Cours SIGNAL

Charles Vin

S1-2022

Nouveau cours du 21/10

Super prof, super diapo. On a un poly avec les diapos et un poly avec les exo de TD.
Exam : Feuille A4 manuscrite **recto**. Attention démonstration de formules en exam. Faites uniquement en cours $\rightarrow$ Privilégie les gens qui viennent en cours + veux qu'on comprenne les math.

1 Signaux et système

1.1 Généralité

Nouveau cours du 28/10
Again note sur le poly.
J'ai demandé pour avoir le diapo et l'annoté numériquement mais y'a des choses issus de livre payant donc ça passe pas trop. Il y aura donc plus rien ici lol
Nouveau cours du 25/11
Je vais essayer de noter les démonstrations ici. Mais je pense qu'il vas rester des indications dans le poly.

1.1.1 Diapo 33

Preuve Changement d'échelle .

$$TF\{x(\alpha t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty x(\alpha t)e^{-j2\pi f t}} dt$$

$$\text{Changement de variable } t' = \alpha t \Leftrightarrow t = \frac{1}{\alpha}t'; \frac{dt}{dt'} = \frac{1}{\alpha}$$

$$= \begin{cases} \int_{t'=-\infty}^{t'=+\infty} x(t')e^{-j2\pi f \frac{t'}{\alpha}} & \text{si } \alpha > 0 \\ \int_{t'=+\infty}^{t'=-\infty} x(t')e^{-j2\pi f \frac{t'}{\alpha}} & \text{si } \alpha < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t')e^{-j2\pi (\frac{f}{\alpha}t')} & \text{si } \alpha > 0 \\ -\frac{1}{\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t')e^{-j2\pi (\frac{f}{\alpha}t')} & \text{si } \alpha < 0 \end{cases}$$

Preuve : Modulation .

$$\begin{aligned} TF\{x(t)e^{j2\pi f_0 t}\} &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{j2\pi f_0 t}e^{-j2\pi f t}dt \\ &= \int_{\infty}^{+\infty} x(t)e^{-j2\pi (f-f_0)t}dt \\ &= X(f-f_0) \end{aligned}$$

□

1.1.2 Diapo 38

$$\begin{aligned}
TF^{-1}\{\delta(f-f_0)\} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(f-f_0)e^{+j2\pi ft}df \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(f-f_0)e^{+j2\pi f_0 t}df \\
&= e^{+j2\pi f_0 t}\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(f-f_0)df \\
&= e^{+j2\pi f_0 t}
\end{aligned}$$

□

Nouveau cours du 02/12

1.1.3 Diapo 42

La formule des coefs resemble beaucoup à celle de la corrélation entre x et $e^{-j2\pi nt/T}$.
En bas les sinus et cosinus ont des fréquences de $n * \frac{t}{T}$

1.1.4 Diapo 43

Le $a, a+T$ dans la formule du coeficient == on fait l'intégrale sur un motif période, si j'ai bien compris comme c'est égale à zéros partout, cette intégrale est équivalente à celle sur $\pm\infty$.

1.1.5 Diapo 44

Formule sympatique par exemple si on doit intégrer un $sinc^2$ ça revient à intégrer une fonction rectangle.
Densité spectrale : j'ai écrit un truc dans mon TD quand on a démontré la formule de Parseval. TD3 exo 1 je crois

1.1.6 Diapo 45

$\gamma_x(\tau)$ = autocorrelation

1.2 Approche fréquentielles des SLIs

1.2.1 Diapo 47

Définition 1.1. La **réponse en fréquence** d'un SLI

$$H = TF\{h\} = Y/X.$$

car $y = h \star x \Leftrightarrow Y = H * X$

On dit que les SLI sont des filtres car avec $Y = HX$ si H est proche de zéro ou très grand on vas supprimer ou amplifier certaine fréquence.

Le gain et la phase finalement on écrit H sous sa forme complexe.

1.2.2 Diapo 48

$A_s(f_0)$ = amplitude de la sortie, $A_e(f_0)$ = amplitude de l'entrée. $\phi(f_0)$ = phase = décalage dans le temps.
On appele ça le gain car on retrouve que $|H(f_0)|$ c'est le facteur qui change l'amplitude. De même pour la phase qui est le décalage, qui indique le déphasage.

Si j'injecte une sinusoïde en entrée, je peux retrouver en sortie le même signal mais en fonction du gain et de la phase.

Diagramme de bode : On utilise le $\log_{10}(f)$ en abscise pour représenter sur un même graph toutes les fréquences

1.2.3 Diapo 49

Le transformé simplifie tout en virant les convolutions

2 Numérisation et reconstitution des signaux

= traitement numérique du signal
Moitié des points sur cette partie, moitié des point sur le reste.

2.1 Introduction

2.1.1 Diapo 52

Quand on traite des signaux :

— Soit c'est pour les transmettre entre deux machines : et transmettre en numérique permet d'éviter les problèmes de bruit
— Soit c'est pour les manipuler numériquement sur des processeurs ect

2.1.2 Diapo 53

En pratique full signal analogique qu'on convertie h24 :

— Convertisseur analogique - numérique (CAN) = échantillonneur
— CNA : blocage d'ordre zéro

2.1.3 Diapo 54

On discrétise l'abscisse mais aussi l'ordonnée. Discrétiser l'ordonnée provoque une erreur de quantification mais c'est nécessaire pour encoder en binaire $\rightarrow$ On met beaucoup de niveau quantifie pour éviter l'erreur.

2.2 Échantillonnage idéal

2.2.1 Diapo 55

idéal = une valeur à une date précise.
Comment choisir T_e ? On veut minimiser T_e tout en restant capable de reconstituer le signal.

2.2.2 Diapo 56

Depuis le début, la transformé simplifie les choses. Regardons le lien entre $x(t)$ et $x[k]$ en fonction de T_e

Définition 2.1. Signal échantilloné = intermédiaire mathématique = signal continue d'une série d'impulsion de Dirac de hauteur modulé tout le T_e

$$x_e(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(kT_e)\delta(t - kT_e).$$

Relis $x(t)$ et $x[k]$.

2.2.3 Diapo 58

On a écrit $X_e(f)$ en fonction de $X(f)$. On a le signal échantillonné en fonction du signal continue.

2.2.4 Diapo 59

2.2.5 Diapo 60

Annotation poly
<u>Nouveau cours10 du 09/12</u>

Sur des signaux random, on défini une bande de fréquence à protéger, et au vas filtrer au delà (filtre anti aliasing). En fonction de la bande de fréquence qu'on conserve f_{max} on peut alors définir la fréquence d'échantillonnage max qui respecte le théorème de Shannon. Exemple diapo 63

2.2.6 Diapo 65

Parfois si on a du vide dans f_{max} il peut arriver qu'il n'y ait pas de recouvrement spectral même sans respecter Shannon (exo 2 TD4 je crois) == Shannon condition suffisante mais pas nécéssaire.

Il faut être sur de pouvoir caler un nombre impaire de motif entre $-f_0$ et f_0, pour cela on défini un B'

2.3 Quantification

2.3.1 Diapo 66

Quantification : division uniforme en plusieurs niveau quantifié entre le max et le min du signal. Si on peut on utilise un nombre de niveau D en puissance de deux pour pouvoir facilement convertir en binaire.

Mais on introduit une erreur de quantification $\epsilon_q = x[k] - x_q[k]$. Finalement on a deux erreurs introduite pour numériser : le cut de fréquence et la quantification

2.4 Reconstitution par blocage

2.4.1 Diapo 67

BUT : reconstituer un signal continue depuis un signal échantillonné.
C'est juste transformer un signal échantillonné en un signal en escalier. On utilise bien T_e entre deux marches $[kT_e; (k+1)T_e]$

2.4.2 Diapo 68

oklm

2.4.3 Diapo 69

On part de l'exemple diapo 61. le module de $P(f)$ c'est le $sinc$ et T_e. Le $sinc$ s'annule en $1/T_e = f_e$. On retrouve finalement presque l'originale $|X(f)|$ mais avec du bruit sur les cotés.

2.4.4 Diapo 70

Bruit qu'on vas filtrer toujours dans les fréquences

2.4.5 Diapo 71

Finalement $x(t)$ est reconstitué par TF inverse. Avec le filtre passe bas, on arrondie les bords : car les marches d'escalier sont comme des sinusoïde haute fréquence, qu'on a coupé avec le filtre.

Autre remarque : Quand f_e est grand, au voisinage de 0 le sinc est vraiment proche de 1 sur une grande bande permettant une meilleurs reconstitution de $|X(f)|$ et de même le bruit lui est fort compressé. De plus si f_e grand devant f_{max}, le filtre passe bas sera plus facile à réaliser (moins de coef) car on a plus de place pour faire chuter le signal

Problème : on veut aussi f_e petit d'après ce qu'on a dit avant, je sais plus pourquoi. Je pense c'est pour éviter d'avoir trop d'échantillon alors qu'on peut reconstituer sans

2.5 Réduction de cadence et décimation

2.5.1 Diapo 72

Réduction de cadence = échantillonnage sur un signal déjà à temps discret. Je prend un échantillons tous les N.

$$x^{\downarrow}[n] = x[k] \text{ avec } k = nN.$$

Comment choisir N ? Il faut regarder l'effet dans le domaine des fréquences

2.5.2 Diapo 74

Exactement le même diapo 56 sur l'échantillonnage tellement c'est proche = transposition en numérique de l'échantillonnage, on vas encore introduire une intermédiaire mathématique. **Lors de la relecture du cours, mettre en parallèle l'échantillonnage et la réduction de cadence**

2.5.3 Diapo 76

Vraiment same que pour l'échantillonnage lol avec NT_e

2.5.4 Diapo 78

Exemple de comment on fait avec des dessins pour trouver $\left|X^{\downarrow}(v')\right|$ avec $N = 3$. C'est la même chose, toujours attention à l'air des masses de dirac qui change

2.5.5 Diapo 80

Comme la dernière fois, on place un filtre anti-aliasing pour éviter un recouvrement spectrale dans la réduction de cadence == décimation

2.6 Elévation de cadance et interpolation

2.6.1 Diapo 82

Up sampling = rajouter des zéros entre les échantillons. On regarde si m est un multiple de k

$$x^{\uparrow}[m] = \begin{cases} x[k] & \text{pour } m = kM \\ 0 & \text{pour } m \neq kM \end{cases}.$$

2.6.2 Diapo 84

Cette fois ci on comprime l'axe des abscises

2.6.3 Diapo 85

Quel est l'intérêt de faire ça ? Recalculer les échantillons intermédiaires du à l'échantillonnage, c'est l'opération inverse du décimateur je crois