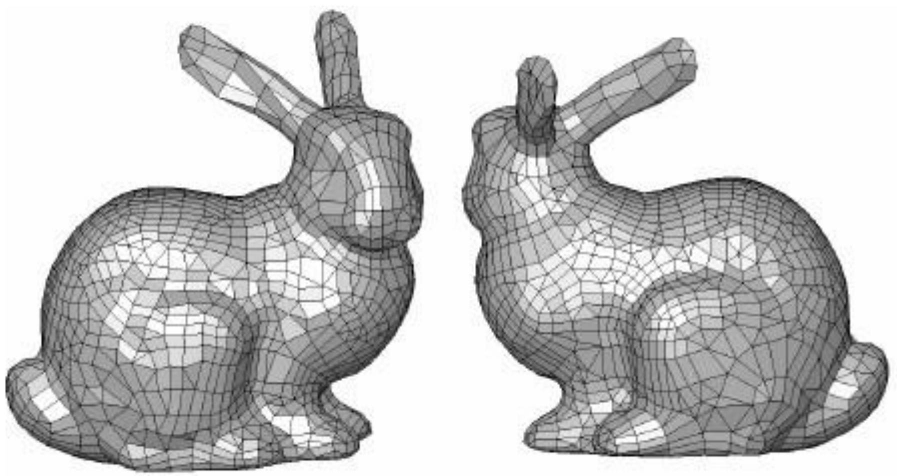
Point Processing & Modeling

Source cours de Jean-Marc Thiery
https://perso.telecom-paristech.fr/jthiery/

Representations de surfaces



Opérations sur les points

- Recherche de voisinage
- Filtrage
- Rendu
- Définition de surface implicite
- Conversion en maillage triangulaire
- Enrichissement
- Recalage
- Édition / manipulation
- Coloriage
- ...

Sources

LIDAR

Batiments, etc

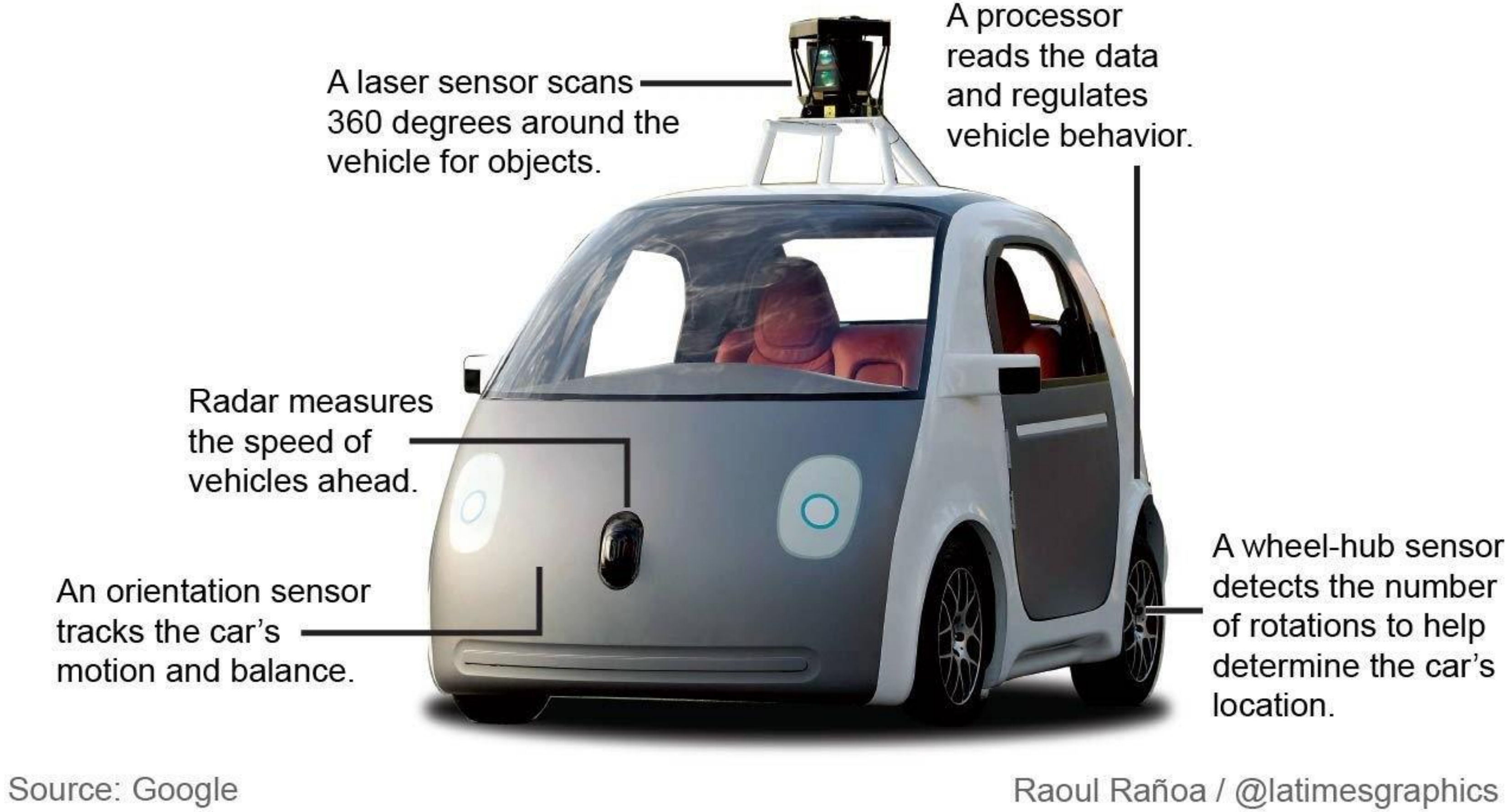
Sources

Table tournantes

Sources

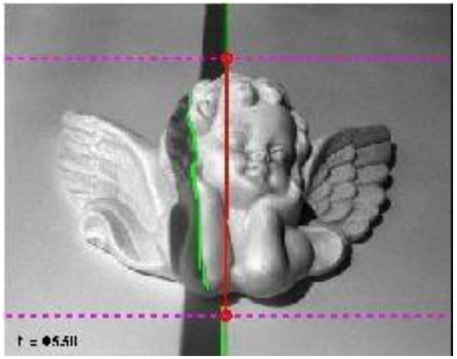
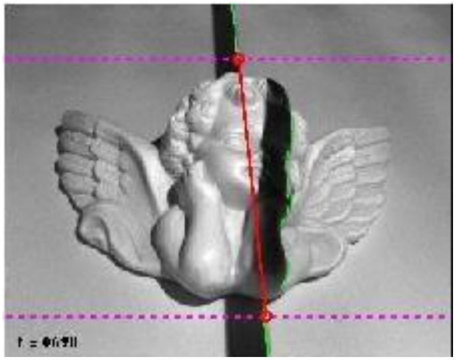
Kinect

Sources



Google car

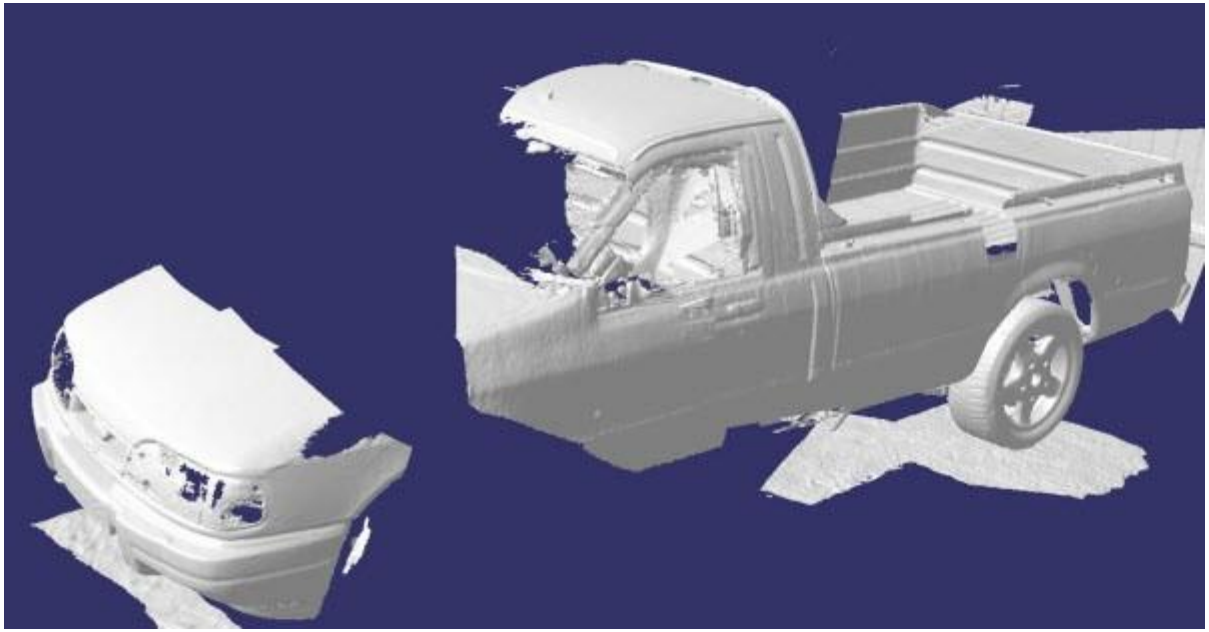
Sources

Système fait avec une lampe et un crayon…
http://www.vision.caltech.edu/bouguetj/ICCV98/



Bruits et propriétés géométriques

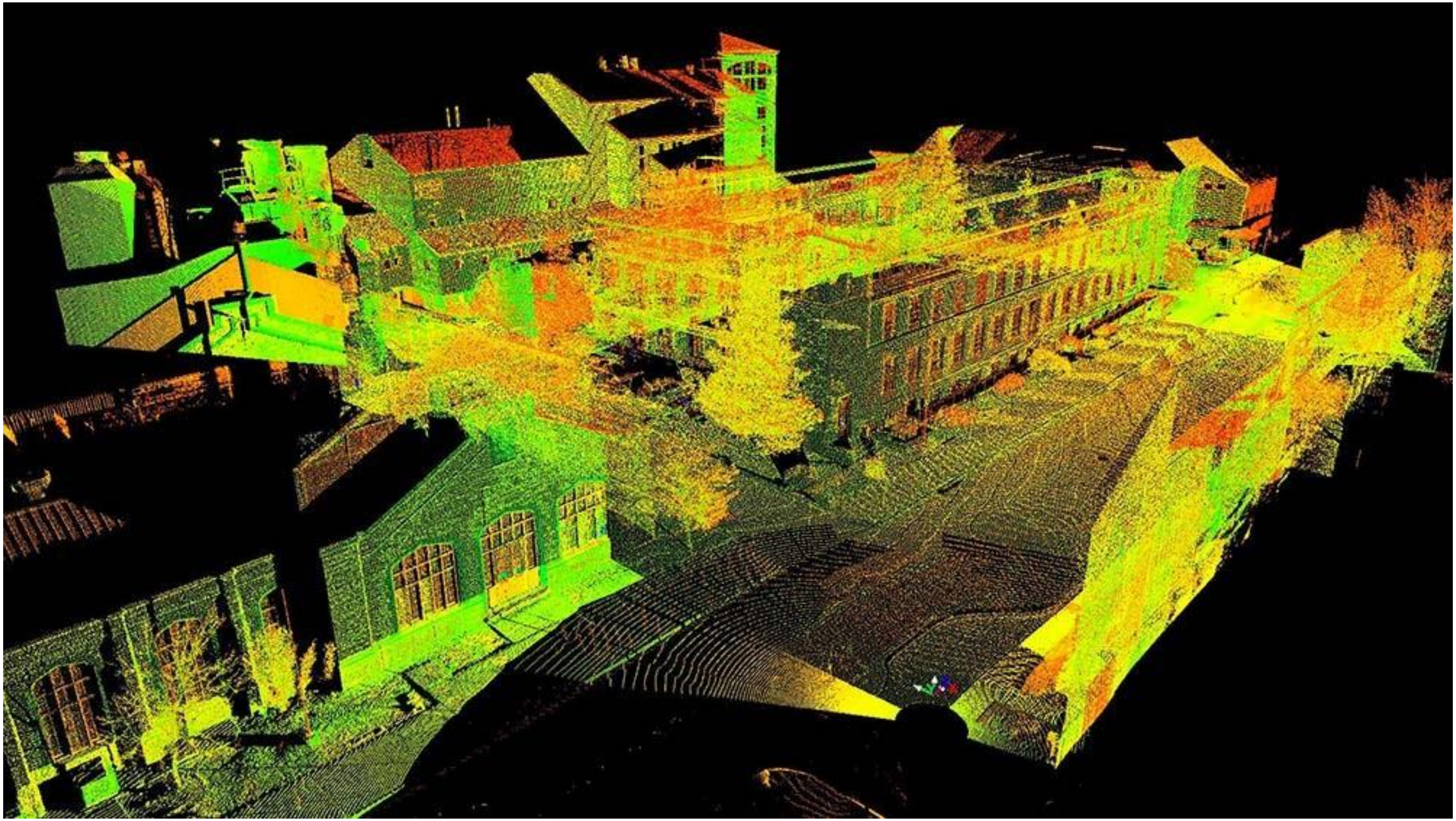


Occlusions, parties transparentes ou réfléchissantes

Bruits et propriétés géométriques

Quantification, popping

Bruits et propriétés géométriques



Direction du scan

http://www.adamdealva.com/

Bruits et propriétés géométriques

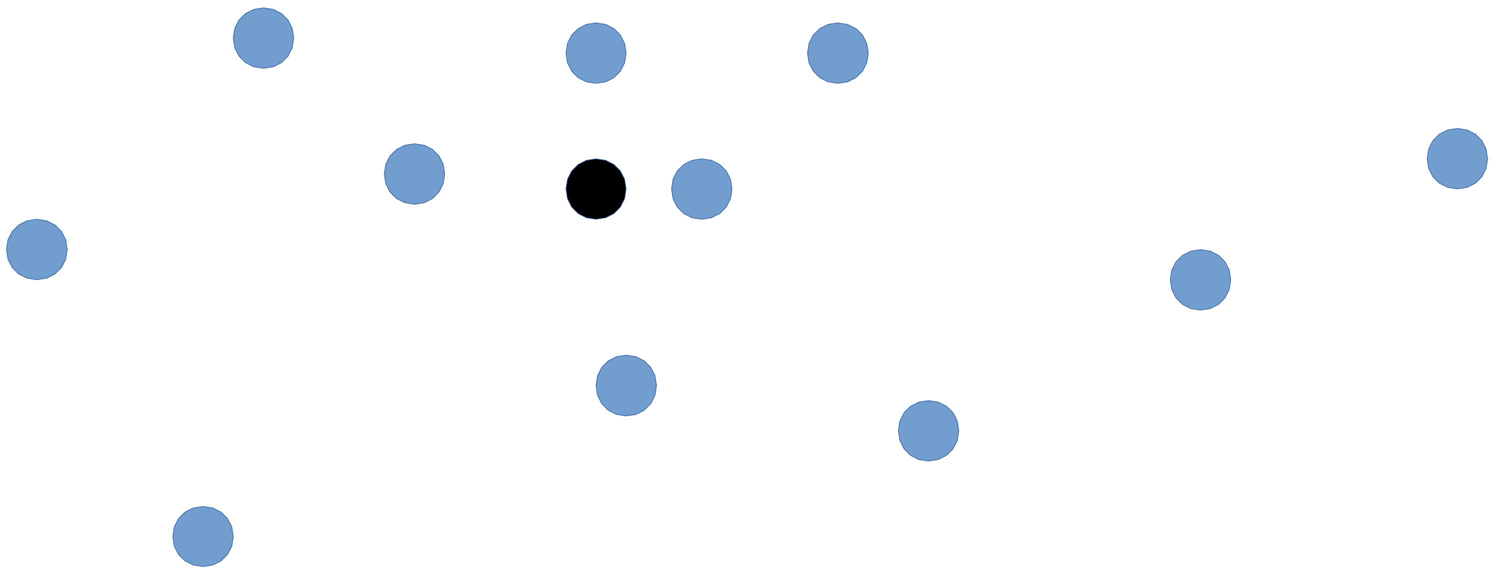
Bruits et propriétés géométriques

Différents types de bruit, différents artifacts

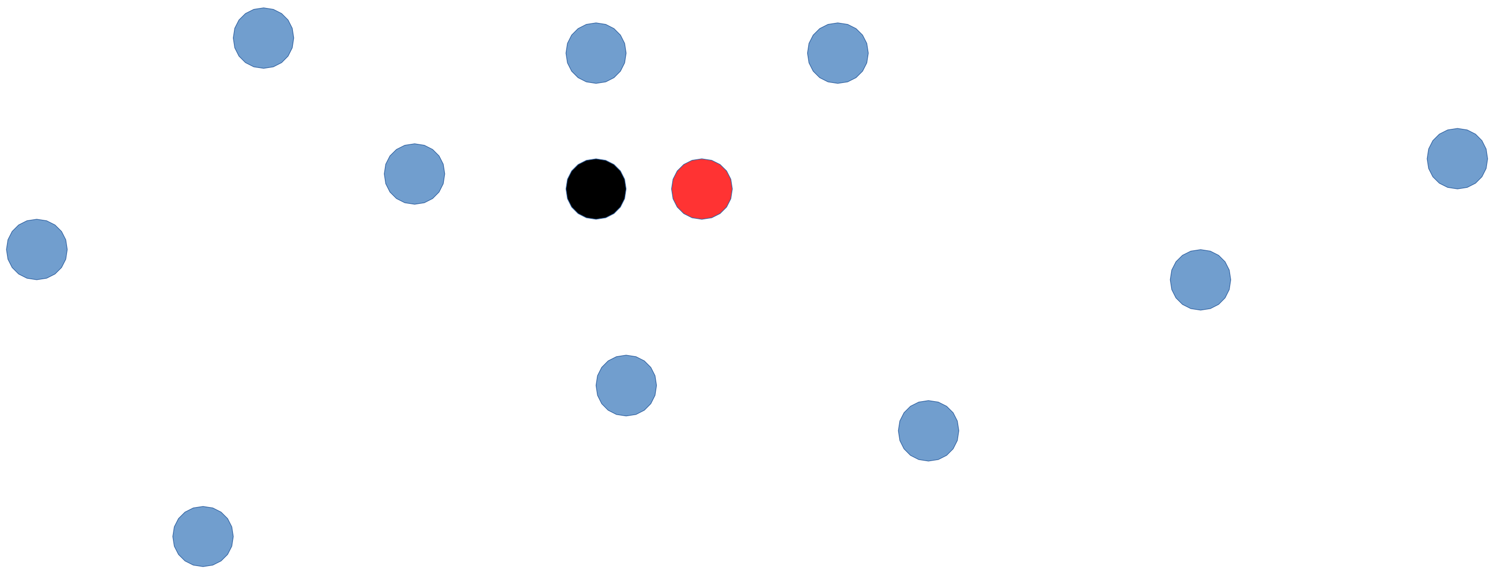
$\rightarrow$

Différents algorithmes de traitement

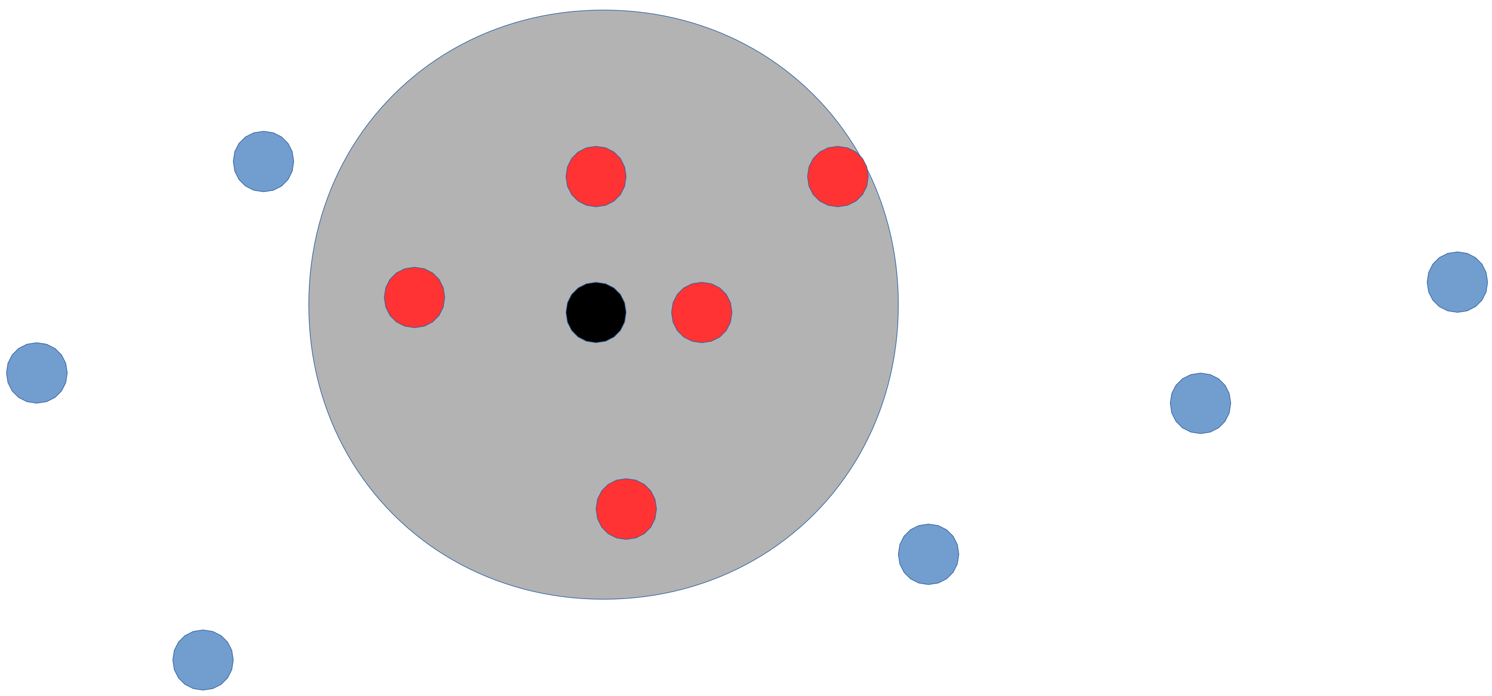
Recherche de voisinages Euclidiens



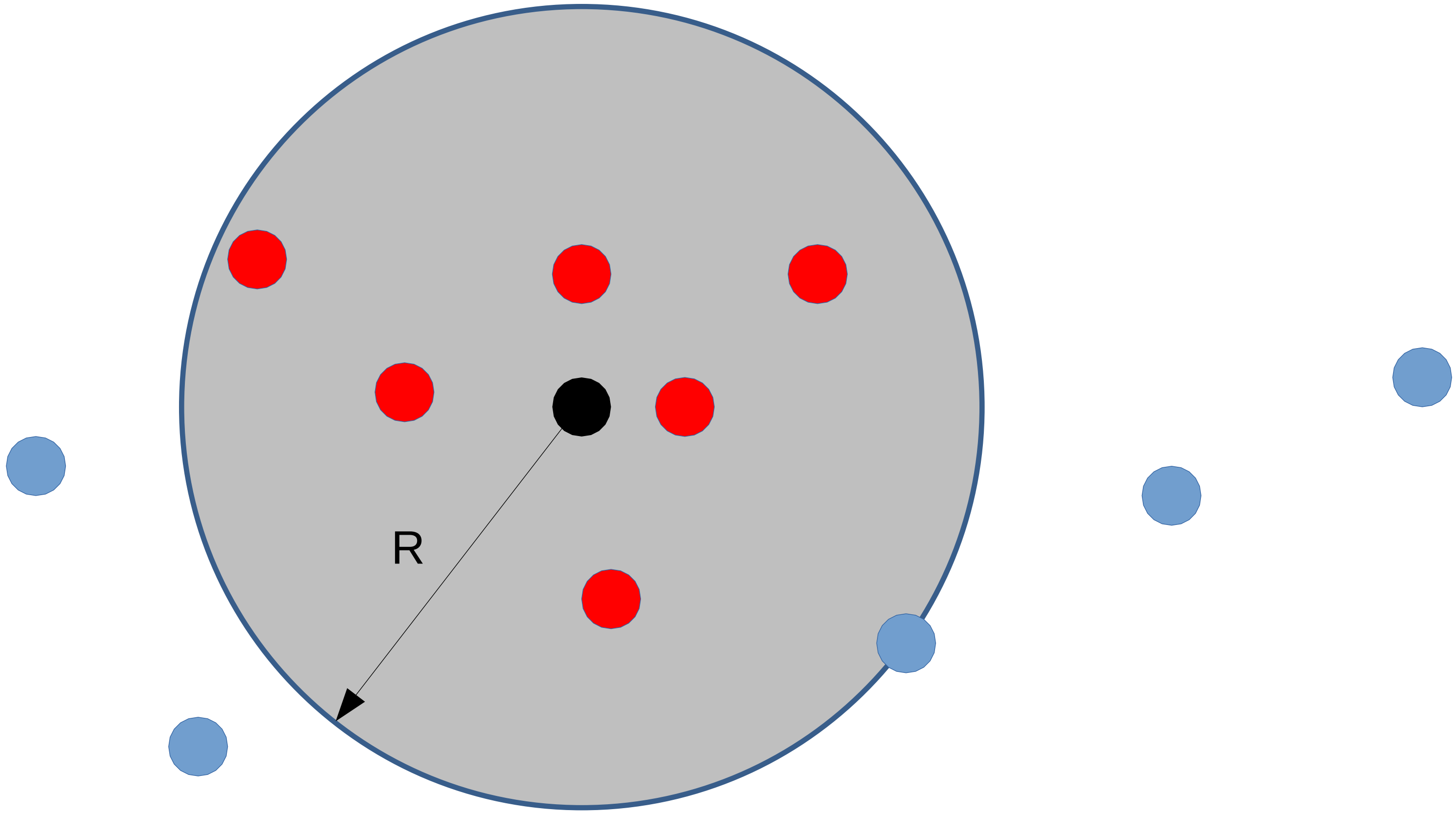
Plus proche voisin



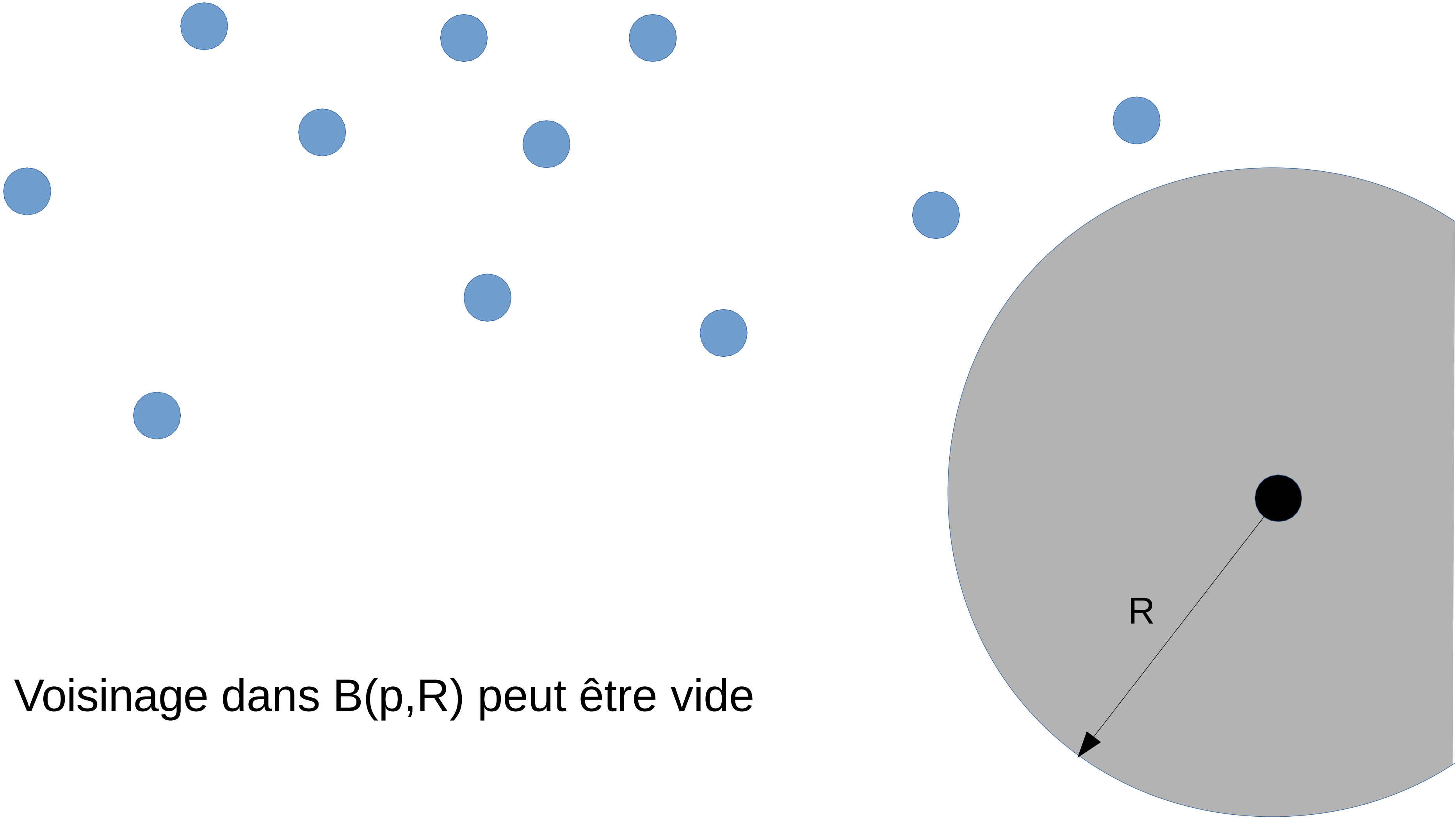
K (ici, 5) plus proches voisins



Voisins a distance < R

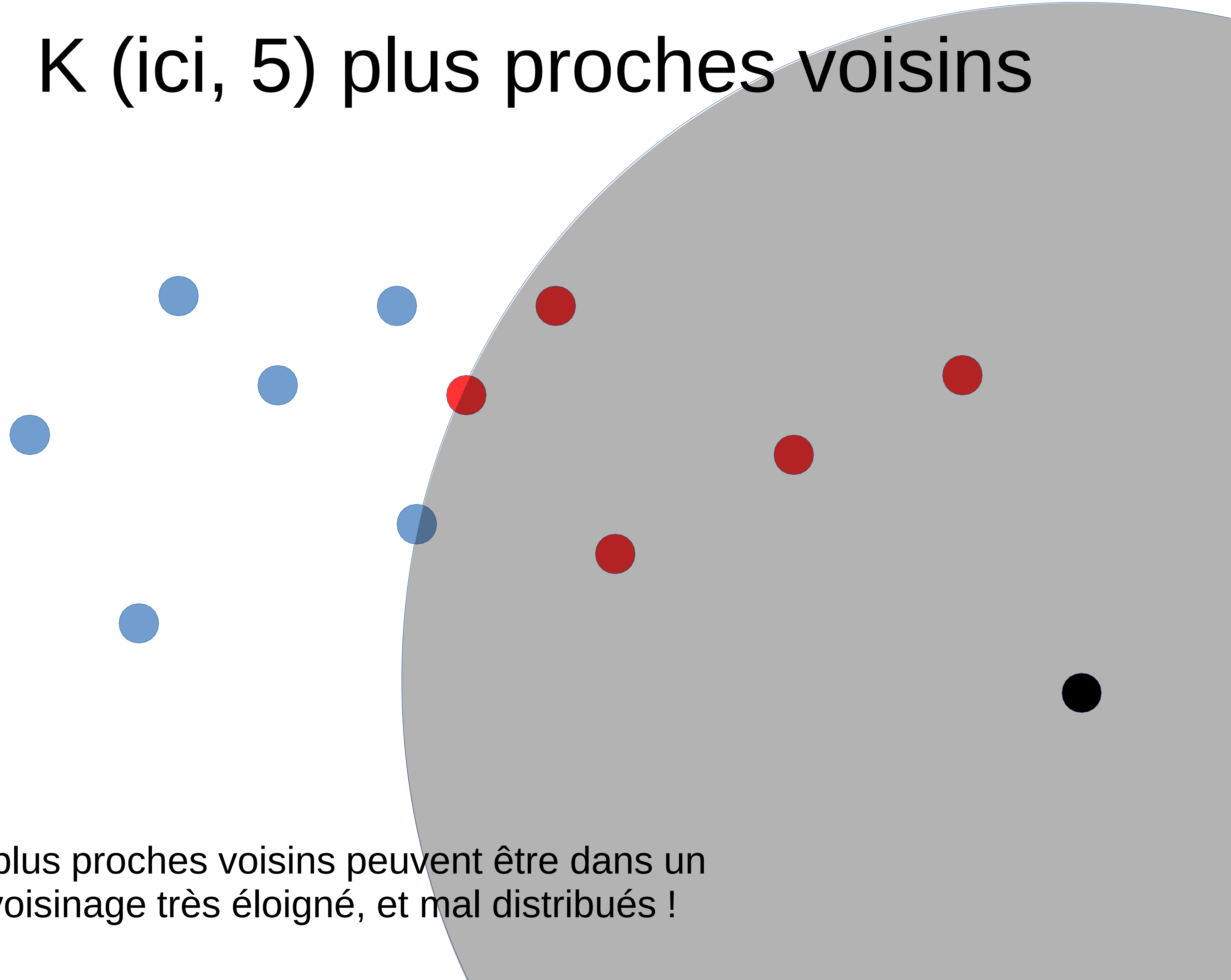


Voisins a distance < R



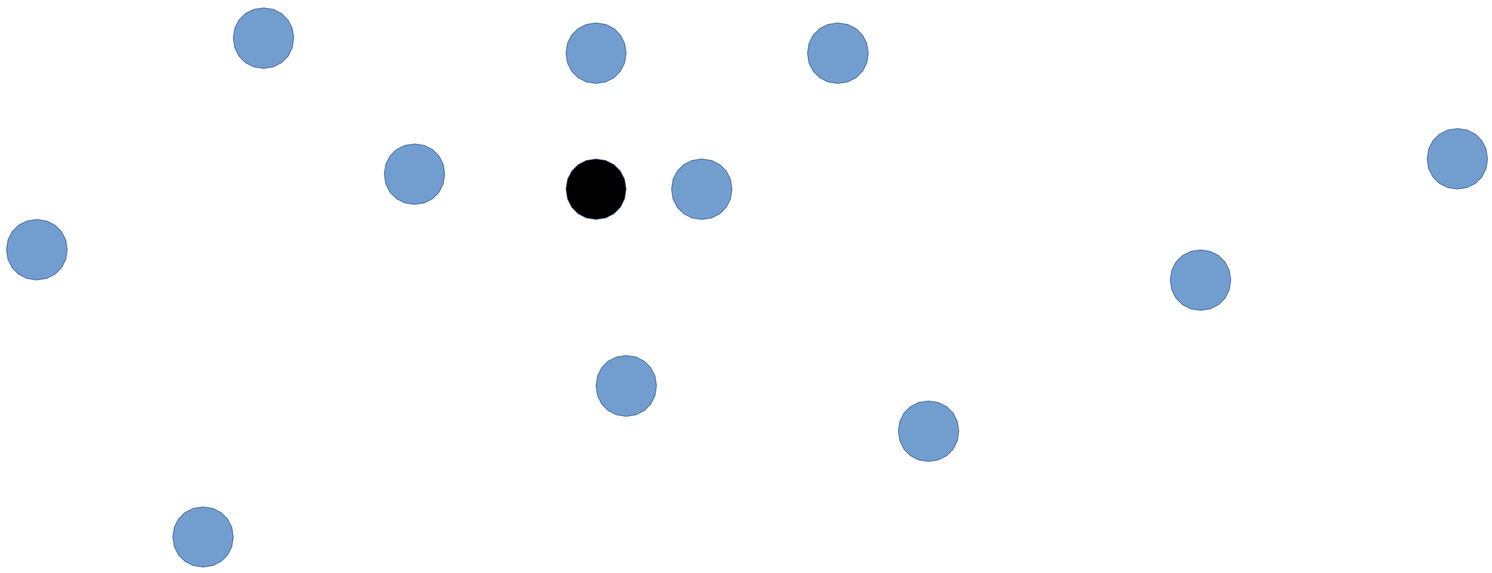
Voisinage dans B(p,R) peut être vide

K (ici, 5) plus proches voisins



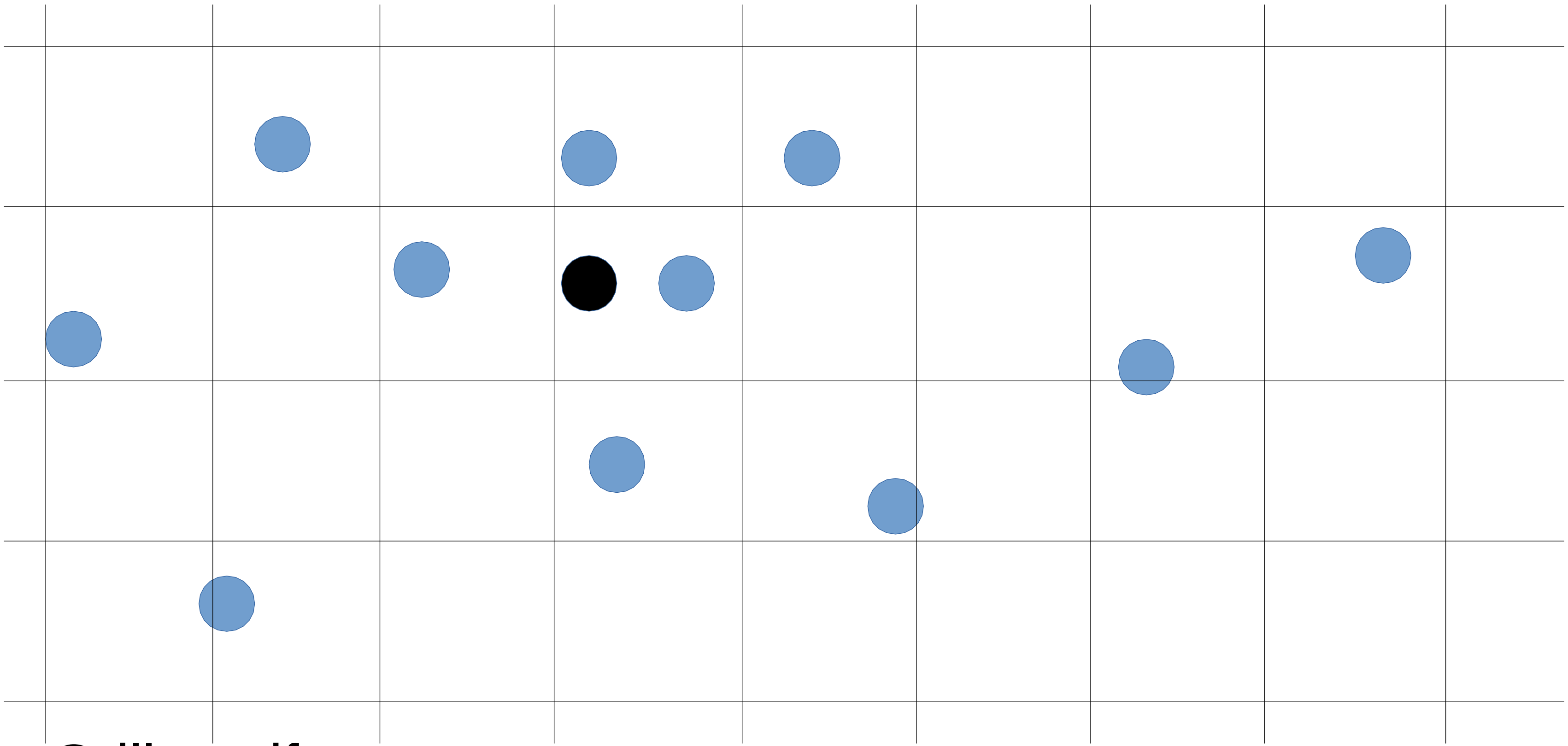
K plus proches voisins peuvent être dans un voisinage très éloigné, et mal distribués !

Recherche de voisinages Euclidiens : Structures



Parcours linéaire : le plus simple, aucune structure à stocker.

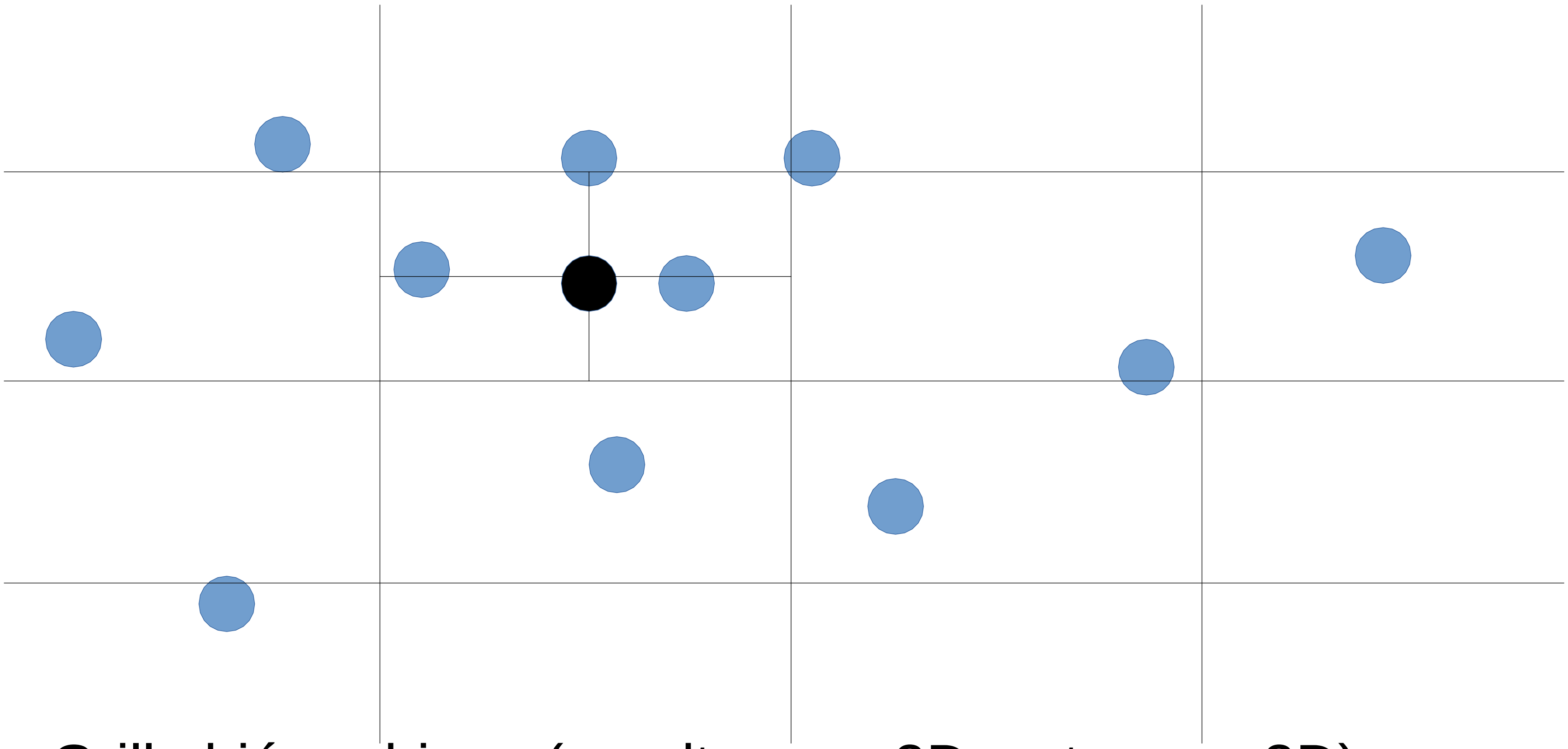
Recherche de voisinages Euclidiens : Structures



Grille uniforme :

- très simple,
- dépend de la taille de la cellule,
- gâche des espaces vides → pas adaptée à des points distribués sur une surface

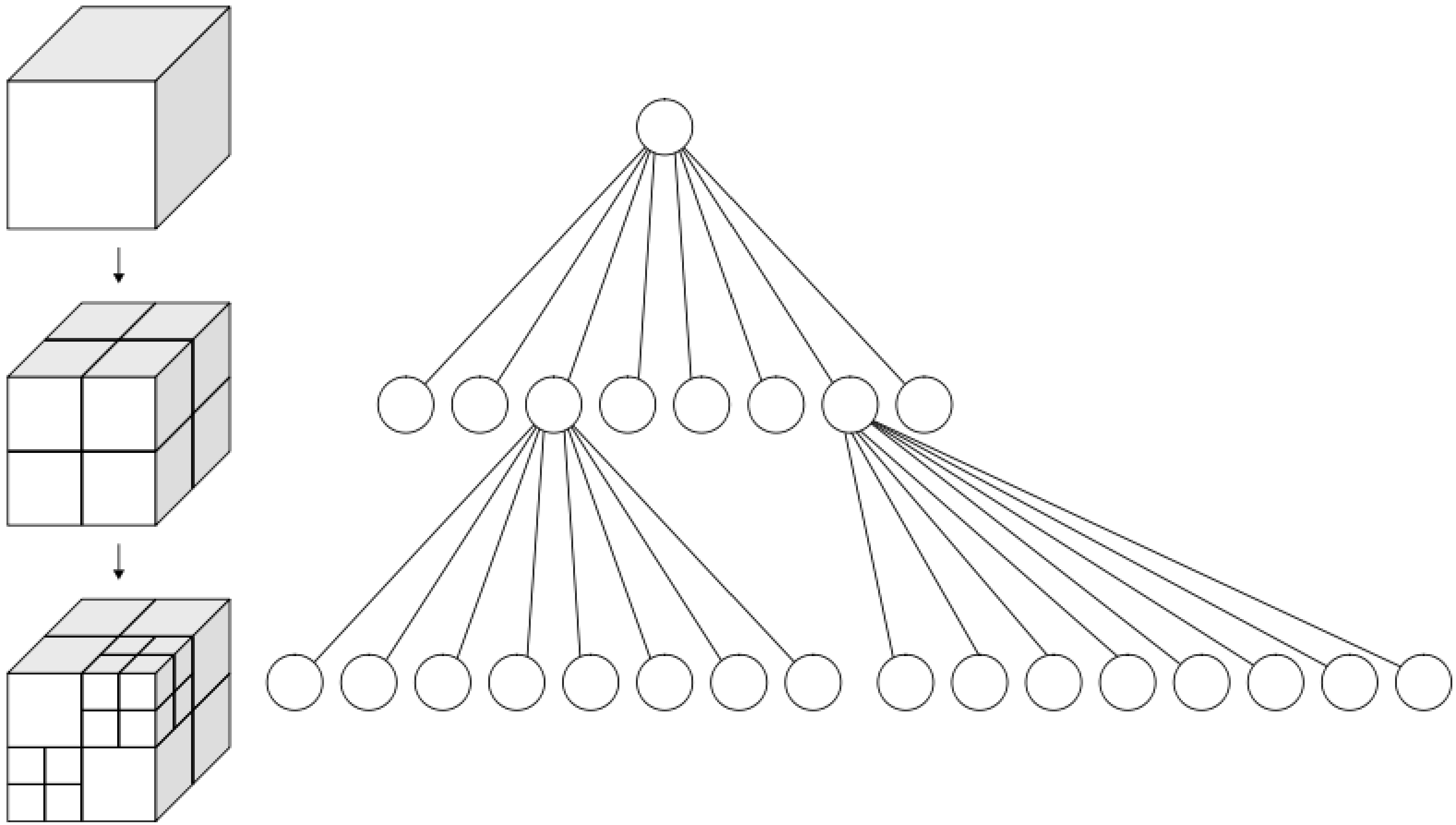
Recherche de voisinages Euclidiens : Structures



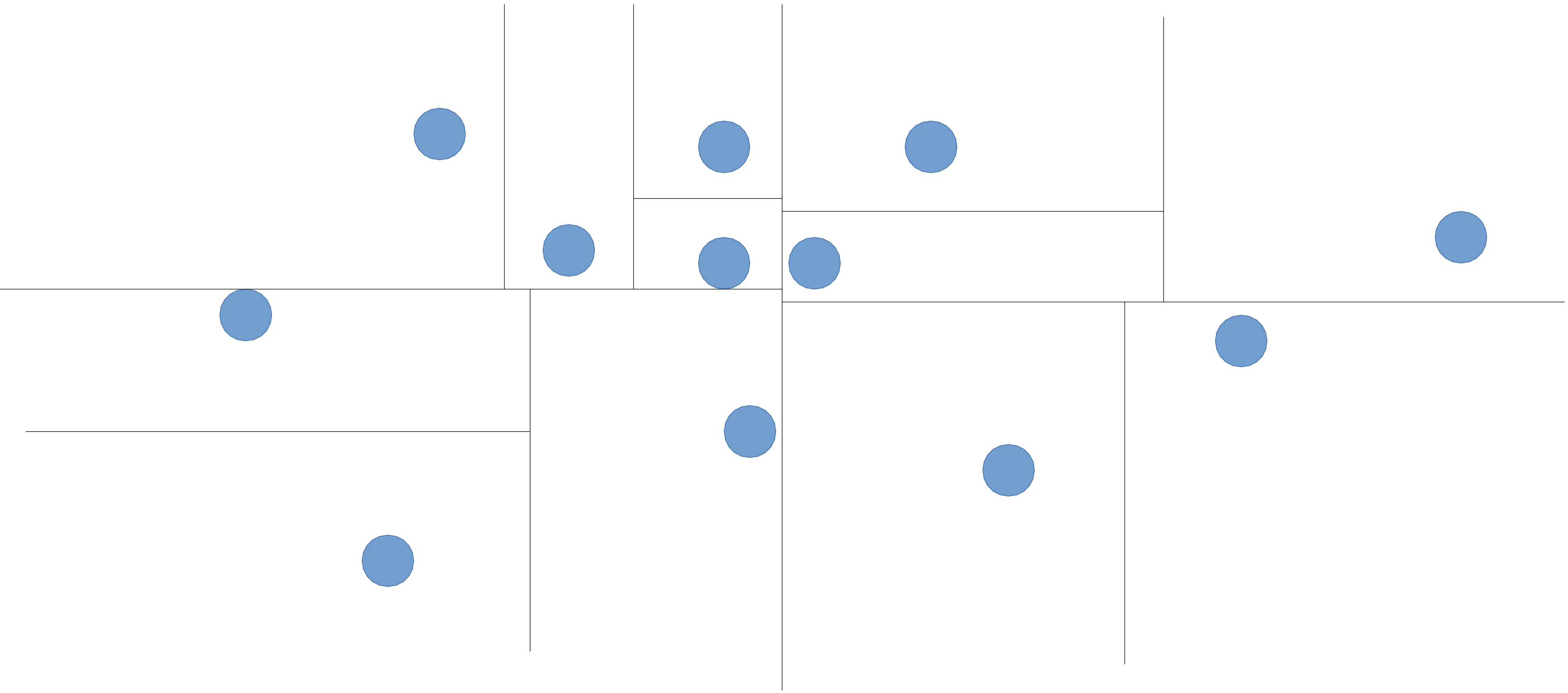
Grille hiérarchique (quadtree en 2D, octree en 3D) :

- construction simple,
- query simple,
- adaptatif → adapté a des points distribués sur une surface

Représentation « sparse » des octrees

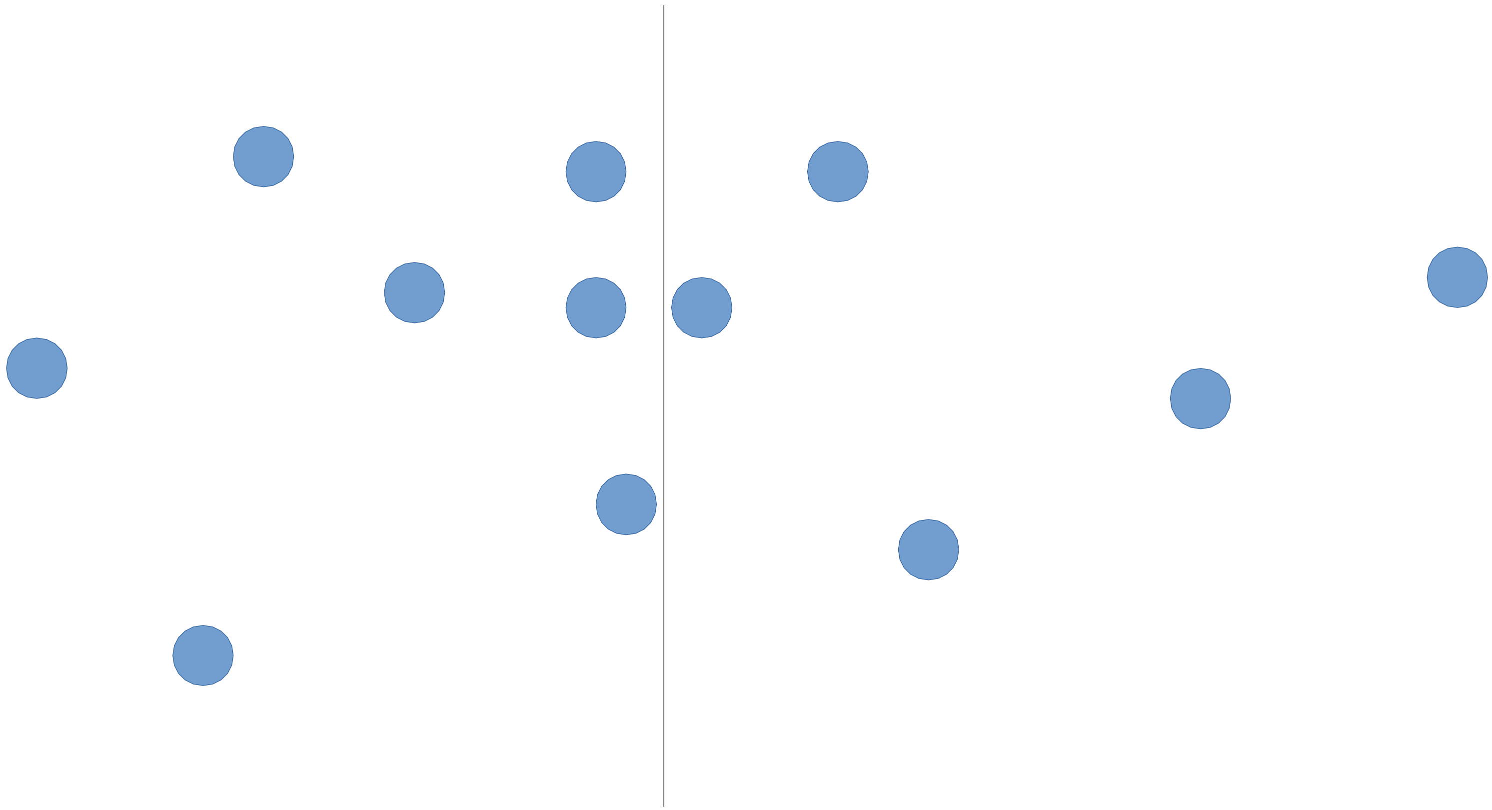


kd-tree



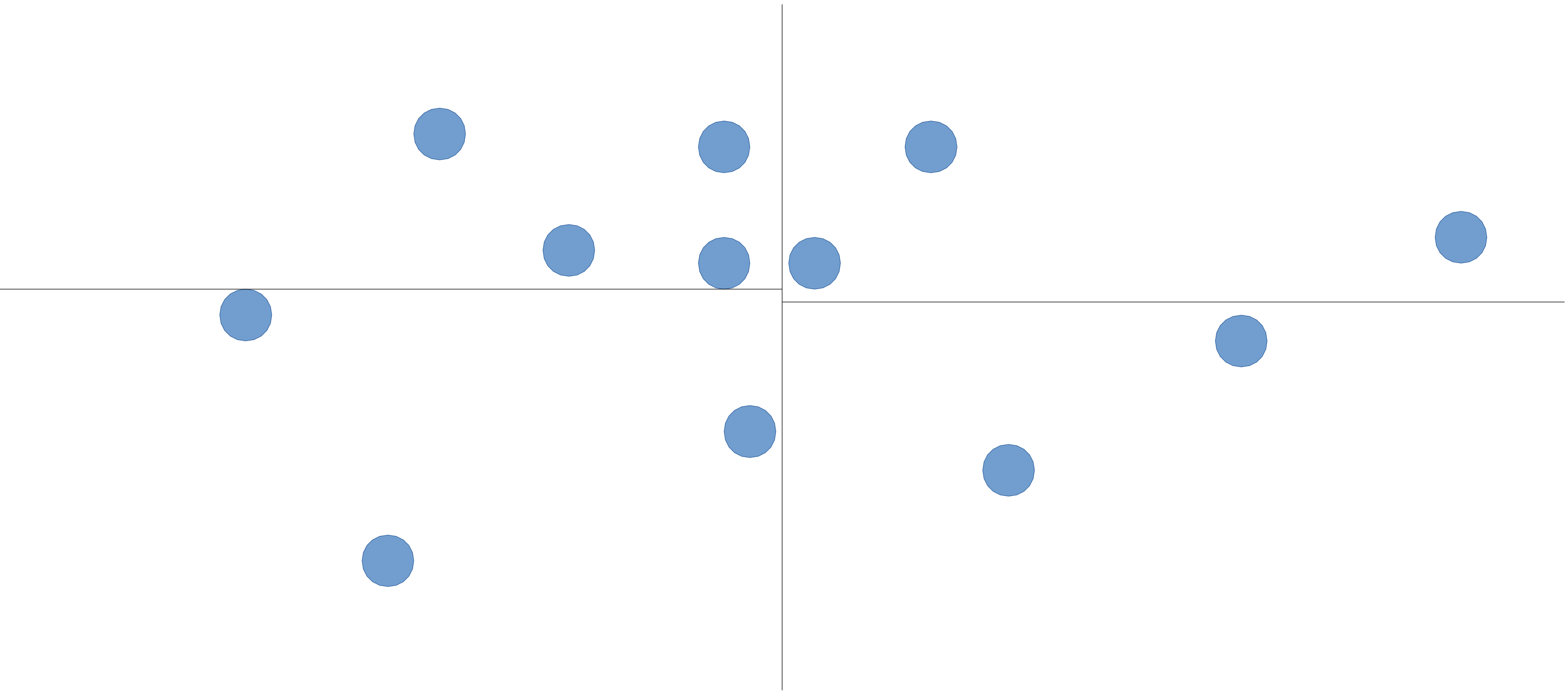
kd-tree: construction simple, requête un peu compliquée mais efficace, adaptatif → adapté a des points distribués sur une surface

kd-tree



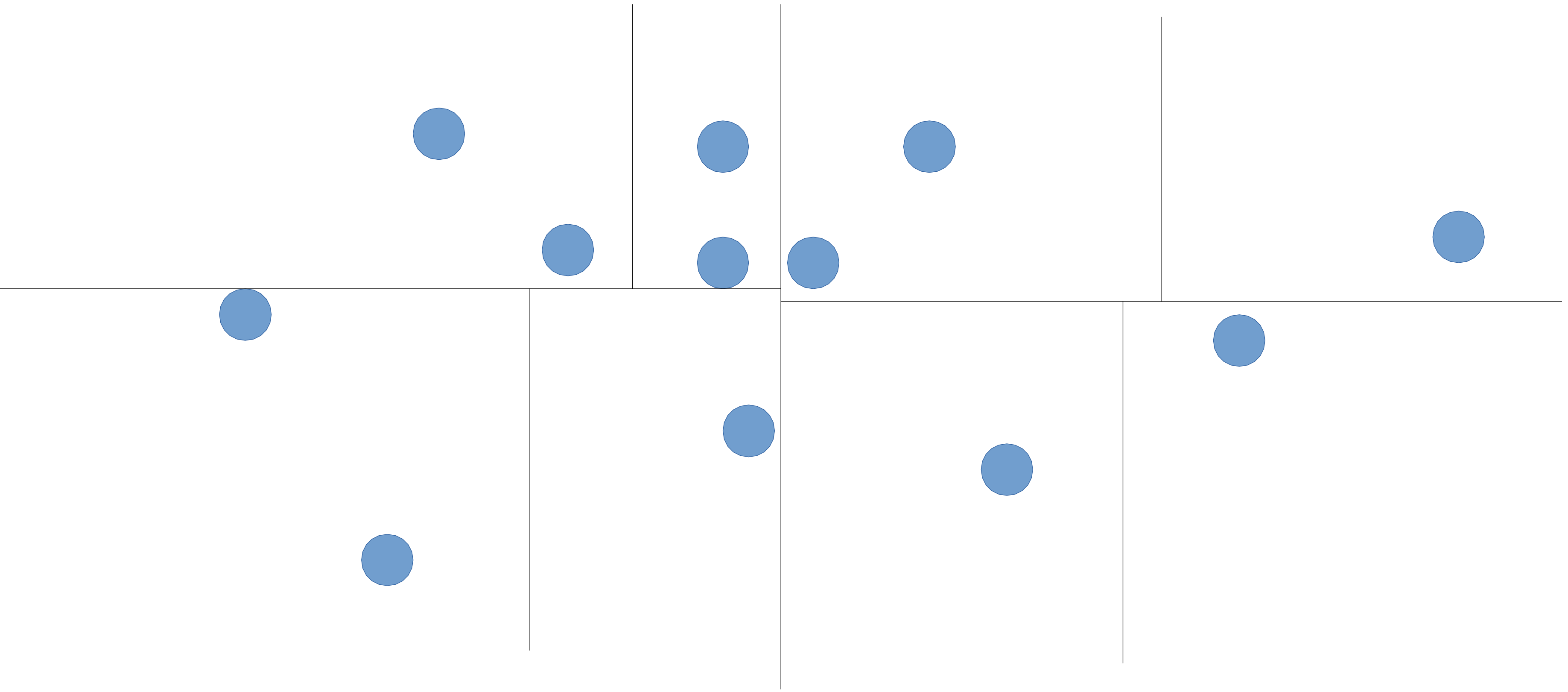
kd-tree: construction simple

kd-tree



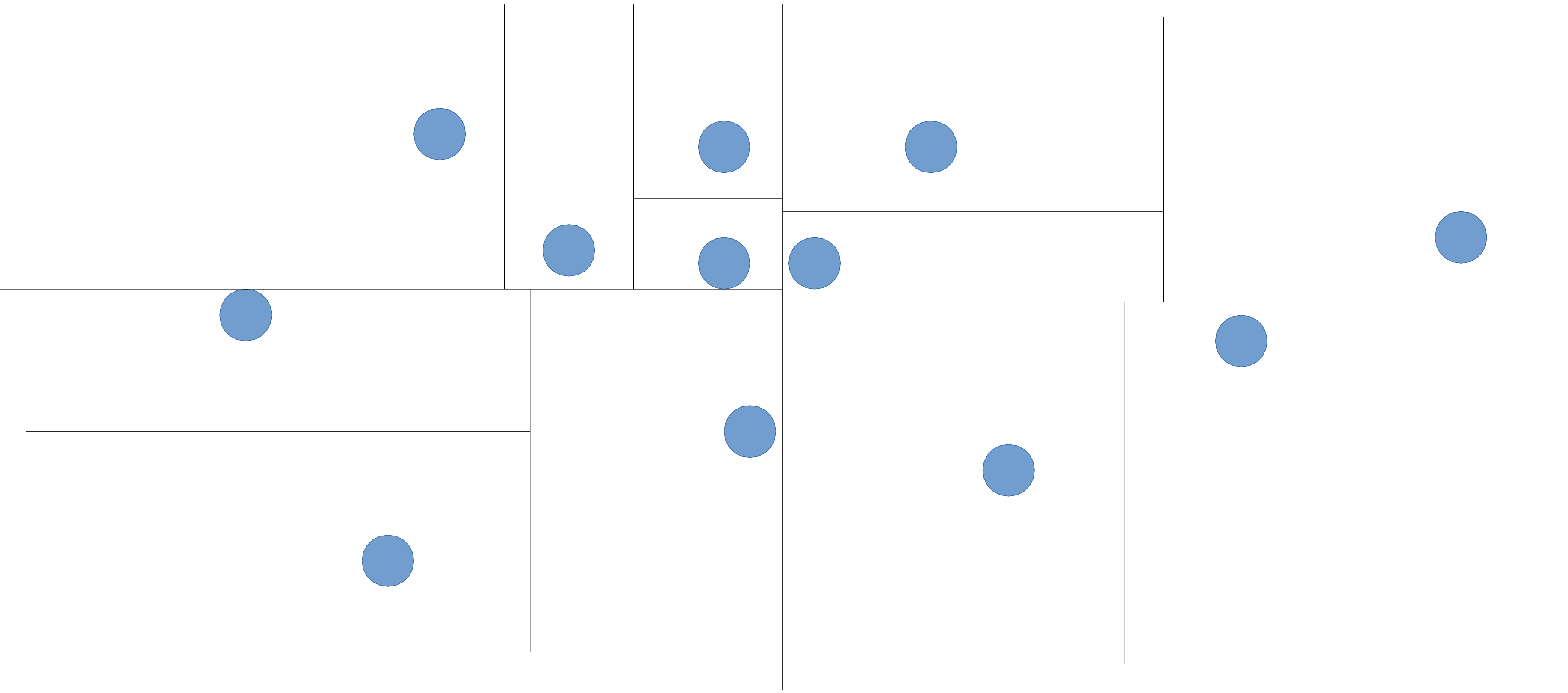
kd-tree: construction simple

kd-tree



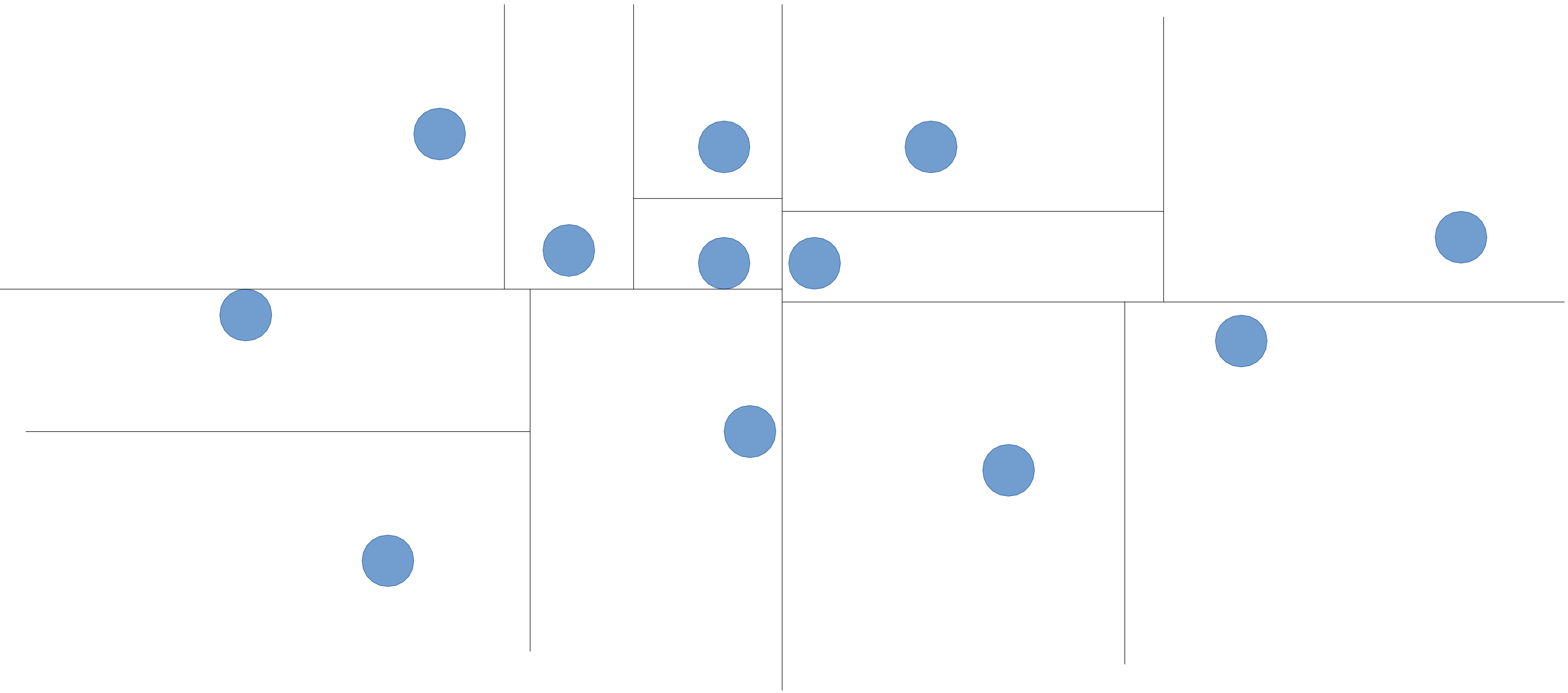
kd-tree: construction simple

kd-tree



kd-tree: construction simple

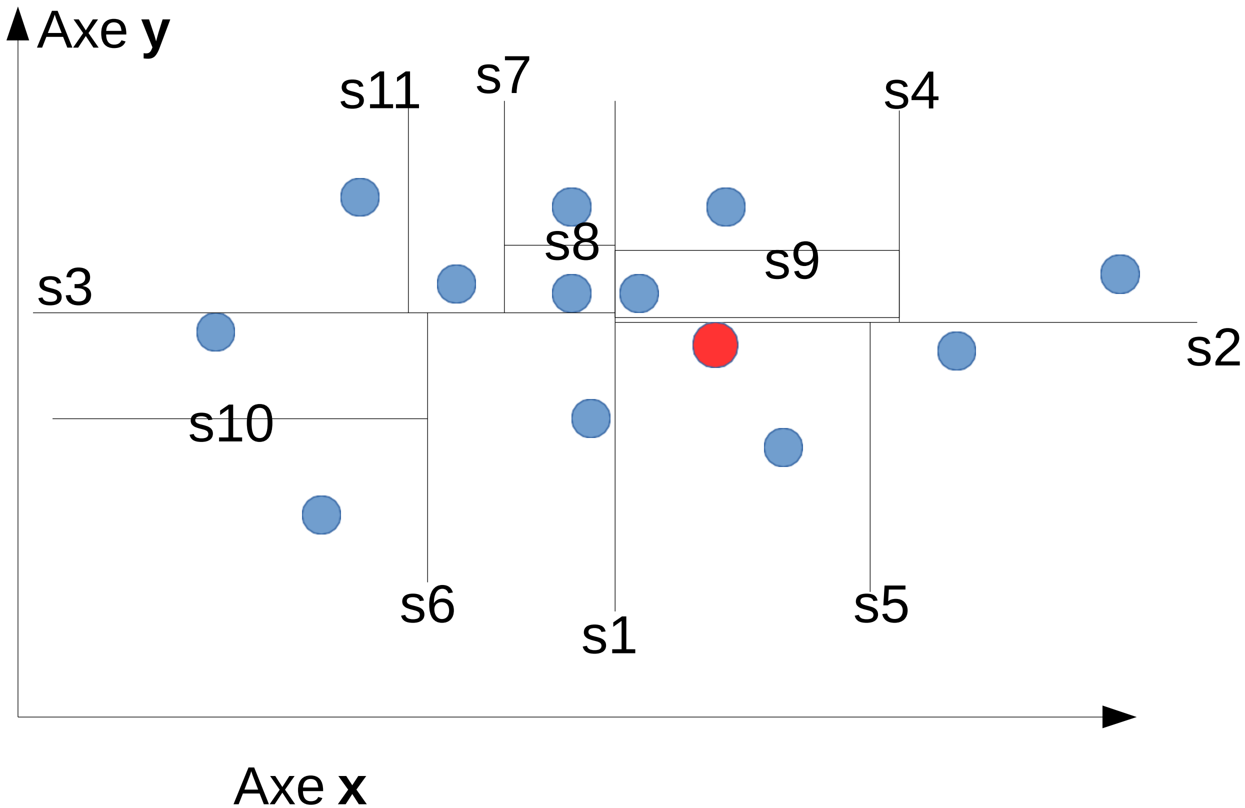
kd-tree

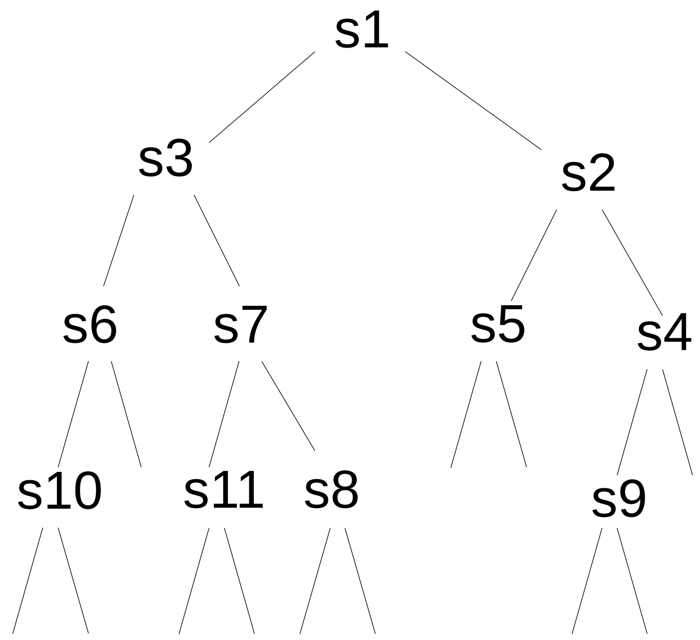


kd-tree: chaque nœud stocke l’axe de subdivision (par ex, « x »), une équation décrivant sa géométrie (par ex, « x=4 »), et des pointeurs vers ses deux nœuds fils

Kd-tree : recherche du plus proche voisin

- Identifier la feuille dans laquelle tombe le point
- En remontant l'arbre, verifier si les cellules voisines peuvent contenir des points plus proches





Kd-tree : recherche du plus proche voisin

```
NNS(q: point, n: node, p: point, w: distance) : point {
if n.left = null then {leaf case}
   if distance(q,n.point) < w then return n.point else return p;
else
   if w = infinity then
     if q(n.axis) ≤ n.value then
        p := NNS(q,n.left,p,w);
        w := distance(p,q);
        if q(n.axis) + w > n.value then p := NNS(q, n.right, p, w);
     else
        p := NNS(q,n.right,p,w);
        w := distance(p,q);
        if q(n.axis) - w ≤ n.value then p := NNS(q, n.left, p, w);
   else //w is finite//
      if q(n.axis) - w ≤ n.value then
      p := NNS(q, n.left, p, w);
      w := distance(p,q);
      if q(n.axis) + w > n.value then p := NNS(q, n.right, p, w);
   return p
}
```

Ressources extérieures utilisées :
https://courses.cs.washington.edu/courses/cse373/02au/lectures/lecture22l.pdf

Kd-tree

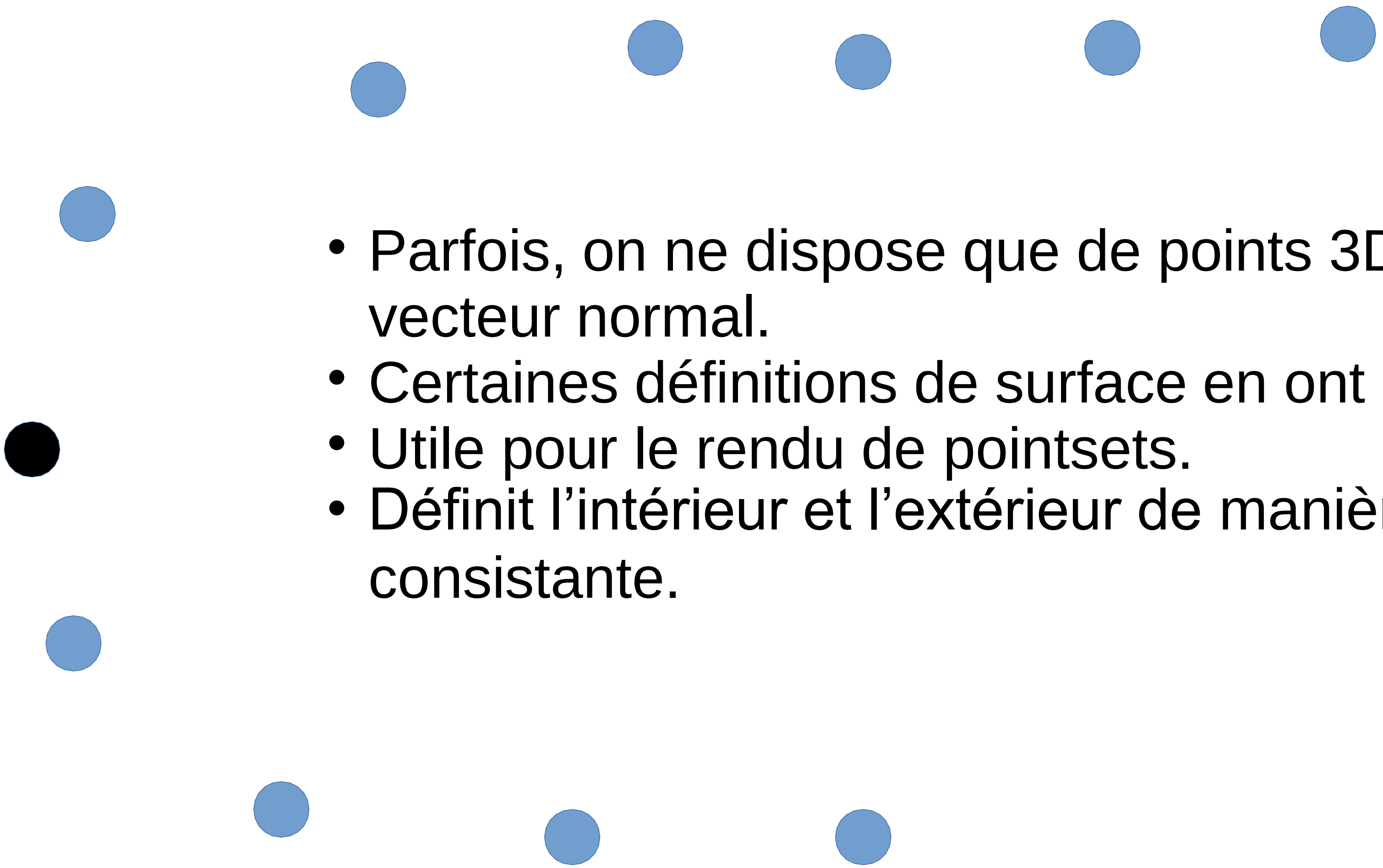
- Permet la recherche du plus proche voisin
- Permet la recherche des k plus proches voisins
- Permet la recherche des voisins dans une boule
- Complexite de construction : n log(n)
- Complexite de query : k log(n)

- Librairies open source existantes
- Code fourni pour le TP

Questions ?

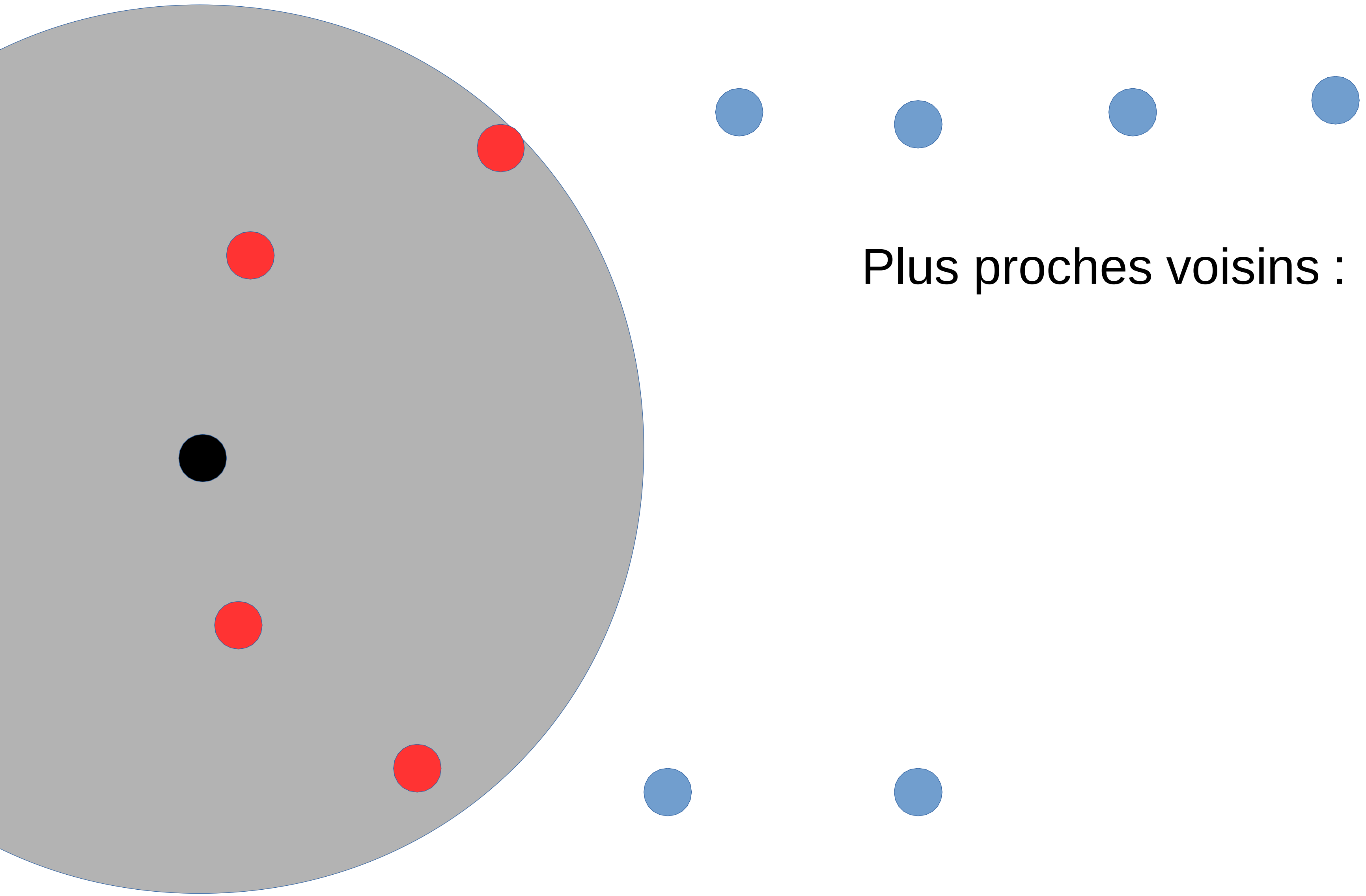
?

Estimation des normales



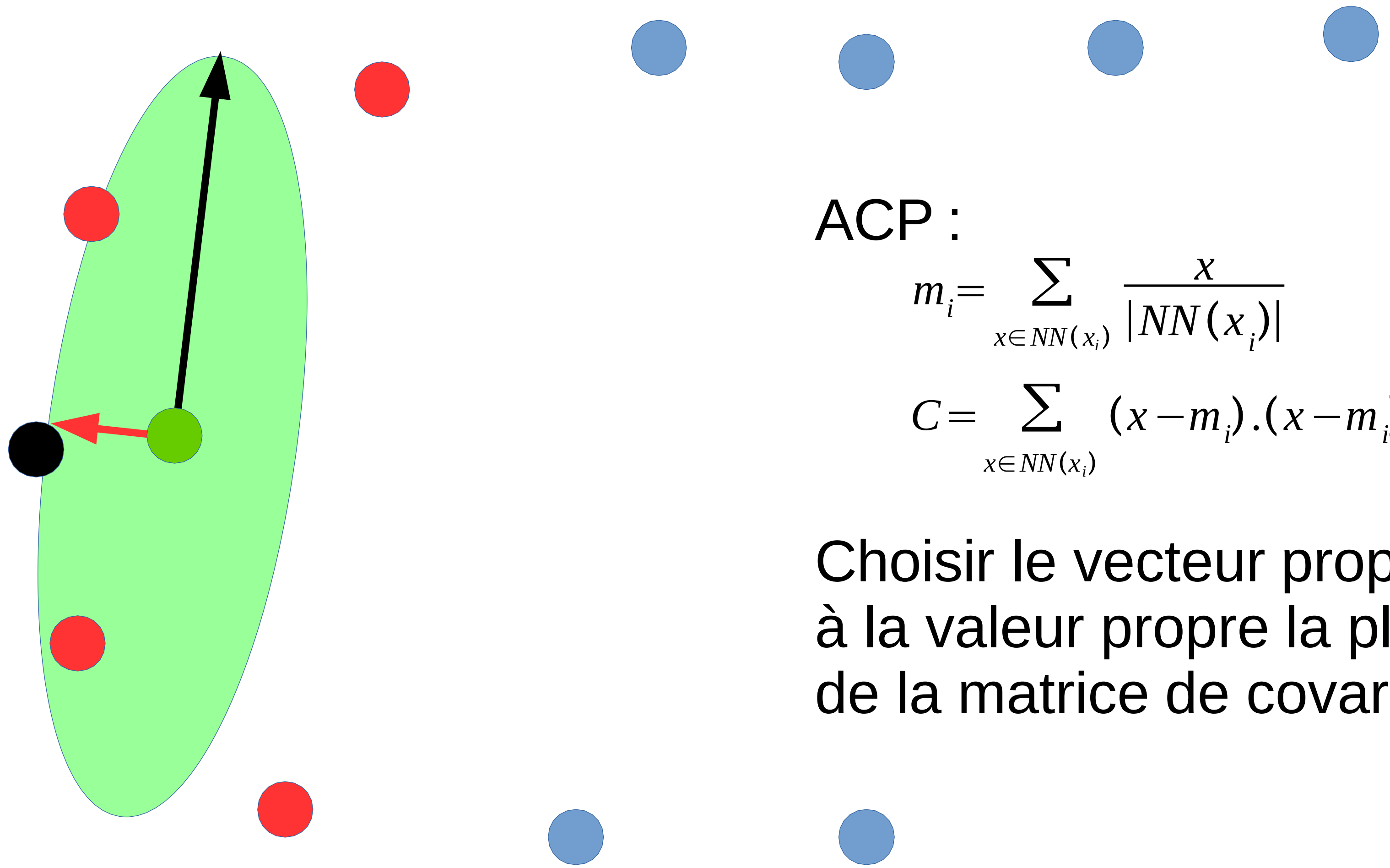
- Parfois, on ne dispose que de points 3D, sans leur vecteur normal.
- Certaines définitions de surface en ont besoin.
- Utile pour le rendu de pointsets.
- Définit l’intérieur et l’extérieur de manière consistante.

Estimation des normales



Plus proches voisins : $NN(x_i)$

Estimation des normales



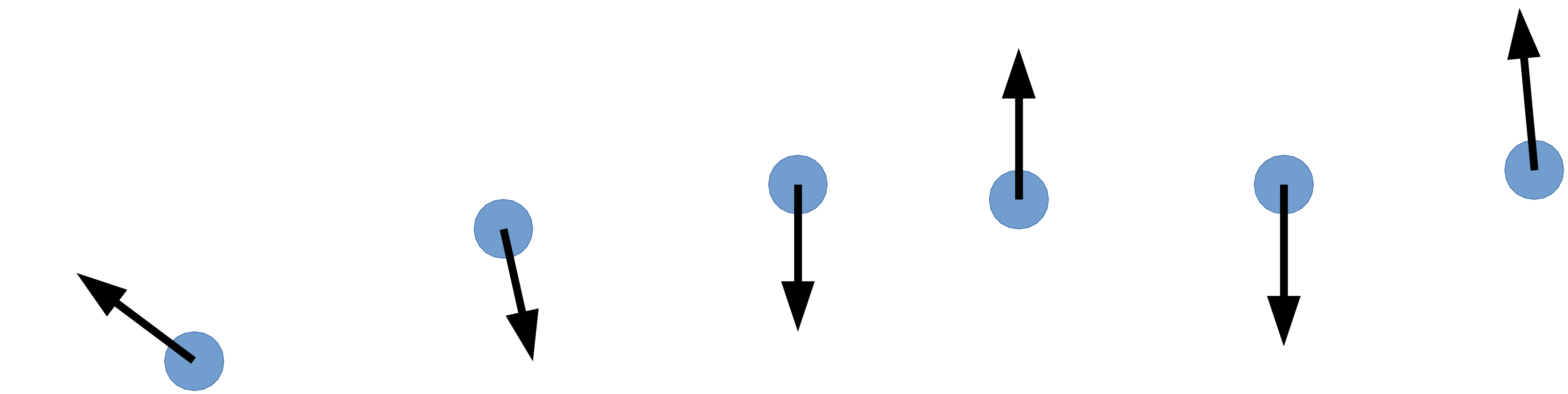
ACP :

$$m_i = \sum_{x \in NN(x_i)} \frac{x}{|NN(x_i)|}$$

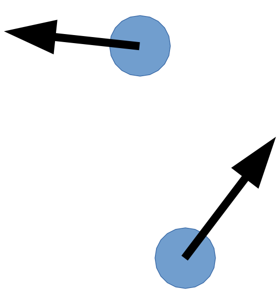
$$C = \sum_{x \in NN(x_i)} (x - m_i).(x - m_i)^T$$

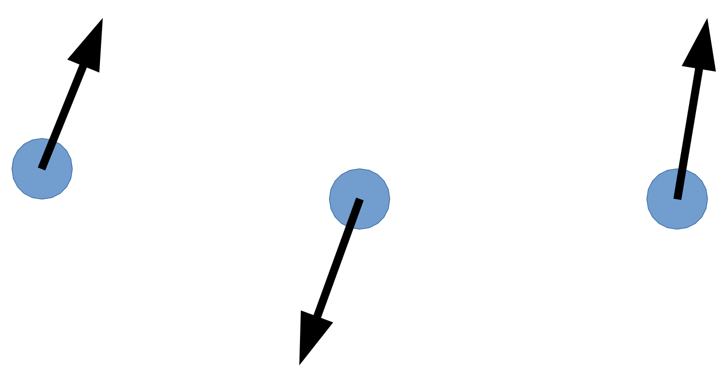
Choisir le vecteur propre associé à la valeur propre la plus petite de la matrice de covariance.

Orientation consistente



- Le vecteur propre x est défini a son orientation près
- Approche gloutonne par propagation locale
- Approche par graphcut (étiquette binaire pour chaque sommet : correctement orienté, ou mal orienté)



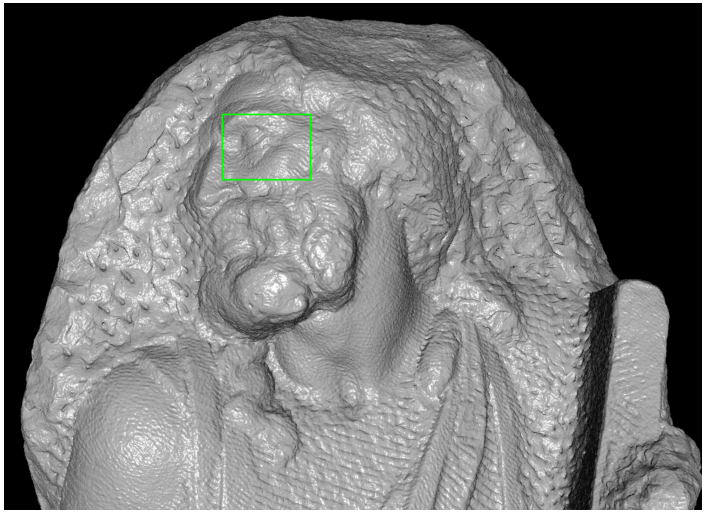


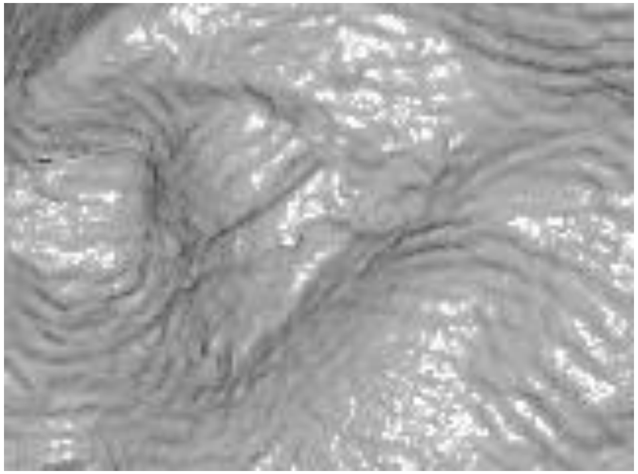
Questions ?

?

Visualisation de pointsets massifs

Rendu de 127 millions de points



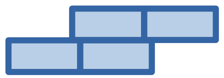


[Rusinkiewicz & Levoy 200] QSplat: A Multiresolution Point Rendering System for Large Meshes

Visualisation de pointsets massifs

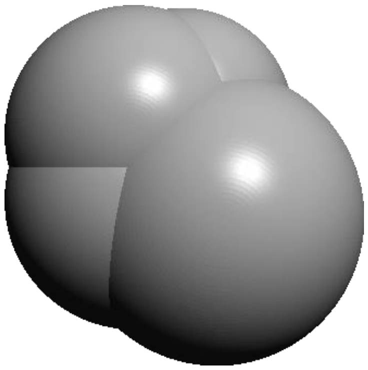
- S’appuie sur une hiérarchie de sphères englobantes
- On n’affiche que ce que l’on doit dans un pixel
- Construction faite avec un (par exemple) un kdtree ou un BSPtree

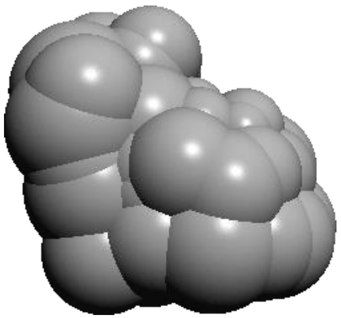
Pixel :

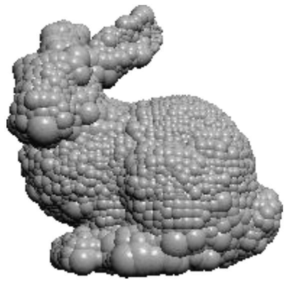


...

Niveau
adapte :





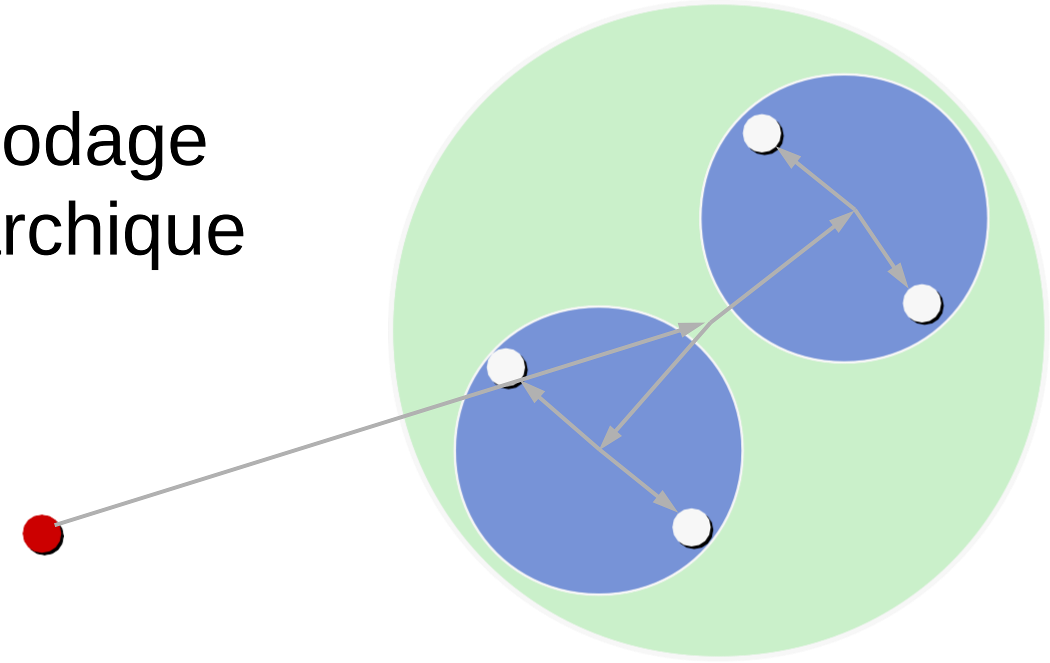


http://web.cs.wpi.edu/~emmanuel/courses/cs563/S05/talks/matt_wk12_QSplat.pdf

Visualisation de pointsets massifs

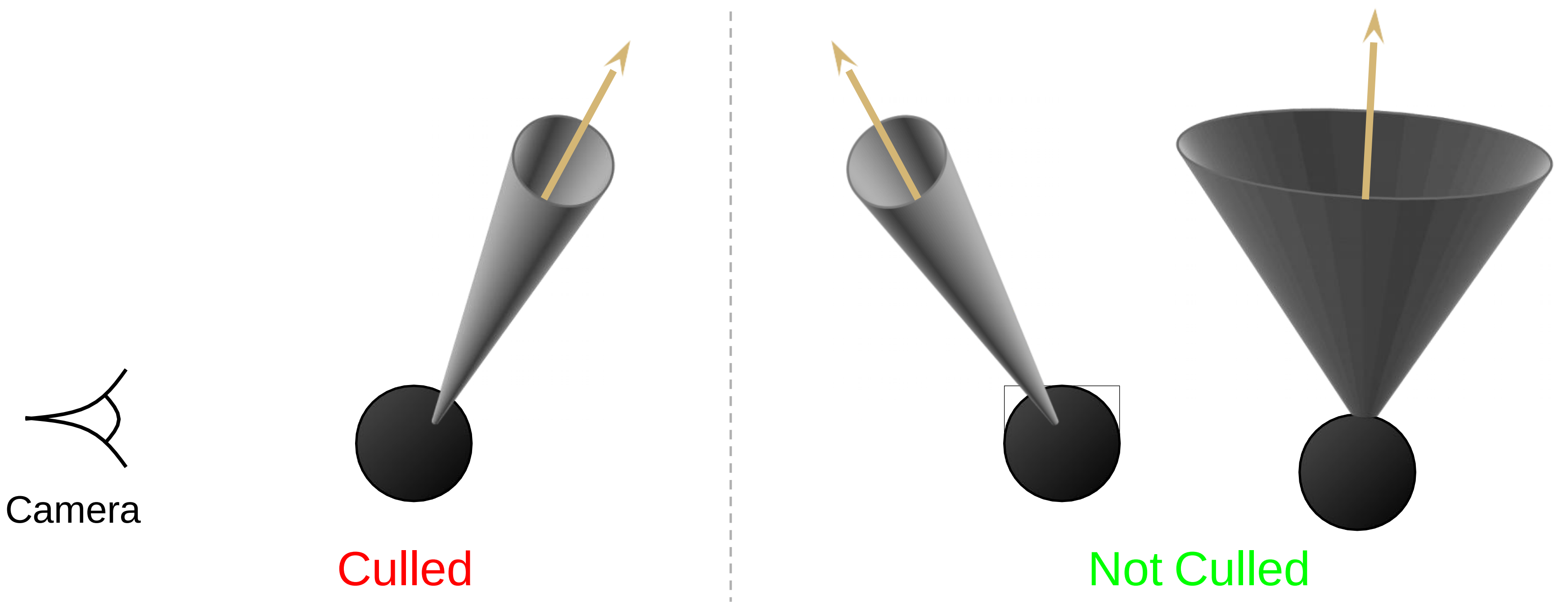
- Chaque nœud contient un pointeur vers ses deux sphères filles
- Ainsi que l'ouverture du cône des normales contenues dans le noeud
- La géométrie de chaque sphère est encodée de manière hiérarchique (des petits nombres encodés sur peu de bits)

Encodage hiérarchique



Visualisation de pointsets massifs

- L’ouverture du cône des normales est utilisée pour le cull des sphères contenant les points qui ne font pas face a la caméra.



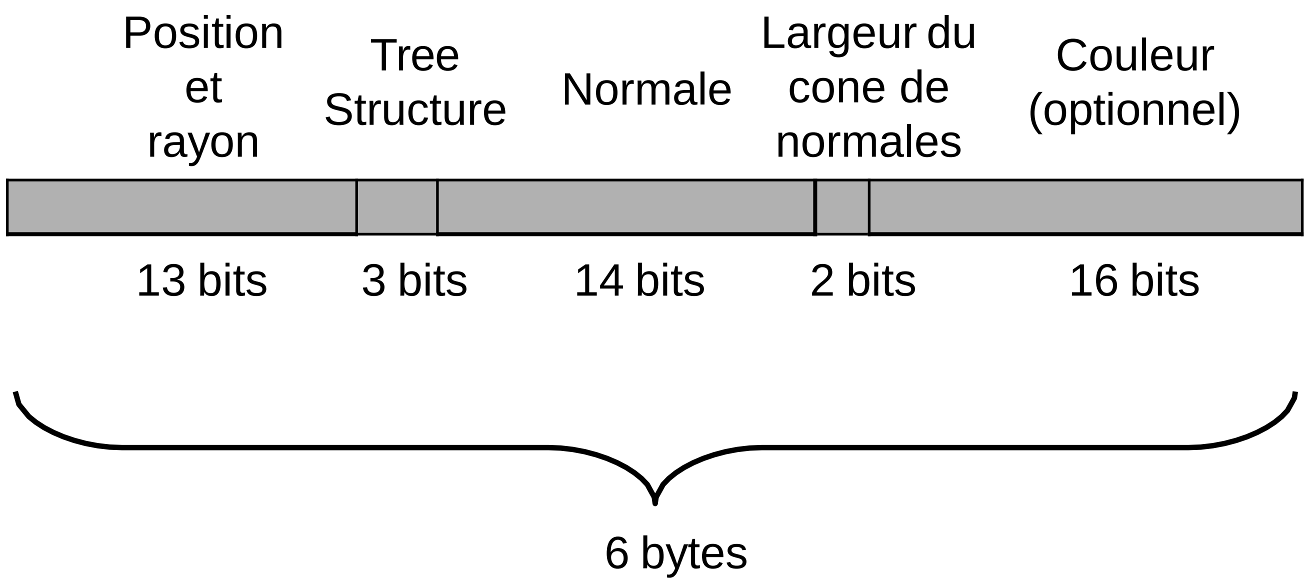
Visualisation de pointsets massifs

Pseudo code :

```
if (node not visible)
        Skip this branch
else if (leaf node)
        Draw a splat
else if (size on screen < threshold)
        Draw a splat
else
        Traverse children
```

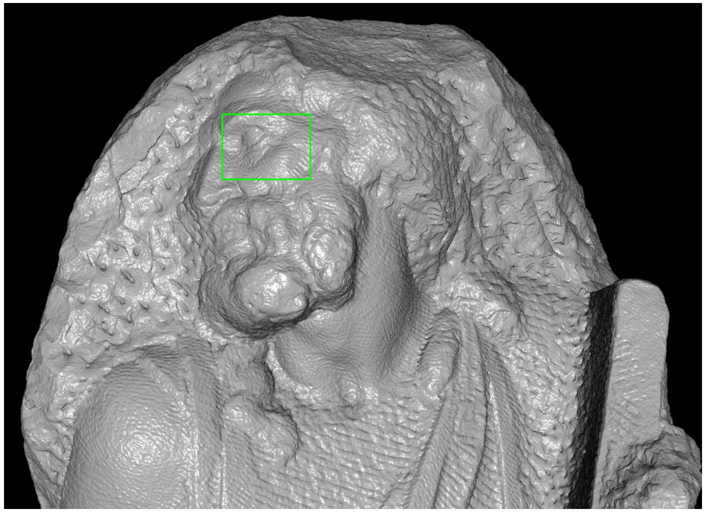
Visualisation de pointsets massifs

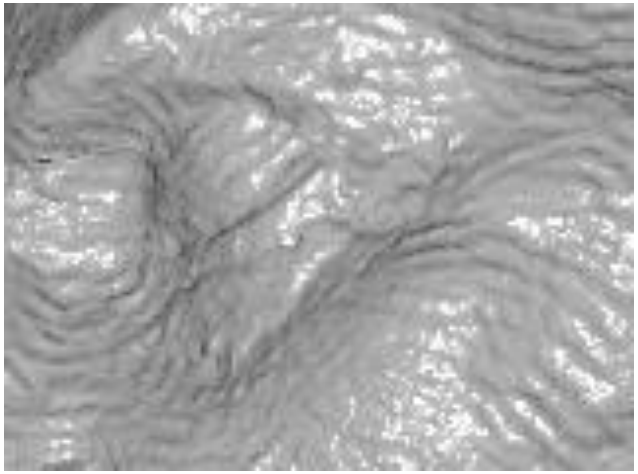
Encodage compresse



Visualisation de pointsets massifs

- 3D scan, statue de 2m70 a 0.25 mm
- 102,868,637 points
- Fichier: 644 MB
- Demo sur portable (PII 366, 128 MB), sans carte graphique (Vivent les annees 2000!)
- Preprocessing: 1h

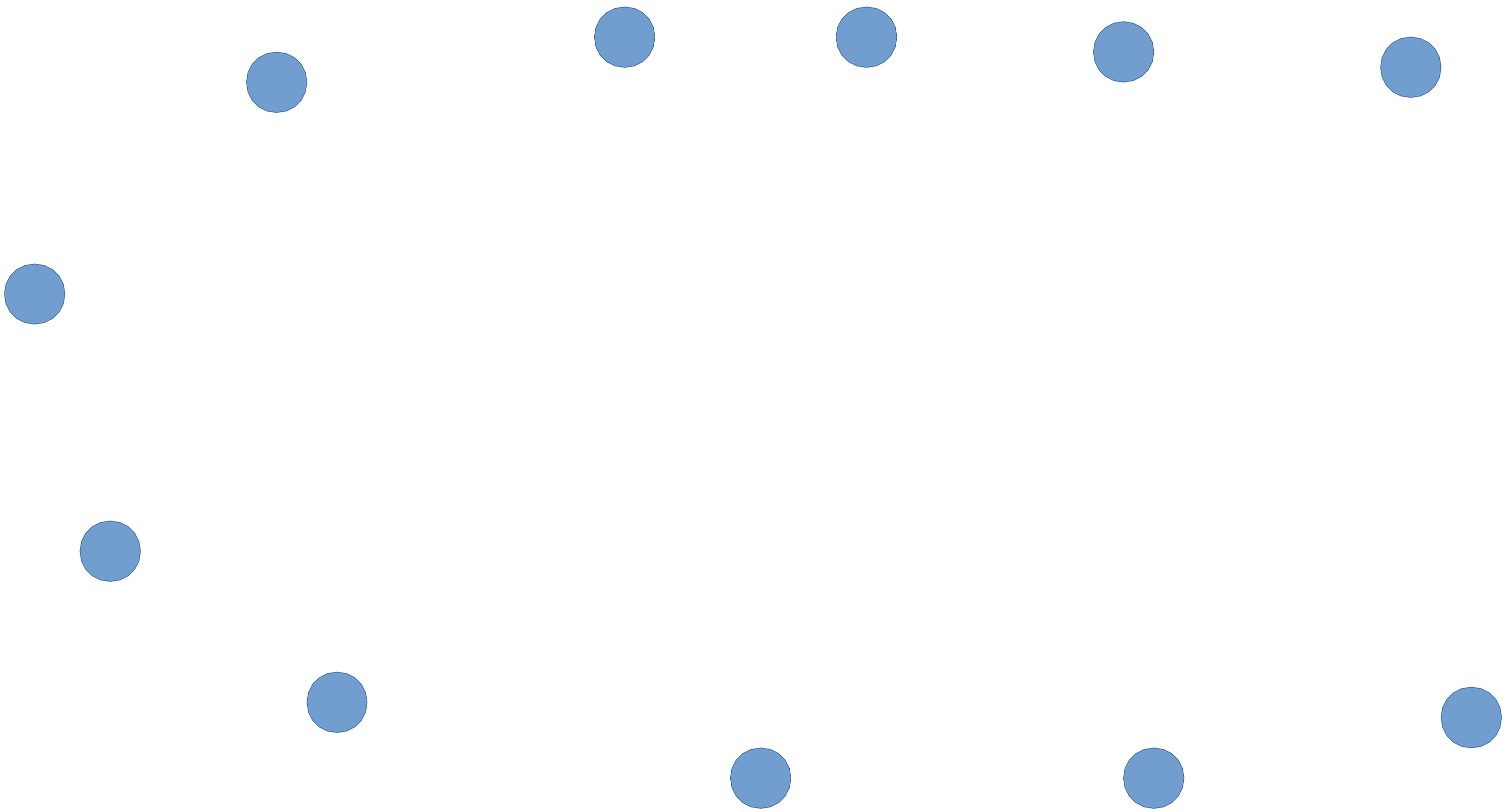




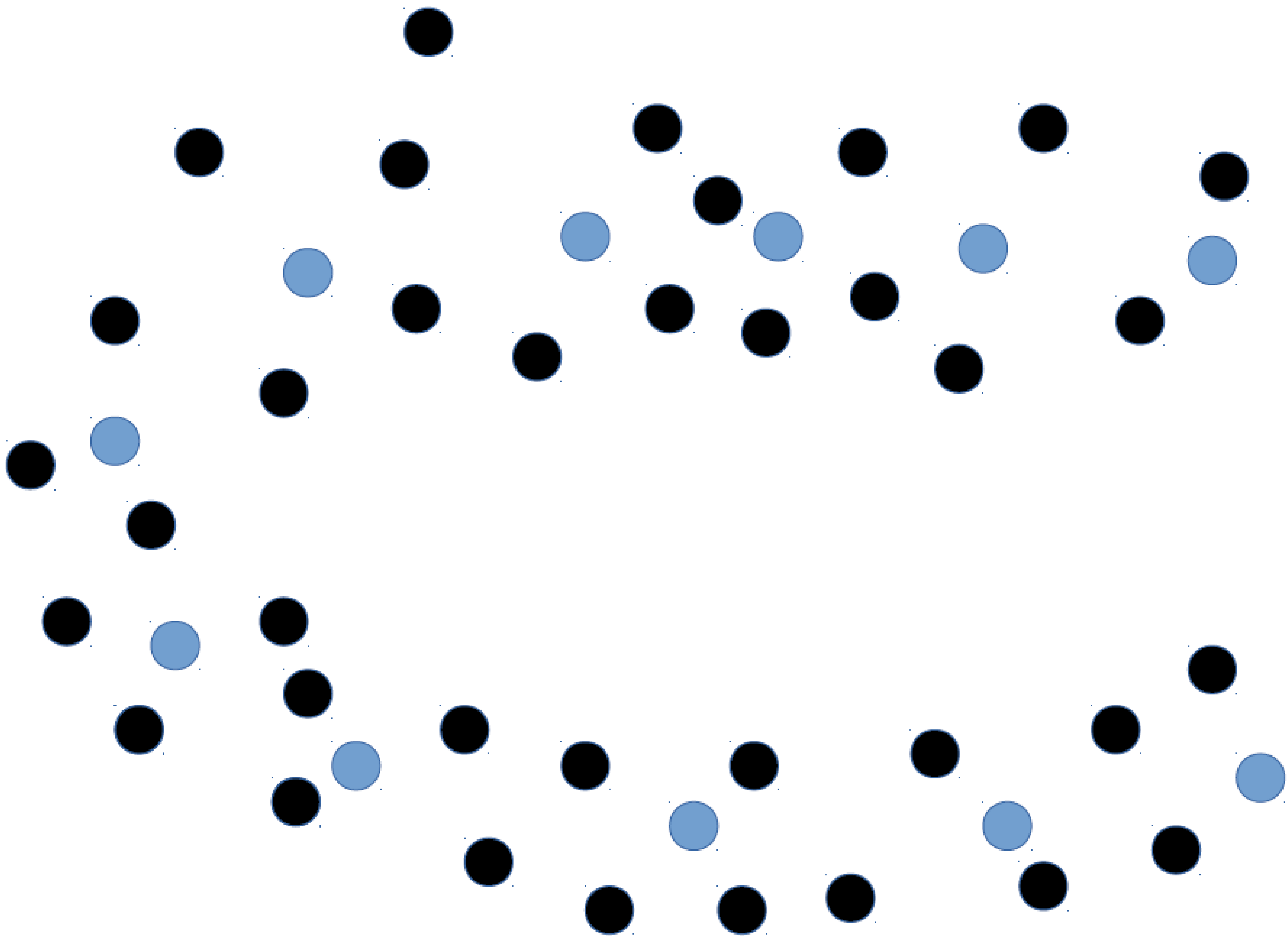
Questions ?

?

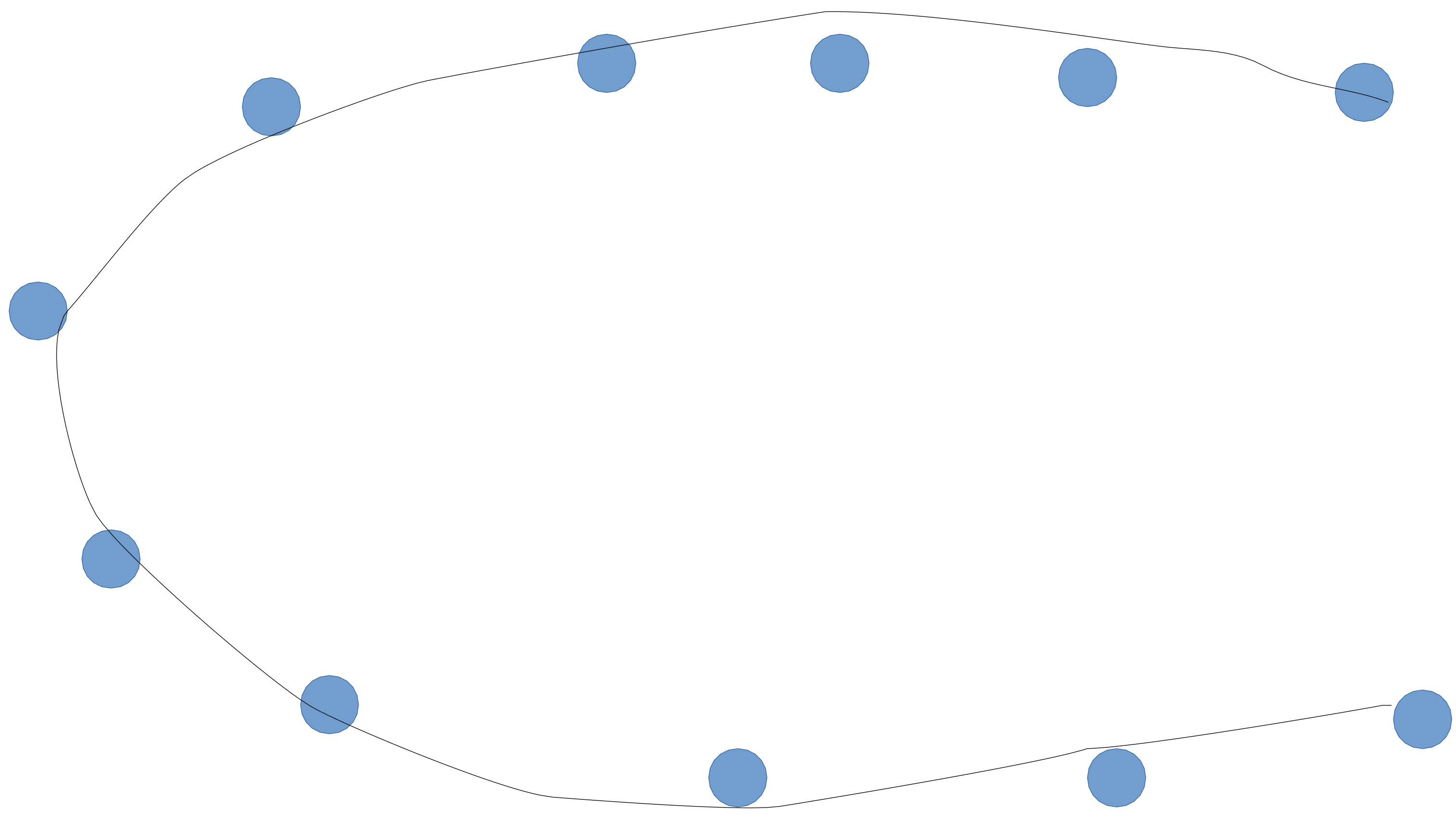
Modèles de surfaces de points



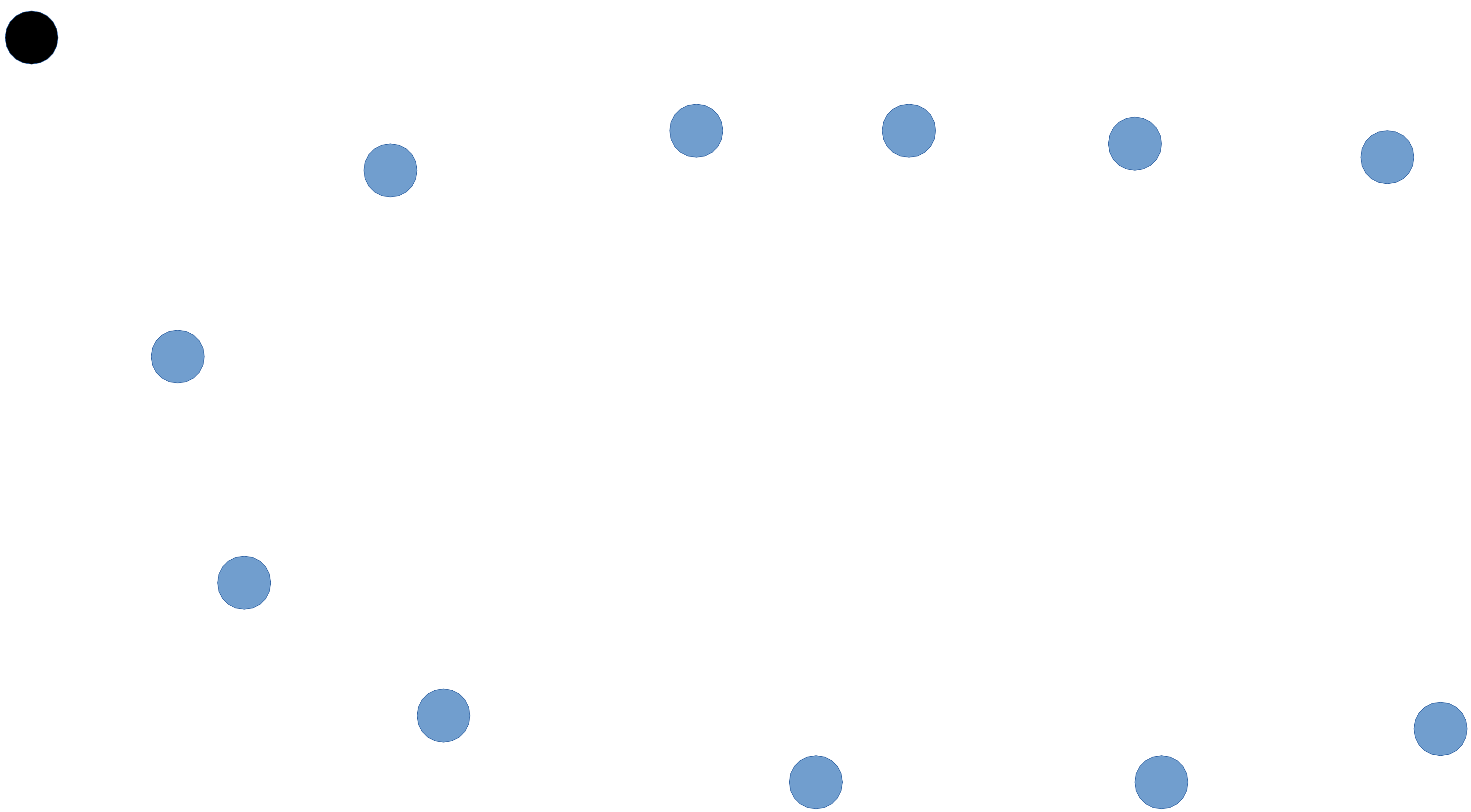
Définition par projection



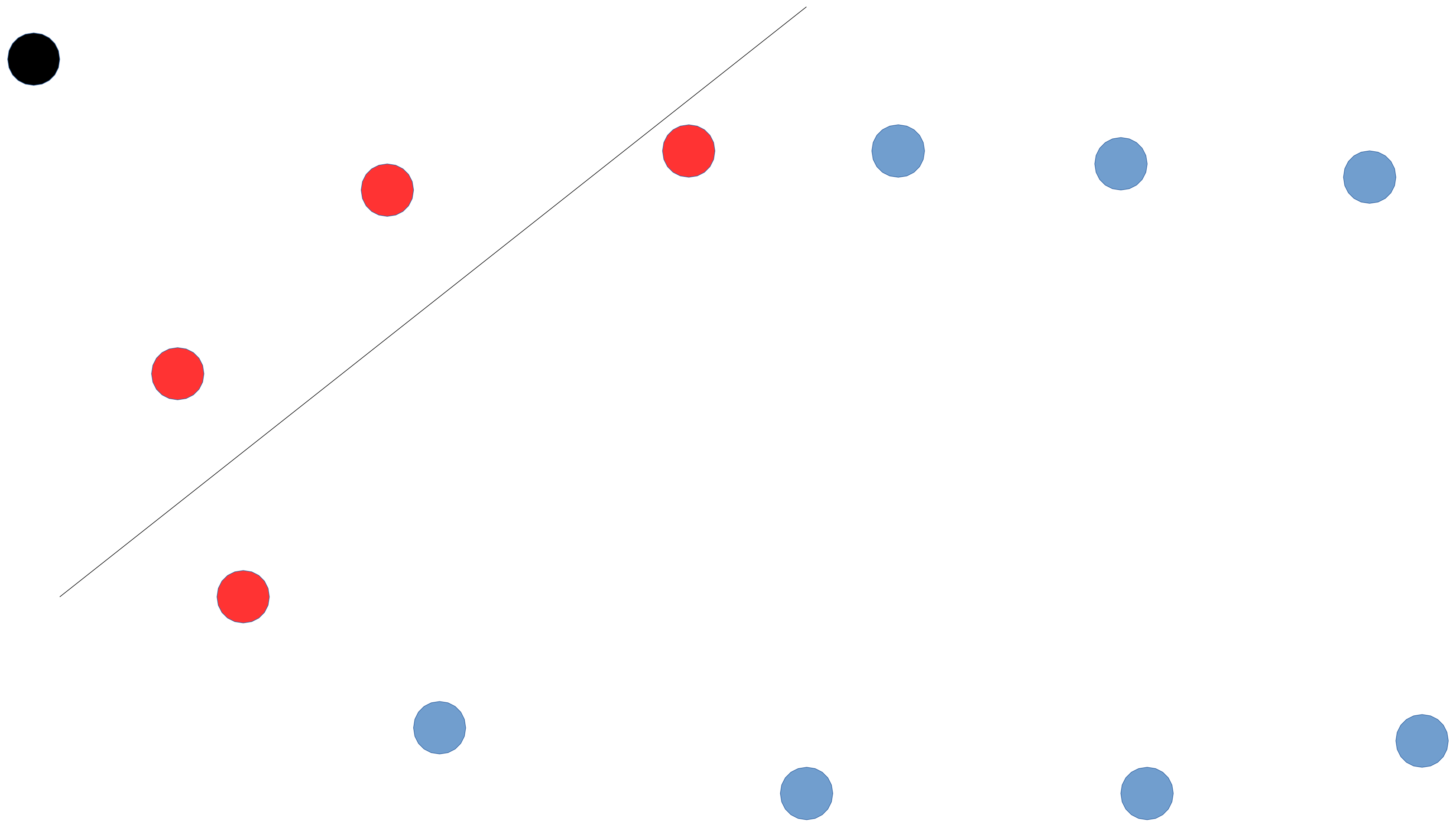
Définition par projection



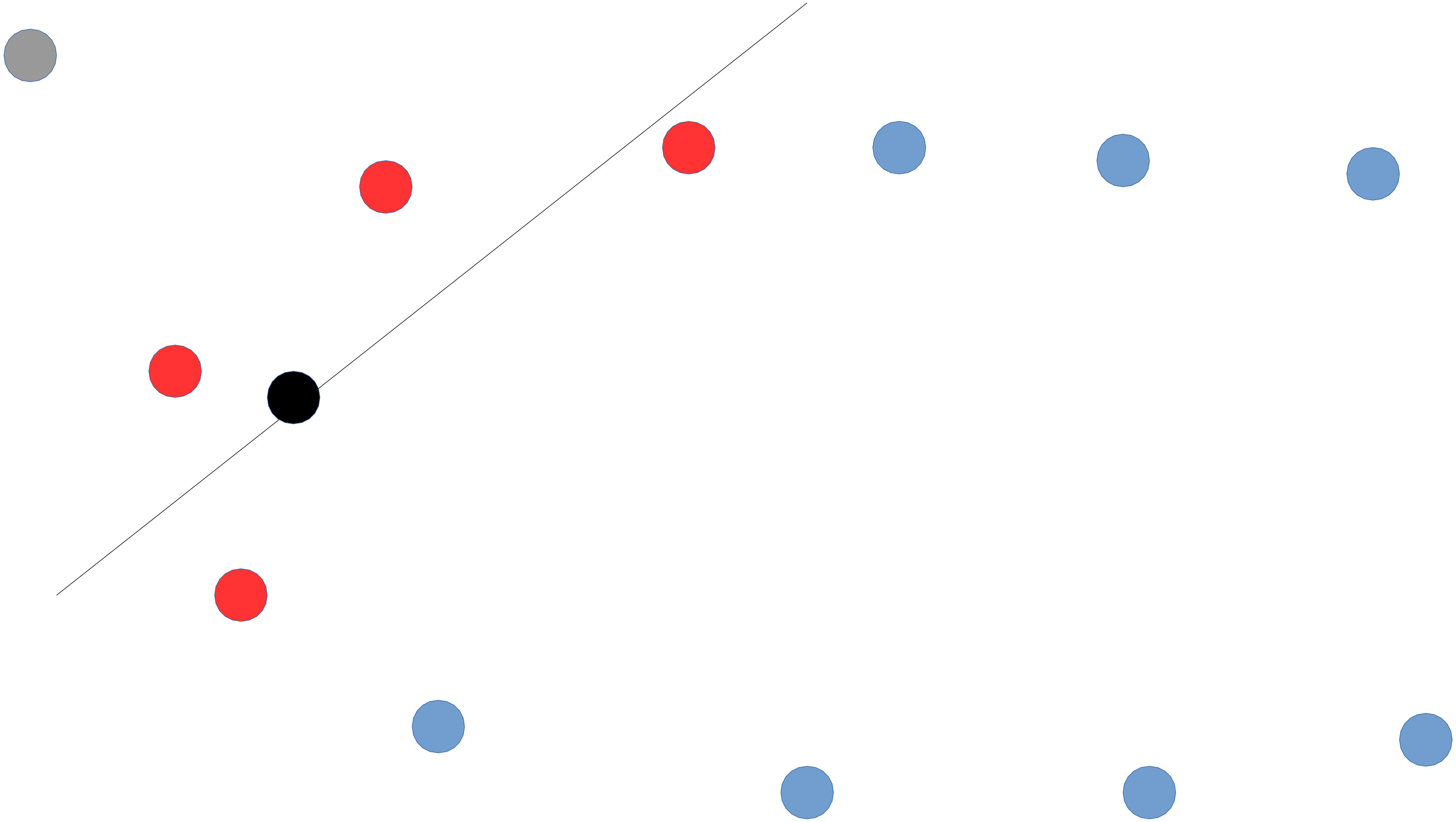
« Moving Least Squares »



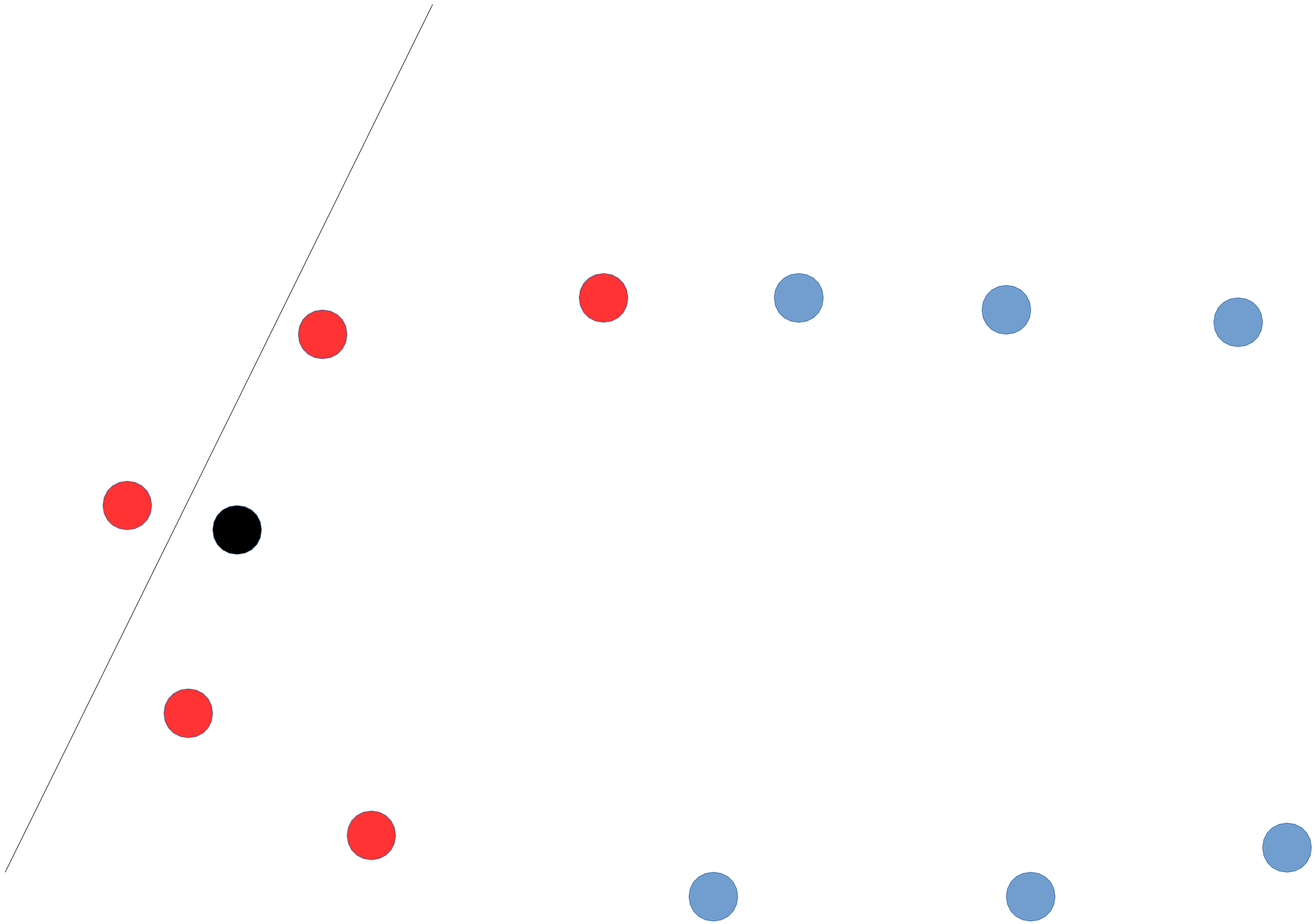
« Moving Least Squares »



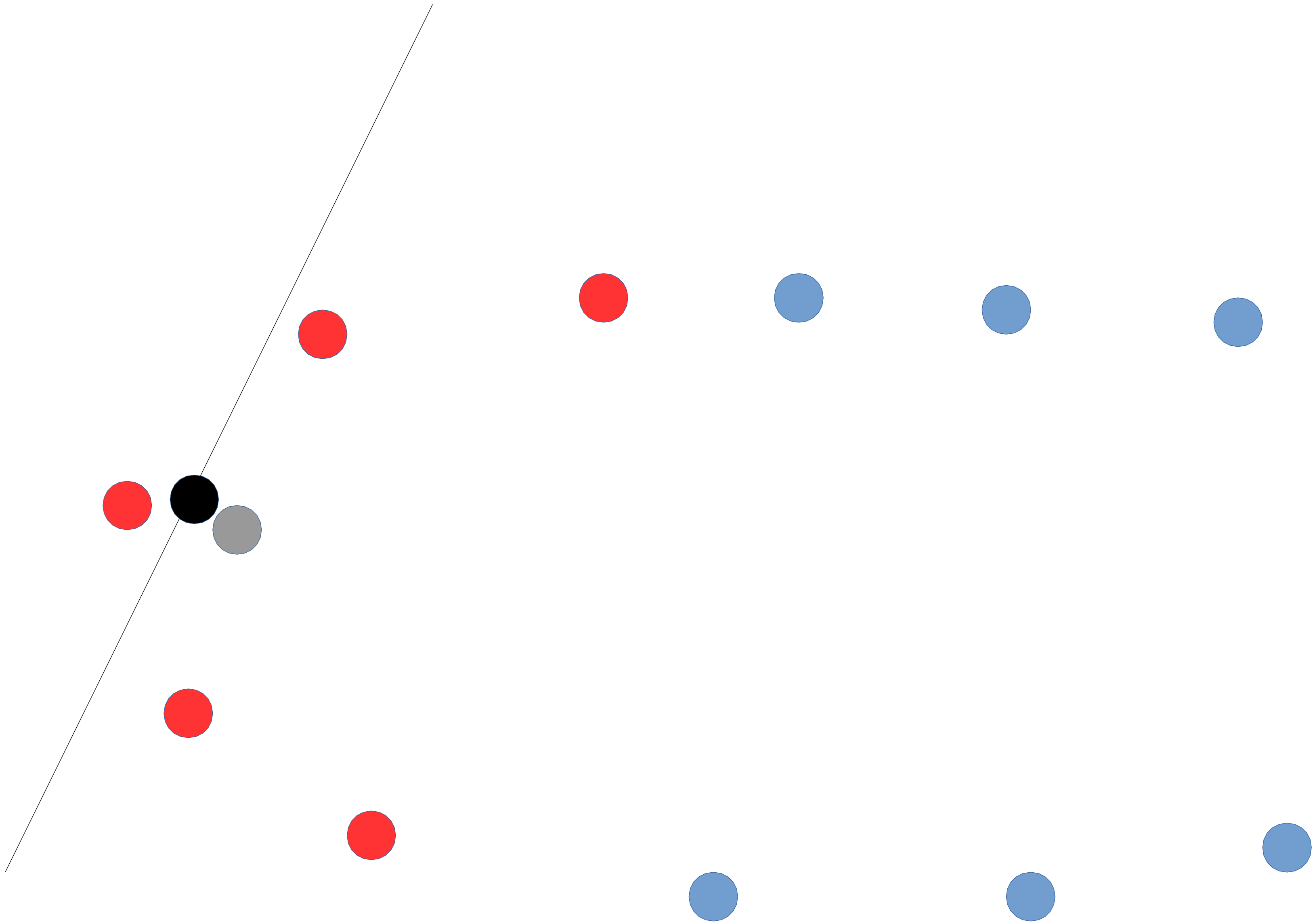
« Moving Least Squares »



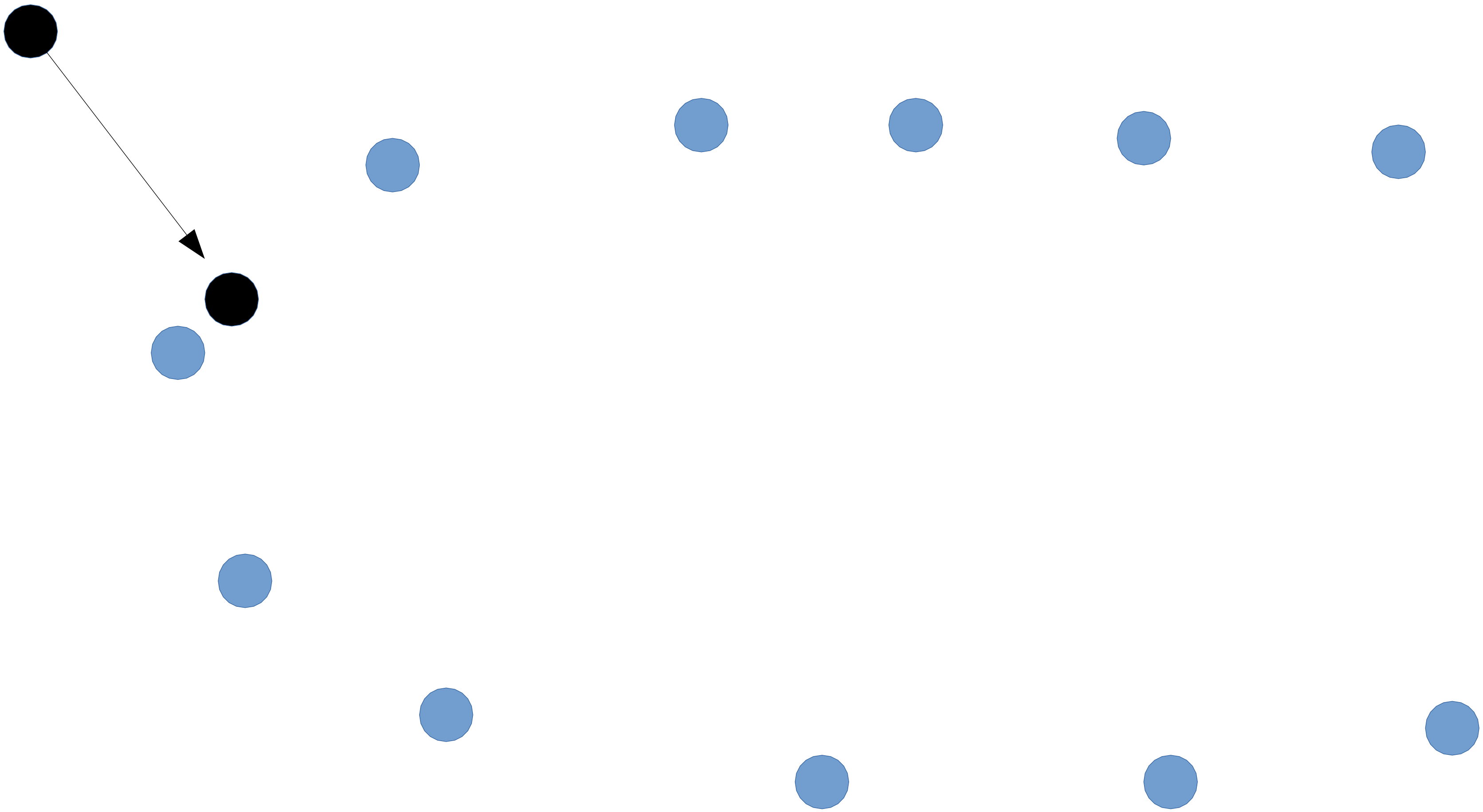
« Moving Least Squares »



« Moving Least Squares »



« Moving Least Squares »



« Moving Least Squares »

- A chaque itération k, on cherche les plus proches voisins, et on définit des poids vis a vis d'eux

- On trouve le plan qui passe au mieux par ces points (ACP pondérée)

$$\begin{cases} c = \sum_{p_i \in NN(x)} w_i p_i / \sum_{p_i \in NN(x)} w_i \\ Cov = \sum_{p_i \in NN(x)} w_i (p_i - c).(p_i - c)^T \in \mathbb{R}^{3x3} \end{cases} \qquad n = eig_3(Cov)$$

- On projette sur ce plan $$x_{k+1} = c - \frac{(x_k - c)^T.n}{\|n\|} n$$

- Appelé « Moving Least Squares » car les poids varient en fonction de la position du point au fil des itérations {k}

« Moving Least Squares »

- A chaque itération k, on cherche les plus proches voisins, et on définit des poids vis a vis d'eux

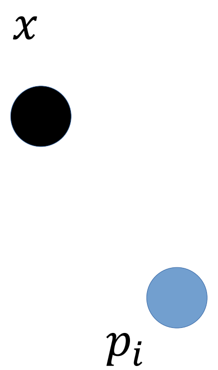
- On trouve le plan qui passe au mieux par ces points (ACP pondérée)

$$\begin{cases} c = \sum_{p_i \in NN(x)} w_i p_i \Big/ \sum_{p_i \in NN(x)} w_i \\ Cov = \sum_{p_i \in NN(x)} w_i (p_i - c).(p_i - c)^T \in \mathbb{R}^{3x3} \end{cases} \qquad n = eig_3(Cov)$$

- On projette sur ce plan $\quad x_{k+1} = x_k - \frac{(x_k - c)^T.n}{\|n\|} n$

- Appelé « Moving Least Squares » car les poids varient en fonction de la position du point au fil des itérations {k}

Définition des poids



$$r = \|x - p_i\|$$

$$w_i = \phi\left(\frac{\|x - p_i\|}{h_i(x)}\right)$$:Influence du point d'entrée sur x

Décrit la taille des caractéristiques locales :
$h =$ constant ou constant sur p_i ou dépend de x

Gaussien : $\phi(r) = e^{\frac{-r^2}{h^2}}$

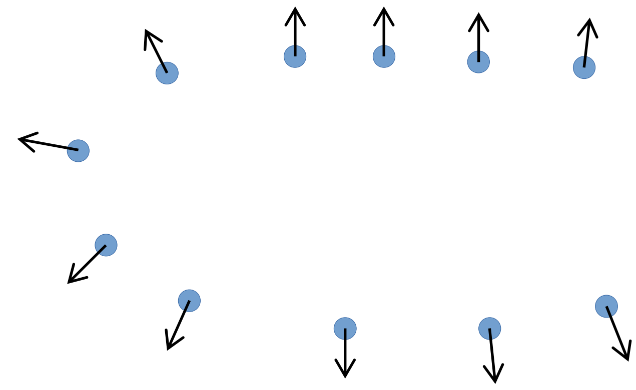
Wendland : $\phi(r) = \left(1 - \frac{r}{h}\right)^4 . \left(1 + 4\frac{r}{h}\right)$

→ Surface approximant les points d'entrée

Singulier : $\phi(r) = \left(\frac{h}{r}\right)^s$

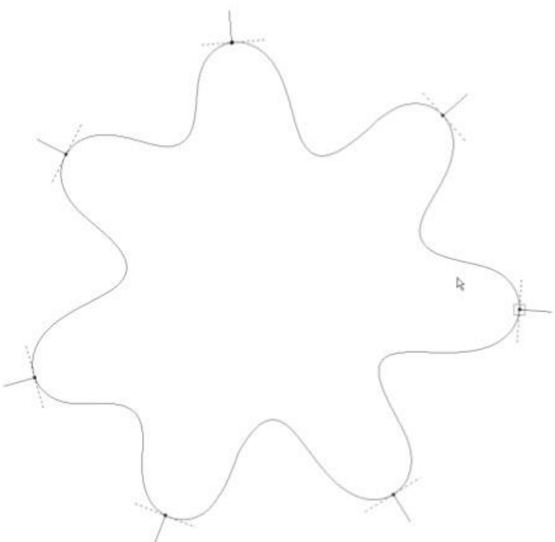
→ Surface interpolant les points d'entrée

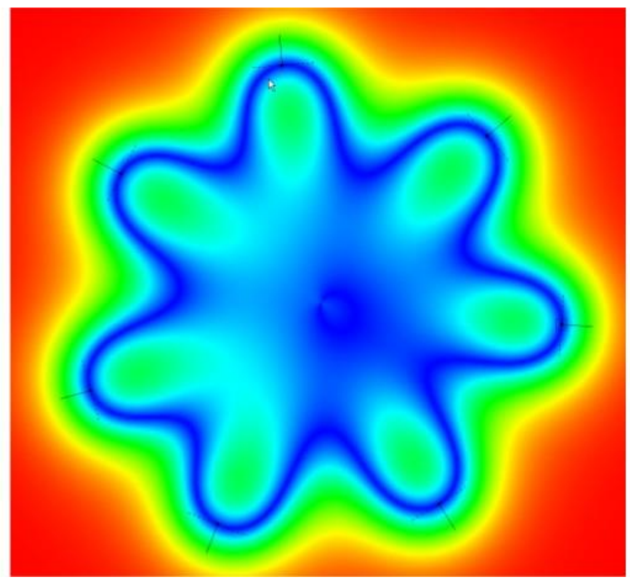
« Point set surfaces »

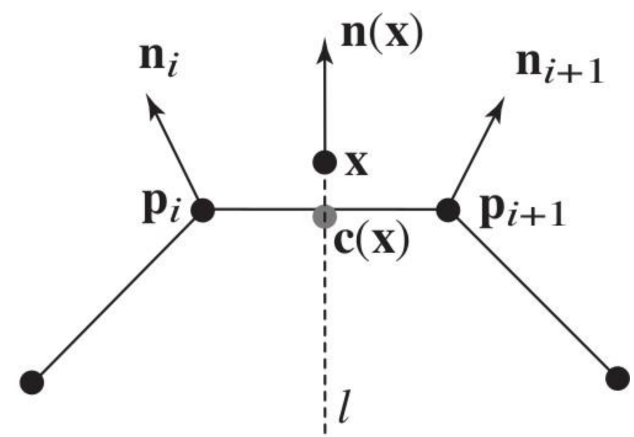


- Modernes définitions de surfaces de points considèrent que le nuage d'entrée doit être équipé de normales.
- On utilise $\begin{cases} c(x) = \sum_{p_i \in NN(x)} w_i p_i \Big/ \sum_{p_i \in NN(x)} w_i \\ n(x) = \sum_{p_i \in NN(x)} w_i n_i \Big/ \sum_{p_i \in NN(x)} w_i \end{cases}$ a la place de la PCA.
- On peut definir une fonction implicite $f(x) = \left(x - c(x)\right)^T . n(x)$ (la surface est alors le « 0-set » de cette fonction).
- Avec un noyau tres singulier, on s'attend a pouvoir interpoler points ET normales.
- Ce schéma de PSS est généralement appelé SPSS (Simple Point Set Surface)

« Point set surfaces » : problèmes du schéma standard

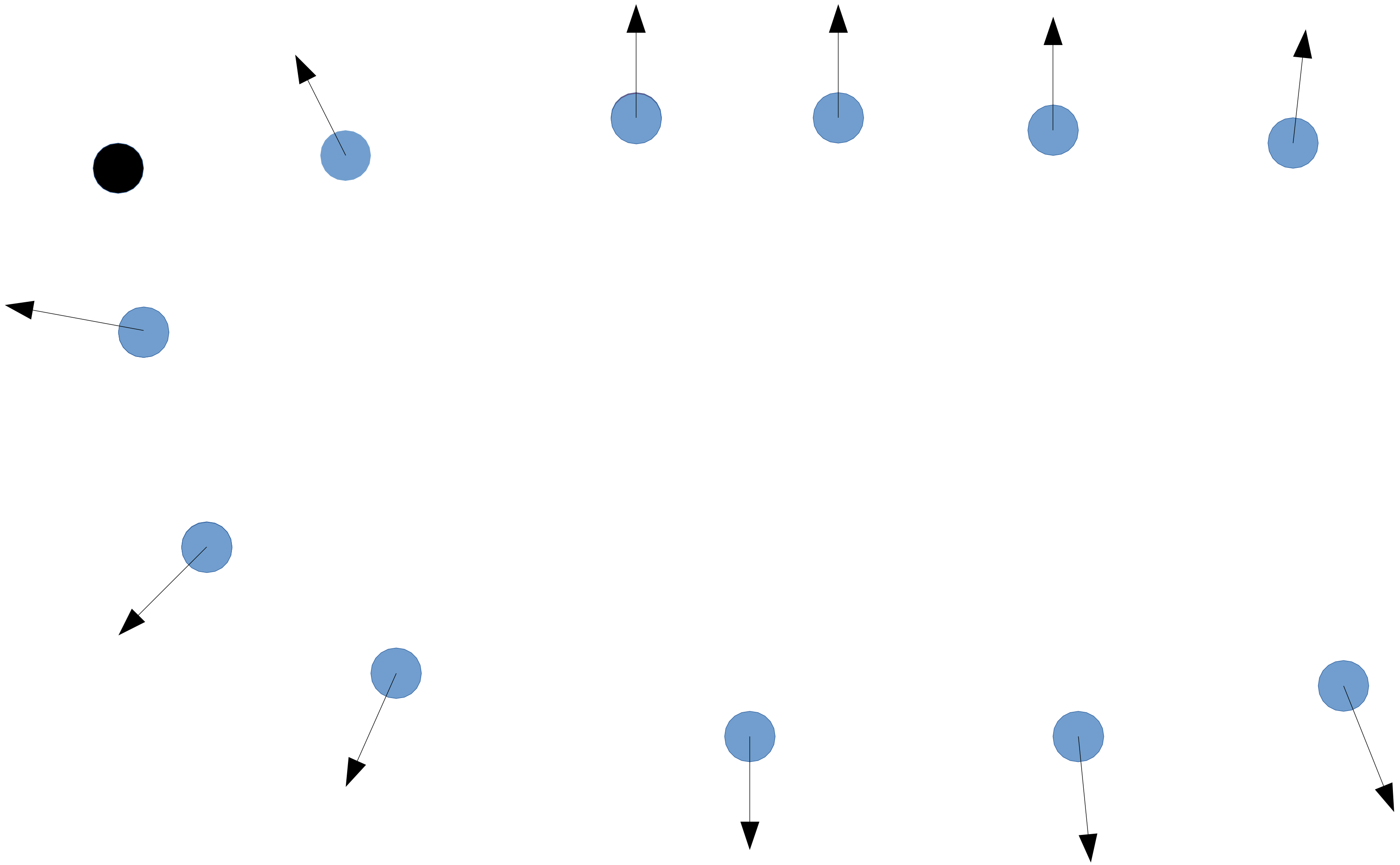




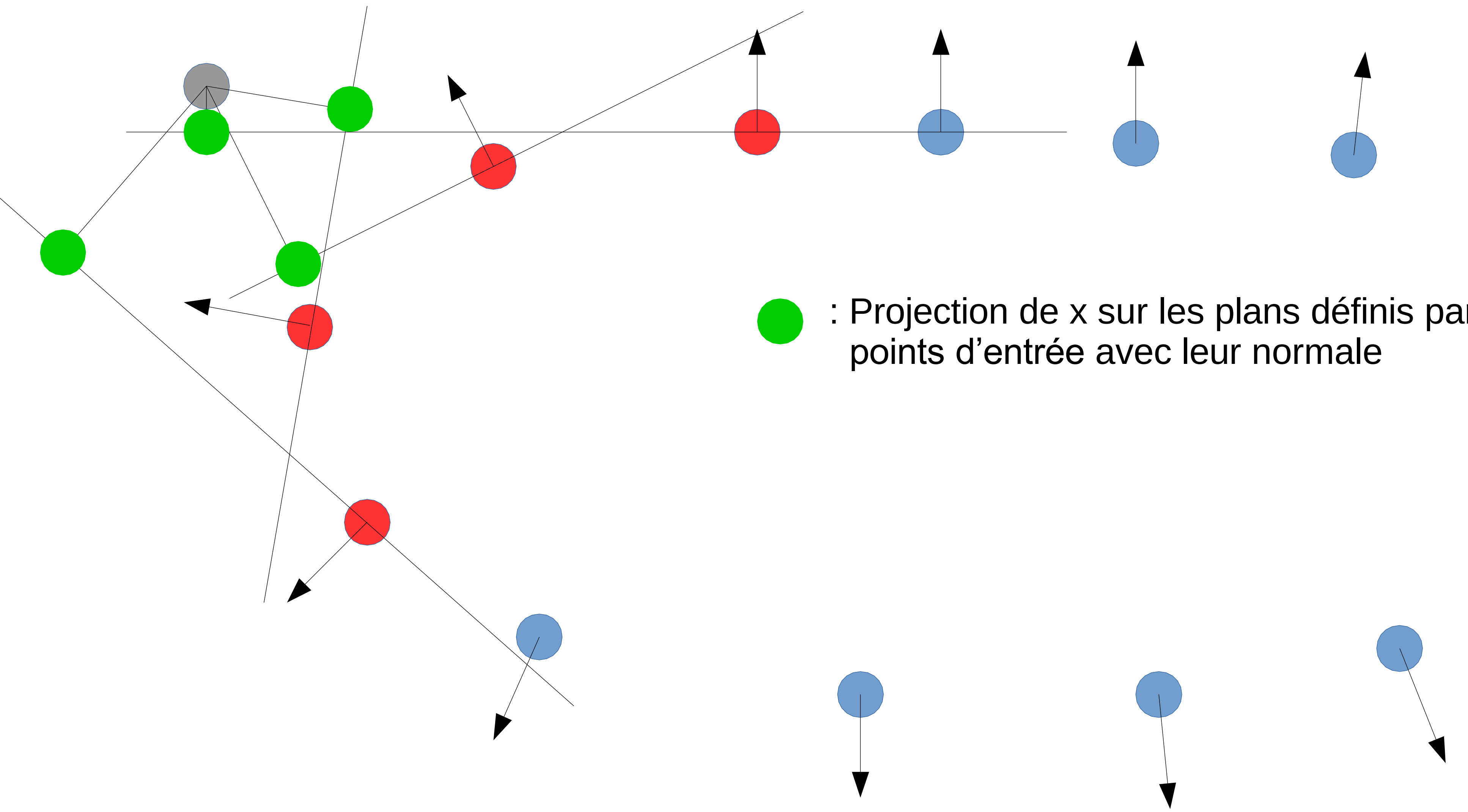


Impossible d’obtenir des surfaces interpolantes convexes.

« Hermite point set surfaces »

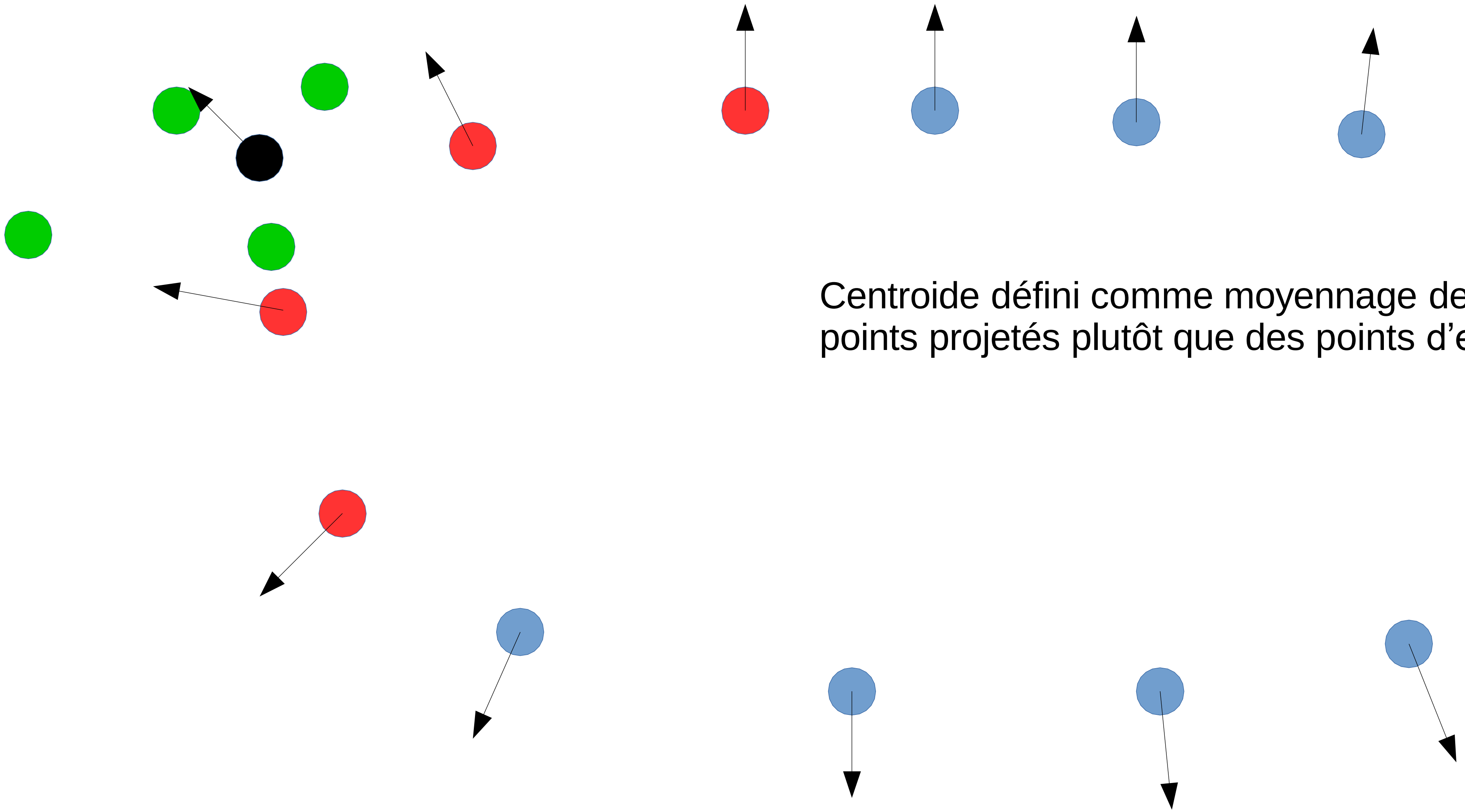


« Hermite point set surfaces »



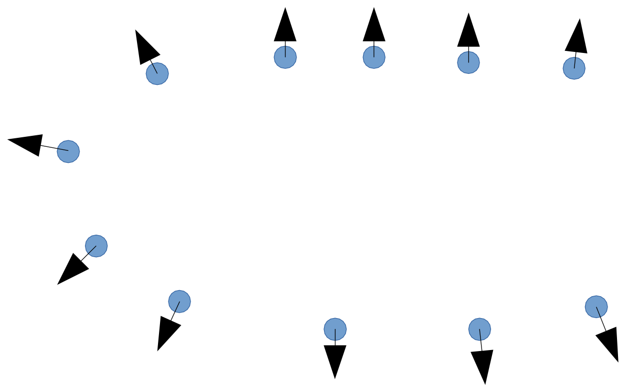
: Projection de x sur les plans définis par les points d'entrée avec leur normale

« Hermite point set surfaces »



Centroide défini comme moyennage des points projetés plutôt que des points d'entrée

« Hermite point set surfaces »



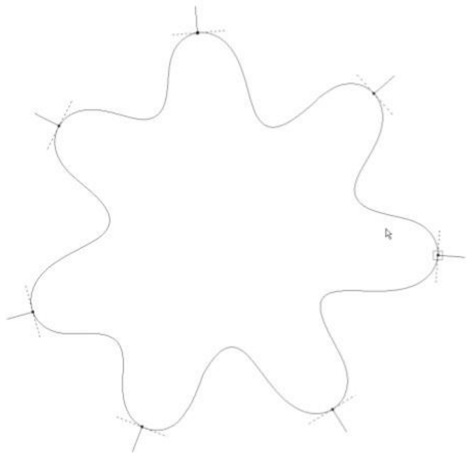
- On utilise

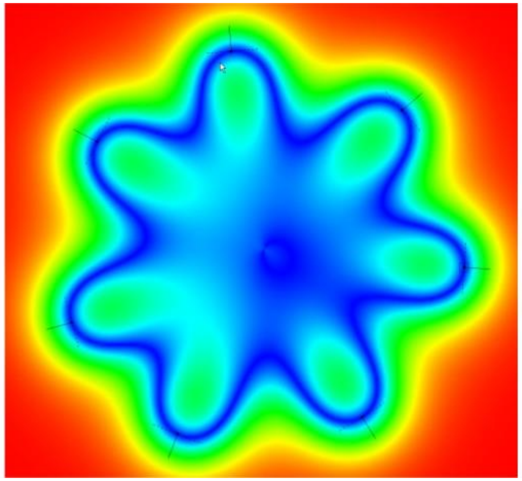
$$\begin{cases} \tilde{p}_i(x) = x - ((x - p_i)^T . n_i) n_i \\ c(x) = \sum_{p_i \in NN(x)} w_i \tilde{p}_i(x) / \sum_{p_i \in NN(x)} w_i \\ n(x) = \sum_{p_i \in NN(x)} w_i n_i / \sum_{p_i \in NN(x)} w_i \end{cases}$$

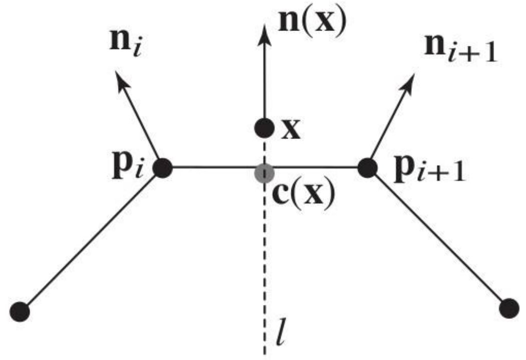
- Schémas populaires de projection itérative :
  - Simple : $x_{k+1} = project(x_k, (c(x_k), n(n_k)))$
  - « Presque orthogonal » : $x_{k+1} = project(x, (c(x_k), n(n_k)))$

« Hermite Point set surfaces »

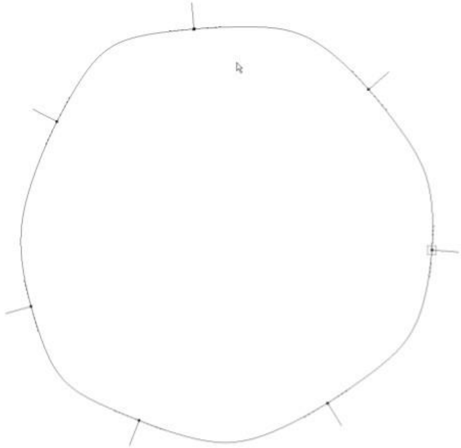
PSS

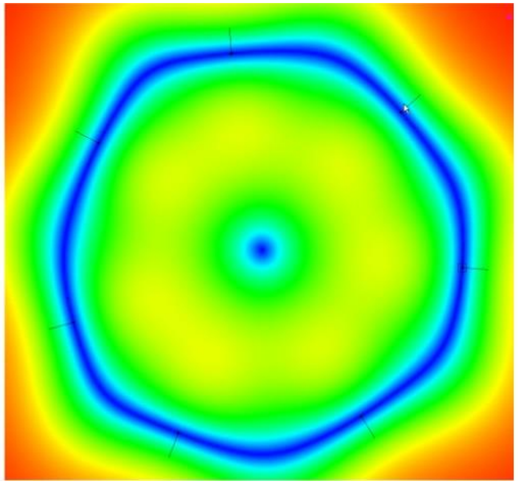


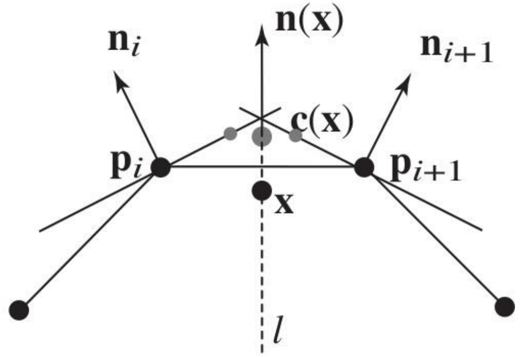




HPSS



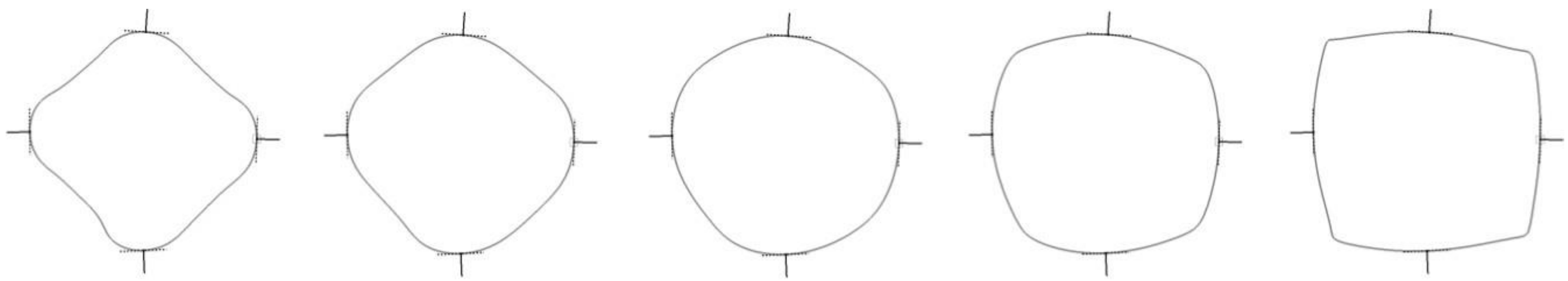


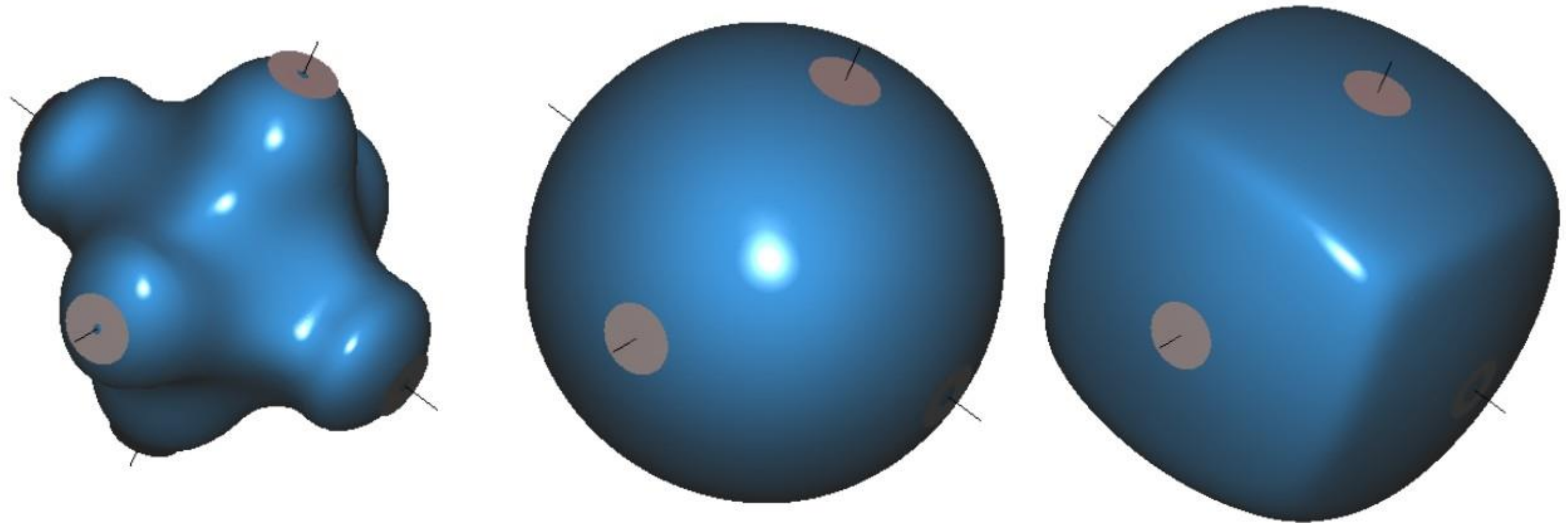


$$f(x) = (x - c(x))^T . n(x)$$

« Hermite Point set surfaces »

Extension : $\widetilde{p}_i(x,s) = s\,\widetilde{p}_i(x) + (1-s)\,p_i$

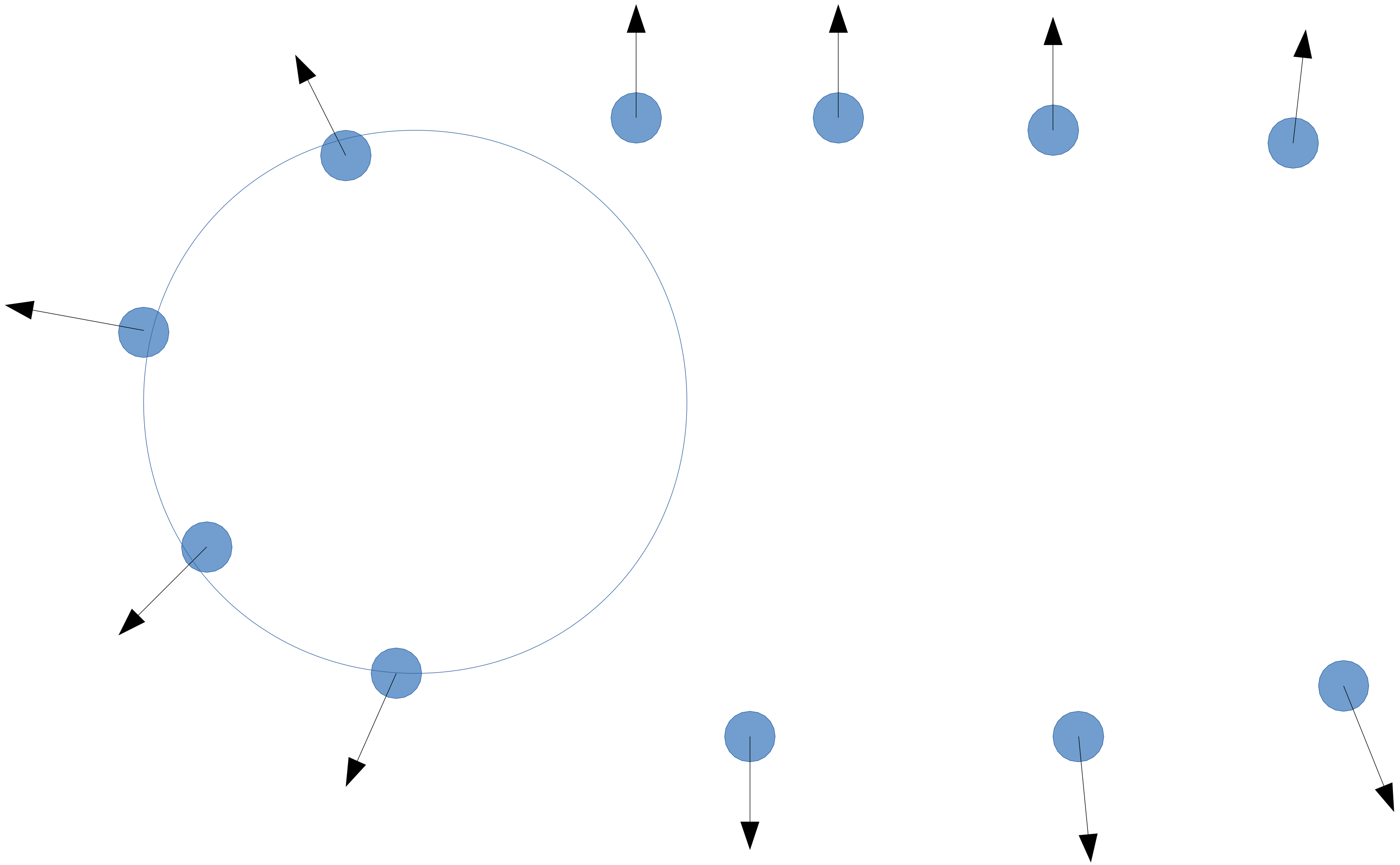




Questions ?

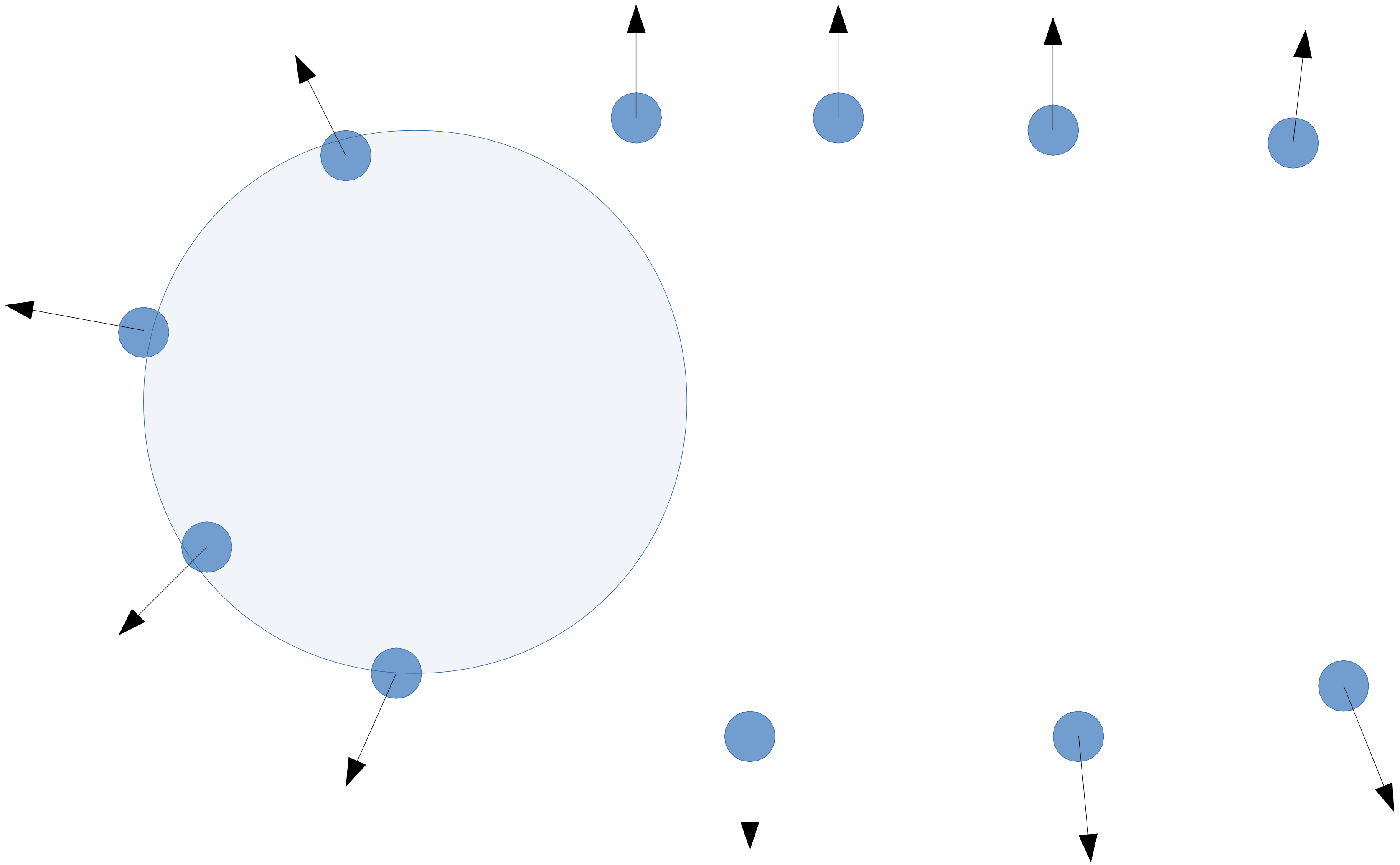
?

Surface de points algébrique



Surface de points algébrique

- Idée principale : projeter sur des sphères plutôt que des plans
- « Algebrique », car une sphère dégénère mal vers un plan (le centre est a l'infini…), mais **son équation algébrique dégénère continûment vers celle du plan**...



Surface de points algébrique

- Idée principale : projeter sur des sphères plutôt que des plans
- « Algebrique », car une sphère dégénère mal vers un plan (le centre est a l'infini…), mais **son équation algébrique dégénère continûment vers celle du plan**...

$$\|X - c\|^2 - r^2 = 0$$

Eq standard d'une sphère

$$(1, X^T, \|X\|^2).(u_0, u_1, u_2, u_3, u_4)^T = 0$$

Eq générale d'une sphère algébrique

$$1 + \frac{n^T}{d}.X = 0$$

Eq standard d'un plan

Surface de points algébrique

$$(1, X^T, \|X\|^2).(u_0, u_1, u_2, u_3, u_4)^T = f(X)$$

Eq générale d'une sphère algébrique

$$f(X) = 0$$

Points sur la sphère

$$\nabla f(X)$$

Normale sur la sphère

Surface de points algébrique

$$(1, X^T, \|X\|^2).(u_0, u_1, u_2, u_3, u_4)^T = f(X)$$ Eq générale d'une sphère algébrique

$f(X)=0$ Points sur la sphère

$\nabla f(X)$ Normale sur la sphère

Fitting en deux temps d'une sphère a un ensemble de points : $\{w_i, p_i, n_i\}$

1) Minimiser $\sum_i w_i \|\nabla f(p_i) - n_i\|^2$ (cela définit u_1, u_2, u_3, u_4)

2) Minimiser $\sum_i w_i (f(p_i))^2$ (cela définit u_0)

Stratégie adoptée par :
[Guennebaud et al. 2008] *Dynamic Sampling and Rendering of APSS*

Minimiser l'équation normale

1) Minimiser $\sum_i w_i \|\nabla f(p_i) - n_i\|^2$ (cela définit u_1,u_2,u_3,u_4)

$f(X) = (1, X^T, \|X\|^2).(u_0, u_1, u_2, u_3, u_4)^T \longrightarrow \nabla f(X) = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} + 2u_4 X = (I_3 | 2X).\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}$

Or $\sum_i w_i \|\nabla f(p_i) - n_i\|^2 = \sum_i w_i \nabla f(p_i)^T . \nabla f(p_i) - 2 \sum_i w_i \nabla f(p_i)^T . n_i + const$

$\longrightarrow$ Minimiser $\sum_i w_i \nabla f(p_i)^T . \nabla f(p_i) - 2 \sum_i w_i \nabla f(p_i)^T . n_i$

qui vaut $U^T . \left(\sum_i w_i (I_3, 2p_i)^T . (I_3, 2p_i) \right) . U - 2 \left(\sum_i w_i (I_3, 2p_i)^T . n_i \right)^T . U$

Minimiser l’équation de position

1) Minimiser $\sum_i w_i \left(f(p_i)\right)^2$ (cela définit u_0)

$$f(X) = (1, X^T, \|X\|^2).(u_0, u_1, u_2, u_3, u_4)^T$$

$$f(p_i) = u_0 - \left(p_i^T, \|p_i\|^2\right).(u_1, u_2, u_3, u_4)^T$$

$\longrightarrow$ Simple moyennage barycentrique

Solution exacte

$$\tilde{w}_i = w_i / \sum_j w_j$$

Poids normalisés

$$u_4 = \frac{1}{2} \frac{\sum w_i \, \mathbf{p}_i^T \mathbf{n}_i - \sum \tilde{w}_i \, \mathbf{p}_i^T \sum w_i \, \mathbf{n}_i}{\sum w_i \, \mathbf{p}_i^T \mathbf{p}_i - \sum \tilde{w}_i \, \mathbf{p}_i^T \sum w_i \, \mathbf{p}_i}$$

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \sum \tilde{w}_i \, \mathbf{n}_i - 2u_4 \sum \tilde{w}_i \, \mathbf{p}_i$$

$$u_0 = -[u_1 u_2 u_3] \sum \tilde{w}_i \, \mathbf{p}_i - u_4 \sum \tilde{w}_i \, \mathbf{p}_i^T \mathbf{p}_i$$

Projection

Pour X le point à projeter à l'itération courante

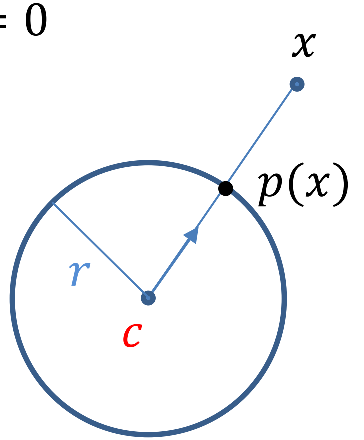
Sphère « classique »

$$\|X - c\|^2 - r^2 = 0$$

$$\|X\|^2 - 2cX + \|c\|^2 - r^2 = 0$$

Sphère algébrique

$$u_0 + X^T u_{123} + u_4 \|X\|^2 = 0$$



On calcul les coefficients ensuite la projection est calculée :

Si $u_4 = 0$, projection sur un plan :

$$u_0 + X^T u_{123} = 0$$

u_{123} : normale du plan

sinon

$$\|X - c\|^2 - r^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \|X\|^2 - 2cX + \|c\|^2 - r^2 = 0$$

$$u_0 + X^T u_{123} + u_4 \|X\|^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \|X\|^2 + X^T u_{123}/u_4 + u_0/u_4 = 0$$

D'où $-2c = u_{123}/u_4$ $\qquad$ $\|c\|^2 - r^2 = u_0/u_4$

$$\boxed{c = -u_{123}/2u_4 \qquad r = \sqrt{\|c\|^2 - u_0/u_4}}$$

A utiliser pour calculer la projection

$$n = \nabla f(X) = u_{123} + 2u_4 X$$

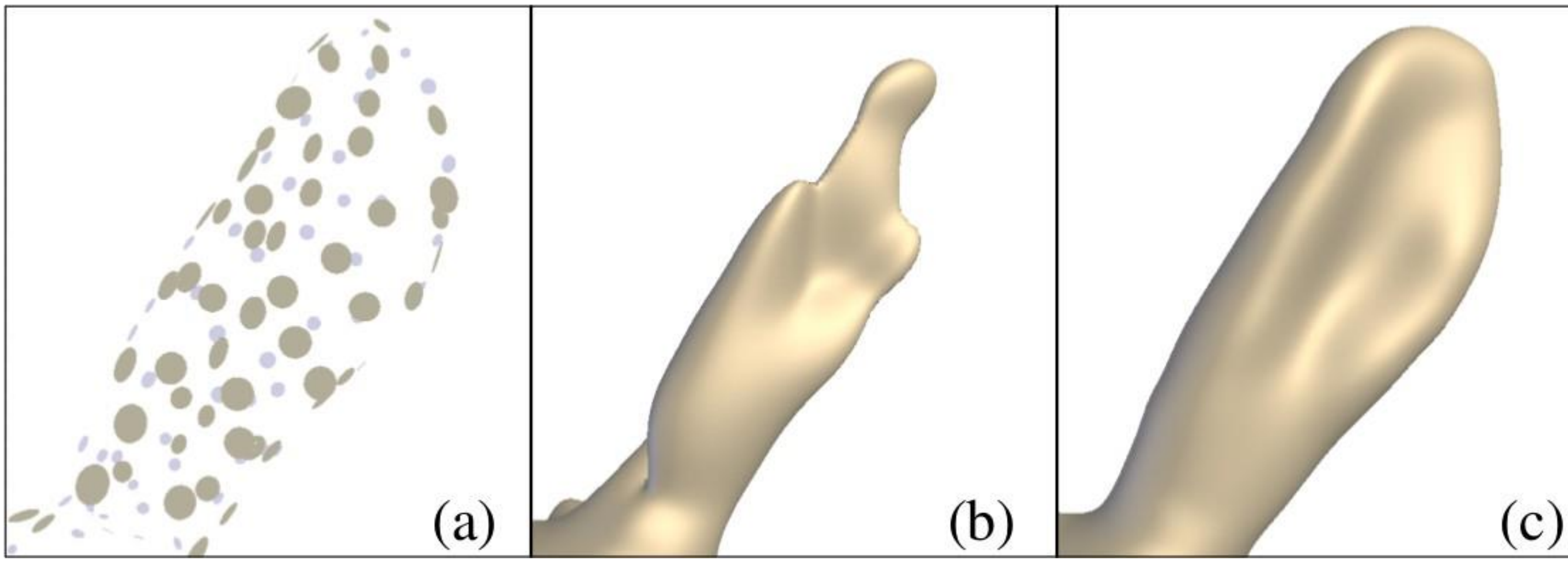
A normaliser

Surface de points algébrique

Note :

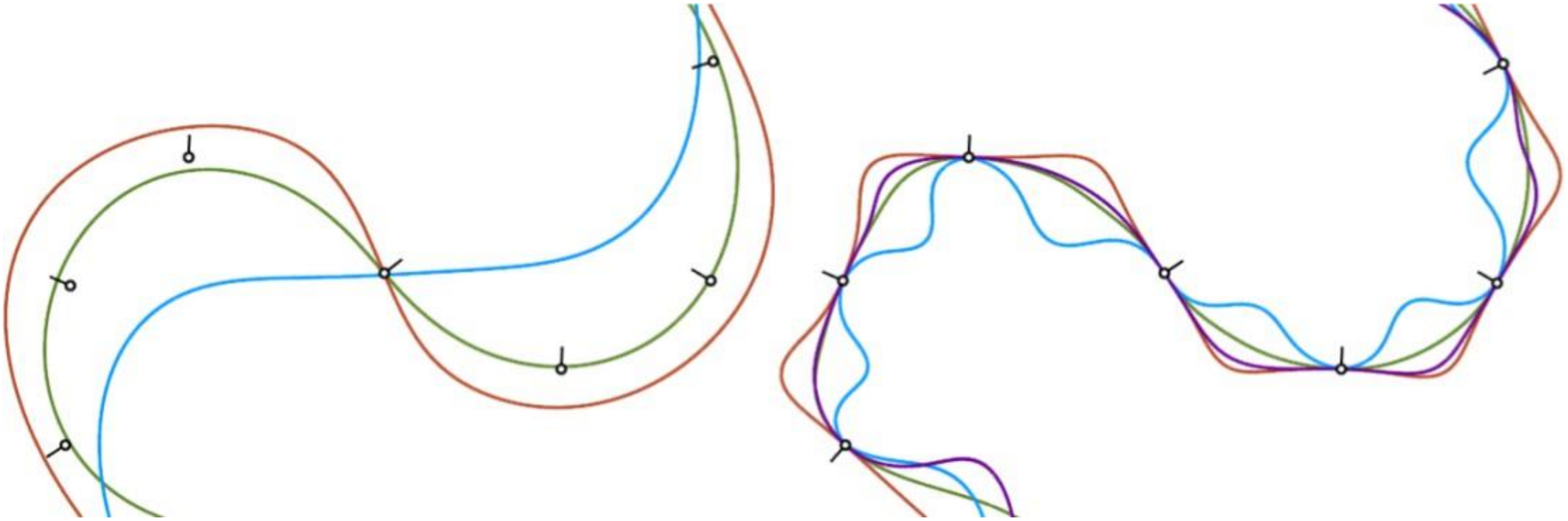
- Si on force $u_4 = 0$, on cherche le meilleur plan défini par les points les plus proches de x, avant de projeter x dessus.
- On retrouve dans ce cas la le modèle SPSS (qui est moins bon que HPSS…)
- → APSS étend le modèle SPSS (d'une autre manière que HPSS)

Surface de points algébrique



SPSS APSS

Surface de points algébrique

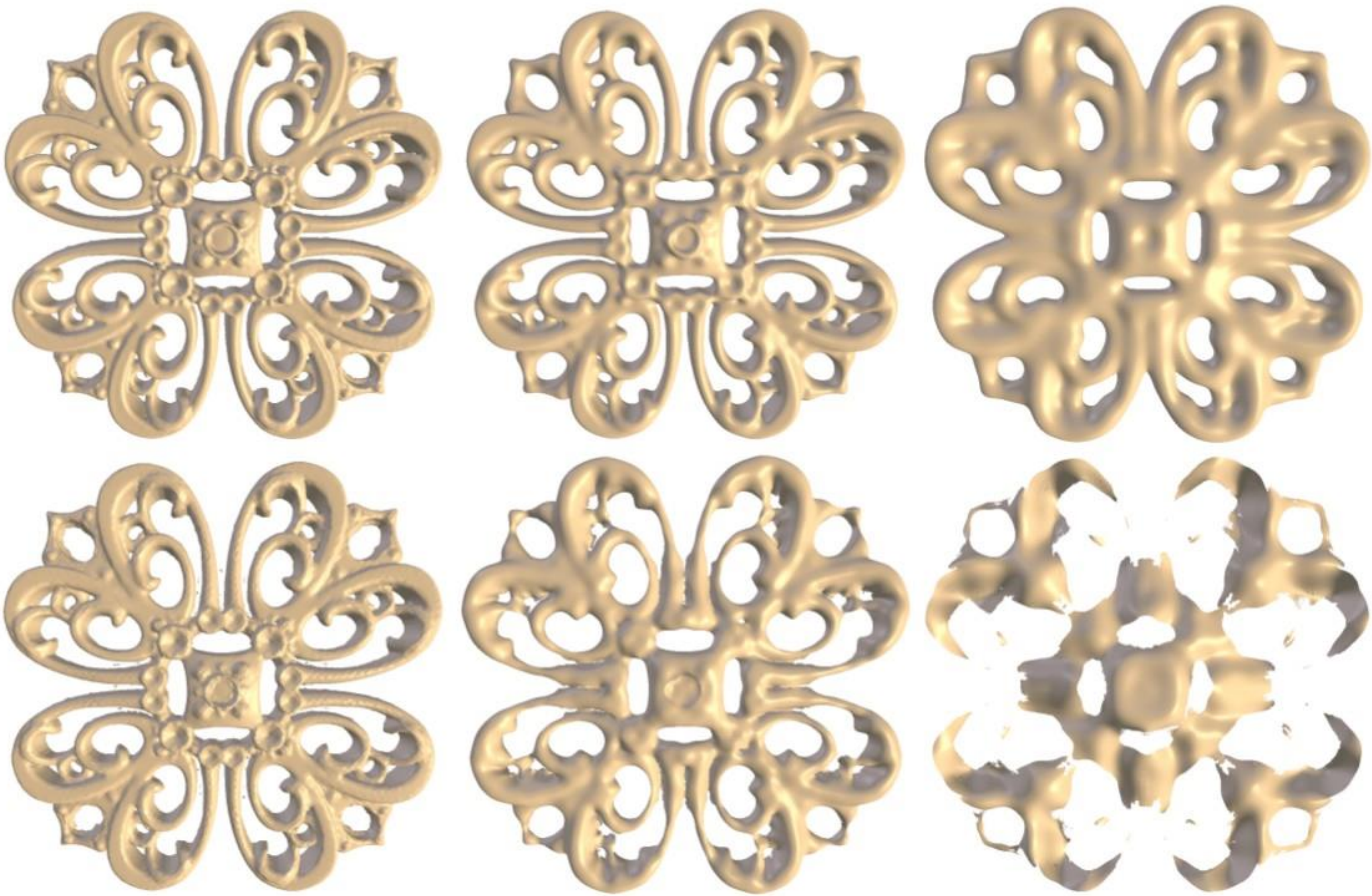


SPSS IMLS HPSS APSS

Taille du noyau approximant variant

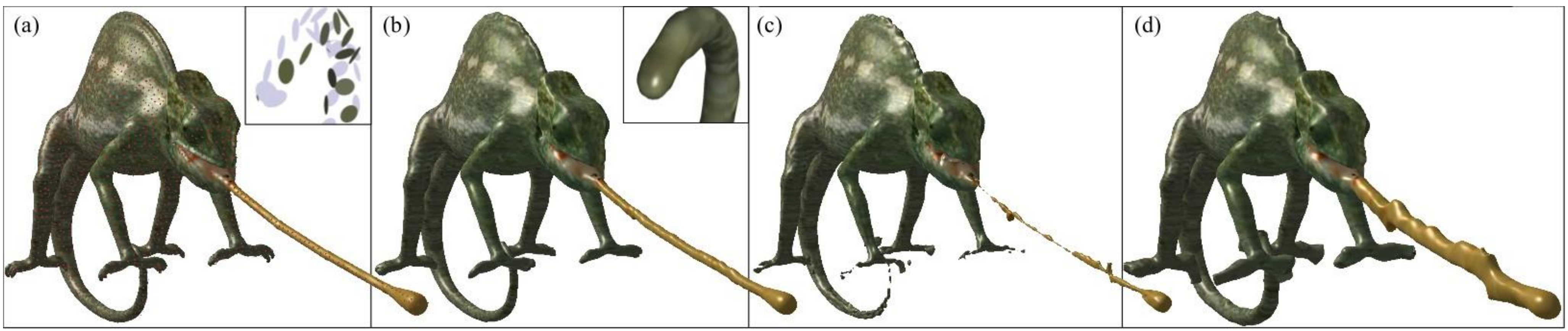
APSS

SPSS



Comparaison

Downsampling ***APSS*** ***SPSS*** ***IMLS***



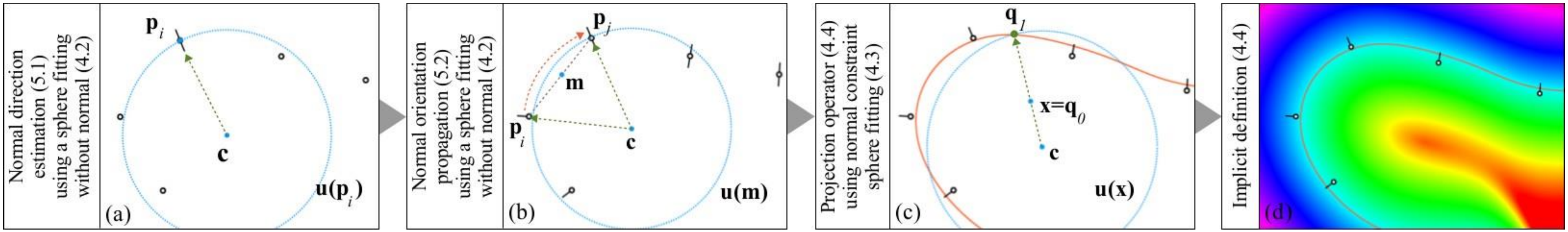
Édition de courbure

$$\begin{cases} u_4 = \beta \dfrac{1}{2} \dfrac{\sum w_i\, \mathbf{p}_i^T \mathbf{n}_i - \sum \widetilde{w}_i\, \mathbf{p}_i^T \sum w_i\, \mathbf{n}_i}{\sum w_i\, \mathbf{p}_i^T \mathbf{p}_i - \sum \widetilde{w}_i\, \mathbf{p}_i^T \sum w_i\, \mathbf{p}_i} \\ \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \sum \widetilde{w}_i\, \mathbf{n}_i - 2u_4 \sum \widetilde{w}_i\, \mathbf{p}_i \\ u_0 = -[u_1 u_2 u_3] \sum \widetilde{w}_i\, \mathbf{p}_i - u_4 \sum \widetilde{w}_i\, \mathbf{p}_i^T \mathbf{p}_i \end{cases}$$

β=8 β=1 β=1 β=−4.5

Estimation des normales et fonction implicite

$$f(X) = (1, X^T, \|X\|^2) . U(X)$$



Pour les nuages non-orientes, les auteurs proposent de fitter des spheres aux points sans les normales, de definir la normale ainsi, et de propager l’orientation (distinction des zones convexes et concaves)

Questions ?

?