicat unaire et R et S deux symboles de prédicat binaire. Montrer, par la méthode de résolution, que les ensembles suivants ne sont pas satisfiables.

1. $\{\neg P(x) \vee P(f(x)), P(f(a)), \neg P(f(f(a)))\}$
2. $\{\neg P(x) \vee Q(f(x)), P(f(a)), \neg Q(f(y))\}$
3. $\{\neg R(x, y) \vee \neg R(y, z) \vee S(x, z), R(f(x), x), \neg S(y, a)\}$

3 Un peu d'art

Exercice 7 – Représentation (exercice d'annale)

En faisant appel aux prédicats unaires $peintre(x)$ et $tableau(x)$ ainsi qu'aux prédicats binaires $a\_peint(x, y)$, $inspiré\_par(x, y)$, $dans\_série(x, y)$ et $eq(x, y)$, traduire les propositions suivantes

1. "Les Ménines" est un tableau peint par Velázquez.
2. Tous les peintres ont peint au moins un tableau.
3. Les tableaux sont peints par un peintre et un seul.
4. "Les Ménines" est une série de tableaux peints par Picasso.
5. Picasso s'est inspiré de Velázquez, mais Picasso n'est pas Velázquez.
6. Velázquez n'a peint aucun tableau de la série "Les Ménines"

Exercice 8 – Résolution (exercice d'annale)

Soit $S = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, C_9, C_{10}, C_{11}, C_{12}\}$ l'ensemble des 12 clauses suivantes où x, y et z sont des variables universellement quantifiées et a, b, $"LesMénines"$, $Picasso$ et $Vélazquez$ des constantes :

C_1 : $\neg tableau(x) \vee \neg a\_peint(y, x) \vee \neg a\_peint(z, x) \vee eq(y, z)$
C_2 : $tableau("LesMénines")$
C_3 : $\neg tableau(x) \vee a\_peint(b, x)$
C_4 : $inspiré\_par(Picasso, Vélazquez)$
C_5 : $a\_peint(Velázquez, "LesMénines")$
C_6 : $\neg dans\_série(x, "LesMénines") \vee tableau(x)$
C_7 : $\neg peintre(x) \vee a\_peint(x, a)$
C_8 : $\neg dans\_série(x, "LesMénines") \vee a\_peint(Picasso, x)$
C_9 : $\neg eq(Picasso, Velázquez)$
C_{10} : $\neg peintre(x) \vee tableau(a)$
C_{11} : $\neg tableau(x) \vee peintre(b)$
C_{12} : $\neg tableau(x) \vee \neg dans\_série(x, "LesMénines") \vee \neg a\_peint(Vélazquez, x)$

Montrer en utilisant la règle de résolution que $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, C_7, C_8, C_9, C_{10}, C_{11} \vdash C_{12}$.