Ayudantía 8

Dividir y Conquistar

Universidad Técnico Federico Santa Maria

Carlos Lagos *carlos.lagosc@usm.cl*
Nangel Coello *nangel.coello@usm.cl*

6 de junio de 2024

Contenidos

Teorema de maestro

Descripción

$$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + O(n^d)$$

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d), & \text{si } d > \log_b a; \\ O(n^d \log n), & \text{si } d = \log_b a; \\ O(n^{\log_b a}), & \text{si } d < \log_b a. \end{cases}$$

Teorema de maestro

Recurrencia	Casos	C. Asintótica
$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n)$	$d = \log_b a \implies 1 = \log_2 2$	$O(n \log n)$
$T(n) = 3T\left(\frac{n}{4}\right) + O(n^2)$	$d > \log_b a \implies 2 > \log_4 3$	$O(n^2)$
$T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n)$	$d < \log_b a \implies 1 < \log_2 4$	$O(n^2)$
$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + O(1)$	$d > \log_b a \implies 0 > \log_2 1$	$O(\log n)$
$T(n) = 8T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n^3)$	$d = \log_b a \implies 3 = \log_2 8$	$O(n^3 \log n)$

Contenidos

Enunciado

Se te da un array A que consiste de N elementos. El valor de desequilibrio de algún subsegmento de este array es la diferencia entre el elemento máximo y el elemento mínimo de ese segmento. El valor de desequilibrio del array es la suma de los valores de desequilibrio de todos los subsegmentos de este array. Plantea un algoritmo que utilice Dividir y Conquistar y resuelva el problema en $O(N\log(N))$.

Contenidos

Mínimo N en una Función No Decreciente

Enunciado

Consideremos la definición de una función $f(x)$: $\mathbb{N}^+ \rightarrow \mathbb{R}$. Esta función es no decreciente, es decir, para todo i perteneciente a los números naturales positivos, se cumple que $f(i) \leq f(i+1)$. El costo para evaluar $f(i)$ es $O(1)$. La tarea es encontrar el mínimo valor de N tal que $f(N)$ sea mayor o igual a 0. Para ello, debes plantear un algoritmo que utilice búsqueda exponencial y búsqueda binaria, logrando una complejidad final de $O(\log(N))$.

Factory Machines

Enunciado

Una fábrica tiene n máquinas que pueden ser utilizadas para fabricar productos. Tu objetivo es producir un total de t productos. Para cada máquina, conoces la cantidad de segundos que necesita para fabricar un solo producto. Las máquinas pueden trabajar simultáneamente, y puedes decidir libremente su programación.
¿Cuál es el tiempo mínimo necesario para fabricar t productos?
Debes resolver este problema utilizando búsqueda binaria, con una complejidad esperada de $O(n \log(A_{\text{max}} \cdot t))$, siendo A el arreglo de los tiempos y A_{max} el valor máximo en A.