

Fiche méthode SIGNAL

Charles Vin

M1-S1-2022

1 Exo type 2018

1.1 Filtre IIR : transformation bilinéaire

On a $\Omega_p, \Omega_s, R_p, A_s$

1. Ordre du filtre : calculer toutes les constantes + les pôles + la fonction de transfert
 - Constante :

$$\begin{aligned}w_p &= \frac{2}{T} \tan \frac{\Omega_p}{2} \\w_s &= \frac{2}{T} \tan \frac{\Omega_s}{2} \\N &= \left\lceil \frac{\log_{10}[(10^{R_p/10} - 1)/(10^{A_s/10} - 1)]}{2 \log_{10} \frac{w_p}{w_s}} \right\rceil \\w_{cp} &= \frac{w_p}{(10^{R_p/10} - 1)^{1/2N}} \\w_{cs} &= \frac{w_s}{(10^{A_s/10} - 1)^{1/2N}} \\w_c &= \frac{w_{cp} + w_{cs}}{2}\end{aligned}$$

- Les pôles de $H(S)$
 - N est impaire \rightarrow On a l'argument de nos pôles $\theta = \frac{k\pi}{N} \forall k \in \{0, \dots, 2N-1\}$
 - Si N paire $\theta = \frac{(2k+1)\pi}{2N}$
 - $p_i = w_c e^{j\theta_i} = w_c (\cos(\theta_i) + j \sin \theta_i)$ à calculer!
 - Tracer un plan avec le cercle de taille w_c et ne garder que les pôles stable à droite de l'ordonnée
 - Écrire la fonction de transfert $\frac{w_c^N}{(S-p_1)(S-p_2)\dots}$ avec les valeurs des $p_i \in \mathbb{C}$
2. Position des pôles dans le plan Z : Conversion des pôles

$$S = \frac{2}{T} \frac{1 - Z^{-1}}{1 + Z^{-1}} \Leftrightarrow Z = \frac{ST + 2}{2 - ST}.$$

On trouve des nouveaux pôles $z_i = \frac{p_i * T + 2}{2 - p_i * T}$. Les tracer dans le plans complexe avec le cercle unitaire \rightarrow montrer la stabilité.

3. Écrire $H(S)$ en remplaçant S par $S = \frac{2}{T} \frac{1 - Z^{-1}}{1 + Z^{-1}}$ puis simplifier le dénominateur à fond pour obtenir un polynôme. Vérifier que les racine de ce polynôme sont bien les pôles z_i calculé précédemment.
4. Tracer approximativement la réponses en fréquence : voir figure 1
5. Proposer une réalisation matériel pour $H(Z)$:
 - Écrire $H(Z)$ calculé à la question 3 sous une forme factorisé $b_0 \frac{(1+a_0 Z^{-1})\dots}{(1+a_1 Z^{-1})\dots}$ On déclare des constantes.
 - Le numérateur = la sortie; le dénominateur = l'entrée
 - Faire le circuit : penser à développer les constantes au numérateur pour ne pas oublier de multiplier

1.2 Filtre FIR : Fenêtrage

1. Choisir la fenêtre : toujours rectangulaire je pense lol
2. Ordre du filtre $\Omega_s - \Omega_p = \frac{1.8\pi}{M}$ puis partie supérieure. $M - 1 =$ ordre du filtre
3. Coef du filtre :
 - On vas fenêtrer sur l'intervalle $[-\frac{M-1}{2}; \frac{M-1}{2}]$ en le divisant en M point.
 - Coef : $\Omega_c = \Omega_s - \Omega_p$ fréquence de coupure

$$h_i = \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ \frac{\sin x \Omega_c}{x * \pi} & \text{sinon} \end{cases}.$$

Utiliser la symétrie pour ne calculer que la moitié des points!

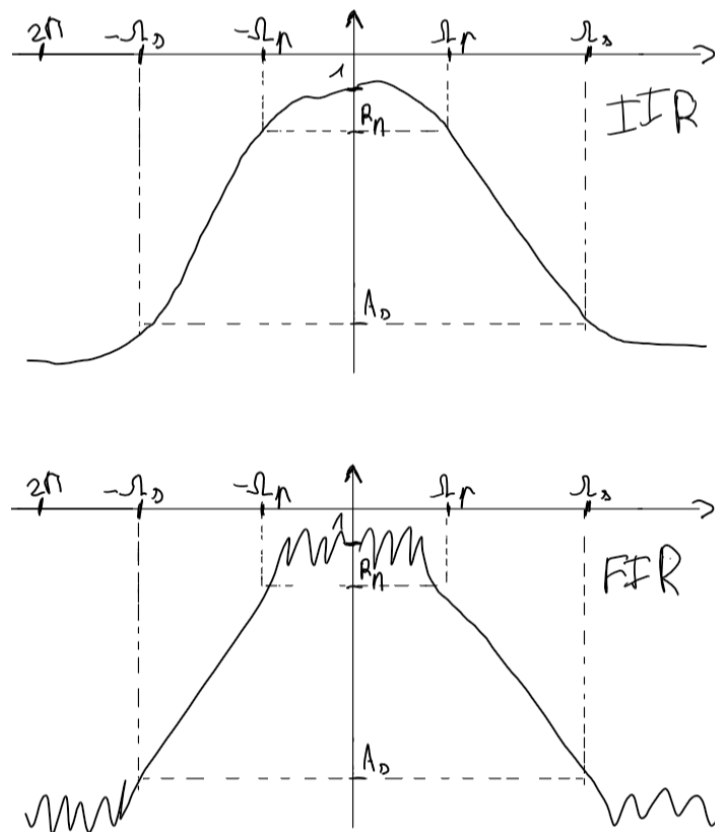


Figure 1 - Réponse en fréquence filtre FIR et IIR

— Conclure en écrivant $H(Z)$ et en factorisant les coefs symétrique

4. Réalisation matériel : On obtient un $H(Z) = h_0(1 + Z^{-3}) + h_1(Z^{-1} + Z^{-2})$ Construire ce qu'il y a entre parenthèse puis multiplier par les facteurs avant de sommer le tout.
5. Comparaison : FIR plus coûteux mais évite les problèmes de stabilité des pôles, n'a pas de boucle et est plus performant.