

Intervalles de Allen

Problème (annales ER2 2021)

On considère la situation suivante :

Alors qu'il est chez lui, Jean reçoit une notification d'envoi d'un colis. Il reste alors chez lui jusqu'à finalement recevoir une notification de non-livraison pour cause d'absence. Peut-on en déduire que le livreur n'a pas vérifié qu'il était présent lors de sa tournée ?

Exercice 1 – Graphe temporel

On considère trois intervalles de Allen t_E , t_H et t_A correspondant respectivement à la notification d'envoi de colis, une période où Jean est chez lui et la notification d'abandon de livraison.

On donne les relations suivantes entre ces intervalles

- $C_1 : t_E\{d\}t_H$. La notification d'envoi s'est déroulée entièrement pendant la période où Jean était à domicile.
- $C_2 : t_H\{e^t\}t_A$. La période considérée où Jean est chez lui se termine par la réception de la notification d'abandon de livraison.

1. Construire le graphe temporel complet entre t_E , t_H et t_A .

On considère maintenant un intervalle de Allen supplémentaire t_L correspondant au passage du livreur tel que

- $C_3 : t_E\{<\}t_L$.
- $C_4 : t_L\{<\}t_A$.

La propagation de C_3 est donnée (il n'est pas demandé de la refaire) : elle a pour seul effet de mettre à jour la contrainte entre t_H et t_L en $t_H\{<, m, o, e^t, d^t\}t_L$.

2. Propager la contrainte C_4 entièrement en détaillant toutes les étapes pour les arcs étiquetés par plusieurs relations (le graphe n'est pas contradictoire aussi les arcs comportant une seule relation ne sont pas modifiés lors de ces mises à jour).

Cette propagation doit notamment aboutir à dériver la contrainte $t_L\{d\}t_H$ que l'on nomme C_5 .

3. Donner le graphe temporel final complet et proposer une représentation graphique sur un axe temporel de ces 4 intervalles.

Exercice 2 – Logique réifiée de Allen

On formalise la situation de non-livraison de l'exercice précédent en logique réifiée de Allen avec les éléments suivants :

- Les constantes sont j représentant Jean, c qui représente le colis ainsi que les constantes d'intervalles de temps t_E , t_H et t_A de l'exercice précédent (et d'autres qui seront obtenues par skolemisation).
- Les fluents sont de la forme $atHome(P)$ où P est une personne
- Les événements possibles sont :
 - $nEnv(C, D)$: notification d'envoi du colis C au destinataire D
 - $nAb(C, D)$: notification d'abandon de livraison du colis C pour cause d'absence de son destinataire D .

On lie les constantes d'intervalles de temps à la situation par les trois faits suivants et on donne aussi factuellement les deux premières contraintes temporelles de l'exercice précédent :

- $F_1 : OCCURS(nEnv(c, j), t_E)$
- $F_2 : OCCURS(nAb(c, j), t_A)$
- $F_3 : HOLDS(atHome(j), t_H)$
- $F_4 : t_E\{d\}t_H$
- $F_5 : t_H\{e^t\}t_A$

La société de livraison est censée garantir la règle R exprimée par la formule suivante

$$R : \forall C. \forall D. \forall T. \forall T'. ((OCCURS(nEnv(C, D), T) \wedge OCCURS(nAb(C, D), T')) \\ \rightarrow \exists T''. ((T \{<\} T'') \wedge (T'' \{<\} T') \wedge \neg HOLDS(atHome(D), T'')))$$

1. Expliquer (en langage naturel) le sens de la règle R .
2. Il s'agit ici de transformer (R) pour faciliter le raisonnement :
 - (a) Instancier la règle (R) pour la substitution $\sigma = \{C \leftarrow c, D \leftarrow j, T \leftarrow t_E, T' \leftarrow t_A\}$
 - (b) Skolemiser la formule obtenue (en utilisant comme constante de skolem pour T'' la constante t_L - non encore utilisée dans cet exercice)
 - (c) Mettre sous forme clausale la règle obtenue (qui ne comporte plus aucune variable). On doit obtenir trois clauses que l'on nommera F_6 , F_7 et F_8 .

Note : On peut considérer que l'on a prouvé $R \vdash F_6, F_7, F_8$.

3. On considère de plus les formules

- $F_9 : \neg HOLDS(atHome(j), t_L)$
- $F_{10} : t_E \{<\} t_L$
- $F_{11} : t_L \{<\} t_A$

Montrer par résolution que $F_1, F_2, F_6, F_7, F_8 \vdash F_9$.

On admet que l'on peut prouver de façon similaire (preuve non demandée) $F_1, F_2, F_6, F_7, F_8 \vdash F_{10}$ et $F_1, F_2, F_6, F_7, F_8 \vdash F_{11}$.

L'exercice précédent a permis de prouver que lorsqu'on avait les contraintes C_1 , C_2 , C_3 et C_4 , on obtenait la contrainte C_5 . Comme ces contraintes correspondent à F_4 , F_5 , F_{10} , F_{11} , en posant $F_{12} : t_L \{d\} t_H$, on considère donc avoir établi : $F_4, F_5, F_{10}, F_{11} \vdash F_{12}$.

On donne maintenant une forme clausale simplifiée de l'axiome d'incidence temporel (H1) de la logique réifiée de Allen :

$$Ax_1 : \neg HOLDS(F, T) \vee \neg IN(T', T) \vee HOLDS(F, T')$$

$$\text{avec : } Ax_2 : \neg(T_1 \{d\} T_2) \vee IN(T_1, T_2)$$

4. Montrer par résolution que $F_3, F_{12}, Ax_1, Ax_2 \vdash HOLDS(atHome(j), t_L)$.
5. Indiquer comment les questions précédentes permettent de prouver que la règle (R) n'est pas respectée dans la situation décrite (représentée par F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 , sachant que Ax_1, Ax_2 sont toujours supposé vrais).

Entraînement

Exercice 3 – Représentation et composition simple

On considère les 3 intervalles de Allen suivants, correspondant à différents phénomènes temporels :

- C : intervalle où le conducteur enclenche la clé
- T : intervalle durant lequel le moteur tourne
- R : intervalle durant lequel la voiture roule

1. Représenter les contraintes entre intervalles d'Allen qui traduisent
 - (a) Le conducteur enclenche la clé jusqu'à ce que le moteur tourne
 - (b) On ne peut rouler que pendant que le moteur tourne
2. Incidence temporelle. En utilisant l'évènement **EnclencherClef** et les fluents **roule(Voiture)** et **tourne(moteur)**, exprimer en logique réifiée de Allen la situation.
3. Comment exprime-t-on les phrases (a) et (b) en logique réifiée de Allen de façon générale (i.e. sans utiliser les constantes C, T, R). Ces formules suffisent-elles à retrouver les faits énoncés précédemment ?
4. A l'aide de la composition de relations, en déduire les contraintes entre C et R.

Exercice 4 – Graphe temporel

On souhaite représenter l'énoncé suivant avec un graphe temporel :

“Alfred lisait son journal tout en prenant son petit-déjeuner. Il acheva sa tasse de café et posa son journal. Après le petit-déjeuner, il partit se promener”

1. On considère les 4 intervalles de temps I_e associés aux 4 événements suivants :

- $OCCURS(Lit(Alfred, journal), I_J)$: Alfred lit son journal
- $OCCURS(PetitDejeuner(Alfred), I_D)$: Alfred prend son petit déjeuner
- $OCCURS(Boit(Alfred, cafe), I_C)$: Alfred boit son café
- $OCCURS(SePromene(Alfred), I_P)$: Alfred se promène

Exprimer les contraintes entre I_J et I_D exprimées dans la première phrase, entre I_J et I_C exprimées dans la deuxième et entre I_D et I_P exprimées dans la troisième.

2. En utilisant de plus le fait que boire le café est une étape du petit-déjeuner, représenter toutes les relations dans un graphe temporel et montrer comment les contraintes se propagent.