Débruitage d'image par minimisation de la variation totale

Application de Forward Backward et FISTA à la résolution de problèmes de débruitage d'images

A. Grenouillat H. Lelièvre

INSA Toulouse

Projet d'Images, Janvier 2023

Sommaire

Sommaire

Introduction au problème

- Quel algorithme choisir pour du débruitage ? Le choix va dépendre :
  - des caractéristiques de l'image (photo, peinture, cartoon ...)
  - des caractéristiques du bruit (gaussien, uniforme ...)
  - des ressources à disposition

Introduction au problème

- Quel algorithme choisir pour du débruitage ? Le choix va dépendre :
  - ☞ des caractéristiques de l'image (photo, peinture, cartoon ...)
  - ☞ des caractéristiques du bruit (gaussien, uniforme ...)
  - ☞ des ressources à disposition
- Algorithme de minimisation de la variation totale (VT) adapté aux images ayant une faible VT $\Longleftrightarrow$ faible norme ℓ_1 du gradient

Introduction au problème

- Quel algorithme choisir pour du débruitage ? Le choix va dépendre :
  - ☞ des caractéristiques de l'image (photo, peinture, cartoon ...)
  - ☞ des caractéristiques du bruit (gaussien, uniforme ...)
  - ☞ des ressources à disposition
- Algorithme de minimisation de la variation totale (VT) adapté aux images ayant une faible VT $\Longleftrightarrow$ faible norme ℓ_1 du gradient
- Dans ce cas, on estime l'image par minimisation d'une fonctionnelle

Introduction au problème

- Soit $y = x^0 + b$ nos observations, où x^0 est l'image à estimer et b un bruit additif. La fonctionnelle à minimiser est de la forme

$$f(x) = \frac{1}{2}\|x - y\|^2 + \lambda\|\nabla x\|_1 \tag{1}$$

Introduction au problème

- Soit $y = x^0 + b$ nos observations, où x^0 est l'image à estimer et b un bruit additif. La fonctionnelle à minimiser est de la forme

$$f(x) = \frac{1}{2}\|x - y\|^2 + \lambda\|\nabla x\|_1 \tag{1}$$

- Gradient d'une image : un champ de vecteur de 2 composantes :
  - une composante verticale
  - une composante horizontale

Introduction au problème

- Soit $y = x^0 + b$ nos observations, où x^0 est l'image à estimer et b un bruit additif. La fonctionnelle à minimiser est de la forme

$$f(x) = \frac{1}{2}\|x - y\|^2 + \lambda\|\nabla x\|_1 \quad (1)$$

- Gradient d'une image : un champ de vecteur de 2 composantes :
  - une composante verticale
  - une composante horizontale
- Champs calculés de manière classique par différences finies

Sommaire

Problème primal

Formulation du problème primal

$$\textbf{Problème primal :} \quad \min_x \frac{1}{2}\|x-y\|^2 + \lambda\|\nabla x\|_1 \tag{2}$$

Problème primal

Formulation du problème primal

$$\textbf{Problème primal :} \quad \min_x \frac{1}{2}\|x-y\|^2 + \lambda\|\nabla x\|_1 \tag{2}$$

- Problème : norme ℓ_1 du gradient, non différentiable et pas de formule pour l'opérateur proximal associé.

Problème primal

Formulation du problème primal

$$\textbf{Problème primal :}\ \min_x \frac{1}{2}\|x-y\|^2 + \lambda\|\nabla x\|_1 \tag{2}$$

- Problème : norme ℓ_1 du gradient, non différentiable et pas de formule pour l'opérateur proximal associé.
- Solution : Dualisation par conjuguée de Fenchel Rockafellar :

Problème primal

Formulation du problème primal

$$\textbf{Problème primal :} \quad \min_x \frac{1}{2}\|x-y\|^2 + \lambda\|\nabla x\|_1 \qquad (2)$$

- Problème : norme ℓ_1 du gradient, non différentiable et pas de formule pour l'opérateur proximal associé.
- Solution : Dualisation par conjuguée de Fenchel Rockafellar :

Formulation du problème dual

$$\textbf{Problème dual :} \quad \min_p \frac{1}{2}\|div(p)+y\|^2 + \iota_{\mathcal{B}_{\infty,\lambda}}(p) \qquad (3)$$

Remarques

- Présence de la divergence car $-div$ est l'opérateur adjoint du gradient ∇. De même, présence de la norme ∞ car il s'agit de la norme duale de l_1.

Remarques

- Présence de la divergence car $-div$ est l'opérateur adjoint du gradient ∇. De même, présence de la norme ∞ car il s'agit de la norme duale de l_1.
- Si p^* est la solution du problème dual, alors $x^* = y + div(p^*)$ est la solution du problème primal.

Remarques

- Présence de la divergence car $-div$ est l'opérateur adjoint du gradient ∇. De même, présence de la norme ∞ car il s'agit de la norme duale de l_1.
- Si p^* est la solution du problème dual, alors $x^* = y + div(p^*)$ est la solution du problème primal.
- Avantage du problème dual : peut être résolu par FB car le terme non différentiable est une indicatrice d'un ensemble sur lequel on sait projeter.

Sommaire

Image de référence

Lenna en noir et blanc avec bruit gaussien, à laquelle on applique FB et FISTA.

Figure: Photo d'origine, photo bruitée et photo débruitée par l'algorithme

Observations

- Débruitage aplatit les couleurs $\Longrightarrow$ dégradés disparaissent, remplacés par des "escaliers" de couleurs.

Observations

- Débruitage aplatit les couleurs $\Longrightarrow$ dégradés disparaissent, remplacés par des "escaliers" de couleurs.
- Pas étonnant étant donné la nature du problème de minimisation initial : minimisation de la norme ℓ_1 du gradient $\Longrightarrow$ forte réduction des dégradés au profit les couleurs uniformes.

Observations

- Débruitage aplatit les couleurs $\Longrightarrow$ dégradés disparaissent, remplacés par des "escaliers" de couleurs.
- Pas étonnant étant donné la nature du problème de minimisation initial : minimisation de la norme ℓ_1 du gradient $\Longrightarrow$ forte réduction des dégradés au profit les couleurs uniformes.
- Paramètre λ permet de calibrer les aplats de couleurs en fonction du résultat attendu.

Images en couleurs

- Extension de l'algorithme aux images couleurs avec un débruitage canal par canal.

Images en couleurs

- Extension de l'algorithme aux images couleurs avec un débruitage canal par canal.
- 3 types d'images différents :

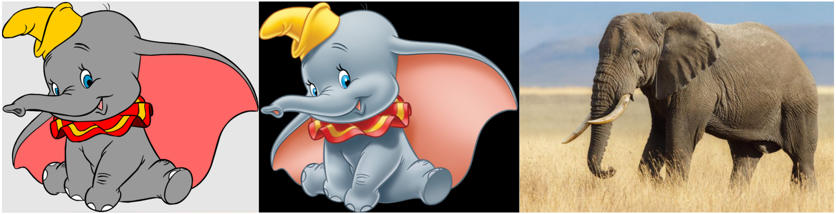
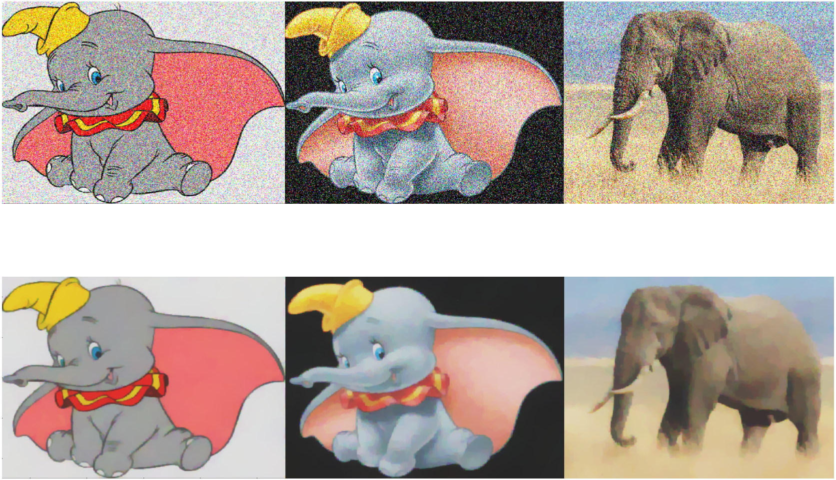


Figure: Dumbo cartoon, Dumbo avec couleurs travaillées, photo d'éléphant.

Images en couleurs



Tests sur les valeurs de λ

Test de 3 valeurs de λ sur un Dumbo cartoon très bruité ($\sigma = 100$).

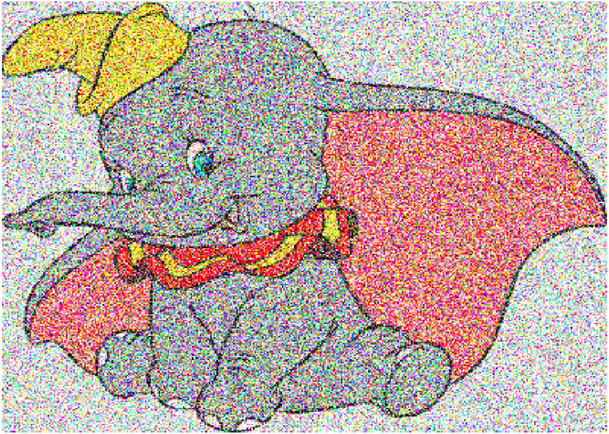


Figure: Dumbo avec un bruit gaussien d'écart type 100

Tests sur les valeurs de λ

- $\lambda = 200$: Plus de bruit mais zones très uniformes et contours presque inexistants, effet de flou peu agréable à l'oeil.
- $\lambda = 1$: Image très nette mais toujours très bruitée, couleurs non uniformes.
- $\lambda = 50$: Meilleur compromis au niveau du rendu final $\Longrightarrow$ on a toujours du bruit tout en obtenant une image assez nette.

Figure: Résultat avec $\lambda = 1$, $\lambda = 50$, $\lambda = 200$

Sommaire

Extension aux GIFS

- **GIFs** = succession d'images. On devrait donc pouvoir étendre notre algorithme aux GIFs en traitant chaque frame une par une, indépendamment les unes des autres.

Extension aux GIFS

- **GIFs** = succession d'images. On devrait donc pouvoir étendre notre algorithme aux GIFs en traitant chaque frame une par une, indépendamment les unes des autres.
- On commence par ajouter un bruit gaussien indépendant à chaque frame du GIF de départ.