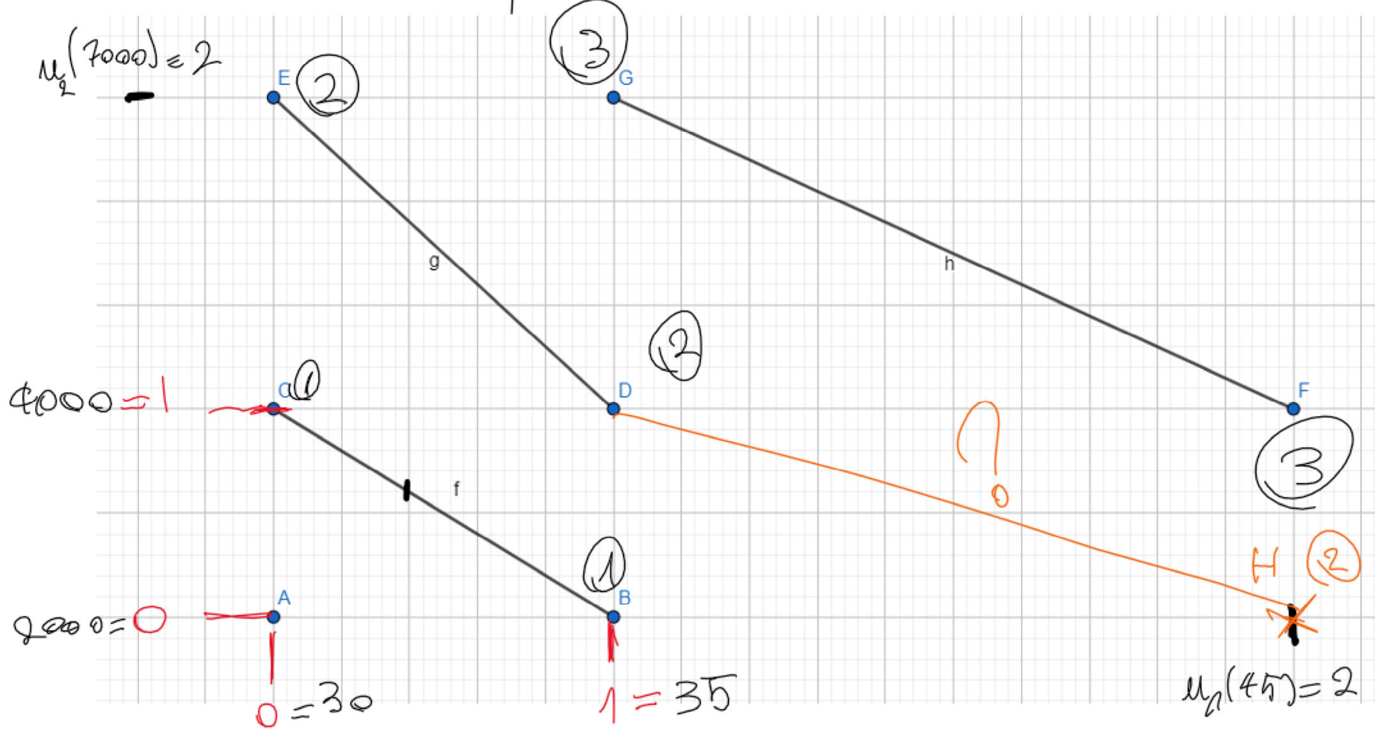
CheatSheet

TD7 : élicitation d'utilité additive

- Dessiner les points, relier ceux équivalent
- En donnant des valeurs arbitraires en abscisse
  - Pour le point (0, 0), la situation actuelle

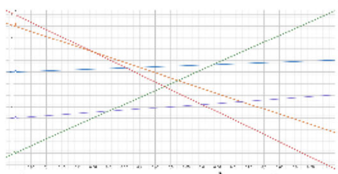
  → propagation, équation → Trouver la valeur utilité des autres points



- Test utilité additive :
  - Trouver un point avec la même utilité qui n'a pas été testé

- Penser au passage du log $\quad V\binom{x}{y} = (x+\gamma)^{\lambda}(y+\delta)$
- Gros système avec les log pour trouver γ, λ et δ

Max Regret :



$$u_m(x) = m\,V_1(x) + (1-m)\,V_2(x) = m\left(V_1(x) - V_2(x)\right) + V_2(x)$$

$u_\mu(x) = \mu v_1(x) + (1-\mu) v_2(x) = \mu(v_1(x) - v_2(x)) + v_2(x)$

$$MR(x, y, \mathcal{U}) = \max_{u_\mu \in \mathcal{U}} u_\mu(y) - u_\mu(x)$$

Tableau $x \backslash y$ ... $MR(x, y)$ | Regret max possible en choisissant x à la place de y

$$MR(x, \mathcal{U}) = \max_{y \in X} MR(x, y, \mathcal{U})$$

Le max de chaque ligne du tableau precedent

= Le regret max en choisissant x

$$x^*_\mathcal{U} = \operatorname{argmin}_{x \in X} MR(x, \mathcal{U})$$

alternative qui min le regret max

$y^* = \operatorname{argmax}_{y \in Y} MR(x^*, y, \mathcal{U})$ son pire ennemie

→ IF $x^* \succsim y^*$:

on avait raison

ELSE :

restreindre le graph à la partie où $x^* \succsim y^*$ est vrais

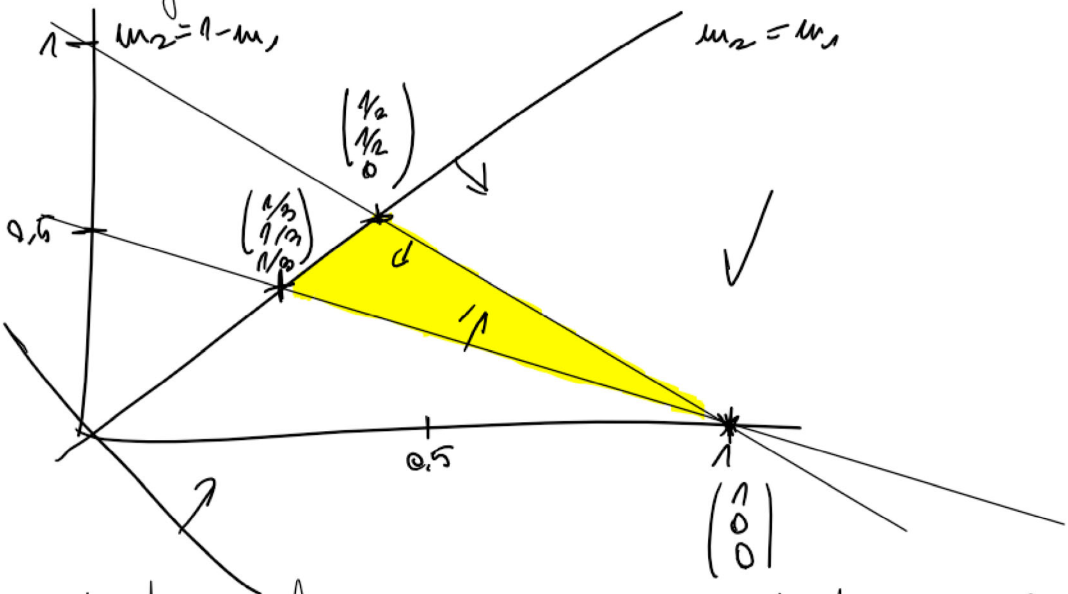
Refaire l'analyse min max regret dans cette restriction

Scaling de la methode : $\mathbb{R}^3$

- Réécrire toute les contrainte ($x^2 \succsim x^3, \dots$)

en fonction de $x^2 = \alpha x + b$

- Réécrire toute les contreinte ($x^c \geq x', \ldots$)
en fonction de $x^2 = a x_1 + b$



- Reduction des x en ne gardant que les dominant
- Valeur de chaque point à chacun des Sommets
- Determiner le regret maximum entre deux point pour chaque sommet

	S_1	S_2	S_3
1	3	2.5	2
3	2	2	2
5	2	1,5	2
7	4	2,5	2

$\longrightarrow MR(x, y, U)$

	1	3	5	7
1	0	3	5	1
3	1	0	0	2
5	1	0	0	2
7	0	0	0	0

TD8 : Theorie des jeux

- Equilibre de Nash forme normal : "Si je choisi X alors je choisi Y"
- Strategie strictement dominante :
  - Prendre les vecteur de chaque strat. ⚠ prendre le bon joueur
- Equilibre itéré :
  - Prendre strat. meilleur qu'un autre et supprimer la ligne du tableau → boucle ⇒ Equilibre Nash
- Si strict dominer tjr. ⇒ resultat invariant de l'ordre
- ⚠ Simplifier les jeux en visant les strat. strict. dom

- Si strict dominer tjr. ⟹ résultat invariant de l'ordre
- ⚠ Simplifier les jeux en virant les strat stric. domi

Jeux de Somme nulle (cout symétrique, 1 chiffre)

- Maxi Min : maximiser le gain min du J_1
- Mini Max $\le$(thm) : minimiser la perte max du J_2

	1	2	maxi min	min max
1	3	−1	−1	3
2	1	4	1	4

mixte : Valeur de jeu

$$\max_{p \in P} \min_{q \in Q} pGq = \min_q \max_p pGq$$

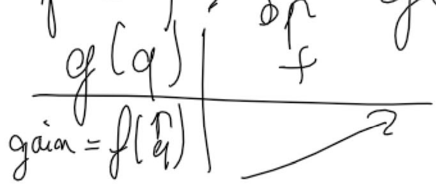
- Elimination de Fourier
  - $x_n \ge A_j$, $x_n \le B_j$, ϕ pour là où x_n n'apparait pas

↳ Nouveau système : $\forall i,j \quad A_i \le B_j$ + Vérifier les solution

Equilibre de Nash en stratégie mixte

- « Si J_2 a q_1 alors J_1 fait ça pour max ses gains »
- $f\binom{p}{q} = E$ gain $= pGq$, $\frac{\partial f}{\partial p} = g(q)$

Si $g(q) > 0$



Sinon

- Same pour J_2
- Nash = frontière entre les deux, si boucle
- ⚠ Deuxième méthode en dessous
- Jeu Symétrique : matrice G antisymétrique : $g_{ij} = -g_{ji}$
  - Strat opti $\begin{cases} Gq \le 0 \\ \sum q_i = 1 \end{cases}$ $p = q^T$
  - Valeur de jeux $= 0$

TD 9 : Arbre de jeux

- remonte arrière si pas d'ensemble d'info (sinon forme normal)
- Stratégie := prédiction en avance, « Si J_2 fait x alors y »

- Stratégie := prédiction en avance "Si J_2 fait" x alors y sinon z" = Des Tuples
- Forme normal : Tableau stratégie des deux joueurs | ⚠ retirer strat. strict. dom.
- Équilibre de Nash parfait en sous jeu
  → Celui par induction arrière
  1) Construire tous les sous jeux = { noeuds autre que racine | Pas ensemble d'information
  2) Faire forme normal + nash
  3) Vérifier ∃ compatibilité avec Nash global
- Ensemble d'information :
  - Même joueur, même nombre de branche/décision pareille
  - "J_i ne distingue pas ces deux noeud, il ne sais pas où il est"
- Nash mixte jeu évolutionnaire

	F	C	p
F	0	0	0
C	0	0	0
p	0	0	0

- $p = \alpha F + (1-\alpha) C = \alpha \binom{\cdot}{\cdot} + (1-\alpha)\binom{\cdot}{\cdot}$
- Nash ssi $\begin{cases} \cdot < \cdot \\ \cdot < \cdot \end{cases}$
- Stratégie Évolutionnairement Stable (SES)
  - d'après avoir fixé α pour Nash
  - $q = \beta F + (1-\beta) C$

	F	C	p	q
F	0	0	0	0
C	0	0	0	0
p	f	c	0	$x = \beta f + (1-\beta) c$
q	0	0	x^T	0

⟹

	p	q
p	$g(p,p)$	$g(q,p)$
q	$g(p,q)$	$g(q,q)$

⟹ Thm du cours

$g(\cdot,\cdot)$ = première valeur du vecteur $\in \mathbb{R}^2$

Thm du cours :
- $g(p,p) > g(q,p)$ OU $\begin{cases} g(p,p) = g(q,p) \\ g(p,q) > g(q,p) \end{cases}$

Valeur de Shapley

- Coeur du jeu : $\forall S \subseteq N, \sum_{i \in S} x(i) \geq V(S)$ et $\sum_{i \in N} x(i) = V(N)$
- Shapley $x(i) = \sum_{S \subseteq N} \frac{(|S|-1)!\,(n-s)!}{n!} [V(S) - V(S \setminus \{i\})]$

- Shapley $x(i) = \sum_{S \subseteq N} \frac{(|S|-1)!(n-s)!}{n!} [V(S) - V(S \setminus \{i\})]$

 9 coef $V(S)$ $V(S\setminus\{1\})$ $V(S\setminus\{2\})$ ...

 $\mathcal{P}(S)$

Σ = Valeur de Shap

- Si jeu convexe $\forall S,T \in \mathcal{P}(N)$ $V(S \cup T) + V(S \cap T) \geq V(S) + V(T)$
 alors Shap $\in$ Cœur du jeu

TD6 : Utilité additive

- C_m : $\forall \begin{pmatrix} x^1 \\ \vdots \\ x^m \end{pmatrix} \in X^m$, $\forall \begin{pmatrix} y^1 \\ \vdots \\ y^m \end{pmatrix}$ permutation de $\begin{pmatrix} x^1 \\ \vdots \\ x^m \end{pmatrix}$,
 $\forall j \in [\![1, m]\!]$, $x^j \succsim y^j \Rightarrow$ not $(x^m \succ y^m)$
- $C_3 \Rightarrow$ Transitive | Supposons C_3, Soit a, b, c tq $a \succsim b$, $b \succsim c$, soit $r = b$, $s = c$, $r = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$, $s = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$, $t = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} = u$ | $a \succsim b$, $b \succsim c \Rightarrow \begin{cases} b \succsim s \\ a \succsim r \end{cases}$
 $\overset{C_3}{\Rightarrow} t \succsim c \Rightarrow a \succsim c$ ∎
- $C_{m+1} \Rightarrow C_m$
- $C_2 \Rightarrow \succsim$ vérifie l'indépendance
- EVOI = Espérance Value of Info
 $= P(q)\, U(\text{meilleure réponse si } q)$
 $+ P(\overline{q})\, U(\text{meilleure réponse si } \overline{q})$
- Complète + C_m $(m \geq 2) \Rightarrow$ Représentable par une utilité additive
- Thomsen :

$$\left.\begin{array}{l} \overset{A}{\begin{pmatrix} x_1 \\ y_2 \end{pmatrix}} \sim \overset{B}{\begin{pmatrix} y_1 \\ x_2 \end{pmatrix}} \\ \begin{pmatrix} z_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} x_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \end{array}\right\} \Rightarrow \underset{E}{\begin{pmatrix} z_1 \\ y_2 \end{pmatrix}} \sim \underset{F}{\begin{pmatrix} y_1 \\ z_2 \end{pmatrix}}$$