Ficher LRC à partir des TD

Charles Vin

M1-S1 2022

1 Formule

- F **insatisfiable** $\Leftrightarrow \neg F$ **valide**
- F satisfiable $\Leftrightarrow \neg F$ non valide
- $\neg F$ satisfiable $\Leftrightarrow F$ non valide
- F valide $\Leftrightarrow \neg F$ insatisfiable
- $A \to B \equiv \neg A \vee B$
- On développe $\vee$ comme un $+$ et $\wedge$ comme un $\times$

2 Méthode des tableaux

- S'entrainer ! TME1, exo 2
- Règle α = règles conjonctive, β règles disjonctive = On sépare en deux branches
- On s'arrete lorsque full atome dans la boite
- Feuille fermé $\Leftrightarrow$ contradiction entre atome,
- Feuille ouverte = une solution, ce qui n'est pas précisé dans la feuille est supposé vrais
- **Si toute les feuilles de l'arbre sont fermées alors F unsat $\Leftrightarrow$ Une feuille ouverte $\to$ F satisfiable**

3 Système de Hilbert

3.1 Preuve dans Hilbert

- S'entrainer ! TME1, exo3-4
- On a : 3 axiomes + Modus Ponens
- Théorème de la déduction : $A_1, \ldots, A_n \models B \Leftrightarrow A_1, \ldots, A_{n-1} \models A_n \to B$

3.2 Traduction d'énoncé en Hilbert

- Les $\exists$ n'aime pas les $\to$ à cause de $A \to B \equiv \neg A \vee B$

4 Logique du première ordre

- Définition d'un modèle : fonction($|M| \to |M|$) + prédicat ($|M| \to$ vrais/faux)

4.1 Preuve par résolution

- On ne peut simplifier qu'un truc à la fois :
$$\frac{\neg a \vee b \vee c \qquad a \vee \neg b \vee c}{b \vee \neg b \vee c}.$$
- Mieux de le faire en version Hilbert, permet de réutiliser les lignes plutôt que de les réécrire.
$$R_1 : R(c,d) \qquad [Res(C_2, C_4); \{Y \backslash d\}]$$
- **A refaire au moins une fois**

4.2 Unification

— Classiquement, on cherche $F_2 = \sigma(F_1)$ avec σ un ensemble de substitution.
— Utiliser des $X\prime$ pour pas se tromper
— **A refaire au moins une fois**

4.3 Transformation de formule en clause

Définition d'une clause :
— Pas de $\exists$
— Pas de $\wedge$
— Pas de $\forall$ implicite

1. Mettre les quantificateurs au début :

$$F_3 : \forall x, \forall y (R(x,y) \rightarrow \exists z (R(x,z) \wedge R(z,y))).$$

Deviens

$$F_3 : \forall x, \forall y, \exists z (\neg R(x,y) R(x,z) \wedge R(z,y)).$$

2. Skolenisation : supprimer les $\exists$ en inventant des constante.

$$F_1 = \forall X, \exists Y, R(X,Y)$$
$$F_2 = \exists X, \forall Y, R(X,Y)$$
$$F_3 = \forall x, \forall y, \exists z (\neg R(x,y) R(x,z) \wedge R(z,y))$$

Devient

$$F_1 = \forall X, R(X, f(X)) F_2 \qquad = \forall Y, R(x_0, Y) F_3 = \begin{cases} \neg R(X,Y) \vee R(X, g(X,Y)) \\ \neg R(X,Y) \vee R(g(X,Y), Y) \end{cases}$$

5 Graph conceptuel

5.1 Représentation des connaissances

— "Rocher : #" = "Le" rocher
— Bien choisir les relation dans les cercles

5.2 Joiture et généralisation

— Jointure maximale : Est-ce que les deux phrases représente la même chose $\rightarrow$ Fusion ; / !\au contradiction
— Généralisation : Généralisation de ce qu'on dit, vrais pour les deux. On vas au plus générale qui rend vrais les deux
— Subsumption : Un graph en subsume un autre si il est plus général

6 Logique de description

6.1 $\mathcal{FL}^-$

— **S'entrainer pas compris** TD3
— TBox : Concept atomique $C \equiv D$, $C \subseteq D \Leftrightarrow \forall x, C(x) \rightarrow D(x)$
— ABox : $a : C, < a, b >: Role$
— Grammaire : pas de variable lol

6.2 $\mathcal{ALC}$

- **S'entrainer RIEN RIEN compris** TD3
- Same de $\mathcal{FL}^-$ plus :
- $\exists R.C$ toujours role + concept atomique
- $\neg, \bot, \top$ autorisé $\rightarrow$ Pratique

6.3 Interprétation

- On a un graph avec des flèches au sens important.
- On regarde toujours les mondes de départ des flèches
- $\exists s.\neg A$ se lit "Tous les mondes qui ont une flèche s qui pointe vers un monde qui vérifie $\neg A$ "

6.4 Méthode des tableaux

TD4 mais pas beaucoup de correction
- On veux prouver ϕ un truc vrais ou faux
- On part d'une TBox acyclique
- Puis notre première case du tableau contient $Tbox \sqcap ABox \sqcap \phi$
- Then on cherche à appliquer les bonnes règles pour arriver rapidement à notre objectif.

7 Logique épistémique

- On développe les formule $\Box\Diamond$ comme un arbre en explorant les possibilités.
- Penser que parfois les flèches de récursion ne sont pas dessiner
- /!\au implication, parfois une traduction en vaut la penne + $a \rightarrow b$ toujours vrais pour les mondes où a est faux $\rightarrow$ vérifier surtout les mondes où a est vrais
- **s'entraîner vite fait fin exo 1 TD5**
- Penser au démo par l'absurde pour les trucs cons (TD5, fin exo3)
- Savoir si p : $K_p^{Si} \equiv Kp \vee K\neg p$
- Savoir lequel parmi $a, b, c \equiv K_a \vee K_b \vee K_c$
- Loi de Morgan
  - $\Diamond\phi \equiv \neg\Box\neg\phi$
  - $\Box\phi \equiv \neg\Diamond\neg\phi$

Liste des axiomes logique épistémique S5 :
- T : Réflexivité des mondes $\forall w : (w, w) \in R$: $\Box\phi \rightarrow \phi$
- D : Sérialité des mondes = aucun monde seul $\forall w, \exists w' : (w, w') \in R$: $\Box\phi \rightarrow \Diamond\phi$
- 4 : Transitivité : classiquement en math : $\forall x, y, z \in E \quad (x\mathcal{R}y \wedge y\mathcal{R}z) \Rightarrow x\mathcal{R}z$. bah pareil avec les mondes : si je sais phi je sais que je sais phi : $\Box\phi \rightarrow \Box\Box\phi$
- 5 : Euclidienne : $\Diamond\phi \rightarrow \Box\Diamond\phi$ Ca implique qu'il existe un lien entre chaque monde presque : $\forall w, w', w'', (w, w') \in R, (w', w'') \in R \rightarrow (w', w'') \in R$. D'après le prof c'est l'introspection negative : je sais ce que je ne sais pas.
- B : Symétrie des flèches : $\phi \rightarrow \Box\Diamond\phi$ Implique qu'il existe toujours le chemin retour : $\forall w, w', (w, w') \in R \rightarrow (w', w) \in R$

Reste le TD6 à ficher