

# Ficher LRC à partir des TD

Charles Vin

M1-S1 2022

## 1 Formule

- $F$  insatisfiable  $\Leftrightarrow \neg F$  valide
- $F$  satisfiable  $\Leftrightarrow \neg F$  non valide
- $\neg F$  satisfiable  $\Leftrightarrow F$  non valide
- $F$  valide  $\Leftrightarrow \neg F$  insatisfiable
- $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$
- On développe  $\vee$  comme un  $+$  et  $\wedge$  comme un  $\times$

## 2 Méthode des tableaux

- S'entraîner! TME1, exo 2
- Règle  $\alpha$  = règles conjonctive,  $\beta$  règles disjonctive = On sépare en deux branches
- On s'arrête lorsque full atome dans la boîte
- Feuille fermé  $\Leftrightarrow$  contradiction entre atome,
- Feuille ouverte = une solution, avec toutes les combinaisons possible qui respecte ce qu'il y a dans la feuille (penser à l'ensemble vide si tout est faux).
- **Si toute les feuilles de l'arbre sont fermées alors  $F$  unsat  $\Leftrightarrow$  Une feuille ouverte  $\rightarrow F$  satisfiable**
- Indiquer quelle règle on utilise sur le coté.

## 3 Système de Hilbert

### 3.1 Preuve dans Hilbert

- S'entraîner! TME1, exo3-4
- On a : 3 axiomes + Modus Ponens
- Théorème de la déduction :  $A_1, \dots, A_n \models B \Leftrightarrow A_1, \dots, A_{n-1} \models A_n \rightarrow B$
- Les HP de départ sont déduite à partir du théorème de la déduction : on passe tout à gauche pour n'avoir plus qu'un atome à droite et bim voilà nos HP de départ. Par exemple :  $\models (P \rightarrow Q) \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow R))$  devient  $(P \rightarrow Q), (Q \rightarrow R), P \models R$
- Avoir des hp de départ sous forme de clause.

### 3.2 Traduction d'énoncé en Hilbert

- Les  $\exists$  n'aime pas les  $\rightarrow$  à cause de  $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$

## 4 Logique du première ordre

- Définition d'un modèle : fonction  $(|M| \rightarrow |M|)$  + prédicat  $(|M| \rightarrow \text{vrais/faux})$
- Lors de la traduction d'énoncé en LPPO, c'est pas mal de garder des  $\forall, \exists$  à l'intérieur de la clause, ça permet de la simplifier pas mal finalement. Evite vraiment de se tromper genre pour la transformation en clause.

- Dans l'annale ils se sont pas fait chier sur ça, je cherchais compliqué avec les implications alors que c'était simple
- Ne pas oublier de mettre des  $\wedge$ , pas des virgules
- Pas de  $\exists!$ . Pour avoir l'unicité on utilise une implication avec égalité au bout :  $\forall x \forall y \forall z (tableau(x) \wedge a_{peint}(y, x) \wedge a_{peint}(z, x)) \rightarrow eq(y, z)$
- On définit les variables qu'on déclare avec les précédentes une ( $tableau(x)$ ) mais pas quand on envoie un paramètre ( $tableau("LesMénines")$ ) t'as capté (exo1 annale 2019)

## 4.1 Preuve par résolution

- On ne peut simplifier qu'un truc à la fois :

$$\frac{\neg a \vee b \vee c \quad a \vee \neg b \vee c}{b \vee \neg b \vee c}.$$

- Mieux de le faire en version Hilbert, permet de réutiliser les lignes plutôt que de les réécrire.

$$R_1 : R(c, d) \quad [Res(C_2, C_4); \{Y \setminus d\}]$$

- **A refaire au moins une fois**
- Pour prouver  $\models \phi$  on prouve  $\neg \phi \models \emptyset$  on prouve qu'il y a une contradiction dans les clauses

## 4.2 Unification

- Unification : on peut changer les variables des deux cotés.
- Filtrage : On ne peut changer que les variables de  $F_1$
- Classiquement, on cherche  $F_2 = \sigma(F_1)$  avec  $\sigma = \{X/X', Z/g(a, X'), \dots\}$  un ensemble de substitution.
- Utiliser des  $X'$  pour pas se tromper
- Écrire les variables en majuscule, et les constantes en minuscule!
- On ne peut pas changer les constantes, on ne remplace pas une constante par une variable.
- **A refaire au moins une fois**

## 4.3 Transformation de formule en clause

Définition d'une clause :

- Pas de  $\exists$
- Pas de  $\wedge$
- Pas de  $\forall$  implicite

1. Mettre les quantificateurs au début :

$$F_3 : \forall x, \forall y (R(x, y) \rightarrow \exists z (R(x, z) \wedge R(z, y))).$$

Deviens

$$F_3 : \forall x, \forall y, \exists z (\neg R(x, y) \vee R(x, z) \wedge R(z, y)).$$

2. Skolemisation : supprimer les  $\exists$  en inventant des constantes.

$$F_1 = \forall X, \exists Y, R(X, Y)$$

$$F_2 = \exists X, \forall Y, R(X, Y)$$

$$F_3 = \forall x, \forall y, \exists z (\neg R(x, y) \vee R(x, z) \wedge R(z, y))$$

Devient

$$F_1 = \forall X, R(X, f(X))$$

$$F_2 = \forall Y, R(x_0, Y)$$

$$F_3 = \begin{cases} \neg R(X, Y) \vee R(X, g(X, Y)) \\ \neg R(X, Y) \vee R(g(X, Y), Y) \end{cases}$$

## 5 Graph conceptuel

### 5.1 Représentation des connaissances

- "Rocher : #" = "Le" rocher
- Bien choisir les relation dans les cercles

### 5.2 Joiture et généralisation

- Jointure maximale : Est-ce que les deux phrases représente la même chose → Fusion ; /!\ au contradiction
- Généralisation : Généralisation de ce qu'on dit, vrais pour les deux. On vas au plus générale qui rend vrais les deux
- Subsumption : Un graph en subsume un autre si il est plus général

## 6 Logique de description

### 6.1 $\mathcal{FL}^-$

- **S'entraîner pas compris** TD3 → Ca va en faite
- TBox : Concept atomique  $C \equiv D, C \subseteq D \Leftrightarrow \forall x, C(x) \rightarrow D(x)$
- ABox :  $a : C, < a, b > : Role$
- Grammaire : pas de variable lol
- Bien utiliser les définition de  $\exists, \forall$

$$\begin{aligned}\exists R &= \{x \in \Delta \mid \exists y, (x, y) \in R\} \\ \forall R.C &= \{x \in \Delta \mid \forall y, (x, y) \in R \rightarrow y \in C\}\end{aligned}$$

### 6.2 $\mathcal{ALC}$

- **S'entraîner RIEN RIEN compris** TD3 → Ca va en faite
- Same de  $\mathcal{FL}^-$  plus :
- $\exists R.C$  toujours role + concept atomique
- $\neg, \perp, \top$  autorisé → Pratique
- Bien utiliser les définition de  $\exists, \forall$

$$\begin{aligned}\exists R.C &= \{x \in \Delta \mid \exists y, (x, y) \in R \wedge y \in C\} \\ \forall R.C &= \{x \in \Delta \mid \forall y, (x, y) \in R \rightarrow y \in C\} \text{ (comme } \mathcal{FL}^- \text{)}\end{aligned}$$

- Penser aux  $\sqsubseteq$  dans la TBox

### 6.3 Interprétation

- On a un graph avec des flèches qui représente les appartenances aux rôles  $(x, y) \in R$  avec  $x$  monde de départ et  $y$  monde d'arrivé.
- Les appartenances au concept sont les attribues des mondes.
- Lister les mondes appartenant aux rôles → Peut aider a appliquer la définition du  $\forall, \exists$
- $\exists s. \neg A$  se lit "Tous les mondes qui ont une flèche  $s$  qui pointe vers un monde qui vérifie  $\neg A$  "

### 6.4 Méthode des tableaux

TD4 mais pas beaucoup de correction

- On veux prouver  $\phi$  un truc vrais ou faux
- On part d'une TBox acyclique + tout sous forme normale négative : Développer les  $\neg$
- Puis notre première case du tableau contient  $Tbox \sqcap ABox \sqcap \phi$  avec  $\phi$  sous FNN et **avec les définitions remplacé!** OU avec  $\neg\phi$  il faut aller vers la contradiction
- Then on cherche à appliquer les bonnes règles pour arriver rapidement à notre objectif.
- On peut traduire les  $A \sqsubseteq B$  par  $i : A \sqcap B$

## 7 Logique Modale

- On développe les formule  $\Box, \Diamond$  comme un arbre en explorant les possibilités.
- On peut donner des contres exemples.
- Règle de necessitation :  $M \models \phi \equiv M \models \Box\phi$
- Penser que parfois les flèches de récursion ne sont pas dessinée
- $!/\backslash$ . Au implication, parfois une traduction en vaut la peine  $a \rightarrow b$  toujours vrais pour les mondes où  $a$  est faux  $\rightarrow$  vérifier surtout les mondes où  $a$  est vrais
- **s'entraîner vite fait fin exo 1 TD5**
- Penser au démo par l'absurde pour les trucs cons (TD5, fin exo3)
- Loi de Morgan
  - $\Diamond\phi \equiv \neg\Box\neg\phi$
  - $\Box\phi \equiv \neg\Diamond\neg\phi$

Liste des axiomes logique épistémique S5 :

- T : Réflexivité des mondes  $\forall w : (w, w) \in R : \Box\phi \rightarrow \phi$
- D : Sérialité des mondes = aucun monde seul  $\forall w, \exists w' : (w, w') \in R : \Box\phi \rightarrow \Diamond\phi$
- 4 : Transitivité : classiquement en math :  $\forall x, y, z \in E \quad (x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}z) \Rightarrow x\mathcal{R}z$ . bah pareil avec les mondes : si je sais phi je sais que je sais phi :  $\Box\phi \rightarrow \Box\Box\phi$
- 5 : Euclidienne :  $\Diamond\phi \rightarrow \Box\Diamond\phi$  Ca implique qu'il existe un lien entre chaque monde presque :  $\forall w, w', w'', (w, w') \in R, (w', w'') \in R \rightarrow (w, w'') \in R$ . D'après le prof c'est l'introspection négative : je sais ce que je ne sais pas.
- B : Symétrie des flèches :  $\phi \rightarrow \Box\Diamond\phi$  Implique qu'il existe toujours le chemin retour :  $\forall w, w', (w, w') \in R \rightarrow (w', w) \in R$

### 7.1 Logique épistémique

- $M, w_1 \models K_i p \equiv M, w_1 \models \Box_i p$  en utilisant les flèches indicées  $i$
- Croire possible  $p \equiv B_i p \equiv \Diamond_i p \equiv \neg\Box_i\neg p \equiv \neg K_i\neg p$
- Savoir si  $p : K^{si} p \equiv Kp \vee K\neg p$  Bien le traduire lui, il est piège
- Savoir lequel parmi  $a, b, c \equiv Ka \vee Kv \vee Kc$

## 8 Connaissance commune et distribué

**Définition 8.1.** Connaissance commune : tout le monde sait que tout le monde sait

JE ME SOUVIENS DE RIEN

## 9 Intervale de Allen

On a 13 relations possible entre les noeuds, par défaut un noeud a toutes les relations.

L'ordre est toujours important, si on veut prendre l'inverse on met des  $x^t$  partout

Savoir faire un graph temporel :

**Définition 9.1.** On a une pile de chose à faire. On doit propager toutes les relations du graph.

- Prendre une relation  $R_{i,j}$  dans la pile de chose à faire.
- Pour tout noeud  $k$  faire :
  - $ik = ik \cap ij \circ jk$
  - $kj = kj \cap ki \circ ij$
- Si  $\emptyset \rightarrow$  contradiction
- Si changement d'une relation, ajouter cette relation dans la pile de chose a faire!

Logique réifié de Allen = juste de la logique comme d'hab avec des intervalles de Allen. On peut faire des résolutions dedans c'est plus pratique que la propagation pour prouver des contradictions.

## 10 Réseau de pétri