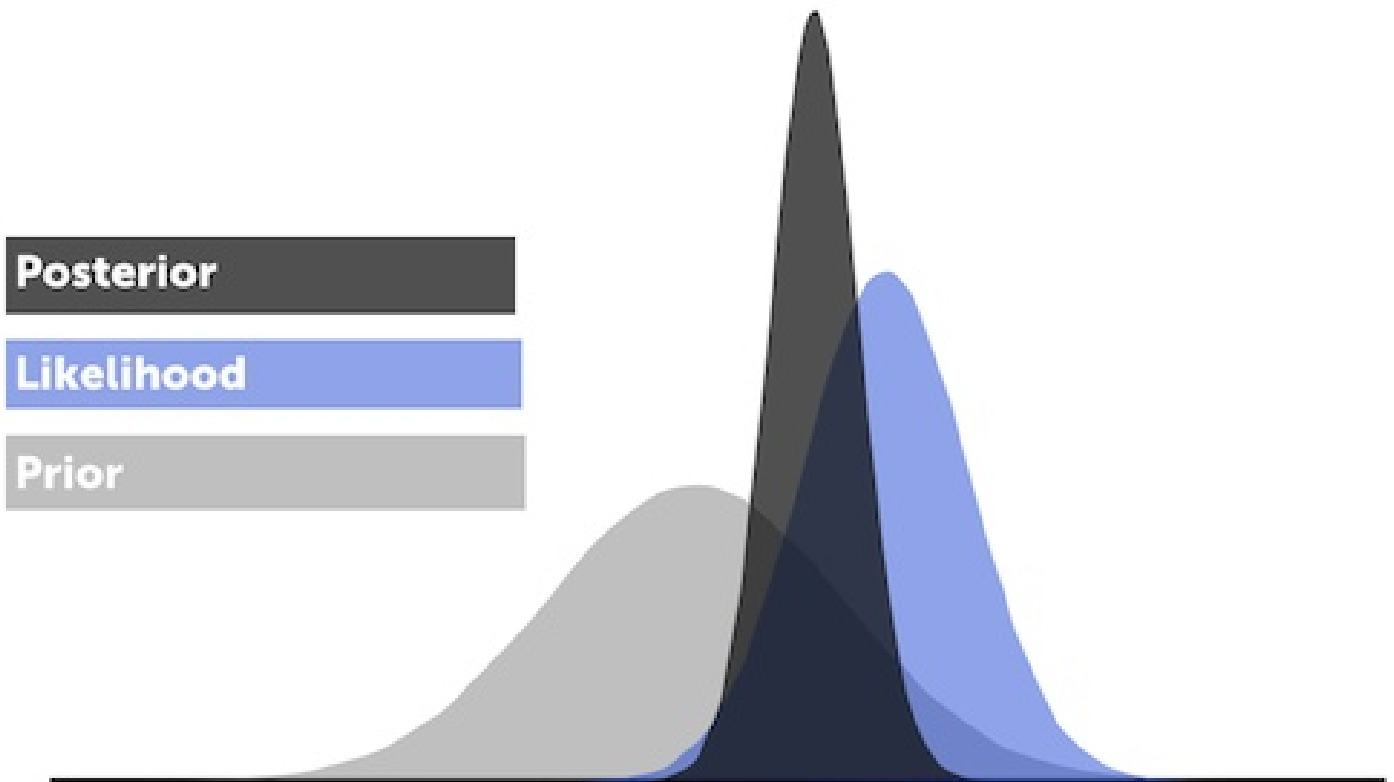


知乎

首发于  
川流不息

## 收益率预测的贝叶斯收缩



石川

量化交易 话题的优秀回答者

已关注

43 人赞同了该文章

从微信公众号到知乎专栏的搬砖还在继续，这是一篇我在 2016 年写的老文。。。

### 1 预测收益率

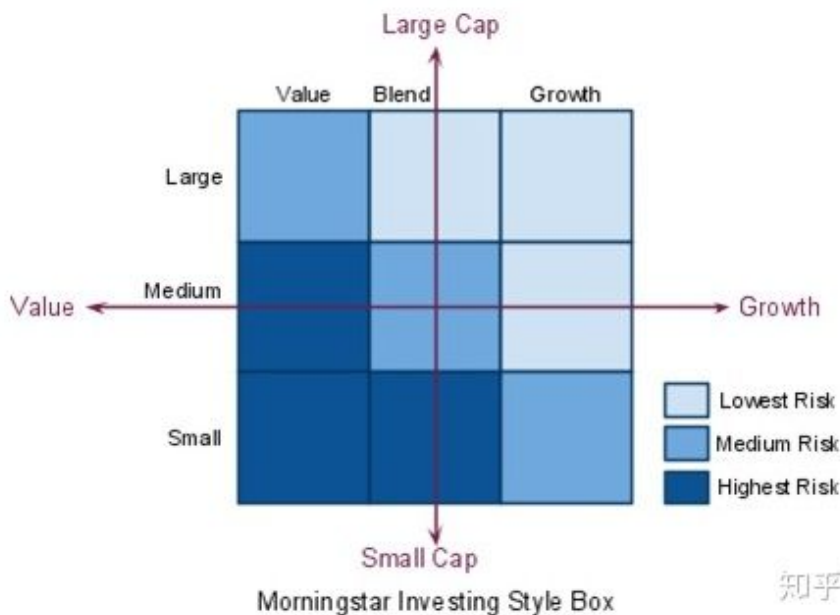
投资品的收益率预测在资产配置中格外重要。马科维茨的现代资产配置理论之所以在实际中被专业投资机构诟病就是因为它虽然简单，但却是建立在非常“严苛”的假设下：即待配置的投资品的收益率的期望和方差是已知的（即可以预测的）。一旦预测的数值非常离谱，那么资产配置效用的最大化就变成误差的最大化。

在收益率期望和方差中，期望的预测比方差（以及不同投资品之间的协方差）的预测更加重要。**Chopra and Ziemba (1993) 的研究表明，收益率期望的误差对资产配置的影响比收益率方差（以及协方差）的影响高一个数量级。**可见，收益率期望的预测是最关键的。然而，欧美大量学术界和业界的研究表明，收益率期望的预测是非常困难的。但是，前赴后继的学术研究也逐渐证明使用贝叶斯框架来进行收益率期望的预测能取得不错的效果。

## 2.1 多因子模型

多因子模型的核心就是选择一些合适的因子、并把投资品的收益率看成这些因子的线性函数。然后利用线性回归确定因子的参数。这样当因子有了最新的数值后，就可以利用得到的线性方程得到投资品收益率的预测。

最简单的多因子模型就是夏普的资本资产定价模型 CAPM (Sharpe 1964)。该模型以市场组合的（超额）收益率为因子，把单个投资品的（超额）收益率描绘为该因子的线性方程，单个投资品对该因子的暴露就是众人皆知的 beta，即系统风险系数。这个模型由于只有一个因子，因此是个单因子模型（多因子模型的特例）。而在 CAPM 之后，最著名的多因子模型就是法玛-佛伦奇三因子模型 (Fama and French 1992)，该模型在 CAPM 的基础上引入市值和市净率两个因子对投资品的收益率进行建模。



知乎 @石川

多因子模型的优点是每个因子都有很强的业务解释。由于它们从业务出发，因此有一定的预测性。此外，由于所有的投资品都通过相同的业务因子进行预测，**因此多因子模型具有很强的结构性**。然而，多因子模型的缺点是，模型中的有限个因子无法解释投资品收益率面对的所有风险；它们只能解释自身业务对应的风险。因此，多因子模型的预测是**有偏的 (biased)**，是以忽略一部分无法解释的风险为代价的。

**多因子模型对收益率期望的预测有一定的预测性以及很强的结构性、但它是有偏的。**

## 2.2 基于历史数据的统计模型

顾名思义，基于历史的统计模型就是利用投资品的历史数据求出样本均值，并以该均值作为未来收益率均值的预测。例如，我们可以用过去 26 期周收益率数据的均值当做下周周收益率均值的预测。

知乎

首发于  
川流不息

投资品所暴露的所有风险。但是，大量的研究和投资实践证明，投资品的历史收益率和未来收益率之间没有太多必然的联系。换句话说，历史数据均值对未来收益率均值的预测性较差。

基于历史数据的统计模型对于收益率期望的预测有如下特点：无偏性、无结构性、低预测性。

这两个模型的优缺点总结如下。可见它们优劣势互补，相当于站在天平的两端。



### 3 贝叶斯收缩

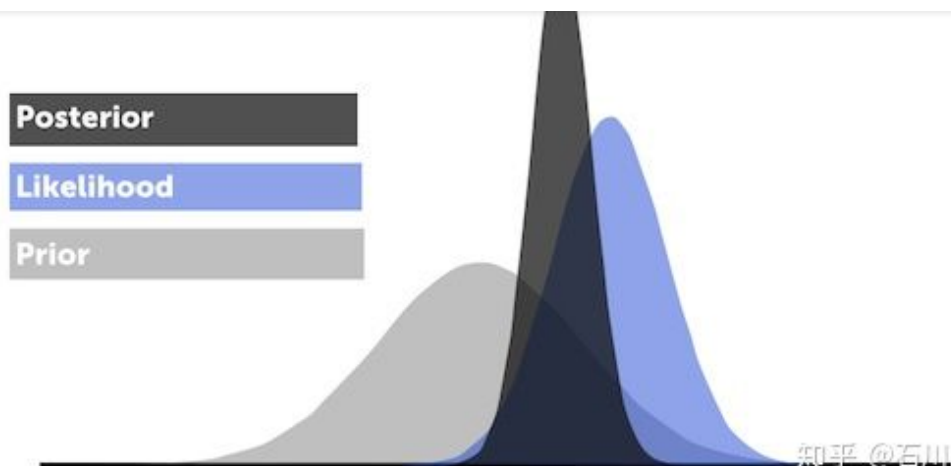
既然这两种方法各有千秋，一个自然的想法就是能否把它们结合一下，得到更加有效的收益率期望预测。在这方面，**贝叶斯收缩 (Bayes shrinkage)** 是一个强有力的工具 (Jorion 1986, Harvey et. al. 2008)。

贝叶斯收缩以多因子模型得出的收益率作为**先验 (prior)**，以实际收益率（历史数据）作为**新的观测值 (observation)**，计算出收益率均值的**后验 (posterior)** 作为最终预测。

形象的说，该方法结合了两种方法，**以最优的比例使基于历史数据的预测向基于多因子模型的预测“收缩”**。这个最优的比例使得预测的期望误差最小。**贝叶斯收缩相当于给历史收益率数据提供了多因子模型能提供的额外有效信息**，从而得到更加有效的预测。



知乎

首发于  
川流不息

当然，我们也不一定非要用多因子模型的预测做先验，可以通过其他的方法，比如 Black-Litterman 模型，其本质也是一个收益率的贝叶斯收缩（见[Black-Litterman 模型 —— 贝叶斯框架下的资产配置利器](#)）。

**最后，这个“收缩”的思路也可以推广到投资品协方差矩阵的预测（Ledoit and Wolf 2003）。**此外，无论是单一投资品自己收缩还是多个投资品一起收缩，学术界都有非常多的研究、取得了丰富的成果。下一次我再找个机会介绍一下协方差矩阵的贝叶斯收缩。

## 参考文献

- Chopra, V. K. and W. T. Ziemba (1993). The effort of errors in means, variances, and covariances on optimal portfolio choice. *Journal of Portfolio Management*, 19(2), 6 – 11
- Fama, E. F. and K. R. French (1992). The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance*, 47(2), 427 – 465
- Harvey, C. R., J. C. Liechty, M. W. Liechty (2008). Bayes vs. resampling: a rematch. *Journal of Investment Management*, 6(1), 1 – 17
- Jorion, P. (1986). Bayes-Stein estimation for portfolio analysis. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 21(3), 279 – 292
- Ledoit, O. and M. Wolf (2003). Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection. *Journal of Empirical Finance*, 10, 603 – 621
- Sharpe, W. F. (1964). A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19(3), 425 – 442

**免责声明：**文章内容不可视为投资意见。市场有风险，入市需谨慎。



编辑于 2019-07-02

金融 贝叶斯概率 贝叶斯理论

▲ 赞同 43 ▼ 4 条评论 分享 收藏 ...

文章被以下专栏收录



川流不息

北京量信投资管理有限公司是一家在中国基金业协会备案登记的专业私募基金管理人...

关注专栏

推荐阅读



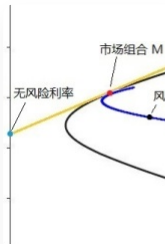
用电脑和数学来指导自己的投资-凯利公式

胡晓佳



小学生都能理解的贝叶斯公式。

子楠 发表于机器学习笔...




【金融】C


宏观经济算.

4 条评论


切换为时间排序

写下你的评论...



 shiqiang 1 年前

您这几篇文章倒是使我提前想到了这个思路：就是在多因子模型对股票的评价体系中引入BL模型，可能能有一些效果，非常感谢。

 1

 Beef Stew 1 年前

知乎

首发于  
川流不息

赞



石川 (作者) 回复 Beef Stew

1 年前

好问题。。。没错，多因子研究的就是 cross-sectional 上预期收益率和因子暴露的关系；关于多因子中的回归，可以看下这篇 [股票多因子模型的回归检验](#)。肯定可以用 panel 或者 vector autoregression 来预测收益率，但我感觉如果做 panel analysis 的话还是有很强的因子结构假设在里面的，所以和上面提到的用最近最新历史数据作为 observation 来做贝叶斯收缩还不完全一样。我回头如果再想到啥再追评。。。

赞   回复   踩   举报



Tanya

4 个月前

您好，看了您的文章很有启发。想请问在用了ledoit and wolf的协方差矩阵shrinkage方法后，投资组合权重比单纯用sample co-variance更加diversified，而且收益也越高，但为什么给权重加上constraints之后（比如最高不能超过0.7），为什么shrinkage co-variance的表现还不如sample co-variance呢？

赞

