Credit Suisse Case Study

CET-1 ratio parameter estimation

```
In[1]:= DataB = Import["Wolfram Mathematica/Data/Credit_Suisse_Data_13-23.xlsx",
                导入                                                  偏导
          {"Data", 2, Table[i, {i, 18, 42}], 4}];
                        表格
```

```
In[2]:= DataJ = Differences[Tan[Pi * ((1 - 2 * DataB) / 2)] + Cot[Pi * (1 - DataB[[1]])]];
                差分        正切 圆周率                          余切 圆周率
        (* solvency shocks *)
        UnitRootTest[DataJ] (* stationarity check *)
        单位根检验
        % < 0.05
```

```
Out[3]= 5.74088 × 10^-6
```

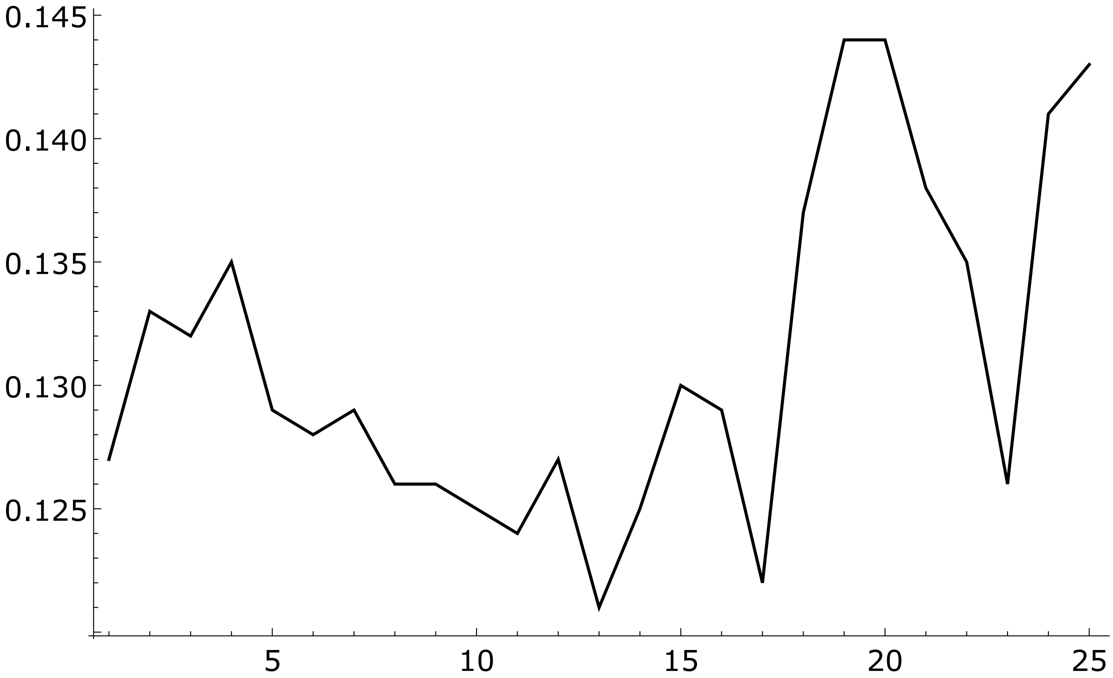
```
Out[4]= True
```

```
In[5]:= DataH = DataJ - Min[DataJ] + 0.01; (* positive transformation *)
                        最小值
        nH = Length[DataH]
             长度
```

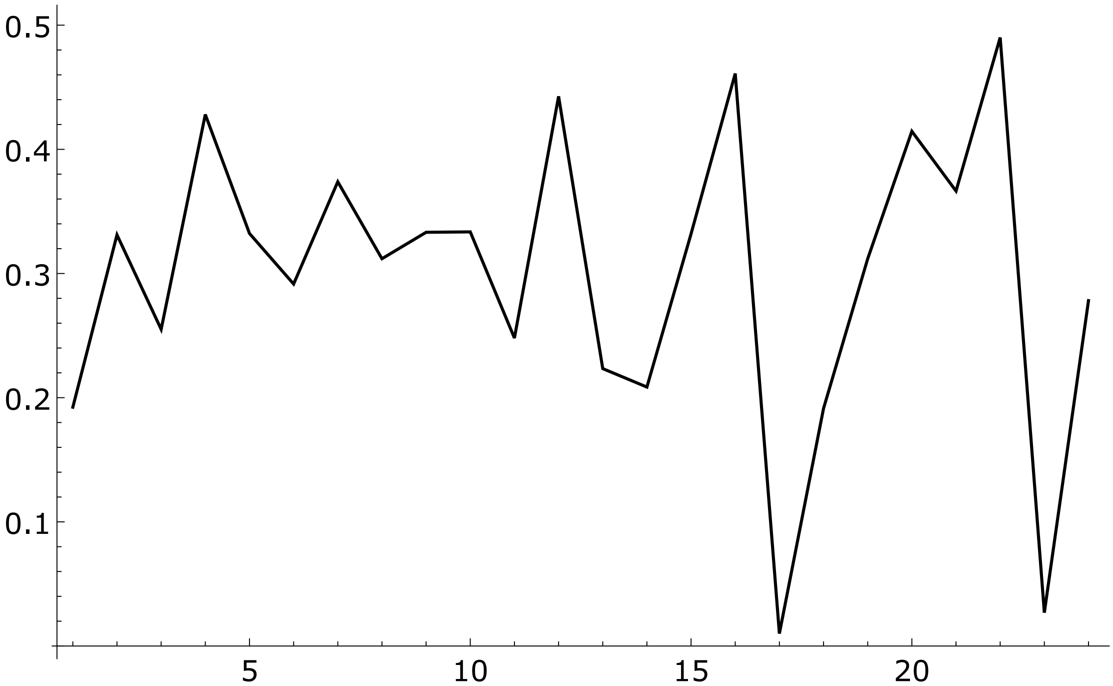
```
Out[6]= 24
```

In[7]:=
```
dp = ListLinePlot[DataB, PlotStyle -> Black, AxesStyle -> Black,
        绘制点集的线条              绘图样式        黑色      坐标轴样式      黑色
  TicksStyle -> Directive["Label", 15], ImageSize -> Large,
  刻度样式         指令         标签            图像尺寸        大
 PlotRange -> Full]
 绘制范围      全范围
dp1 = ListLinePlot[DataH, PlotStyle -> Black, AxesStyle -> Black,
        绘制点集的线条              绘图样式        黑色      坐标轴样式      黑色
  TicksStyle -> Directive["Label", 15], ImageSize -> Large, PlotRange -> Full]
                 指令         标签            图像尺寸        大       绘制范围      全范围
```

Out[7]=



Out[8]=



In[9]:=
```
(* Kernel density estimation *)
kernelH = SmoothKernelDistribution[DataH];
          平滑核分布
fH[x_] := PDF[kernelH, x]; (* kernel density *)
          概率密度函数
```

In[11]:=
```
(* Model PDFs continuous part *)
f[λ_, α_, β_, t_, x_] :=
  Exp[(-λ) * t] * (λ * β^α * t * x^(α - 1) * (Exp[(-β) * x] / (α - 1) !) *
  指数形式                                      指数形式
     HypergeometricPFQ[{}, Table[1 + i / α, {i, 1, α}],
     广义超几何函数              表格
   λ * t * (β * (x / α))^α]); (* general PDF *)
                                   概率密度函数
f0[λ_, β_, t_, x_] := Exp[(-λ) * t] * (Exp[(-β) * x] * Sqrt[λ * β * (t / x)] *
                      指数形式          指数形式            平方根
     BesselI[1, 2 * Sqrt[λ * β * t * x]]); (* relaxed PDF *)
                    平方根                     概率密度函数
```

In[13]:=
```
T = 1/4;
relaxedest =
 Maximize[{Sum[Log[f0[λ, β, T, DataH[[i]]]], {i, 1, nH}], λ > 0, β > 0},
 最大点值    求和 对数
  {λ, β}] (* MLE (relaxed) *)
```

Out[14]= {13.5934, {λ → 32.2865, β → 26.9502}}

In[15]:=
```
λhat0 = λ /. relaxedest[[2]];
βhat0 = β /. relaxedest[[2]];
Print[{λhat0, βhat0}]
打印
```

{32.2865, 26.9502}

In[18]:=
```
λhat0 > 15 (* if false use a different method for re-estimation *)
```

Out[18]= True

In[19]:=
```
genest = For[α = 1, α <= 5, α++,
         For循环
  {est[α] = Maximize[{Sum[Log[f[λ, α, β, T, DataH[[i]]]], {i, 1, nH}],
            最大点值    求和 对数
      λ > 0, β > 0}, {λ, β}],
  Print[est[α]]}] (* MLE *)
  打印
```

{13.5934, {λ → 32.2865, β → 26.9502}}

{14.2424, {λ → 27.7388, β → 46.3084}}

{14.2656, {λ → 27.1923, β → 68.0939}}

{14.0225, {λ → 27.6139, β → 92.1997}}

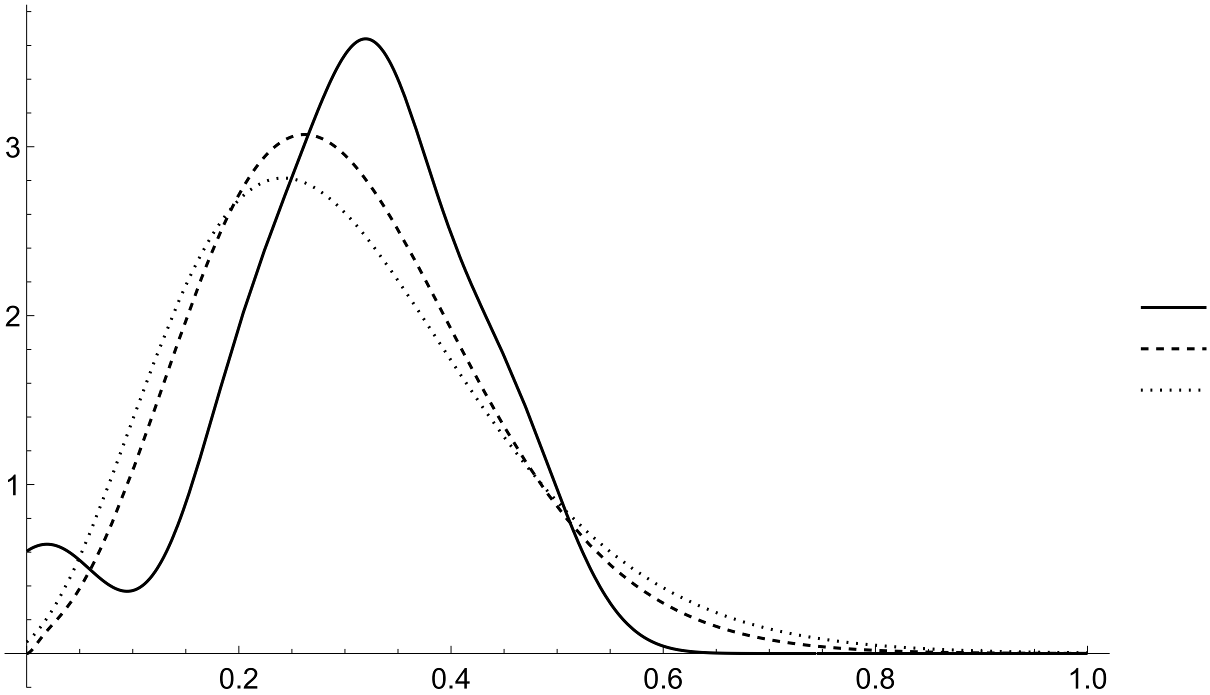
{13.6544, {λ → 28.3826, β → 118.458}}

In[20]:=
```
αhat =
  Sum[If[est[α][[1]] == Max[Table[est[a][[1]], {a, 1, 5}]], α, 0], {α, 1, 5}];
  求和 如果                   … 表格
λhat = Sum[If[est[α][[1]] == Max[Table[est[a][[1]], {a, 1, 5}]],
       求和 如果                   … 表格
    λ /. est[α][[2]], 0], {α, 1, 5}];
βhat = Sum[If[est[α][[1]] == Max[Table[est[a][[1]], {a, 1, 5}]],
       求和 如果                   … 表格
    β /. est[α][[2]], 0], {α, 1, 5}];
Print[{λhat, αhat, βhat}]
打印
```

```
{27.1923, 3, 68.0939}
```

In[24]:=
```
p1 = Plot[{fH[x], f[λhat, αhat, βhat, T, x], f0[λhat0, βhat0, T, x]},
     绘图
  {x, 0, 1}, PlotStyle -> {Black, Dashed, Dotted},
             绘图样式        黑色    虚线     点线
 PlotTheme -> "Monochrome", TicksStyle -> Directive["Label", 15],
 绘图主题                    刻度样式       指令        标签
  PlotLegends -> {"kernel", "fitted", "fitted (α = 1)"},
  绘图的图例
 ImageSize -> Large, PlotRange -> Full]
 图像尺寸      大       绘制范围      全范围
```

Out[24]=



Stock price parameter estimation

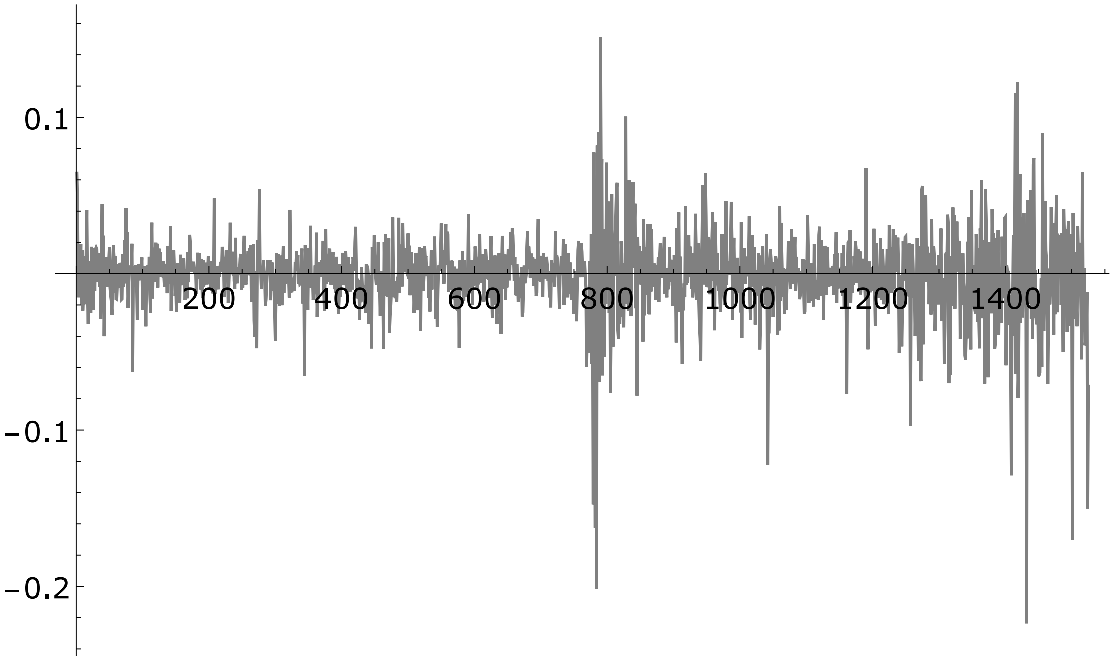
In[25]:=
```
Rets = Import["Wolfram Mathematica/Data/Credit_Suisse_Data_13-23.xlsx",
       导入                                            偏导
   {"Data", 1, Table[i, {i, 997, 2521}], 9}];
                 表格
```

In[26]:=
```
nR = Length[Rets]
     长度
```

Out[26]= 1525

In[27]:=
```
dp2 = ListLinePlot[Rets, PlotStyle -> Gray, AxesStyle -> Black,
      绘制点集的线条       绘图样式      灰色     坐标轴样式       黑色
  TicksStyle -> Directive["Label", 15], ImageSize -> Large, PlotRange -> Full]
  刻度样式        指令        标签          图像尺寸        大      绘制范围      全范围
```

Out[27]=



In[28]:=
```
UnitRootTest[Rets] (* stationarity check *)
单位根检验
% < 0.05
```

Out[28]= 8.96902×10^{-19}

Out[29]= True

```
(* Kernel density estimation *)
```

In[30]:=
```
kernelX = SmoothKernelDistribution[Rets];
          平滑核分布
fRets[x_] := PDF[kernelX, x]; (* kernel density *)
             概率密度函数
```

In[32]:=
```
(* Model PDFs (at least daily freq.) *)
fX[λ1_, α_, β_, μ_, σ_, λ2_, μV_, σV_, η_, Δ_, x_] :=
  Module[{ν = μ + μV / Δ, υ = Sqrt[σ^2 + σV^2 / Δ]},
  模块                       平方根
   Ψ1 = (Δ^((α - 1) / 2) / Sqrt[2 * Pi * υ^2]) * (β * (υ / η))^α * Exp[- (x - ν * Δ)^2 /
                           平方根     圆周率                            指数形式
          (2 * υ^2 * Δ) + (η * (x - ν * Δ) + β * υ^2 * Δ)^2 / ((2 * η * υ)^2 * Δ)] *
    ParabolicCylinderD[-α, (η * (x - ν * Δ) + β * υ^2 * Δ) / (η * υ * Sqrt[Δ])];
    抛物柱面函数                                                   平方根
   Ψ2 = (Δ^((α - 1) / 2) / Sqrt[2 * Pi * σ^2]) * (β * (σ / η))^α *
                           平方根     圆周率
     Exp[- (x - μ * Δ)^2 / (2 * σ^2 * Δ) + (η * (x - μ * Δ) + β * σ^2 * Δ)^2 /
     指数形式
    ((2 * η * σ)^2 * Δ)] * ParabolicCylinderD[-α,
                           抛物柱面函数
      (η * (x - μ * Δ) + β * σ^2 * Δ) / (η * σ * Sqrt[Δ])];
                                                平方根
   λ1 * λ2 * Δ^2 * Ψ1 + λ2 * Δ * ((1 - λ1 * Δ) / Sqrt[2 * Pi * υ^2 * Δ]) *
                                                平方根     圆周率
     Exp[- (x - ν * Δ)^2 / (2 * υ^2 * Δ)] + λ1 * Δ * (1 - λ2 * Δ) * Ψ2 +
     指数形式
    (1 - λ1 * Δ) * ((1 - λ2 * Δ) / Sqrt[2 * Pi * σ^2 * Δ]) *
                                  平方根     圆周率
     Exp[- (x - μ * Δ)^2 / (2 * σ^2 * Δ)]];
     指数形式
```

In[33]:=
```
Δt = 1 / 252; (* daily frequency *)
```

In[34]:=
```
relaxedretest =
  Maximize[{Sum[Log[fX[λhat0, 1, βhat0, μ, σ, λ2, μV, σV, η, Δt, Rets[[i]]]],
  最大点值     求和 对数
     {i, 1, nR}], -1 < μ < 1, 0 < σ < 1,
   λ2 > 0, -1 < μV < 1, 0 < σV < 1, 0 < η}, {μ, σ, λ2, μV, σV, η}]
  (* constrained MLE (relaxed) *)
```

Out[34]=
```
{3661.46, {μ → 0.186287, σ → 0.225406,
  λ2 → 41.0965, μV → 0.0113117, σV → 0.0343969, η → 0.822461}}
```

In[59]:=
```
λ1hat0 = λhat0;
μhat0 = μ /. relaxedretest[[2]];
σhat0 = σ /. relaxedretest[[2]];
λ2hat0 = λ2 /. relaxedretest[[2]];
μVhat0 = μV /. relaxedretest[[2]];
σVhat0 = σV /. relaxedretest[[2]];
ηhat0 = η /. relaxedretest[[2]];
Print[{λ1hat0, μhat0, σhat0, λ2hat0, μVhat0, σVhat0, ηhat0}]
打印
```

```
{32.2865, 0.186287, 0.225406, 41.0965, 0.0113117, 0.0343969, 0.822461}
```

In[92]:=
```
λ1hat = λhat;
genretest =
 Maximize[{Sum[Log[fX[λ1hat, αhat, βhat, μ, σ, λ2, μV, σV, η, Δt, Rets[[i]]]],
 最大点值      求和 对数
    {i, 1, nR}], -1 < μ < 1, 0 < σ < 1,
  50 > λ2 > 0, -1 < μV < 1, 0 < σV < 1, 0 < η}, {μ, σ, λ2, μV, σV, η}]
 (* constrained MLE *)
```

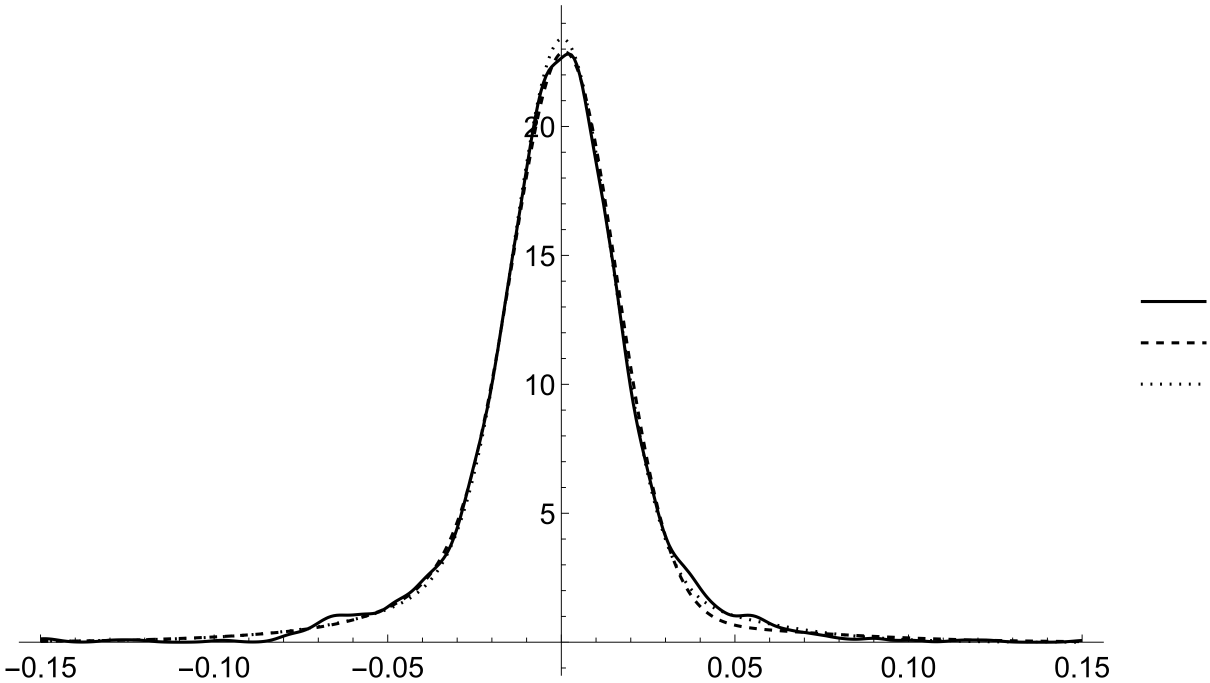
Out[93]=
```
{3653.83, {μ → 0.382597, σ → 0.235813,
  λ2 → 30.3952, μV → -0.0011034, σV → 0.0539417, η → 0.565409}}
```

In[94]:=
```
μhat = μ /. genretest[[2]];
σhat = σ /. genretest[[2]];
λ2hat = λ2 /. genretest[[2]];
μVhat = μV /. genretest[[2]];
σVhat = σV /. genretest[[2]];
ηhat = η /. genretest[[2]];
Print[{μhat, σhat, λ2hat, μVhat, σVhat, ηhat}]
打印
```

```
{0.382597, 0.235813, 30.3952, -0.0011034, 0.0539417, 0.565409}
```

In[101]:=
```
p2 = Plot[{fRets[x],
       绘图
   fX[λ1hat, αhat, βhat, μhat, σhat, λ2hat, μVhat, σVhat, ηhat, Δt, x],
  fX[λ1hat0, 1, βhat0, μhat0, σhat0, λ2hat0, μVhat0, σVhat0, ηhat0, Δt, x]},
  {x, -0.15, 0.15}, PlotStyle -> {Black, Dashed, Dotted},
                    绘图样式        黑色    虚线    点线
 PlotTheme -> "Monochrome", TicksStyle -> Directive["Label", 15],
 绘图主题                    刻度样式        指令       标签
  PlotLegends -> {"kernel", "fitted", "fitted (α = 1)"}, ImageSize -> Large,
  绘图的图例                                              图像尺寸       大
 PlotRange -> Full] (* density comparison *)
 绘制范围      全范围
```

Out[101]=



CoCo valuation

In[102]:=
```
(* Distributional formulas *)
(* whole PDF of Erlang-CPP *)
            概率密度函数
fh[λ_, α_, β_, t_, x_] :=
  Exp[(-λ) * t] * (DiracDelta[x] + λ * β^α * t * x^(α - 1) * (Exp[(-β) * x] / (α - 1)!) *
  指数形式         狄拉克δ函数                                    指数形式
   HypergeometricPFQ[{}, Table[1 + i / α, {i, 1, α}], λ * t * (β * (x / α))^α]);
   广义超几何函数             表格
(* continuous part of PDF *)
                   概率密度函数
fc[λ_, α_, β_, t_, x_] := λ * β^α * t * x^(α - 1) * (Exp[(-λ) * t - β * x] / (α - 1)!) *
                                                     指数形式
   HypergeometricPFQ[{}, Table[1 + i / α, {i, 1, α}],
                         表格
  λ * t * (β * (x / α))^α];
(* time derivative of continuous part *)
tdfc[λ_, α_, β_, t_, x_] :=
  λ * β^α * x^(α - 1) * (Exp[(-λ) * t - β * x] / (α - 1)!) *
                         指数形式
  (λ * t * ((β * x)^α / Pochhammer[1 + α, α]) *
                        波赫汉默
      HypergeometricPFQ[{}, Table[2 + i / α, {i, 1, α}], λ * t * (β * (x / α))^α] -
                            表格
   (λ * t - 1) * HypergeometricPFQ[{}, Table[1 + i / α, {i, 1, α}],
                 广义超几何函数             表格
      λ * t * (β * (x / α))^α]);
(* expectation of negative part of CCPP *)
I1[λ_, α_, β_, (t_)?NumericQ] := I1[λ, α, β, t] =
                   数值量判定
   NIntegrate[(1 - β * (y / (λ * α * t))) * fc[λ, α, β, t, y], {y, 0, λ * α * (t / β)},
   数值积分
  AccuracyGoal -> 3];
  准确度目标
(* a rewarding probability *)
I2[λ_, α_, β_, (t_)?NumericQ, (x_)?NumericQ] := I2[λ, α, β, t, x] =
                   数值量判定       数值量判定
   NIntegrate[tdfc[λ, α, β, t, y], {y, 0, x}, AccuracyGoal -> 3];
   数值积分                                   准确度目标
(* supremum probability of CCPP *)
SupPr[λ_, α_, β_, t_, x_] :=
   (1 - Exp[(-λ) * t] - NIntegrate[fc[λ, α, β, t, y], {y, 0, x + λ * α * (t / β)}]) +
        指数形式          数值积分
  NIntegrate[I1[λ, α, β, t - s] *
  数值积分
      ((β / (λ * α)) * (I2[λ, α, β, s, x + λ * α * (s / β)] - λ * Exp[(-λ) * s]) +
                                                               指数形式
   fc[λ, α, β, s, x + λ * α * (s / β)]), {s, 0, t}, AccuracyGoal -> 3];
                                                   准确度目标
```

In[108]:=
```
(* Simplified distributional formulas: α==1 *)
fh0[λ_, β_, t_, x_] := Exp[(-λ) * t] * (DiracDelta[x] +
                        指数形式          狄拉克δ函数
    Exp[(-β) * x] * Sqrt[λ * β * (t / x)] * BesselI[1, 2 * Sqrt[λ * β * t * x]]);
                    平方根                   第一类修正贝塞…    平方根
fc0[λ_, β_, t_, x_] := Exp[(-λ) * t - β * x] * Sqrt[λ * β * (t / x)] *
                        指数形式                 平方根
   BesselI[1, 2 * Sqrt[λ * β * t * x]];
   第一类修正贝塞…  平方根
tdfc0[λ_, β_, t_, x_] := λ * β * Exp[(-λ) * t - β * x] *
                                  指数形式
   (Hypergeometric0F1Regularized[1, λ * β * t * x] -
    正则化的合流超几何函数0F1
  λ * t * Hypergeometric0F1Regularized[2, λ * β * t * x]);
          正则化的合流超几何函数0F1
I10[λ_, β_, (t_) ?NumericQ] :=
                  数值量判定
  I1[λ, β, t] = NIntegrate[(1 - β * (x / (λ * t))) * fc0[λ, β, t, x],
                数值积分
    {x, 0, λ * (t / β)}, AccuracyGoal -> 3];
                         准确度目标
I20[λ_, β_, t_, (x_) ?NumericQ] := I2[λ, β, t, x] =
                     数值量判定
   NIntegrate[tdfc0[λ, β, t, y], {y, 0, x}, AccuracyGoal -> 3];
   数值积分                                  准确度目标
SupPr0[λ_, β_, t_, x_] :=
  (1 - Exp[(-λ) * t] - NIntegrate[fc0[λ, β, t, y], {y, 0, x + λ * (t / β)}]) +
       指数形式        数值积分
  NIntegrate[I10[λ, β, t - s] *
  数值积分
    ((β / λ) * (I20[λ, β, s, x + λ * (s / β)] - λ * Exp[(-λ) * s]) +
                                                     指数形式
       fc0[λ, β, s, x + λ * (s / β)]), {s, 0, t},
   AccuracyGoal ->
   准确度目标
     3];
```

Market parameters (with artificial values)

In[114]:=
```
W = 0.11; (* watermark *)
C0 = 0.11; (* current CET1 ratio *)
S0 = 15; (* current stock price *)
K = 10; (* principal *)
c = 6.75/2; (* semiannual coupons *)
w = 0.75; (* write-down porportion *)
r = 0.0168; (* risk-free rate *)
q = 0.02; (* dividend yield *)
T = 5; (* maturity *)
M = 2*T; (* coupon number *)

(* converted trigger barrier *)
Jbar = Tan[Pi*((1 - 2*W)/2)] + Cot[Pi*(1 - DataB[[1]])]
        正切 圆周率                余切 圆周率
Jbar0 = Jbar;
```

Out[114]= 0.405657

```
(* Govt. intervention-related functionals *)
```

In[116]:=
```
E1[κ1_, ς1_, t_, u_] := Exp[κ1^2*(t/(2*ς1^2))*
                        指数形式
    (Tanh[Sqrt[2*ς1^2*t^2*u]]/Sqrt[2*ς1^2*t^2*u] - 1)]*
     双…   平方根                 平方根
   Sqrt[Sech[Sqrt[2*ς1^2*t^2]]];
   平方根 双…  平方根
(* continuous part expectation *)

ac[μV_, σV_, i_] :=
  Which[i == 1, 1 - (1/2)*Erfc[(μV + σV)/Sqrt[2*σV^2]], i == 2,
  Which循环                 补余误差函数      平方根
  (1/2)*(Erfc[(μV + σV)/Sqrt[2*σV^2]] - Erfc[(μV + 2*σV)/Sqrt[2*σV^2]]),
         补余误差函数     平方根           补余误差函数        平方根
   i == 3,
  (1/2)*(Erfc[(μV + 2*σV)/Sqrt[2*σV^2]] -
         补余误差函数       平方根
      Erfc[(μV + 3*σV)/Sqrt[2*σV^2]]), i == 4,
      补余误差函数       平方根
   (1/2)*Erfc[(μV + 3*σV)/Sqrt[2*σV^2]], True, None];
         补余误差函数       平方根       真    无
E2[κ2_, ς2_, λ2_, λ30_, μV_, σV_, t_, u_] :=
  Exp[(-u)*λ30*((1 - Exp[(-κ2)*T])/κ2) +
  指数形式            指数形式
   (λ2/κ2)*Sum[ac[μV, σV, i]*Exp[(-i)*ς2*(u/κ2)]*(ExpIntegralEi[
            求和               指数形式                 指数积分Ei
          i*u*(ς2/κ2)] - ExpIntegralEi[i*u*ς2*(Exp[(-κ2)*t]/κ2)]),
                         指数积分Ei            指数形式
    {i, 1, 4}] - λ2*t]; (* jump part expectation *)
```

Write-down CoCo

In[120]:=
```
(* write-off *)
Timing[
计算时间
 WDZ = K * Exp[(-r) * T] * (1 - SupPr[λhat, Ceiling[αhat], βhat, T, Jbar]) +
            指数形式                              向上取整
  Sum[c * Exp[(-r) * k * (T / M)] *
  求和      指数形式
     (1 - SupPr[λhat, Ceiling[αhat], βhat, k * (T / M), Jbar]), {k, 1, M}]]
                         向上取整
```

Out[120]= {1.42188, 34.5497}

In[128]:=
```
(* write-
 down (quadrature rule applied for fast approximation with NN steps ) *)
NN = 4 * T;
κ1hat = 0.09;
ς1hat = 1.4;
κ2hat = 3.2;
ς2hat = 0.9;
λ30hat = 0; (* artificial values *)
Timing[WD =
计算时间
  WDZ + (1 - w) * K * Sum[Exp[(-r) * (T / NN) * j] * E1[κ1hat, ς1hat, j * (T / NN), 1] *
                   求和 指数形式
      E2[κ2hat, ς2hat, λ2hat, λ30hat, μVhat, σVhat, j * (T / NN), 1] *
    (SupPr[λ1hat, Ceiling[αhat], βhat, (j + 1) * (T / NN), Jbar] -
                   向上取整
        SupPr[λ1hat, Ceiling[αhat], βhat, j * (T / NN), Jbar]), {j, 1, NN}]]
                         向上取整
```

Out[134]= {5.125, 34.5725}

Convertible AT1 bond pricing

```
In[142]:= (* quadrature rule applied for fast approximation with NN steps *)
ψ1[p_] := (1 + ηhat * (p / βhat)) ^ (-αhat) - 1;
ψ2[p_] := Exp[μVhat + σVhat^2 / 2] - 1; (* exponential correcting terms *)
              指数形式
Q[p_] := p * q + (1 - p) * r + (1 / 2) * p * (1 - p) * σhat^2 +
    λ1hat * (p * ψ1[1] - ψ1[p]) + λ2hat (p * ψ2[1] - ψ2[p]);
(* power-adjusted dividend *)
CV[p_] :=
  WDZ + w * K * Sum[Exp[(-Q[p]) * (T / NN) * j] * E1[κ1hat + p * σhat * ς1hat, ς1hat,
                求和 指数形式
        j * (T / NN), 1] * E2[κ2hat, ς2hat, λ2hat * (1 + ψ2[p]), λ30hat,
     μVhat + p * σVhat^2, σVhat, j * (T / NN), 1] * (SupPr[λhat * (1 + ψ1[p]),
          Ceiling[αhat], βhat + ηhat * p, (j + 1) * (T / NN), Jbar] -
          向上取整
     SupPr[λhat * (1 + ψ1[p]), Ceiling[αhat], βhat + ηhat * p, j * (T / NN), Jbar]),
                                    向上取整
      {j, 1, NN}];

In[147]:= DiscretePlot[CV[p], {p, 0, 1, 0.2}, Joined -> True,
          离散图                                   连接点       真
  Filling -> None, ImageSize -> Large, PlotRange -> All]
  填补        无      图像尺寸          大      绘制范围          全部
```

Out[147]=