

知乎

首发于
川流不息

异质波动率能否提供增量定价信息？



石川

量化交易 话题的优秀回答者

已关注

31 人赞同了该文章

摘要

本文以中证 500 为例对异质波动率进行了实证研究，观察到低异质波动率异象；在控制了其他常见因子后，异质波动率依然能够提供定价信息。

1 引言

异质波动率 (Idiosyncratic Volatility) 是异质风险的一个代理变量。与系统性的市场风险不同，异质风险被认为是上市公司面对的特有风险、是可以被分散化的。长久以来，大量的研究试图搞清楚异质波动率和股票预期收益率之间是否存在某种关系。

从实证分析来看，上述问题并无定论。早期的发现倾向认为异质波动率和预期收益率之间存在正相关。然而在 2006 年，Ang et al. (2006) 在 Journal of Finance 上发表了一篇影响深远的文章指出了异质波动率和预期收益率之间的负相关——**即当其他条件相同时，异质波动率低的股票来可能获得更高的收益。**

知乎

首发于
川流不息

Economics 上撰文说 Ang et al. (2006) 发现的负相关源于一小撮高异质波动率股票收益率的反转; Fu (2009) 使用 GARCH 模型对异质波动率建模分析发现, 它和预期收益率之间依然存在正相关。来自 Berkeley 的 Anderson, Bianchi, and Goldberg (2012) 指出, Ang et al. (2006) 中结果受到了数据中一个极端 outlier 的影响 (1987 年 10 月), 排除该点后, Ang et al. (2006) 发现的关系不再显著。

面对质疑, Ang et al. (2009) 在 Journal of Financial Economics 上再次发文, 通过来自美国 and 全球的更多实证结果说明异质波动率和预期收益率之间的负相关性。然而, 也有研究表明, 异质波动率和预期收益率之间到底是何种关系受到实证分析中很多因素的影响, 因此难有定论 (Bali and Cakici 2008)。

面对大量难以统一的实证结果, Stambaugh, Yu, and Yuan (2015) 从不对称套利的角度对 (低) 异质波动率之谜进行了解释 (针对美股)。他们指出, 对于 overpriced 股票, 异质波动率和收益率呈现负相关; 反之, 对于 underpriced 股票, 二者呈现正相关。由于做空的限制造成对 overpriced 股票套利不充分, 因此 overpriced 股票上的这种负相关比 underpriced 股票上的正相关更难被消除, 综合的结果就是在整个截面上观察到负相关, 即低异质波动率异象。

本文以中证 500 指数成分股为例, 对异质波动率进行实证研究。和其他针对 A 股的相关研究报告发现的结果相似, 我们观察到异质波动率和预期收益率之间的负相关性; 依照低异质波动率来构建投资组合可以获得传统因子模型无法解释的超额收益。此外, Fama-MacBeth regression 分析表明, 异质波动率能够解释个股预期收益率的差异。

2 构建因子

本文借鉴 Ang et al. (2009) 的方法构建异质波动率因子——**将个股的收益率相对某给定多因子模型残差的标准差作为异质波动率因子**。按照上述定义需要明确两个问题: (1) 多因子模型; (2) 回归获得残差以及计算残差标准差的时间窗口。

在多因子模型方面, 实证中选择 Fama and French (2015) 五因子模型:

- **MKT**: 中证 500 指数的收益率, 为了简化没有考虑其相对无风险利率的超额收益;
- **SMB**: 做多流通市值小的一半、做空流通市值大的一半;
- **HML**: 做多 Book-to-Price 最高的 150 支、做空 Book-to-Price 最低的 150 支;
- **RMW**: 使用营业利润与总资产之比从大到小排序, 做多排名靠前的 150 支、做空排名靠后的 150 支;
- **CMA**: 使用总资产增长率从小到大排序, 做多排名靠前的 150 支、做空排名靠后的 150 支。

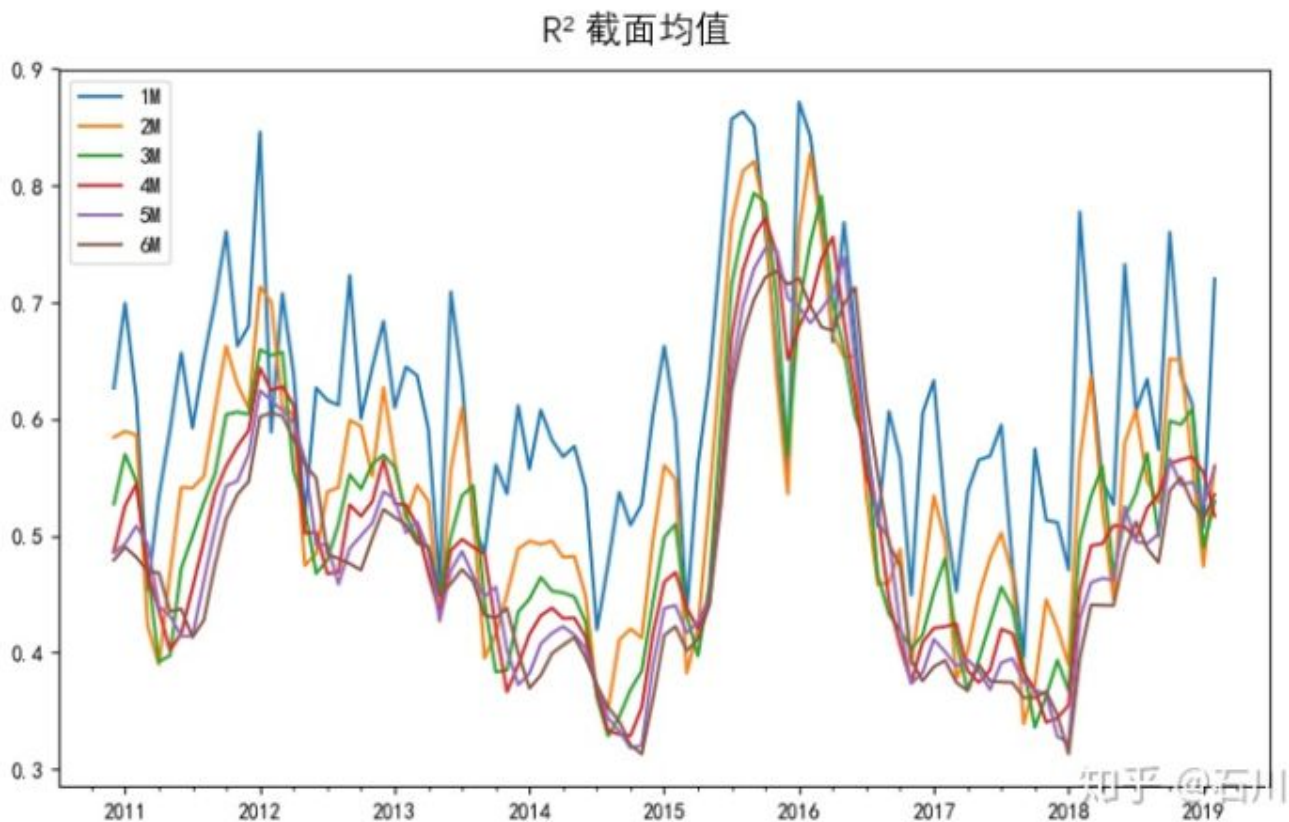
按上述定义构建这些因子的日频收益率序列; 构建风格因子的多空组合时, 排除停牌股票并按配置 (本文第五节会给出按市值加权配置的实证结果)。

知乎

首发于
川流不息

然后计算残差收益率的标准差作为其异质波动率。如何选择 n 呢?

为了研究异质波动率，我们希望上述五因子模型能够尽可能解释个股收益率在时序上的波动，即时序回归的 R^2 不能太小，否则研究的就不是异质波动率而是波动率了。下图显示了 n 取过去 1 至 6 个月内的交易日时，五因子模型对个股回归的 R^2 在截面上的均值随时间的变化。



使用过去 1 到 6 个月的日频收益率回归，五因子模型均能较好的解释个股收益率。当然，回归窗口越长样本点就越多，从而造成五因子模型的解释力度降低，这也符合预期。因此不能仅以 R^2 高低作为选择窗口的依据。

最终，我们选择使用最近一个月的日频收益率数据计算个股的异质波动率。这种做法和 Ang et al. (2009) 一致。在计算中，如果某支个股因停牌导致其交易日少于当月交易日的 80%，则将其剔除在外。

依照上述说明，在每月末构建异质波动率因子（记为 IVol）的方法如下：

1. 使用当月个股日频收益率和五因子模型的日频收益率进行时序回归得到残差收益率序列；
2. 计算残差收益率的标准差作为该个股的异质波动率因子；
3. 使用异质波动率因子**从小到大**排序，做多排名靠前的 150 支、做空排名靠后的 150 支，等权配置；
4. 按月再平衡、不考虑任何成本；上述多、空对冲的投资组合就是 IVol 因子收益率。

实证期为 2011 年 1 月至 2019 年 3 月。下面来看结果。

知乎

首发于
川流不息

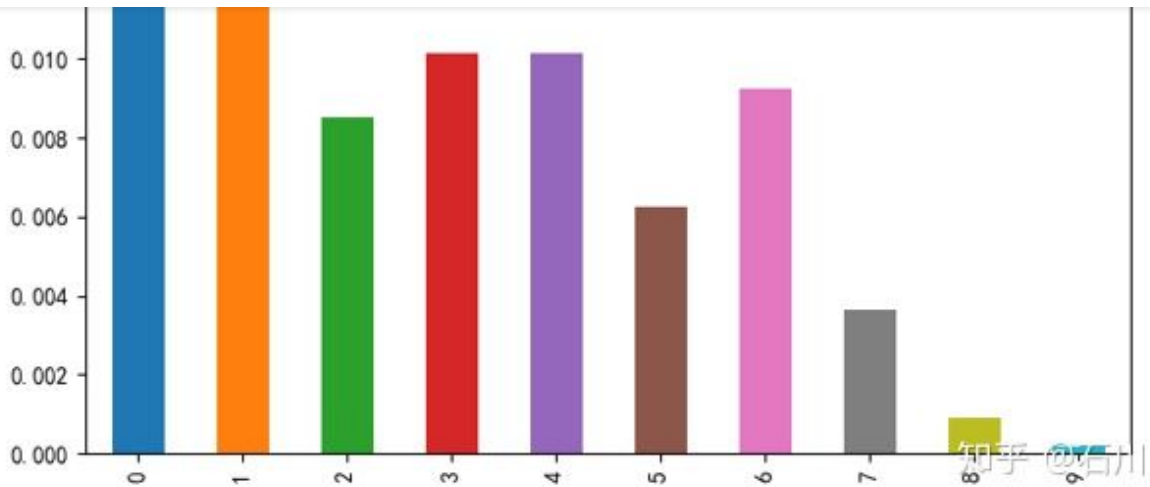
下图显示了四个投资组合在回溯期内的净值曲线。其中蓝色的 Market 代表中证 500 指数；黄色 Long/Short 为多空对冲的组合，它便是 IVol 因子的投资组合；绿色 Long Only 代表 IVol 中的多头组合（做多 150 支 IVol 最低的股票）；最后红色 Long/Market 代表 IVol 多头组合相对市场的超额收益。



使用低异质波动率战胜了市场：IVol 多空组合的年化收益率为 11.37%（夏普率 1.24）、纯多头组合的年化收益率为 9.74%（夏普率 0.47）；同期中证 500 指数的年化收益率仅为 1.42%。不过从上图中也能看到，从 2017 年以来，IVol 的纯多头组合并没有战胜指数。

如果在每个月把股票池根据 IVol 的大小分成 10 档（0 代表 IVol 最低档、9 代表 IVol 最高档），则这 10 档投资组合的月频收益率均值如下图所示，呈现出较好的单调性。

知乎

首发于
川流不息

接下来，我们看看 IVol 因子能否获得其他因子无法解释的超额收益。由于它和波动率息息相关，因此在 Fama-French 五因子的基础上加入波动率因子 Vol。计算 Vol 时直接使用个股日频收益率最近一个月的标准差、将其从低到高排序，其他步骤和 IVol 类似。

将 IVol 因子收益率和 Fama-French 五因子 + Vol 因子收益率进行时序回归，得到如下结果（t-statistics 经 Newey and West 1987 调整）。结果显示，IVol 因子在 Vol 因子上有很高的暴露（ $v = 0.62$ 、其 t-statistic 高达 7.816），这也导致时序回归的 R^2 高达 0.771（在一般学术论文中因子对异象的时序回归中往往见不到这么高的 R^2 ）。尽管如此，IVol 依然能获得这六个因子无法解释的显著 α 收益率（每月平均 0.51%、t-statistic 3.545）。

异质波动率 IVol 因子与 Fama-French 五因子 + Vol 因子时序回归结果
括号内为 Newey-West 调整后的 t-statistics (lag = 3)

$IVol_t = \alpha + \beta MKT_t + sSMB_t + hHML_t + rRMW_t + cCMA_t + vVol_t + \varepsilon_t$							
α	β	s	h	r	c	v	R^2
0.0051 (3.545)	-0.0069 (-0.326)	0.3632 (4.144)	0.1036 (2.027)	0.0825 (1.234)	0.0536 (0.563)	0.6200 (7.816)	0.771

虽然 IVol 能够获得 α ，但是其和 Vol 的高相关性仍然让人不爽。我们自然想看看它能否解释个股预期收益率的截面差异，即回答本文标题中的问题——异质波动率能否提供增量定价信息。

为此，使用 Fama and MacBeth (1973) Regression 对包括 IVol 在内的上述七个因子同时进行分折。将个股在每个因子上的当期暴露和个股下期的收益率进行截面回归，从而得到这些因子在时序上的收益率序列，以此考察每个因子。在计算因子暴露时，对每个因子在截面上取值的 1% 和 99% 分位数之外的样本进行窗化，之后再进行标准化处理。Fama-MacBeth Regression 的结果如下。

知乎

首发于
川流不息

t-statistics 经 Newey-West 调整 (lag = 3)

因子	因子收益率	t-statistic
MKT	0.0069	0.807
SMB	-0.0020	-1.557
HML	0.0025	1.699
RMW	0.0045	4.232
CMA	0.0000	0.053
Vol	0.0045	2.150
IVol	-0.0071	-4.402

知乎 @石川

结果显示，IVol 具有很强的解释截面预期收益率的能力。它的月频预期收益率为 -0.71% (t-statistic = -4.402)，说明高 IVol 的股票较低 IVol 的股票有更低的收益。然而，结果中 Vol 的预期收益率为 0.45% (t-statistic = 2.150)，说明高 Vol 的股票比低 Vol 的股票有更高的收益，这和我们熟悉的低波动异象相左。

如果把 IVol 和 Vol 的结果放在一起则更加令人困惑——波动率高、但异质波动率低的股票较其对立面能获得更高的收益。这样的结果与 IVol 和 Vol 之间的高相关性密不可分。在 Fama-MacBeth Regression 中，我们希望因子之间是近似独立的，而 IVol 和 Vol 这两个因子之间的高相关性会对分析结果造成干扰。

为了更好的考察 IVol（以及 Vol）能否解释预期收益率截面差异，下一节将对 IVol 进行正交化处理。

4 因子正交化

为了排除 Vol 对 IVol 的影响，使用前者对后者进行正交化处理。正交化时可采用最小二乘法 (OLS) 或广义最小二乘法 (GLS)。

使用 OLS 直接在每期截面上将股票在 IVol 上的暴露作为被解释变量，将它们在 Vol 上的暴露作为解释变量，回归得到的残差作为正交化后的 IVol 暴露，并按照正交化后 IVol 暴露从低到高排序构建 IVol 因子。

正交化后，IVol 因子的表现如下图所示。其多、空对冲组合的年化收益率较未进行正交化提升 14.01%、纯多头收益率提升至 11.04%。不过稍后就会看到，更高的 on paper 收益率的代价更高的换手率。因此正交化在实践中能否提升该因子的效果依然需要进一步研究。



知乎

首发于
川流不息

再来看看 Fama-French 五因子 + Vol 因子能否解释正交化后的 IVol 因子。时序回归显示，正交化后的 IVol 因子在 Vol 因子上的暴露不再显著，而这六个因子解释 IVol 时的 R^2 也下降至 0.288（属于学术论文中常见的数值范围）。与未进行正交化相比，正交后的 IVol 的 α 收益率更加显著。

正交化后 (OLS) 异质波动率 IVol 因子与 Fama-French 五因子 + Vol 因子时序回归结果
括号内为 Newey-West 调整后的 t-statistics (lag = 3)

$$IVol_t^o = \alpha + \beta MKT_t + sSMB_t + hHML_t + rRMW_t + cCMA_t + vVol_t + \varepsilon_t$$

α	β	s	h	r	c	v	R^2
0.0085 (3.949)	0.0004 (0.016)	0.4800 (4.301)	0.1934 (3.320)	0.0793 (0.974)	0.0645 (0.490)	-0.1185 (-1.702)	0.288

在排除了 Vol 对 IVol 的影响之后，Fama-MacBeth Regression 给出了“期待中”的结果：Vol 对股票预期收益率的解释能力骤然消失，而 IVol 因子的解释能力则变得更加显著。这个结果说明，**相比起波动率，我们更应该关注异质波动率，而低异质波动率异象存在于实证中的中证 500 指数。**

知乎

首发于
川流不息

IVol 经 OLS 正交化处理

t-statistic 经 Newey-West 调整 (lag = 3)

因子	因子收益率	t-statistic
MKT	0.0069	0.807
SMB	-0.0020	-1.560
HML	0.0026	1.694
RMW	0.0045	4.233
CMA	0.0000	0.071
Vol	0.0001	0.125
IVol	-0.0044	-4.872

第二种正交化的方法参考 Menchero (2010), 在正交化时考虑个股市值对残差的影响, 采用 GLS:

$$IVol^o = IVol - \frac{IVol'WVol}{Vol'WVol} Vol$$

上式中 W 是对角阵, 对角线上的第 i 个元素为股票 i 的权重 (正比于流通市值)。这种处理方法被广泛应用在 Barra 的模型中, 感兴趣的小伙伴可以进一步参阅相关资料。

实证结果显示, GLS 和 OLS 的差异很小。正交化后 IVol 因子多空组合的年化收益率为 13.76%、纯多头的年化收益率为 10.88%。下面两张图分别给出了 GLS 正交化方法下时序回归和 Fama-MacBeth Regression 的结果。

正交化后 (GLS) 异质波动率 IVol 因子与 Fama-French 五因子 + Vol 因子时序回归结果
括号内为 Newey-West 调整后的 t-statistics (lag = 3)

$$IVol_t^o = \alpha + \beta MKT_t + sSMB_t + hHML_t + rRMW_t + cCMA_t + vVol_t + \varepsilon_t$$

α	β	s	h	r	c	v	R^2
0.0084 (3.912)	0.0004 (0.014)	0.4734 (4.271)	0.1885 (3.225)	0.0706 (0.861)	0.0676 (0.520)	-0.1192 (-1.720)	0.287

知乎

首发于
川流不息

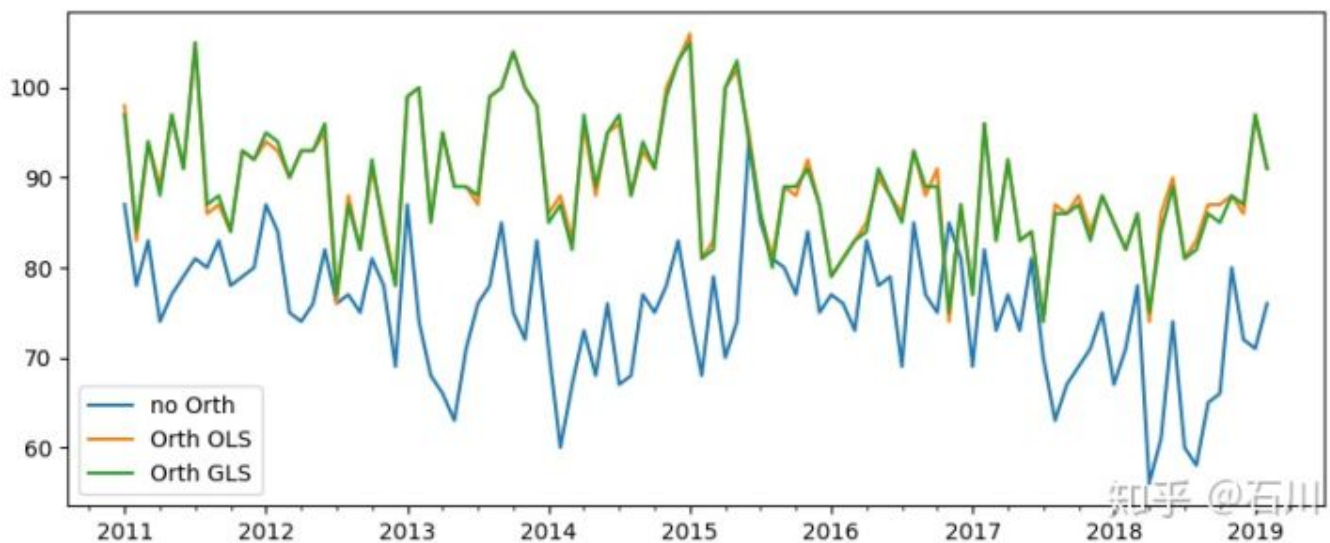
IVol 经 GLS 正交化处理

t-statistic 经 Newey-West 调整 (lag = 3)

因子	因子收益率	t-statistic
MKT	0.0069	0.807
SMB	-0.0020	-1.560
HML	0.0026	1.694
RMW	0.0045	4.233
CMA	0.0001	0.071
Vol	0.0000	0.087
IVol	-0.0044	-4.863

知乎 @石川

在结束本小节之前，再来回应一下之前提到的高换手率的问题。下图显示了非正交化 IVol 因子和两种正交化 IVol 因子的多头组合每个月相较于前一个月股票变化的数量（每个月多头一共 150 支）。正交化操作明显的提高了股票变化的数量，这在实际中会造成更高的换手率和交易成本，是必须考虑的问题。



知乎 @石川

5 按市值加权

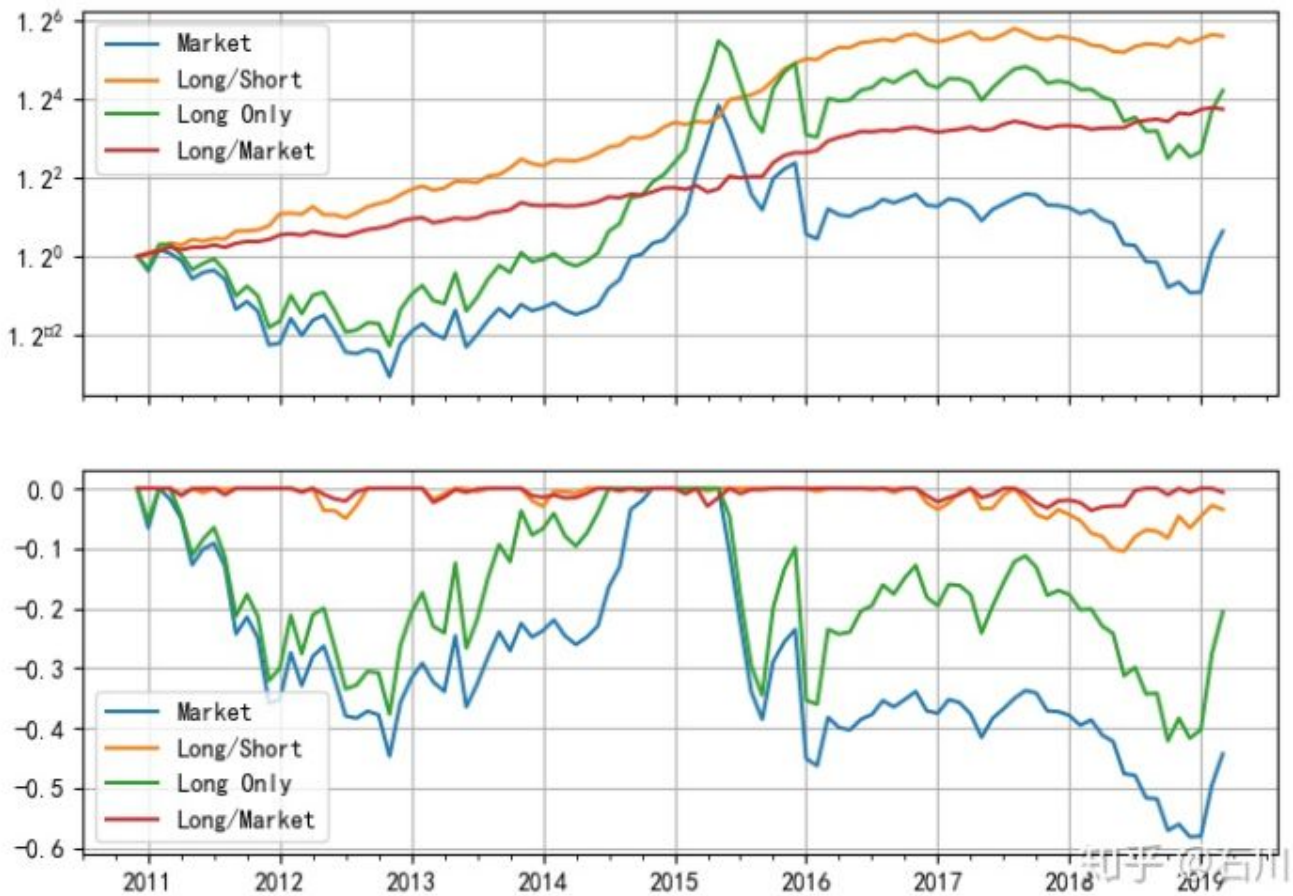
在前述的实证结果中，所有风格因子的多空投资组合均等权配置选出的股票。作为 robustness check，本小节给出按市值加权的结果。在所有的多空组合中——包括计算异质波动率时的 E 风格因子收益率，以及分析 IVol 时的月频因子投资组合——均采用市值加权的方式构建。用一



知乎

首发于
川流不息

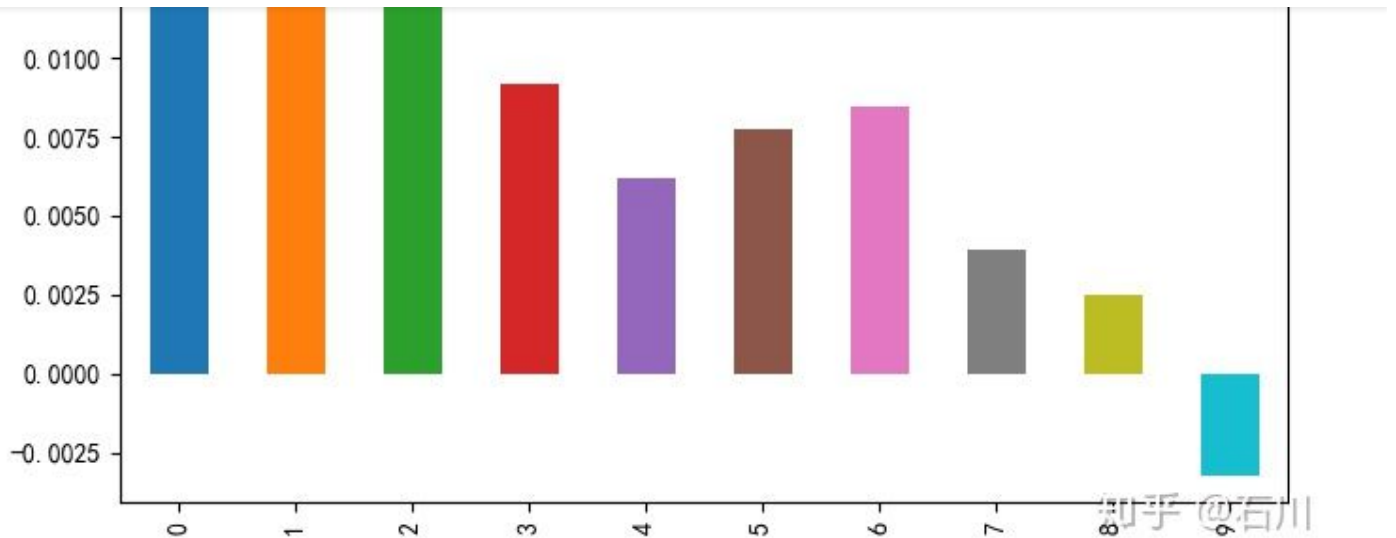
考虑到篇幅问题，本小节仅列出按 OLS 正交化方法的实证结果。下图为 IVol 因子组合的累积净值。IVol 因子多空投资组合的年化收益率为 13.21%（夏普率 1.76）、纯多头组合的年化收益率为 9.80%（夏普率 0.46）。



将股票池根据 IVol 的大小分成 10 档（0 档为异质波动率最低、9 档为异质波动率最高），则这 10 档投资组合的月频收益率均值如下图所示，依然呈现出较好的单调性。



知乎

首发于
川流不息

时序回归结果显示，按市值加权的 IVol 因子（正交化）能获得更高的 α 收益率。Fama-MacBeth Regression 显示 IVol 因子的预期收益率非常显著；与之成鲜明对比的是，Vol 因子不具备解释截面预期收益率差异的能力。

正交化后 (OLS) 异质波动率 IVol 因子与 Fama-French 五因子 + Vol 因子时序回归结果

括号内为 Newey-West 调整后的 t-statistics (lag = 3)

风格因子多空组合采用市值加权

$$IVol_t^o = \alpha + \beta MKT_t + sSMB_t + hHML_t + rRMW_t + cCMA_t + vVol_t + \varepsilon_t$$

α	β	s	h	r	c	v	R^2
0.0085 (4.392)	0.0100 (0.400)	0.3896 (4.247)	0.1941 (4.035)	0.0610 (0.736)	-0.0521 (-0.535)	-0.1896 (-3.006)	0.336



知乎

首发于
川流不息**IVol 经 OLS 正交化处理**

t-statistic 经 Newey-West 调整 (lag = 3)

风格因子多空组合采用市值加权

因子	因子收益率	t-statistic
MKT	0.0069	0.807
SMB	-0.0021	-1.610
HML	0.0026	1.706
RMW	0.0044	4.192
CMA	0.0000	0.077
Vol	0.0001	0.125
IVol	-0.0044	-5.004

6 结语

本文以中证 500 为例对异质波动率进行了实证研究。类似的方法可以推广到全 A 股。虽然能够观察到低异质波动率异象，但需要指出的是上述实证区间的长度并不令人满意，所以即便显著的结果也要打点折扣。

关于低异质波动率和低波动率异象，除了本文借鉴的 Ang et al. (2009) 外，学术界和业界还有很多其他构件因子的方法。在这方面，感兴趣的小伙伴可参考《“苗”字有三种写法，低风险异象因子呢？》。该文出自我非常喜欢的公众号 [因子动物园]，它详尽介绍和描述了不同因子的构建方法，极具参考价值。

最后，Herskovic et al. (2016) 指出个股的异质波动率之间也存在显著的 co-movement，因此提出了一个 factor structure 来解释异质波动率。这个发现对于 empirical asset pricing 也有一定的启示，且他们的结果也反映了异质波动率和预期收益率之间的负相关性。感兴趣的小伙伴不妨一读。

参考文献

- Anderson, R. M., S. W. Bianchi, and L. R. Goldberg (2012). A comment on “The cross section of volatility and expected returns” : the statistical significance of FVIX is driven by a single outlier. Working paper, Coleman Fung Risk Management Research Center, University of California Berkeley.

知乎

首发于
川流不息

- Ang, A., R. J. Hodrick, Y. Xing, and X. Zhang (2009). High idiosyncratic volatility and low returns: international and further U.S. evidence. *Journal of Financial Economics*, Vol. 91(1), 1 – 23.
- Bali, T. G. and N. Cakici (2008). Idiosyncratic volatility and the cross section of expected returns. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 43(1), 29 – 58.
- Chen, L. H., G. Jiang, D. Xu, and T. Yao (2012). Dissecting the Idiosyncratic Volatility Anomaly. Working paper, available at SSRN: ssrn.com/abstract=20238....
- Fama, E. F. and K. R. French (2015). A Five-Factor Asset Pricing Model. *Journal of Financial Economics*, Vol. 116(1), 1 – 22.
- Fama, E. F. and J. D. MacBeth (1973). Risk, return, and equilibrium: empirical tests. *Journal of Political Economy*, Vol. 81(3), 607 – 636.
- Fu, F. (2009). Idiosyncratic risk and the cross-section of expected stock returns. *Journal of Financial Economics*, Vol. 91(1), 24 – 37.
- Herskovic, B., B. Kelly, H. Lustig, and S. V. Nieuwerburgh (2016). The common factor in idiosyncratic volatility: quantitative asset pricing implications. *Journal of Financial Economics*, Vol. 119(2), 249 – 283.
- Menchero, J. (2010). Characteristics of factor portfolios. Research note, Barra.
- Newey, W. K. and K. D. West (1987). A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix. *Econometrica*, Vol. 55(3), 703 – 708.
- Stambaugh, R. F., J. Yu, and Y. Yuan (2015). Arbitrage asymmetry and the idiosyncratic volatility puzzle. *The Journal of Finance*, Vol. 70(5), 1903 – 1948.

免责声明：文章内容不可视为投资意见。市场有风险，入市需谨慎。

原创不易，请保护版权。如需转载，请联系获得授权，并注明出处，谢谢。已委托“维权骑士”
([维权骑士](#) 免费版权监测/版权保护/版权分发) 为进行维权行动。

编辑于 2019-07-03

资产定价模型 (CAPM)

多因子模型

资产定价

▲ 赞同 31 ▼

● 8 条评论

➤ 分享

★ 收藏

...

文章被以下专栏收录



川流不息

北京量信投资管理有限公司是一家在中国基金业协会备案登记的专业私募基金管理人...

关注专



知乎

首发于
川流不息

信息风险被定价了吗？

呆若木鸡

发表于FICC与...



这位普通老美靠什么赚了25倍收益？

伦敦交易员

发表于伦敦交易员



Which Be

石川

8 条评论

⇌ 切换为时间排序

写下你的评论...



天行者

3 个月前

想问一个问题，能不能用统计的方法做IVS的预测建模，同时满足no arbitrage constraint的条件呢

👍 赞



ch zh

3 个月前

所以超额收益仅来自于交易成本

👍 赞



ch zh

3 个月前

大概交易成本越高的市场，超额收益就越高

👍 赞



打靶炒花蟹

3 个月前

川总，，五因子模型对个股回归的 R^2 在截面上结果应该都是不一的。那么怎么区分哪些适用哪些不适用。假设对于某一支股票某一期，即使变量不通过t检验，模型不通过F检验， R^2 又很小，那如何判断这一期这只股票通过模型算出来的异质波动率是可以在截面上和其他股票区分的？如果不能区分，就要舍弃这只股票吗？如果这样的话，可能很多股票都要被排除了？

👍 赞



石川 (作者) 回复 打靶炒花蟹

3 个月前

我实证中尝试对每一期剔除 R^2 最低的 20%。在剩下里面挑。效果和不剔除差不多。你

知乎

首发于
川流不息

赞



打靶炒花蟹 回复 石川 (作者)

3 个月前

谢谢川总赐教~看川总的文章总能有所收获!

赞



念念张

1 个月前

请问作者您在构建因子的时候投资组合多久构造一次? 另外您文章中计算出的异质波动率因子和波动率因子应该都是月度数据, 但是其他的五因子都是日度数据, 您在时间序列回归时候是如何处理的呢?

赞 回复 踩 举报



石川 (作者) 回复 念念张

1 个月前

您好; 每月底重新计算一次异质波动率, 然后进行调仓。计算异质波动率的时候, 用个股和这些因子的日频收益率回归。换句话说, 每个月末, 用最近一个月滚动窗口期内的日频收益率进行回归, 得到残差, 然后计算每支个股的异质波动率得到因子, 然后重新选股。

赞

