Compte Rendu TM2

Charles Vin

30/09

1 Exercice 1

1. Racine du polynôme : $\{-1, -3\}$

$$X(S) = \frac{10(S+1)}{S^2 + 4S + 3}$$
$$= \frac{10(S+1)}{(S+1)(S+3)}$$
$$= \frac{10}{S+3}$$

D'après la ligne cinq du tableau on a

$$x(t) = e^{\lambda} u(t) \Leftrightarrow X(S) = \frac{1}{S - \lambda}.$$

Dans notre cas $\lambda = -3$. Conclusion :

$$X(S) = \frac{10(S+1)}{S^2 + 4S + 3}$$

$$\downarrow \mathcal{L}^{-1}$$

$$x(t) = 10e^{-3t}u(t)$$

2.

$$X(S) = \frac{10(S+1)e^{-2S}}{S^2 + 4S + 3}$$
$$= \frac{10(S+1)e^{-2S}}{(S+1)(S+3)}$$
$$= \frac{10e^{-2S}}{(S+3)}$$

Nous somme dans le même cas que précédemment avec un time shifting de 2. Conclusion :

$$X(S) = \frac{10(S+1)e^{-2S}}{S^2 + 4S + 3}$$

$$\downarrow \mathcal{L}^{-1}$$

$$x(t) = 10e^{-3(t-2)}u(t-2)$$

3. Les racines de $S(S^2+10S+16)$ sont $\{0,-2,-8\}$

$$X(S) = \frac{20}{S(S^2 + 10S + 16)}$$
$$= \frac{20}{S(S+2)(S+8)}$$
$$= \frac{A}{S} + \frac{B}{S+2} + \frac{C}{S+8}$$

Trouvons A, B, C:

$$\frac{20}{S(S+2)(S+8)} = \frac{A}{S} + \frac{B}{S+2} + \frac{C}{S+8}$$

$$\Leftrightarrow 20 = A(S+2)(S+8) + B(S+8)S + C(S+2)S$$

$$\Leftrightarrow 20 = AS^2 + 10AS + 16A + BS^2 + 8BS + CS^2 + 2CS$$

$$\Leftrightarrow 20 = (A+B+C)S^2 + (10A+8B+2C)S + 16A$$

Par identification:

$$\begin{cases} A+B+C=0\\ 10A+8B+2C=0\\ 16A=20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} B=-5/4-C\\ 8(-5/4-C)+2C=-50/4\\ A=20/16=5/4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} B=-5/4-C\\ -6C=-50/4+40/4=-10/4\\ A=5/4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} B=-5/3\\ C=5/12\\ A=5/4 \end{cases}$$

$$X(S) = \frac{20}{S(S^2 + 10S + 16)}$$

$$\downarrow \mathcal{L}^{-1}$$

$$x(t) = \frac{5}{4}u(t) - \frac{5}{3}e^{-2t}u(t) + \frac{5}{12}e^{-8t}u(t)$$

$$= u(t)(\frac{5}{4} - \frac{5}{3}e^{-2t} + \frac{5}{12}e^{-8t})$$

2 **Exercice 2**

$$H(S) = \frac{20S(S+100)}{(S+2)(S+10)}$$

$$= \frac{20*100}{2*10} \frac{S(1+S/100)}{(1+S/2)(1+S/10)}$$

$$= 100* \frac{S(1+S/100)}{(1+S/2)(1+S/10)}$$

Calcul des niveaux de base

- Le gain : $20 \log 100 = 40 db$
- Le phase : = 0 car 100 > 0

Grâce à ces calculs préalable, on peut maintenant tracer le diagramme de Bode du gain dans la figure 1. Voici sa légende :

- Niveau de base : 40db
- Zero à l'origine : $(S) \rightarrow 20 \frac{db}{dec}$

- $\left(1 + \frac{s}{100}\right) \rightarrow +20 \frac{db}{dec}$ $\left(1 + \frac{s}{2}\right) \rightarrow -20 \frac{db}{dec}$ $\left(1 + \frac{s}{10}\right) \rightarrow -20 \frac{db}{dec}$

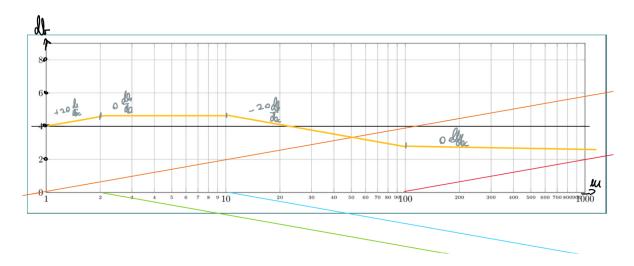


Figure 1 – Diagramme de Bode du gain

Puis on peut tracer le diagramme de la phase sur la figure 2. Voici sa légende :

- Niveau de base : 0
- Zero à l'origine : $(S) \rightarrow +\frac{\pi}{2}$
- $\begin{array}{l} \left(1 + \frac{S}{100}\right) \to +\frac{\pi}{4} \text{ sur } [10, 1000] \\ \left(1 + \frac{S}{2}\right) \to -\frac{\pi}{4} \text{ sur } [0.2, 20] \\ \left(1 + \frac{S}{10}\right) \to -\frac{\pi}{4} \text{ sur } [1, 100] \\ \text{ Résultante} \end{array}$

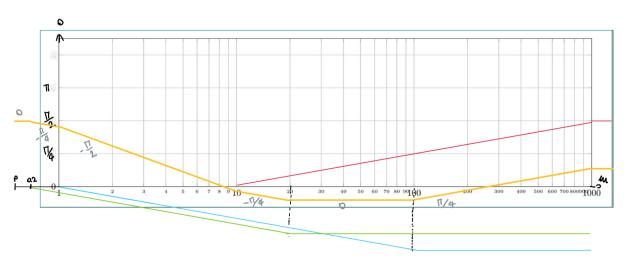


Figure 2 – Diagramme de Bode de la phase

2.1 MatLab

Voici deux diagramme de Bode :

- Le premier dans la figure 3 fut généré avec la fonction bode() de la toolbox de signal processing.
- Le deuxième généré avec le code indiqué.

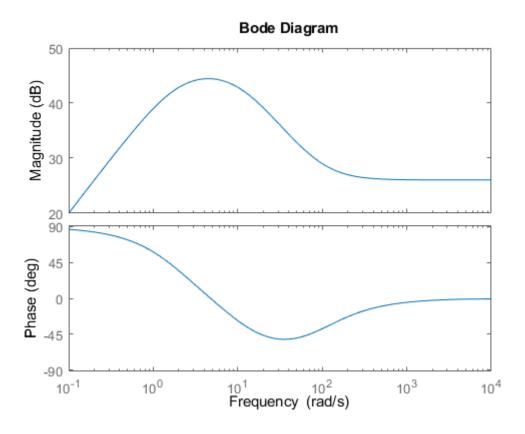


Figure 3 – Figure généré avec la fonction bode()