Ficher LRC à partir des TD

Charles Vin

M1-S1 2022

1 Formule

— F **insatisfiable** $\Leftrightarrow \neg F$ **valide**
— F satisfiable $\Leftrightarrow \neg F$ non valide
— $\neg F$ satisfiable $\Leftrightarrow F$ non valide
— F valide $\Leftrightarrow \neg F$ insatisfiable
— $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$
— On développe $\vee$ comme un $+$ et $\wedge$ comme un $\times$

2 Méthode des tableaux

— S'entrainer ! TME1, exo 2
— Règle α = règles conjonctive, β règles disjonctive = On sépare en deux branches
— On s'arrete lorsque full atome dans la boite
— Feuille fermé $\Leftrightarrow$ contradiction entre atome,
— Feuille ouverte = une solution, avec toutes les combinaisons possible qui respecte ce qu'il y a dans la feuille (penser à l'ensemble vide si tout est faux).
— **Si toute les feuilles de l'arbre sont fermées alors F unsat $\Leftrightarrow$ Une feuille ouverte $\rightarrow F$ satisfiable**
— Indiquer quelle règle on utilise sur le coté.

3 Système de Hilbert

3.1 Preuve dans Hilbert

— S'entrainer ! TME1, exo3-4
— On a : 3 axiomes + Modus Ponens
— Théorème de la déduction : $A_1, \ldots, A_n \models B \Leftrightarrow A_1, \ldots, A_{n-1} \models A_n \rightarrow B$
— Les HP de départ sont déduite à partir du théorème de la déduction : on passe tout à gauche pour n'avoir plus qu'un atome à droite et bim voilà nos HP de départ. Par exemple : $\models (P \rightarrow Q) \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R))$ devient $(P \rightarrow Q), (Q \rightarrow R), P \models R$
— Avoir des hp de départ sous forme de clause.

3.2 Traduction d'énoncé en Hilbert

— Les $\exists$ n'aime pas les $\rightarrow$ à cause de $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$

4 Logique du première ordre

— Définition d'un modèle : fonction($|M| \rightarrow |M|$) + prédicat ($|M| \rightarrow$ vrais/faux)
— Lors de la traduction d'énoncé en LPPO, c'est pas mal de garder des $\forall, \exists$ à l'intérieur de la clause, ça permet de la simplifier pas mal finalement. Evite vraiment de se tromper genre pour la transformation en clause.

— Dans l'annale ils se sont pas fait chier sur ça, je cherchais compliqué avec les implications alors que c'était simple
— Ne pas oublier de mettre des $\wedge$, pas des virgules
— Pas de $\exists!$. Pour avoir l'unicité on utilise une implication avec égalité au bout : $\forall x \forall y \forall z (tableau(x) \wedge a_peint(y, x) \wedge a_peit(z, x)) \to eq(y, z)$
— On défini les variables qu'on déclare avec les précida unaire ($tableau(x)$) mais pas quand on envoie un paramètre ($tableau("LesMenines")$) t'as capté (exo1 annale 2019)

4.1 Preuve par résolution

— On ne peut simplifier qu'un truc à la fois :

$$\frac{\neg a \vee b \vee c \qquad a \vee \neg b \vee c}{b \vee \neg b \vee c}.$$

— Mieux de le faire en version Hilbert, permet de réutiliser les lignes plutôt que de les réécrire.

$$R_1 : R(c, d) \qquad [Res(C_2, C_4); \{Y \backslash d\}]$$

— **A refaire au moins une fois**
— Pour prouver $\models \phi$ on prouve $\neg \phi \models \varnothing$ on prouve qu'il y a une contradiction dans les clauses

4.2 Unification

— Unification : on peut changer les variables des deux cotés.
— Filtrage : On ne peut changer que les variables de F_1
— Classiquement, on cherche $F_2 = \sigma(F_1)$ avec $\sigma = \{X/X', Z/g(a, X'), \ldots\}$ un ensemble de substitution.
— Utiliser des $X\prime$ pour pas se tromper
— Écrire les variables en majuscule, et les constante en minuscule !
— On ne peux pas changer les constantes, on ne remplace pas une constante par une variable.
— **A refaire au moins une fois**

4.3 Transformation de formule en clause

Définition d'une clause :
— Pas de $\exists$
— Pas de $\wedge$
— Pas de $\forall$ implicite

1. Mettre les quantificateurs au début :

$$F_3 : \forall x, \forall y (R(x, y) \to \exists z (R(x, z) \wedge R(z, y))).$$

Deviens

$$F_3 : \forall x, \forall y, \exists z (\neg R(x, y) R(x, z) \wedge R(z, y)).$$

2. Skolenisation : supprimer les $\exists$ en inventant des constante.

$$F_1 = \forall X, \exists Y, R(X, Y)$$
$$F_2 = \exists X, \forall Y, R(X, Y)$$
$$F_3 = \forall x, \forall y, \exists z (\neg R(x, y) R(x, z) \wedge R(z, y))$$

Devient

$$F_1 = \forall X, R(X, f(X))$$
$$F_2 = \forall Y, R(x_0, Y)$$
$$F_3 = \begin{cases} \neg R(X, Y) \vee R(X, g(X, Y)) \\ \neg R(X, Y) \vee R(g(X, Y), Y) \end{cases}$$

5 Graph conceptuel

5.1 Représentation des connaissances

— "Rocher : #" = "Le" rocher
— Bien choisir les relation dans les cercles

5.2 Joiture et généralisation

— Jointure maximale : Est-ce que les deux phrases représente la même chose $\rightarrow$ Fusion ; / !\au contradiction
— Généralisation : Généralisation de ce qu'on dit, vrais pour les deux. On vas au plus générale qui rend vrais les deux
— Subsumption : Un graph en subsume un autre si il est plus général

6 Logique de description

6.1 $\mathcal{FL}^-$

— **S'entrainer pas compris** TD3 $\rightarrow$ Ca va en faite
— TBox : Concept atomique $C \equiv D$, $C \subseteq D \Leftrightarrow \forall x, C(x) \rightarrow D(x)$
— ABox : $a : C, < a, b >: Role$
— Grammaire : pas de variable lol
— Bien utiliser les définition de $\exists, \forall$

$$\exists R = \{x \in \Delta | \exists y, (x, y) \in R\}$$
$$\forall R.C = \{x \in \Delta | \forall y, (x, y) \in R \rightarrow y \in C\}$$

6.2 $\mathcal{ALC}$

— **S'entrainer RIEN RIEN compris** TD3 $\rightarrow$ Ca va en faite
— Same de $\mathcal{FL}^-$ plus :
— $\exists R.C$ toujours role + concept atomique
— $\neg, \bot, \top$ autorisé $\rightarrow$ Pratique
— Bien utiliser les définition de $\exists, \forall$

$$\exists R.C = \{x \in \Delta | \exists y, (x, y) \in R \land y \in C\}$$
$$\forall R.C = \{x \in \Delta | \forall y, (x, y) \in R \rightarrow y \in C\} \text{ (comme } \mathcal{FL}^-\text{)}$$

— Penser aux $\sqsubseteq$ dans la TBox

6.3 Interprétation

— On a un graph avec des flèches qui représente les appartenances aux rôles $(x, y) \in R$ avec x monde de départ et y monde d'arrivé.
— Les appartenances au concept sont les attribues des mondes.
— Lister les mondes appartenant aux rôles $\rightarrow$ Peut aider a appliquer la définition du $\forall, \exists$
— $\exists s.\neg A$ se lit "Tous les mondes qui ont une flèche s qui pointe vers un monde qui vérifie $\neg A$ "

6.4 Méthode des tableaux

TD4 mais pas beaucoup de correction
— On veux prouver ϕ un truc vrais ou faux
— On part d'une TBox acyclique + tout sous forme normale négative : Développer les $\neg$
— Puis notre première case du tableau contient $Tbox \sqcap ABox \sqcap \phi$ avec ϕ sous FNN et **avec les definitions remplacé !** OU avec $\neg\phi$ il faut aller vers la contradiction
— Then on cherche à appliquer les bonnes règles pour arriver rapidement à notre objectif.
— On peut traduire les $A \sqsubseteq B$ par $i : A \sqcap B$

7 Logique Modale

- On développe les formule $\Box, \diamond$ comme un arbre en explorant les possibilités.
- On peut donner des contres exemples.
- Règle de necessitation : $M \models \phi \equiv M \models \Box\Phi$
- Penser que parfois les flèches de récursion ne sont pas dessiné
- /!\. Au implication, parfois une traduction en vaut la penne $a \to b$ toujours vrais pour les mondes où a est faux $\to$ vérifier surtout les mondes où a est vrais
- **s'entraîner vite fait fin exo 1 TD5**
- Penser au démo par l'absurde pour les trucs cons (TD5, fin exo3)
- Loi de Morgan
  - $\diamond\phi \equiv \neg\Box\neg\phi$
  - $\Box\phi \equiv \neg\diamond\neg\phi$

Liste des axiomes logique épistémique S5 :

- T : Réflexivité des mondes $\forall w : (w, w) \in R$: $\Box\phi \to \phi$
- D : Sérialité des mondes = aucun monde seul $\forall w, \exists w' : (w, w') \in R$: $\Box\phi \to \diamond\phi$
- 4 : Transitivité : classiquement en math : $\forall x, y, z \in E \quad (x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}z) \Rightarrow x\mathcal{R}z$. bah pareil avec les mondes : si je sais phi je sais que je sais phi : $\Box\phi \to \Box\Box\phi$
- 5 : Euclidienne : $\diamond\phi \to \Box\diamond\phi$ Ca implique qu'il existe un lien entre chaque monde presque : $\forall w, w', w'', (w, w') \in R, (w', w'') \in R \to (w', w'') \in R$. D'après le prof c'est l'introspection negative : je sais ce que je ne sais pas.
- B : Symétrie des flèches : $\phi \to \Box\diamond\phi$ Implique qu'il existe toujours le chemin retour : $\forall w, w', (w, w') \in R \to (w', w) \in R$

7.1 Logique épistémique

- $M, w_1 \models K_i p \equiv M, w_1 \models \Box p$ en utilisant les flèches indicées i
- Croire possible $p \equiv B_i\phi \equiv \diamond\phi \equiv \neg\Box\neg\phi \equiv \neg K\neg\phi$
- Savoir si p : $K^{si}p \equiv Kp \vee K\neg p$ Bien le traduire lui, il est piège
- Savoir lequel parmi $a, b, c \equiv Ka \vee Kv \vee Kc$

8 Connaissance commune et distribué

Définition 8.1. Connaissance commune : tout le monde sait que tout le monde sait

9 Intervale de Allen

10 Réseau de pétri