

知乎

首发于
川流不息

beta

BAB vs BABAB



石川

量化交易 话题的优秀回答者

已关注

44 人赞同了该文章

摘要

Betting Against Beta 这篇构筑在 Black CAPM 模型上的实证资产定价文章是 AQR 最著名的代表作之一。然而，有人对它提出了强烈的质疑。

1 Black CAPM 模型

1972 年，Fischer Black、Michael Jensen 和 Myron Scholes 从实际市场数据中观察到股票收益率和它们的 β 画出来的 Security Market Line (SML) 远比 CAPM 预测的要更平缓，这说明风险和收益的关系不能很好的满足 CAPM。Black et al. (1972) 从时间序列回归和截面回归两个维度实证了上述猜想，并提出了新的 CAPM 模型。

Black et al. (1972) 按照股票的 β 大小把股票分成十组（第一组中 β 最大），然后在时序上回归（检验时考虑了各种偏差和误差的影响），得到了如下结果。按照 CAPM，回归的截距项（即 α ）应该为 0，然而 Black et al. (1972) 观察到在不同的历史时期， α 显著不为 0 且和 β 呈负相关——高 β 的股票往往有负 α 。

知乎

首发于
川流不息

| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | M_M |
|---------------------------|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|
| $\hat{\beta}$ | 1 | 1.5416 | 1.3993 | 1.2620 | 1.1813 | 1.0750 | 0.9197 | 0.8569 | 0.7510 | 0.6222 | 0.4843 | 1.0000 |
| | 2 | 1.7157 | 1.3196 | 1.1938 | 1.0861 | 0.9697 | 0.9254 | 0.8114 | 0.7675 | 0.6647 | 0.5626 | 1.0000 |
| | 3 | 1.5427 | 1.3598 | 1.1822 | 1.1216 | 1.0474 | 0.9851 | 0.9180 | 0.7714 | 0.6547 | 0.4868 | 1.0000 |
| | 4 | 1.4423 | 1.2764 | 1.1818 | 1.0655 | 0.9957 | 0.9248 | 0.8601 | 0.7800 | 0.6614 | 0.6226 | 1.0000 |
| $\hat{\alpha} \cdot 10^2$ | 1 | 0.7366 | 0.1902 | 0.3978 | 0.1314 | -0.0650 | -0.0501 | -0.2190 | -0.3786 | -0.2128 | -0.0710 | |
| | 2 | -0.2197 | -0.1300 | -0.1224 | 0.0653 | -0.0805 | 0.0914 | 0.1306 | 0.0760 | 0.2685 | 0.1478 | |
| | 3 | -0.4614 | -0.3994 | -0.1189 | 0.0052 | 0.0002 | -0.0070 | 0.1266 | 0.2428 | 0.3032 | 0.2035 | |
| | 4 | -0.4475 | -0.2536 | -0.2329 | -0.0654 | 0.0840 | 0.1356 | 0.1218 | 0.3257 | 0.3338 | 0.3685 | |
| $t(\hat{\alpha})$ | 1 | 1.3881 | 0.6121 | 1.4037 | 0.6484 | -0.3687 | -0.1882 | -1.0341 | -1.7601 | -0.7882 | -0.1978 | |
| | 2 | -0.4256 | -0.7605 | -0.8719 | 0.5019 | -0.6288 | 0.8988 | 1.1377 | 0.6178 | 1.7853 | 0.8377 | |
| | 3 | -2.9030 | -3.6760 | -1.5160 | 0.0742 | 0.0029 | -0.1010 | 1.8261 | 3.3768 | 3.3939 | 1.9879 | |
| | 4 | -2.8761 | -2.4603 | -2.7886 | -0.7722 | 1.1016 | 1.7937 | 1.6769 | 3.8772 | 3.0651 | 3.2439 | |
| \bar{R} | 1 | 0.0412 | 0.0326 | 0.0317 | 0.0272 | 0.0230 | 0.0197 | 0.0166 | 0.0127 | 0.0115 | 0.0099 | 0.0220 |
| | 2 | 0.0233 | 0.0183 | 0.0165 | 0.0168 | 0.0136 | 0.0147 | 0.0134 | 0.0122 | 0.0126 | 0.0098 | 0.0149 |
| | 3 | 0.0126 | 0.0112 | 0.0120 | 0.0126 | 0.0117 | 0.0109 | 0.0115 | 0.0110 | 0.0103 | 0.0075 | 0.0112 |
| | 4 | 0.0082 | 0.0082 | 0.0081 | 0.0087 | 0.0096 | 0.0095 | 0.0088 | 0.0101 | 0.0092 | 0.0092 | 0.0088 |
| σ | 1 | 0.2504 | 0.2243 | 0.2023 | 0.1886 | 0.1715 | 0.1484 | 0.1377 | 0.1211 | 0.1024 | 0.0850 | 0.1587 |
| | 2 | 0.1187 | 0.0841 | 0.0758 | 0.0690 | 0.0618 | 0.0586 | 0.0519 | 0.0494 | 0.0441 | 0.0392 | 0.0624 |
| | 3 | 0.0581 | 0.0505 | 0.0436 | 0.0413 | 0.0385 | 0.0364 | 0.0340 | 0.0289 | 0.0253 | 0.0203 | 0.0363 |
| | 4 | 0.0577 | 0.0503 | 0.0463 | 0.0420 | 0.0391 | 0.0365 | 0.0340 | 0.0312 | 0.0277 | 0.0265 | 0.0386 |

* \bar{R}_M = average monthly excess returns, σ = standard deviation of the monthly excess returns.

† Subperiod 1 = January, 1931-September, 1939; 2 = October, 1939-June, 1948; 3 = July, 1948-March, 1957; 4 = April, 1957-December, 1965.

出处：Black et al. (1972)

知乎 @石川

观察到实际数据和 CAPM 之间的背离，Black et al. (1972) 抛弃了 CAPM 中的无风险利率并提出了一个双因子模型：

$$E[r_j] = E[r_z](1 - \beta_j) + E[r_m]\beta_j$$

上式中小写字母 r 表示股票或者组合的绝对收益。由于第二个因子 r_z 和 β 有关，因此它被称为 β 因子。由于 r_z 和 r_m 的协方差为零， r_z 代表着一个 β 中性组合的收益率。这个改进的 CAPM 模型被后人称为 **Black CAPM 模型**（或 zero-beta CAPM 模型），它比最初的 CAPM 更加符合实际数据，因此应用更加广泛。

2 Betting Against Beta

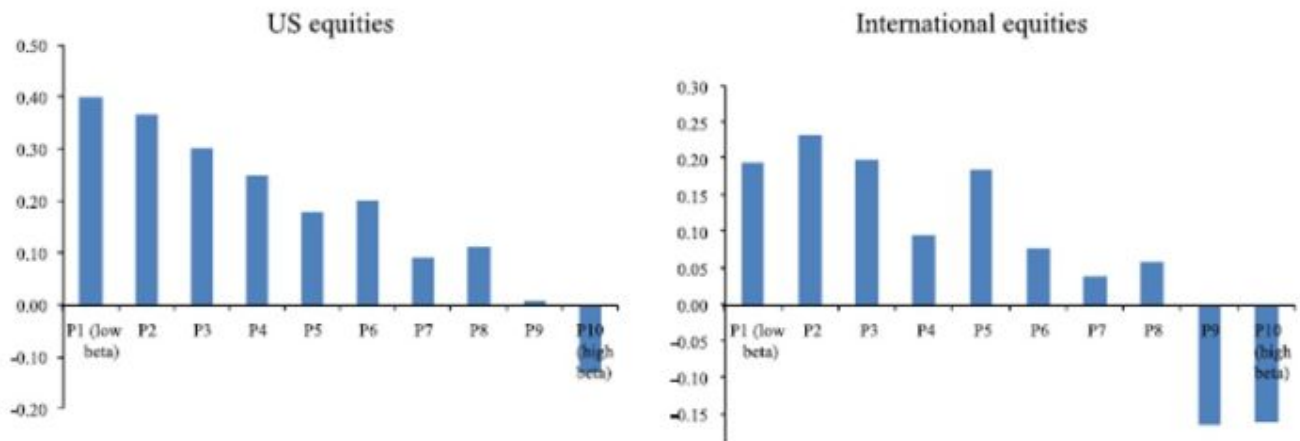
在 Black CAPM 被提出的 40 年之后，来自 AQR 的 Andrea Frazzini 和 Lasse Heje Pedersen 在 Journal of Financial Economics 上发表了一篇题为 Betting Against Beta 的文章（Frazzini and Pedersen 2014，下称 FP），从另外的角度解释了 α 和 β 之间的负相关。他们指出在实际投资中，不同的投资者受到不同资金使用的限制。为了追求更高的收益，一些投资者（特别是机构）会把有限的资金投资于高风险的投资品，比如高 β 的股票，这便造成了它们 α 的下降。FP 用 ψ 来表示资金限制强弱程度，并得出 α 和 β 的关系如下：

$$\alpha = \psi(1 - \beta)$$

知乎

首发于
川流不息

益（超额收益是总收益减去一些常见因子能够解释的部分）。他们针对这个现象提出了 Betting Against Beta 策略（下称 BAB）、构建投资组合、赚取其他因子无法解释的超额收益。



出处：Frazzini and Pedersen (2014)

知乎 @石川

由于低 Beta 作为一个因子早已深入人心，Betting Against Beta 一经发表，便在学术界和业界产生了巨大的反响。自 2014 年以来，它的被引用量在所有 Journal of Financial Economics 的文章中高居第二位，仅仅次于排名第一的 Fama-French 五因子模型。而在业界，它成为防御型投资策略当仁不让的杰出代表，得到了大量机构投资者的追捧。



知乎

首发于
川流不息

Economics Articles

The most cited articles published since 2014, extracted from Scopus.

A five-factor asset pricing model

Volume 116, Issue 1, January 2015, Pages 1-22

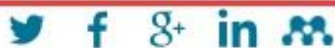
Eugene F. Fama | Kenneth R. French



Betting against beta - Open access

Volume 111, Issue 1, January 2014, Pages 1-25

Andrea Frazzini | Lasse Heje Pedersen



Lost in translation? The effect of cultural values on mergers around the world

Volume 117, Issue 1, January 2015, Pages 165-189

Kenneth R. Ahern | Daniele Daminelli | Cesare Fracassi



知乎 @石川

3 Betting Against Betting Against Beta

正所谓“人红是非多”，面对 BAB 因子在纸面上（on paper）获得的非凡超额收益，有人就提出了尖锐的质疑。2018 年，Robert Novy-Marx 和 Mihail Velikov 撰写了一篇题为 **Betting Against Betting Against Beta** (BABAB) 的文章 (Novy-Marx and Velikov 2018)，指出 FP 在构建 BAB 因子时有三个地方“不走寻常路”，从而导致了其 on paper 的超高收益，而这些收益在实际投资中无法兑现。这三个地方是：

1. 在构建多空投资组合计算 BAB 收益率时，FP 使用了 rank-weighted（即按排名作为权重）而非主流的按市值加权的做法。Novy-Marx and Velikov (2018) 指出，rank-weighted 的果和等权重组合十分接近，因此该组合在小市值因子上有暴露。由于小市值在美股长期有效对 BAB 的收益率产生了正贡献。



知乎

首发于
川流不息

益率是在实际中无法实现的。

3. 在计算个股 β 时，FP 使用了不同的时间窗口计算波动率和相关系数。这种非主流的做法佐证了 BAB 一文中提出的 “betas of securities in the cross section are compressed toward one when funding liquidity risk is high” 这个观点。Novy-Marx and Velikov (2018) 指出，这是由于 FP 计算 β 的方法天然有偏造成的；一旦修正了这个偏差，上述观点并不成立。由于 BAB 这篇文章连接 α 和 β 之间负相关的出发点是投资者的 funding liquidity risk，因此这一条直接挑战了 FP 对 BAB 的解释。

上述的第三方面 —— 计算 β 的方法 —— 对学术界的影响很大。自 BAB 发表之后，很多研究也采用同样的思路计算 β 值。在该方法中，FP 使用一年滚动窗口计算市场和个股收益率的标准差，而采用五年滚窗口计算二者之间的相关系数；FP 指出这么做的原因是，相对于波动率，相关系数的变化更加缓慢。

当采用传统方法计算 β 时，相关系数和标准差采用的是同样长度的时间窗口。通过简单的运算，不难看出 FP 计算的 β 值（记为 β_{FP} ）和传统 β 值的关系：

$$\begin{aligned}\beta_{\text{FP}}^i &\equiv \rho_5^i \frac{\sigma_1^i}{\sigma_1^{\text{mkt}}} \\ &= \left(\rho_5^i \frac{\sigma_5^i}{\sigma_5^{\text{mkt}}} \right) \left(\frac{\sigma_5^{\text{mkt}} \sigma_1^i}{\sigma_5^i \sigma_1^{\text{mkt}}} \right) \\ &= \left(\frac{\sigma_1^i / \sigma_5^i}{\sigma_1^{\text{mkt}} / \sigma_5^{\text{mkt}}} \right) \beta_5^i\end{aligned}$$

上式中， ρ 表示相关系数， σ 代表标准差，上标 i 代表个股 i ，mkt 代表市场，下标 1 和 5 分别代表一年和五年的滚动窗口。该关系式说明，采用 FP 方法计算出的 β 等价于传统方法计算的 β 乘以一个系数；该系数是个股一年波动率和五年波动率的之比和市场一年波动率和五年波动率之比的相对大小。

Novy-Marx and Velikov (2018) 指出，该系数对 β_{FP} 的计算在时序上有很大的影响：当市场自身处于高波动时，个股虽然也是高波动，但是实证数据表明个股的 σ_1 / σ_5 和市场的 σ_1 / σ_5 之间的弹性小于 1，因此该系数小于 1；与之相反的，当市场自身处于低波动时，二者之间的弹性大于 1。这说明当市场处于高波动时，使用 FP 方法计算的个股 β 比传统方法计算的 β 更低；而当市场处于低波动时，使用 FP 方法得到的 β 比传统方法得到的 β 更高。这进一步造成，将 β_{FP} 按照个股市值加权后，得到的市场的 β 并不等于 1。

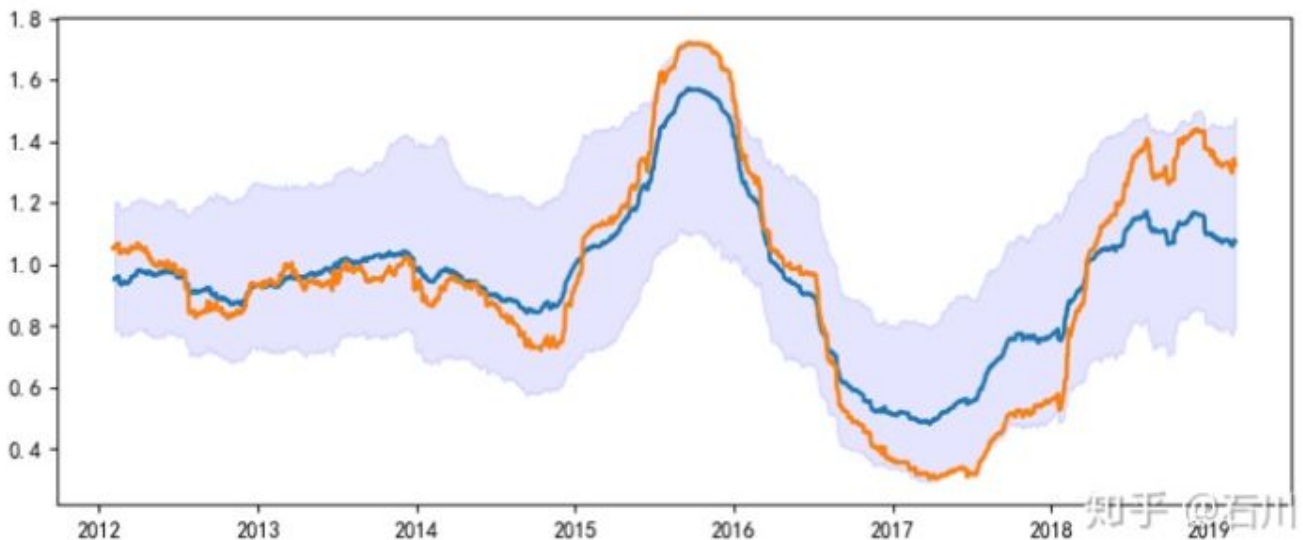
下一节使用 A 股数据对此上述结论进行简单实证。

知乎

首发于
川流不息

实证中选择的时间区间为 2010 年 1 月 1 日到 2019 年 2 月 28 日。为了简化实证，我从上证指数中选出了 830 支在整个范围内均有交易数据的个股（以此排除上市、退市等的影响）。使用个股的收益率和市值即可以构建出这 830 支股票对应的“市场”的收益率时间序列，从而计算个股的 β 。

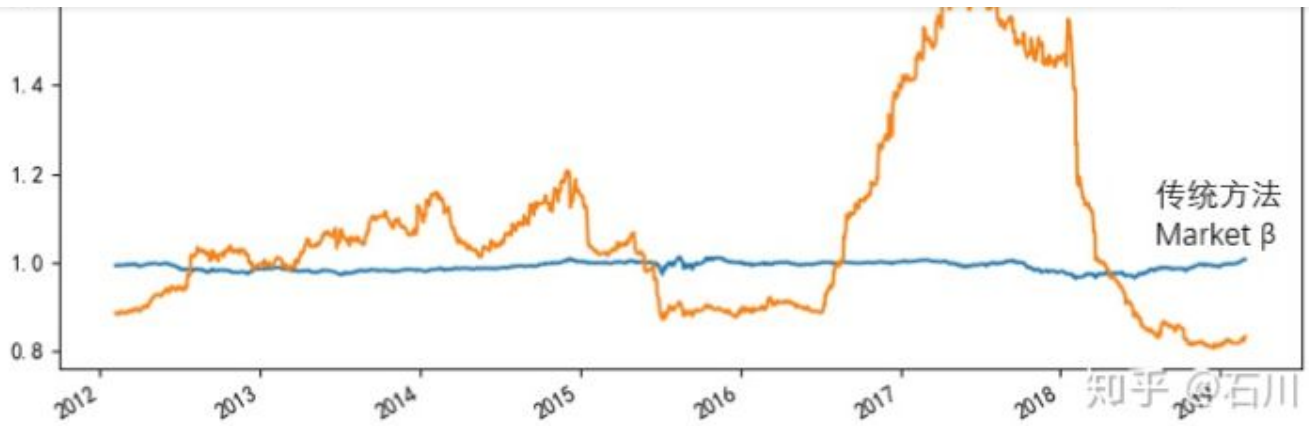
由于数据不足 10 年，因此实证中并没有采用 FP 中的一年和五年时间窗口，而是使用半年和两年为窗口分别计算标准差和相关系数。首先来看看个股的 σ_S/σ_L 和市场的 σ_S/σ_L 之间的关系（其中 S 代表半年的短窗口、L 代表两年的长窗口）。下图中，蓝色实线是个股 σ_S/σ_L 中位数、阴影区域为 5% 到 95% 分位数；黄色曲线是市场 σ_S/σ_L 。不难看出，当市场 σ_S/σ_L 较大时（意味着市场处于高波动），大部分个股的 σ_S/σ_L 在黄色曲线之下；而当市场 σ_S/σ_L 较小时（意味着市场处于低波动），大部分个股的 σ_S/σ_L 在黄色曲线之上。这个结果和 Novy-Marx and Velikov (2018) 针对美股的实证结果相同。



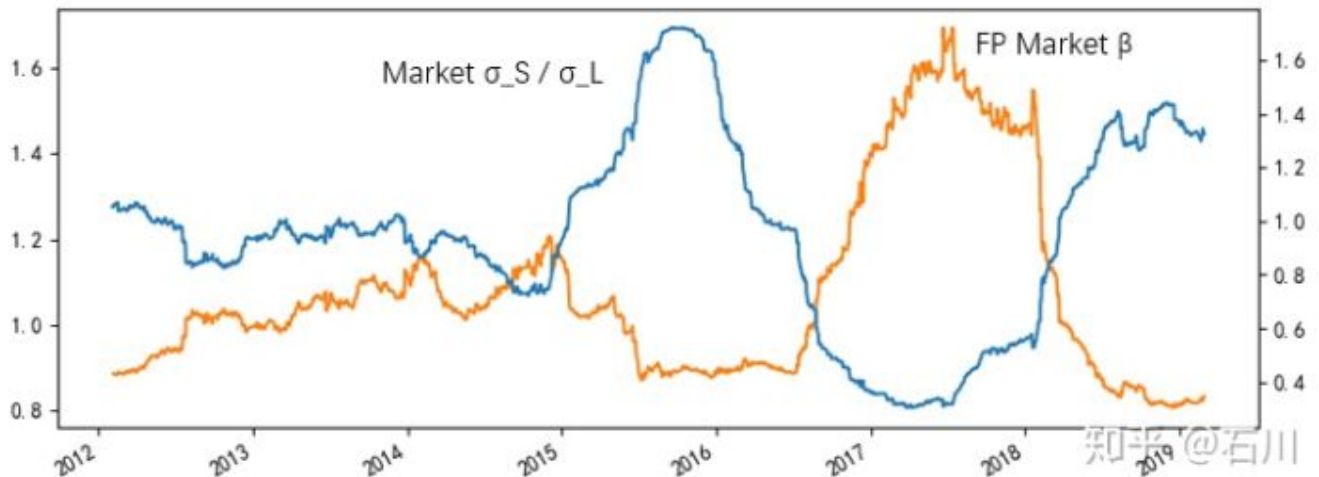
再来看看市值加权的 β_{FP} 得到的市场 β 如何随时间变化。理论上，当采用了正确的方法计算个股的 β 后，市场的 β 应该等于 1。

下图中，蓝色曲线是通过传统方法——即使用两年窗口计算标准差和相关系数——得到的个股 β 后再通过市值加权得到的市场 β ，它的取值基本上没有偏离 1.0；而黄色曲线为使用个股 β_{FP} 得到的市场 β ，它在大多数时间显著的偏离 1.0。

知乎

首发于
川流不息

从个股 σ_S/σ_L 和市场 σ_S/σ_L 的关系出发可知：当市场处于高波动时， β_{FP} 小于传统方法计算出的 β ；当市场处于低波动时， β_{FP} 大于传统方法计算出的 β 。因此，我们预期使用 β_{FP} 得到的市场 β 和市场 σ_S/σ_L 的取值在时序上呈现负相关。下图证实了这种猜想。



以上实证结果说明，使用 FP 方法和使用传统方法得到的个股 β 有很大差异。这会造成以该 β 值作为因子来选股出现不同的结果。由于计算 β 需要至少两年的数据，因此下面来考察从 2012 年到 2019 年上述两种不同 β 计算方法的选股结果。

下图显示，使用 β_{FP} 战胜了传统 β ： β_{FP} 因子获得年化收益率 9.27%、夏普率 0.59；而传统 β 因子仅获得年化收益率 5.08% 和夏普率 0.40。

知乎

首发于
川流不息

不过，先别着急下结论！我并没有说明因子投资组合是如何构建的。

该因子投资组合是按照 β 从小到大排序，首尾各取 100 支等权配置，每月末调仓。等权配置增加了在小市值上的暴露；如果按照市值加权构建投资组合会如何呢？下图给出了实证结果： β_{FP} 因子获得年化收益率 0.65%、夏普率 0.18；而传统 β 因子获得年化收益率 0.56% 和夏普率 0.25。当排除了小市值影响后，传统 β 因子战胜了 β_{FP} 因子。这个结果和 Novy-Marx and Velikov (2018) 对 BAB 的第一条质疑相一致。





5 结语

大量的实证数据显示，市场 β 和 α 确实存在负相关；Fischer Black 40 年前的智慧也依旧闪亮。然而，Novy-Marx and Velikov (2018) 指出，**我们应该时刻保持警惕，搞清楚使用“特殊”方法计算的因子、构建的投资组合是否意外的暴露在别的地方并影响对因子有效与否的判断。**

最后再来自我检讨一下。我几年前第一次读 BAB 的时候，就被里面计算 β 的方法深深说服，没有努力去思考背后的逻辑是否成立。Novy-Marx and Velikov (2018) 的分析说明，即便 BAB 是来自研究能力超一流的 AQR、发表于金融领域顶刊之一的 JFE，我们也不应该想当然的拿来主义。

近日，AQR 这个投资界的“学术天团”为了庆祝其成立二十周年，特意甄选了 20 篇他们所著的最具代表性的学术论文、出版了《20 for Twenty》一书，BAB 赫然在列。

Part V PIONEERING FACTOR INVESTING

| | |
|---|-----|
| Chapter 12: Time Series Momentum | 245 |
| <i>Tobias Moskowitz, Yao Hua Ooi, and Lasse Pedersen</i> | |
| Chapter 13: Value and Momentum Everywhere | 285 |
| <i>Clifford Asness, Tobias Moskowitz, and Lasse Pedersen</i> | |
| Chapter 14: Betting Against Beta | 339 |
| <i>Andrea Frazzini and Lasse Pedersen</i> | |
| Chapter 15: Common Factors in Corporate Bond Returns | 383 |
| <i>Ronen Israel, Diogo Palhares, and Scott Richardson</i> | |
| Chapter 16: Size Matters If You Control Your Junk | 415 |
| <i>Clifford Asness, Andrea Frazzini, Ronen Israel, Tobias Moskowitz, and Lasse Pedersen</i> | |

知乎 @石川

Cliff Asness 对这篇文章的一句话点评是：

Fischer Black was right about the security market line (among many other things).

看完了 BABAB，我想：Fischer Black 的确是对的，但是 BAB 也许未必。Don't get me wrong! 我依然是 AQR 的忠实粉丝，也非常佩服他们的学术能力和分享意识，只不过正确的态度应是时刻保持独立思考，因为剖析一个因子成与败背后的真正原因始终是我们自己的责任。

参考文献

- Black, F., M. C. Jensen and M. Scholes (1972). The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. In *Studies in the Theory of Capital Markets*. M. C. Jensen (editor), New York: Praeger, 79 – 121.

知乎

首发于
川流不息

- Novy-Marx, R. and M. Velikov (2018). Betting Against Betting Against Beta. Available at SSRN: ssrn.com/abstract=33009....

免责声明：文章内容不可视为投资意见。市场有风险，入市需谨慎。

原创不易，请保护版权。如需转载，请联系获得授权，并注明出处，谢谢。已委托“维权骑士”
([维权骑士](#) 免费版权监测/版权保护/版权分发) 为进行维权行动。

编辑于 2019-08-15

[资产定价模型 \(CAPM\)](#)[多因子模型](#)[量化交易](#)[▲ 赞同 44](#)[● 3 条评论](#)[➤ 分享](#)[★ 收藏](#)

文章被以下专栏收录

**川流不息**

北京量信投资管理有限公司是一家在中国基金业协会备案登记的专业私募基金管理人...

[关注专栏](#)

推荐阅读

正式公告：Anitama将会继续

正式公告：Anitama将会继续，不日将恢复更新。感谢大家的支持，谢谢各位！

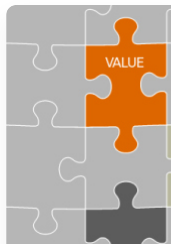
Anime...

发表于Anime...

量化职位的面试

我面试过国内外不少公司的量化交易职位，高频的、中低频的都有，一般来说套路比较固定。首先会有猎头或HR简单聊一下简历，介绍一下自己的学习、工作背景，一般10分钟左右，然后预约一下...

babyquant

**聪明贝塔(C**

伍治坚

3 条评论

⇌ 切换为时间





刘玄

5 个月前

这篇论文和低波动率异像相关论文结合着看，比较适合。

 赞



石川 (作者) 回复 刘玄

5 个月前

谢谢 看起来！

 赞



henix

5 个月前

细节太重要了，计算方法稍微改变一下，结果大家说的都不是一个东西、(╯▽╰)"

 赞

