

## TD – Algorithmes - Suites et sommes

Soit  $u_n$  la suite géométrique définie, pour  $n \geq 0$ , par  $u_n = \frac{1}{2^n}$  et  $(S_n)$  la somme des  $(n + 1)$  premiers termes de cette suite géométrique :

$$S_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k} = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^n}$$

1. Calculer quelques termes de cette somme

•  $S_1 = 1 + \frac{1}{2} = \dots$  ;  $S_2 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \dots$  ;  $S_3 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \dots$  ;  $S_4 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \dots$

2. Écrire un programme qui demande la valeur de  $n$  et renvoie le terme  $S_n$ . Vérifiez avec vos réponses à la question 1.
3. Conjecturez la limite de la suite  $S_n$  en utilisant le programme de la question 2.

$S_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$     $S_{20} = \underline{\hspace{2cm}}$     $S_{30} = \underline{\hspace{2cm}}$     $S_{100} = \underline{\hspace{2cm}}$     $S_{200} = \underline{\hspace{2cm}}$

Il semble que la suite tende vers  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

4. Conjecturez la limite de la suite  $S_n$  en utilisant le programme de la question 2.
5. On admet que la suite  $S_n$  tend vers 2 et est strictement croissante. On cherche alors à déterminer à partir de quel rang tous les termes de la suite dépassent un certain seuil.

5a. A l'aide du programme écrit en 2. Déterminer le plus petit entier  $n$  tel que :

- $S_n > 1,9 \Leftrightarrow n \geq \underline{\hspace{2cm}}$
- $S_n > 1,99 \Leftrightarrow n \geq \underline{\hspace{2cm}}$
- $S_n > 1,999 \Leftrightarrow n \geq \underline{\hspace{2cm}}$

5b. Écrire un programme qui prend en compte le seuil et donne en sortie le plus petit entier  $n$  tel que  $S_n > \text{seuil}$ .

6. Avec un écart avec la limite

6a. Chercher le premier indice  $n$  tel que  $S_n > 1,999$  revient à chercher le premier indice  $n$  tel que  $2 - S_n < 0,001$ . On modifie donc le programme ci-dessus en utilisant la limite.