

4I803

Cours 3 et 4

Opérateurs relationnels

Implémentation et coût

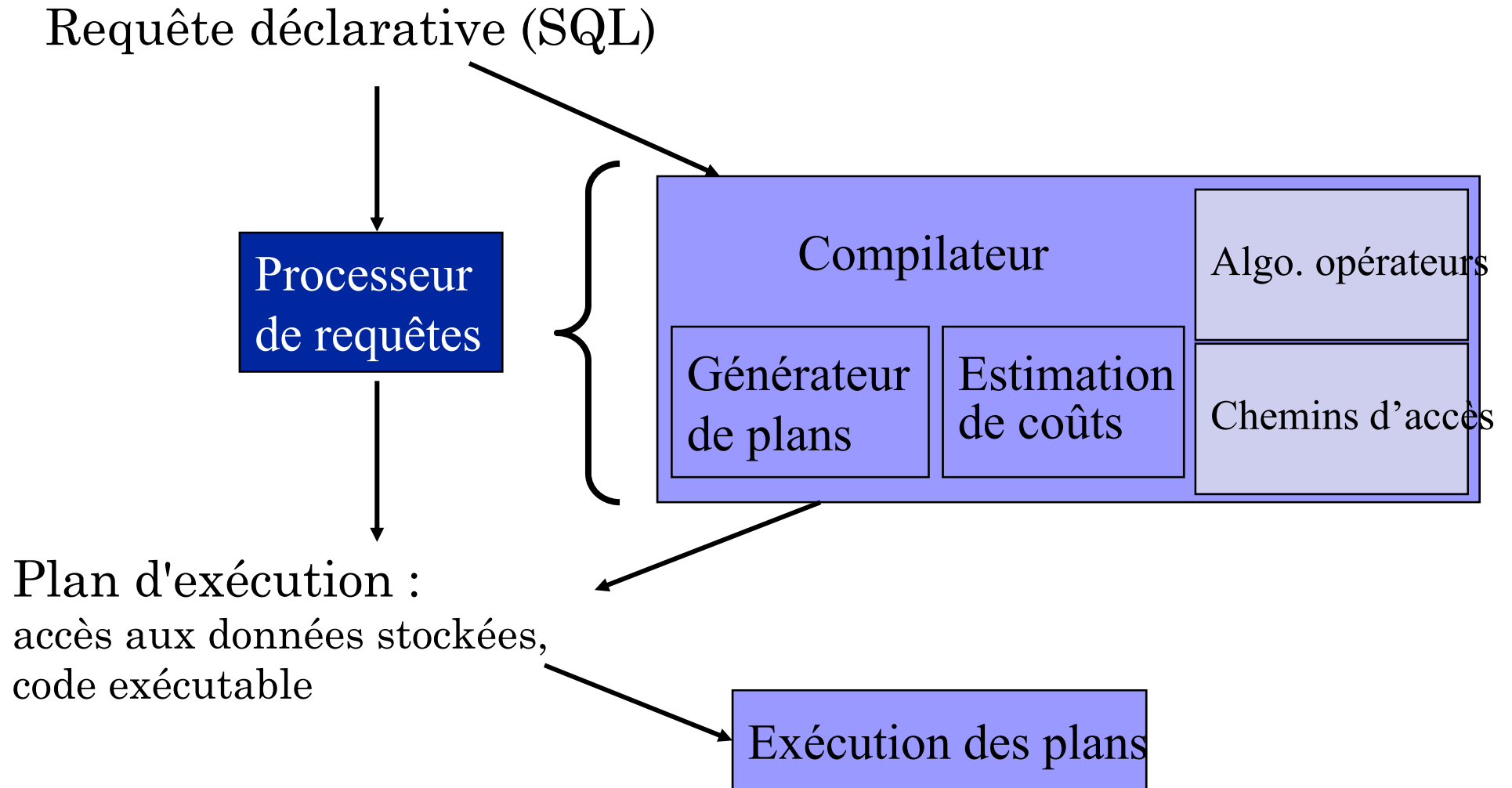
7 février 2023

Connaitre les diapos marquées d'une étoile 

Plan

- Rappel et Objectif
- Notion de pipeline
- Tri
- Sélection
- Projection
- Jointure
- Autres

Traitement des requêtes (rappel)



Objectif

- Comprendre les **algorithmes** qui évaluent les opérateurs relationnels
- Quantifier les accès aux données nécessaire pour évaluer une opération
 - Unité de mesure : la page
 - Les opérations principales sont :
 - sélection, projection, jointure, tri, ...
- Disposer d'un modèle (i.e., des formules) pour déterminer le **coût** d'une opération en termes d'accès aux données
- Hypothèses : coût **E/S** >> coût **CPU**
 - **Lire** un nuplet à partir d'une **page de données stockée** sur disque dure beaucoup plus longtemps que de **calculer** un nuplet à partir de **données déjà en mémoire**.



Implémentation des opérateurs

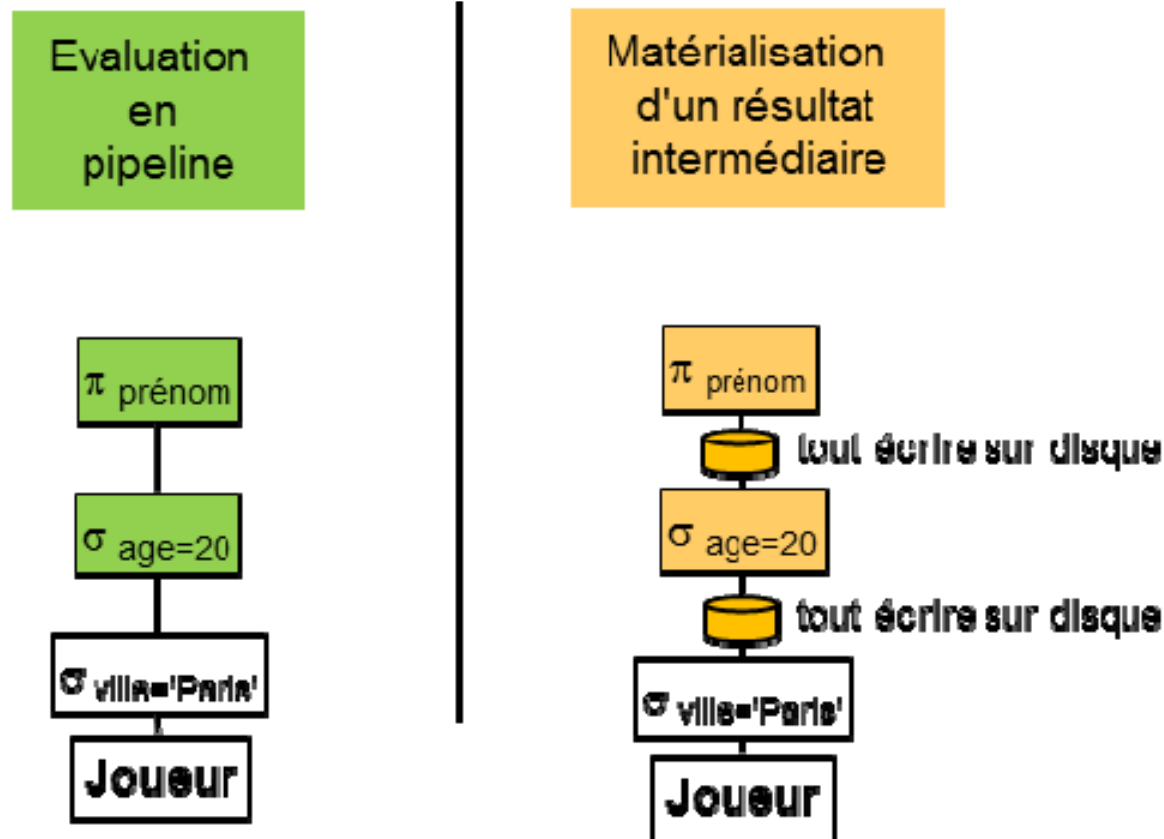
- Il existe plusieurs algorithmes *physiques* possibles pour un opérateur *logique*
 - comprendre les différentes variantes
- Détailler les **étapes** de l'algorithme physique
- Faire la distinction entre
 - Etape impliquant un accès aux données
 - Etape sans accès aux données



Evaluation en pipeline d'une opération

- Une opération est évaluée en **pipeline**
 - Si elle est évaluée **sans** lire aucune donnée stockée dans la base
 - Chaque opérande (données en entrée) doit être le résultat d'une autre opération
 - Opérande \neq table
 - Opérande **non** matérialisée : jamais écrite temporairement sur disque avant d'évaluer l'opération
 - On « consomme » les opérandes pour « produire » la sortie progressivement
- **Pipeline = traitement à la volée**
- Avantage : moins coûteux car pas de matérialisation

Pipeline vs. matérialisation



- Rmq: pas de pipeline pour la première sélection car accès aux données stockées.



Opération unaire évaluée en pipeline

- Une opération unaire a une opérande e
 - Exples : $\sigma_{prédicat}(e)$ $\pi_{attributs}(e)$
- Si l'opérande e est une **expression composée** d'au moins une opération, c-à-d, si $e \neq \text{table}$ alors
 - $\text{coût}(\sigma_{prédicat}(e)) = \text{coût}(e)$
 - $\text{coût}(\pi_{attributs}(e)) = \text{coût}(e)$



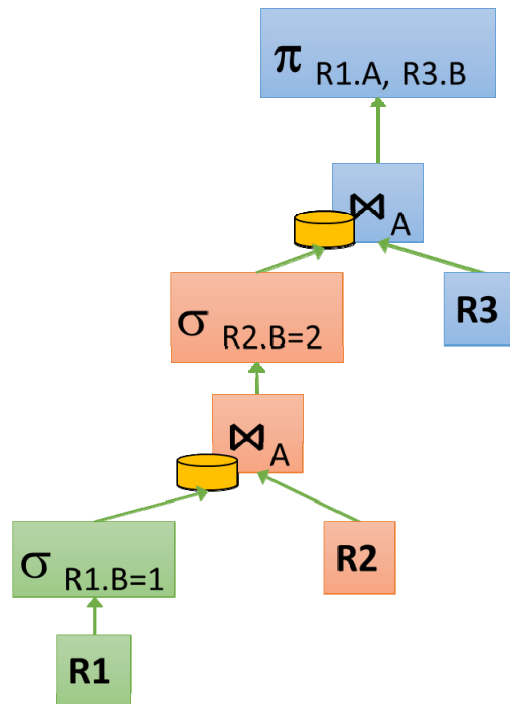
Opération binaire évaluée en pipeline

- Deux branches en pipeline
 - Union avec doublons
 - opération non relationnelle: UNION ALL en SQL
 - Fusion de listes déjà triées
- Une branche en pipeline
 - Jointure entre une "petite" et une "grande" relation
- Coût d'une opération *n-aire* en pipeline
 - = somme du coût de ses opérandes



Opération binaire évaluée en pipeline

Arbre linéaire à gauche :



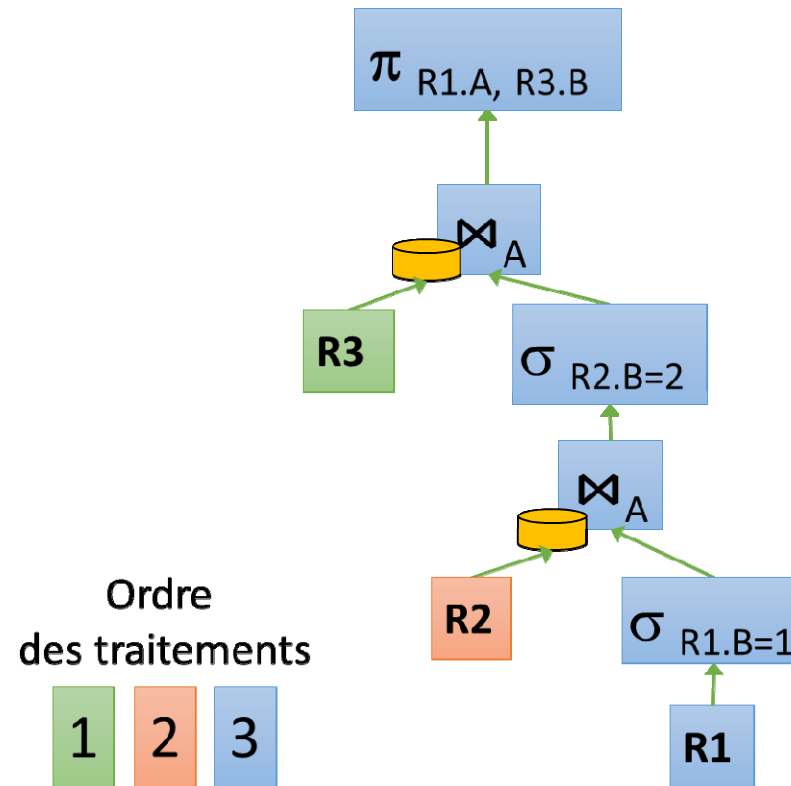
Ordre
des traitements



- "Flux" de nuplets "remontant" sur une branche
 - 3 branches : verte, rouge, bleue

Opération binaire évaluée en pipeline

Arbre linéaire à droite :



Evaluation itérative en pipeline

- Une opération en pipeline est **itérative**
 - Parcours itératif des nuplets de l'opérande pour calculer, un par un, les nuplets du résultat.
 - Le 1^{er} nuplet du résultat dépend seulement des m premiers éléments de l'opérande
 - Le 2^{ème} nuplet du résultat dépend seulement des n éléments suivants de l'opérande
 - ... ainsi de suite jusqu'au dernier nuplet du résultat
- **Avantage :**
 - Chaque opérateur produit son résultat à la demande de son père
 - **Contrôle** du flux des nuplets intermédiaires



Implémentation des opérateurs

- Modèle d'Itérateur
 - Interface commune à tous les opérateurs :
 - méthodes open(), nextTuple(), close()
 - nextTuple() invoque récursivement nextTuple() des opérandes
 - Permet une implémentation en pipeline ou avec matérialisation
 - Avantages :
 - Facilite l'exécution d'un plan : le plan est lui-même un itérateur
 - Permet de calculer progressivement le résultat de manière interactive
 - latence réduite pour produire les n premiers tuples du résultat
- Génération dynamique de code
 - Avantages :
 - optimisation tardive avec information plus récente sur les ressources disponibles (mémoire)
 - pas d'appels imbriqués de méthodes nextTuple()
 - Inconvénient: temps pour compiler la requête



Implémentation des opérateurs

- Modèle Itérateur

```
[ ] class Operateur():  
    def __init__(self):  
        pass  
  
    def open(self):  
        pass  
  
    def next(self):  
        pass  
  
    def close(self):  
        pass
```

```
[ ] # TABLE ACCESS FULL  
    class ParcoursSequentiel(Operateur):
```

```
[ ] class Selection(Operateur):
```

```
[ ] class HashJoin(Operateur):
```

Requête SQL transformée en un plan

Plan = arbre composé d'objets de classe Operateur

Résultat : itérer sur l'objet racine du plan

Algorithmes des opérateurs relationnels

- Diapos suivantes
 - Parcours séquentiel
 - Sélection
 - Projection
 - Jointure
 - Tri
 - ...

Parcours séquentiel d'une table

- Requête:
 - Select * from R
- R stockée dans $page(R)$ pages du disque
 - Taille d'une page en octets : T_{page}
 - Nombre de nuplets de R dans une page :
 - $T_{page} / largeur(R)$
 - $page(R) = card(R) / (T_{page} / largeur(R))$
- Parcours séquentiel : *Table Access FULL*
 - $Coût(R) = page(R) \cdot c$
 - avec $c < 1$ si les pages à lire sont contigües (exple $c=0,27$ en TME)
 - sinon $c = 1$

Sélection : σ

- Sélection : $\sigma_{p(A)} (\dots)$
 - avec $p(A)$ est un prédicat dépendant de l'attribut A
- Si E est une expression composée
 - $\text{Coût}(\sigma_{p(A)} (E)) = \text{coût}(E)$
- Si T est une table et l'attribut A n'est pas indexé
 - $\text{Coût}(\sigma_{p(A)} (T)) = \text{page}(T)$



Sélection par index **non** plaçant: : σ_{NP}

- Soit $IdxA$ l'index non plaçant sur R.A, et $p(A)$ le prédicat de sélection

```
for rowid in IdxA.getRowIds ( p(A) ) :  
    r = R.getTuple(rowid)  
    add r in result
```

1. Traverser l'index : **getRowIds (p(A))**

- Atteindre une feuille de l'index

- $C_{index} = 0$ si l'index tient en mémoire
- Sinon $C_{index} = (\text{hauteur de l'arbre} - 1)$.

- Lire le(s) **rowid**

- **Index Unique Scan** : $C_{rowid} = 0$ (les feuilles de l'index unique contiennent des rowid)
- **Index Range Scan** : $C_{rowid} = \lceil (\text{card}(\sigma_{p(A)}(R)) / \text{card}(R)) * \text{nbre de pages contenant les rowids} \rceil$

2. Lire les tuples associés aux rowId : **getTuple (rowID)**

- Voir: Table Access By Rowid

- $\text{Coût}(\sigma_{NP\ p(A)}(R)) = C_{index} + C_{rowid} + \text{card}(\sigma_{p(A)}(R)) \cdot \text{CF} / \text{card}(R)$



CF: Clustering facteur

- On a : $\text{page}(R) < CF < \text{card}(R)$
- Indique dans quelle mesure le « rangement » des tuples dans une page dépend de l'attribut indexé
- CF est déterminé à partir d'entrées consécutives de l'index
 - Pour une plage $[v1, v2]$ de valeurs consécutives
 - Les entrées $\{ (v1, \{\text{rowid}\}), (v2, \{\text{rowid}\}) \}$ dans cette plage contiennent N rowid
 - N rowid font référence à P pages à lire
 - Nombre moyen de rowid retrouvés dans une page
$$1 < N/P < \text{nbre de tuples par page}$$
 - $CF = \text{card}(R) / (N/P)$
- CF faible =
les tuples ont été insérés avec des valeurs croissantes de l'attribut indexé
- CF élevé =
tuples ont été insérés indépendamment de la valeur de l'attribut indexé

Sélection par index plaçant : σ_P

- Soit $IdxA$ l'index plaçant sur $R.A$, et $p(A)$ le prédicat de sélection

```
for page  $P_R$  in  $IdxA.getPages(p(A))$  :  
    for tuple  $r$  in  $P_R$  :  
        add  $r$  in result
```

on suppose que tous les r de P_r satisfont $p(A)$

1. Traverser l'index pour obtenir l'adresse de la première page indexée
 - $C_{index} = 0$ l'index tient en mémoire ou pour le hachage linéaire
 - Sinon
 - $C_{index} = 1$ pour le hachage extensible
 - $C_{index} = \text{hauteur de l'arbre} - 1$ pour un arbre B+
 2. Lire les pages "pleines" de tuples du résultat = **lire une fraction de la table**
- Coût ($\sigma_{P_{p(A)}}(R)$) = $\lceil \text{page}(R) * SF(p(A)) \rceil$
 - Rappel : $SF(p(A))$ est le facteur de sélectivité du prédicat $p(A)$

Sélections complexes

- Sélections complexes sur une table contenant plusieurs prédicats
- Lorsque plusieurs attributs sont indexés séparément
 - Conjonction (AND)
 - Intersection d'adresses de nuplets (rowid)
 - Vecteur binaire puis ET logique
 - Disjonction (OR)
 - Union d'adresses de nuplets
 - Vecteur binaire puis OU logique

Projection : π

- Projection sans doublons : $\pi_{\text{Attributs}}(R)$
 - R est une relation
 - Correspond au "**Select distinct** Attributs"
 - si $\pi_{\text{Attr}}(R)$ tient en mémoire ou si R est sans doublons
 - $\text{Coût}(\pi_{\text{Attr}}(R)) = \text{coût}(R)$
 - si $\pi_{\text{Attr}}(R)$ ne tient **pas** en mémoire. Deux possibilités :
 - En triant
 - Lire R pour matérialiser R trié selon *Attributs*, puis lire R trié
 - OU en hachant
 - Lire R et la hacher sur disque, insérer uniquement si nouvelle valeur pour « Attributs » puis lire chaque paquet
- Projection SQL avec doublons : **Select Attributs**
 - Opération **non** relationnelle
 - $\text{Coût}(\text{proj}_{\text{Attr}}(R)) = \text{coût}(R)$

Jointures:

- Diapos suivantes :
- Boucles imbriquées
 - simple
 - par bloc
 - avec index
- Par hachage
- Par Tri fusion
- ...

Boucles imbriquées :

- On suppose que S est une table
 - Jointure notée $R \bowtie_{R.a=S.a} S$
 - On note r un tuple r de R, s un tuple de S
- ```
for r in R:
 for s in S:
 if r.a == s.a:
 add (r,s) in result
```
- Avantage :
    - Algo général, permet d'évaluer tout prédicat de jointure
    - Exple (théta jointure) :  $R \bowtie_{R.a > S.a} S$
  - Inconvénient :
    - Relire S pour chaque tuple de R
  - Amélioration :
    - Relire S pour chaque **partie** de R : voir diapo suivante



# Boucles imbriquées par blocs : $\bowtie$

- On suppose que  $M+2$  pages de R tiennent en mémoire
  - On peut "charger" M pages de R en mémoire
- Possibilité de **réduire** le nombre d'accès à S
  - Itération principale sur R par **blocs** de  $M$  pages
  - Puis joindre chaque nuplet de S avec le **bloc** courant
- Algo :

```
foreach Br of R do
 foreach tuple s ∈ S do
 foreach tuple r ∈ Br,
 if r.a=s.a then add <r,s> in result
```
- $\text{Coût}(R \bowtie_{A.a=B.a} S) = \text{coût}(R) + \text{page}(R)/M \cdot \text{page}(S)$

- Rmq, en TD:  $M = 1$  page

# Boucles imbriquées avec matérialisation : $\bowtie_{\text{Mat}}$

- Sert lorsque S est une sous-expression :  $S \neq \text{table}$ 
  - Matérialiser S **avant** de calculer la jointure
- Jointure notée  $R \bowtie_{\text{Mat}}^{\text{R.a=S.a}} S$ 
  - Etape préliminaire
    - Evaluer S :  $\text{coût}(S)$
    - Stocker son résultat dans  $S_{\text{Mat}}$  Coût pour écrire  $S_{\text{Mat}}$  :  $\text{page}(S)$
  - Jointure par boucles imbriquées entre R et  $S_{\text{Mat}}$

$$\text{Coût}(R \bowtie_{\text{Mat}}^{\text{R.a=S.a}} S) = \text{coût}(S) + \text{page}(S) + \text{coût}(R \bowtie_{\text{R.a=S.a}} S)$$

- Exple pour  $M=1$ 
  - $\text{Coût}(R \bowtie_{\text{Mat}}^{\text{R.a=S.a}} S) = \text{coût}(S) + \text{page}(S) + \text{coût}(R) + \text{page}(R) \cdot \text{page}(S)$



# Jointure par boucles avec index (1)

- Jointure
  - par boucles imbriquées et
  - index sur l'attribut  $a$  de  $S$ 
    - Évite de parcourir  $S$  entièrement pour chaque bloc de  $R$

$$\text{Coût}(R \bowtie_{\text{Ind } R.a=S.a} S) = \text{coût}(R) + \text{card}(R) \cdot \text{coût}(\sigma_{a=v}(S))$$

- Cas particulier de la jointure sur clé
  - si l'attribut  $a$  est une clé de  $S$ , alors  $\text{coût}(\sigma_{a=v}(S)) = 1$
- Cas général :
  - le terme  $\text{coût}(\sigma_{a=v}(S))$  dépend du type d'index
    - voir détails sur les 2 diapos suivantes



# Jointure par boucles avec index (2)

Jointure avec index **non plaçant** *IdxSa* sur *S.a*

- On suppose que l'index tient en mémoire :  $C_{\text{index}} = 0$

```
for r in R:
```

```
 for i in IdxSa.getRowIds(r.a):
```

```
 s = S.getTuple(i)
```

```
 add (r,s) in result
```

- $\text{coût}(\sigma_{a=v}(S)) = C_{\text{rowid}} + \text{card}(\sigma_{a=v}(S)) * CF / \text{card}(S)$  (cf diapo *sélection*)

- donc  $\text{coût}(R \bowtie_{\text{Ind } R.a=S.a} S) =$

$$\text{coût}(R) + \text{card}(R) \cdot [ C_{\text{rowid}} + \text{card}(\sigma_{a=v}(S)) * CF / \text{card}(S) ]$$

# Jointure par boucles avec index (3)

- Jointure avec index **plaçant** sur S.a
  - En supposant que tous les  $s$  de  $P_s$  satisfont  $s.a = p.a$   
**foreach tuple  $r \in R$  do**  
    **foreach page  $P_s \in \text{IdxSa.getPages}(r.a)$  do**  
        **foreach tuple  $s \in P_s$  do**  
            **add  $\langle r, s \rangle$  in result**
  - $\text{coût}(\sigma_{a=v}(S)) = \lceil \text{page}(S) * \text{SF}(a=v) \rceil$
  - donc  $\text{coût}(R \bowtie_{\text{Ind } R.a=S.a} S) =$   
     $\text{coût}(R) + \text{card}(R) \cdot \lceil \text{page}(S) * \text{SF}(a=v) \rceil$

# Jointure par tri puis fusion (1)

- Trier  $R$  et  $S$  sur l'attribut de jointure : **Sort(join)**
  - voir tri externe
- Fusionner les relations triées : **Merge join**
- Amélioration pour réduire le nombre de lectures et écritures
  - Laisser  $R$  triée en plusieurs morceaux sans les fusionner. Idem pour  $S$ .
  - On peut fusionner directement les 2 relations dès que le nombre de paquets restant dans les 2 relations est inférieur à  $k$ 
    - Trier  $R$  en  $P_R$  paquets, et trier  $S$  en  $P_S$  paquets, tq :  $P_R + P_S < k$
  - Fusion des  $P_R$  paquets de  $R$  avec les  $P_S$  paquets de  $S$  en **une** seule étape
- Exemple : jointure entre 2 tables  $R$  et  $S$ 
  - $\text{Page}(R)=6000$ ,  $\text{page}(S)=3000$ ,  $k=100$  pages en mémoire
    - Coût du tri =  $2 \cdot (\text{page}(R) + \text{page}(S))$
    - On obtient 60 blocs de  $R$  et 30 blocs de  $S$  soit un total de 90 blocs
    - Il suffit de lire les blocs pour les fusionner : coût =  $\text{page}(R) + \text{page}(S)$
    - Bilan: coût( $R \bowtie_{\text{TF } R.a=S.a} S$ ) =  $3 (\text{page}(R) + \text{page}(S))$

# Jointure par fusion (2)

## algorithme détaillé

- Principe : itérer progressivement sur R et S
- S'il y a plusieurs tuples de r (ou s de S) pour une valeur de a, produire toutes les paires (r,s)
  - $R = \{(1,b) (7,z) (7,b) (7,c)\}$        $S = \{(6,e) (7,e) (7,a) (9,i)\}$
  - Le résultat contient 6 tuples: 7ze 7be 7ce 7za 7ba 7ca
- Algo :
  - Initialiser r et s
    - $r \leftarrow$  premier tuple de R,  $s \leftarrow$  premier tuple de S
  - tant que r et s existent
    - si  $r.A = s.A$  alors
      - $tmpR \leftarrow r$
      - continuer d'itérer sur R pour ajouter dans tmpR les tuples tq  $R.A = S.A$
      - tant que s existe et  $s.A = r.A$ 
        - » Pour chaque t dans tmpR, ajouter (s,t) dans le résultat
        - »  $S \leftarrow$  suivant(S)
    - si  $r.A < s.A$  alors  $r \leftarrow$  suivant(R) sinon si  $s.A < r.A$  suivant(S)



# Jointure par hachage (1)

- Hypothèse : R est plus grande que S  $\text{page}(R) \geq \text{page}(S)$
- Principe : traitement en 2 étapes
  - 1) Lire S pour la hacher selon la clé de jointure
  - 2) Itérer sur les tuples de R et jointure sur clé
- S tient en mémoire créer une hashmap en mémoire

```
1) init: Map : hashmap <A, List<Tuple>>
 foreach tuple s ∈ S do
 -- créer la liste L et l'associer à S.a si elle n'existe pas
 List L ← Map.getOrCreate(S.a)
 add s in L
2) foreach tuple r ∈ R do
 L ← Map.get(r.a)
 foreach tuple s ∈ L add (r,s) in result
```

$$\text{Coût}(R \bowtie_{H_{R.a=S.a}} S) = \text{coût}(S) + \text{coût}(R)$$





# Jointure par hachage :

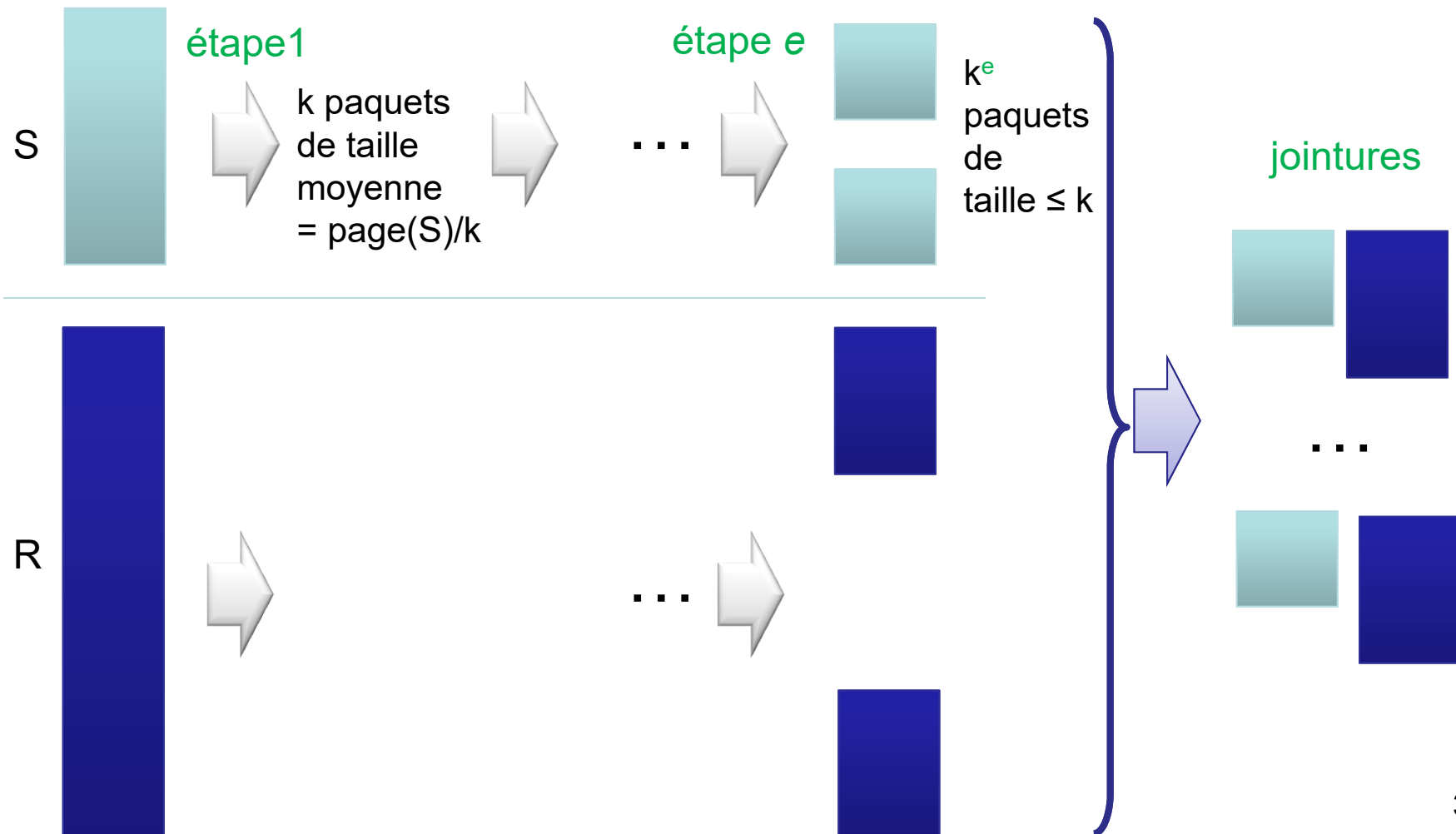
## cas du hachage externe : $\bowtie_{\text{HExt}}$

- Hachage externe si S ne tient **pas** en mémoire :
  - Algorithme « **Grace Hash join** »
  - Taille de la mémoire :  $k+1$  pages
  - Hacher S (puis R) sur disque
    - Répartir les données de S dans  $k$  'paquets'
      - Le paquet  $S_i$  contient les tuples de S tels que  $h(S.a) = i$
      - Continuer à répartir **récurisivement** jusqu'à ce que la taille des paquets de S soit  $\leq k$  pages
    - Répartir les données de R en utilisant les mêmes fonctions de hachage que celles ayant servit à hacher S.
      - Un paquet de R peut avoir une taille  $> k$
    - Coût :  $2e \cdot (\text{page}(R) + \text{page}(S))$  avec  $e = \lfloor \log_k(\text{page}(S)) \rfloor$
  - Charger le 1<sup>er</sup> paquet de S en mémoire puis lire le 1<sup>er</sup> paquet de P pour faire la jointure. Idem pour les paquets suivants
    - Coût :  $\text{page}(S) + \text{page}(R)$

$$\text{Coût}(R \bowtie_{\text{HExt } R.a=S.a} S) = 2e (\text{page}(R) + \text{page}(S)) + \text{page}(R) + \text{page}(S)$$

# Hachage externe :

## illustration du Grace Hash join



# Jointure n-aire

- Evaluer n jointure binaires
- Parcourir l'arbre de jointure en profondeur d'abord
- Evaluer les opérations en remontant
  - depuis l'opération la plus à gauche
- Exple:  $(R \bowtie_a S) \bowtie_b T$  et jointure par boucles imbriquées

```
- foreach tuple r ∈ R do
 • foreach tuple s ∈ S do
 - if r.a=s.a then
 » foreach tuple t ∈ T do
 » if r.b=t.b then
 » add <r,s,t> in result
```

- Exple:  $(R \bowtie_a S) \bowtie_b T$  et jointure par hachage

```
- foreach tuple r ∈ R do
 • add (a,r) in hashMap M1
- foreach tuple s ∈ S do
 • Lr = M1.get(s.a)
 • foreach r ∈ Lr
 - add (b , (r,s)) in hashMap M2
- foreach tuple t ∈ T do
 • Lrs = M2.get(t.b)
 • foreach (r,s) ∈ Lrs
 - add <r,s,t> in result
```

# Order by

- voir tri externe

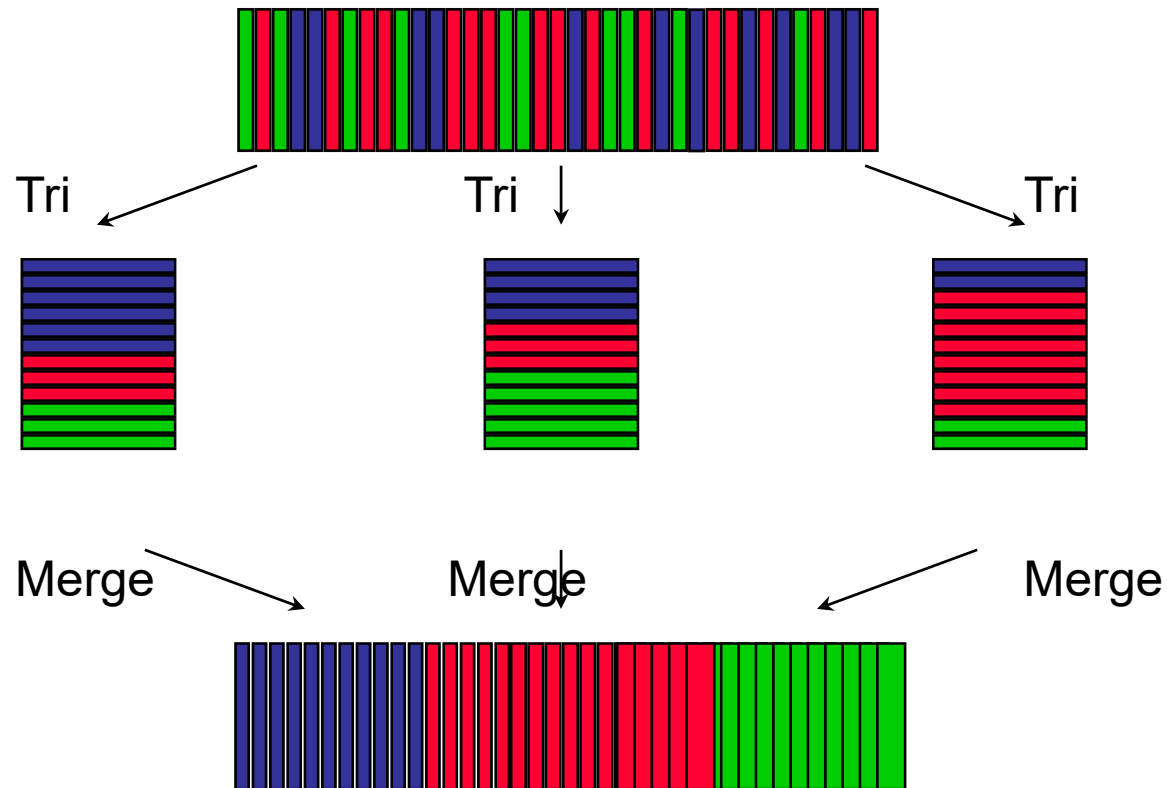


# Tri externe

- Hypothèse :  $k$  pages tiennent en mémoire
- Algorithme en  $s$  étapes : tri de blocs puis fusions de blocs
- Etape n°1 : tri
  - Lire  $R$  pour créer des paquets triés de  $k$  pages chacun
  - Nombre de paquets obtenus :  $\text{page}(R)/k$
  - Coût de l'étape de tri (lecture + matérialisation) :  $2.\text{page}(R)$
- Puis étapes n° 2, 3, ...,  $s$  : fusion
  - Fusion
    - Charger la première page de  $k$  paquets et les fusionner
    - Dès qu'une page est vide, charger la suivante du même paquet
    - Dès que les  $k$  premiers paquets ont été fusionnés, fusionner les  $k$  paquets suivants
    - On obtient des paquets triés de taille  $k^2$  pages
    - Coût d'une étape : lire et matérialiser toutes les données :  $2.\text{page}(R)$
    - Nombre de paquets :  $\text{page}(R)/k^2$
  - Continuer jusqu'à obtenir **un seul** paquet, on a donc :
    - $\text{page}(R) / k^s \leq 1$

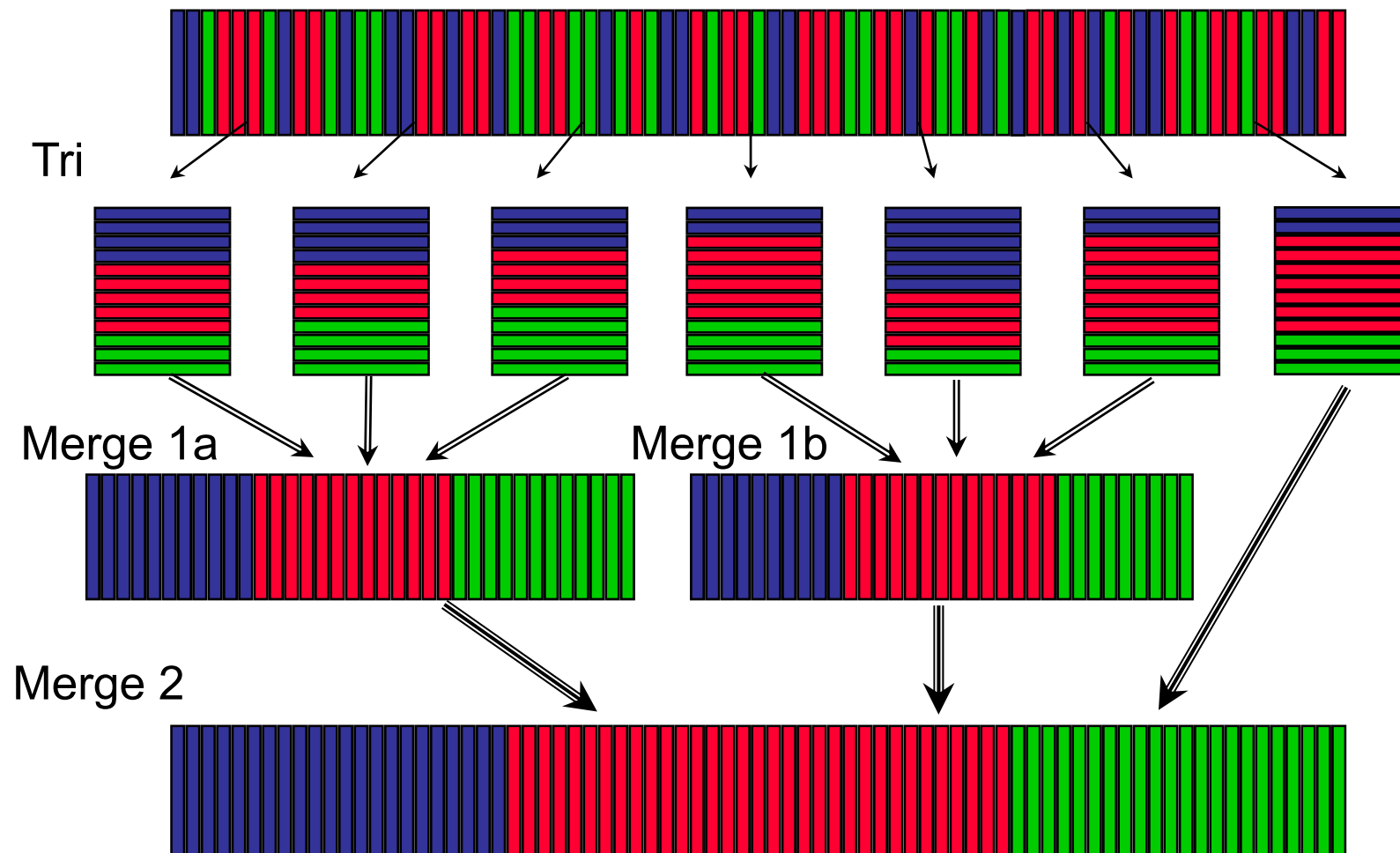


# Tri externe : Fusion en 1 seule étape





# Fusion en plusieurs étapes





## Tri externe (suite)

- Nombre d'étape  $s$  tq :  $k^s \geq \text{page}(R)$  :  
 $s = \lceil \log_k(\text{page}(R)) \rceil$
- Coût total des  $s$  étapes (inclut le tri et les étapes de fusion):
  - Lorsque le résultat final du tri est matérialisé
  - $\text{Coût}(\text{tri}(R)) = 2 \cdot \text{page}(R) \cdot s$
- Si on ne matérialise **pas** le résultat de la **dernière étape**
  - Dernière étape = seulement **lire R**
    - Exple : R trié sera affiché ou transmis à une autre opération.
  - $\text{Coût}(\text{tri}(R)) = 2 \cdot \text{page}(R) \cdot (s - 1) + \text{page}(R)$
- Si E est une expression composée ( $E \neq \text{table}$ )
  - Tri fait en pipeline : la première lecture de E consiste à **évaluer E** et **le stocker**. Le **dernier résultat** n'est pas matérialisé.
    - $\text{Coût}(\text{tri}(E)) = [\text{coût}(E) + \text{page}(E)] + [2 \cdot \text{page}(E) \cdot (s-2)] + [\text{page}(E)]$
  - $\Leftrightarrow \text{Coût}(\text{tri}(E)) = \text{coût}(E) + 2 \cdot \text{page}(E) \cdot (s - 1)$



# Autres opérations

- Group By avec agrégation
  - Hachage ou tri
- a IN ( *sous-requête* )
  - Evaluer la sous-requête pour chaque valeur de a
    - Algorithme général de type "boucles imbriquées"
  - Lorsque la sous-requête ne dépend **pas** de la requête principale
    - Evaluer une (semi) jointure : Requête principale  $\bowtie$  sous-requête
      - Charger la sous requête en mémoire : voir algo de type  $\bowtie_H$
    - Ou
    - Matérialiser la sous-requête : voir algo de type  $\bowtie_{Mat}$

# Perspectives

- Nombreuses autres variantes pour implémenter les opérateurs relationnels
- Evaluation en parallèle d'un opérateur
- Tri externe en parallèle
  - Sort benchmark : voir le site [sortbenchmark.org](http://sortbenchmark.org)
    - 2009: 500 GO/mn, 2013: 1,4 TO/mn,
    - 2014: 4,3 TO/mn <http://sortbenchmark.org/ApacheSpark2014.pdf>
    - 2015: 16 TO/mn
    - 2016: **44 TO/mn** <http://sortbenchmark.org/TencentSort2016.pdf>
    - Coût 'vert' du tri:
      - » prix \$ par TO/mn, énergie consommée par TO/mn